F 18 12

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul VI (X)

FASC. 1 – 2

1960

F
1812

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul VI (X)

FASC. 1 – 2

1960

7989

BUCUREȘTI MUZEUL LITERATURII 1948

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. ATANASIU D., prof. FĂRCAȘ TOMA, conf. GOLGOȚIU TIBERIU
prof. MANGERON D., prof. MATEI ILIE, membru corespondent al Academiei R.P.R ,
prof. ONU C., prof. RUSU D.

Redactor responsabil: prof. SIMIONESCU CRISTOFOR,
membru corespondent al Academiei R.P.R.

Secretar: lector ROSMAN HUGO

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
TOMUL VI (X), fasc. 1—2 1960

SUMAR

	Pag.
REDACŢIONALE	XV
ALFRED JEANRENAUD, Învăţătura lui V. I. Lenin despre dezvoltarea cu precădere a industriei grele — călăuza partidului nostru . .	XVII
ŞTEFANIA RUSCIOR, Aspecte algebrice ale corespondenţei prin paralelism	1
ŞARLOTA RIMER, Unele extinderi în analiza combinatorie . .	7
BERNARD d'ORGEVAL, Asupra unei teoreme a lui Fenchel şi Avacumovic	13
FROIM MARCUS şi ŞARLOTA RIMER, Asupra unor suprafeţe . .	15
D. MANGERON şi L. E. KRIVOŞEIN, Rezolvarea aproximativă a unor ecuaţii liniare integro-diferenţiale	17
G. N. POVAROV, Asupra principiilor teoriei reţelelor cumulative . .	29
AL. CLIMESCU, Reprezentarea numerelor raţionale prin tetrade de întregi non-negative	37
KIRIL POPOV, Generalizarea unor rezultate relative la teoria proceselor termodinamice ireversibile	43
MILOMIR M. STANIŠIĆ, Funcţie potenţială de acceleraţie pentru mişcarea discontinuă a unei aripi delta în sbor supersonic . . .	49
ALFRED BRAIER şi I. ENESCU, Un operator cuaternionic utilizat la studiul deplasărilor finite ale sistemelor rigide	61
LADISLAV PŮST, Mişcarea unui punct material într-un cîmp central simetric neliniar	85
N. CALINICENCO şi GH. TACU, Studiul diferenţei de potenţial între faza solidă şi faza lichidă la congelarea unor soluţii	93
S. S. BAŢANOV, Influenţa legăturilor de hidrogen asupra structurii şi proprietăţilor substanţelor anorganice	97
E. S. PETROV, Asupra interacţiunii între nitraţii alcalini şi oxidul de aluminiu	103
TIBERIU GOLGOŢIU, JULIETA LINDE şi ANGELA LUCA, Cîteva consideraţiuni asupra poziţiei elementelor tranziţionale în tabloul periodic	109
TIBERIU GOLGOŢIU, SIMION SAVENCU, JULIETA LINDE, IANCU HÎNCU, ANGELA LUCA şi I. ANTONESCU, Studiul agresivităţii solului pe traseul conductei de aducţiune a apei în oraşul Iaşi (II) .	115

Pag.

CORNELIA BOTEZ şi LIVIU IONESI, Geochimia fosforului în R. P. R. (III) 119

C. BRANIŞTE, DAVID PERETZ şi SILVIA ŞERBAN, Obţinerea de straturi protectoare cu fosfaţi alcalini pe suprafeţe de oţel (I) . . . 133

ELEONORA DIACONESCU şi M. DIMA, Relaţii între capacitatea de schimb a schimbătorilor de ioni preparaţi din cărbuni şi vîrsta cărbunilor (I) 139

TEODOR SĂVEANU şi RADU TUDOSE, Studiul suprafeţei udate în coloane cu umplutură 157

ILIE MATEI, TATIANA LIXANDRU şi EUGENIA COMANIŢĂ, Condensarea acenaftenchinonei cu aminofenoli 171

GH. LUPUŞOR şi TATIANA LIXANDRU, Noi tipuri de coloranţi azoici stilbenici 177

EMANUEL POPPEL, V. DIACONESCU, V. IZBĂŞESCU şi KIM SAN GHIL Cercetări în domeniul celulozelor de mare randament (II) . . 183

GH. ALEXA, GH. CHIRIŢĂ şi AGLAIA CHIRIŢĂ, Contribuţii la studiul tanajului combinat cu formol-crom 193

GH. VASILIU, N. CALINICENCO, NINA POEATĂ, HUGO ROSMAN, N. GAVRILAŞ şi I. SUCHAR, Consideraţiuni asupra măsurării cîmpurilor magnetice slabe, prin metoda sondei magnetice . . 203

V. PETRESCU, EMIL LUCA, GH. SAVIN, D. BĂRBULESCU şi I. LUCA, Studiul absorbţiei şi dispersiei permitivităţii la ferite MnZn în gama 20 Hz..10 MHz 211

EMIL LUCA şi GH. ILIESCU, Determinarea grosimii filtrelor utilizate în tehnica razelor X, corespunzătoare unei doze minime de iradiere şi unei eficacităţi maxime a ecranului fluorescent . . . 219

I. Z. ŢÎPKIN, Asupra unei metode frecvenţiale de obţinere a proceselor tranzitorii în sistemele de reglaj prin impulsuri . . . 227

V. CORLĂŢEANU, GH. ŞERBAN, M. VASILCIUC şi IOSIF BERGMAN, Autoexcitarea maşinilor trifazate derivaţie cu colector, alimentate prin rotor 231

N. V. BOŢAN, AL. POEATĂ, BORIS PONOMAREV, LORIN CANTEMIR şi GH. CHIRIAC, Date noi privind potenţialul eolian al regiunii Iaşi 239

HUGO ROSMAN şi ALFRED BRAIER, Asupra regimului energetic al generatorului Hall 245

A. V. PROSIN, Asupra calculului perturbaţiilor transversale în cazul propagării undelor ultrascurte prin troposferă, la mare distanţă . . 251

C. ONU, SIMION OPRIŞOR şi TRAIAN GIOSAN, Măsurarea fazei în regim tranzitoriu la fenomene periodice 263

V. A. SAPA, Asupra mişcării unui punct material cu masă variabilă, în prezenţa frecării şi a rezistenţei proporţionale cu pătratul vitezei . 269

N IRIMICIUC, Rezolvarea grafică a unor probleme de geometria maselor spaţiale 277

Pag.

N. IRIMICIUC, Asupra problemei reducerii forţelor de inerţie ale unui solid în mişcare generală 281

I. I. ARTOBOLEVSKI, Asupra problemelor referitoare la lanţurile cinematice complexe 285

P. A. LEBEDEV, Algoritm de formare a ecuaţiilor algebrice ale curbelor de bielă pentru mecanisme plane cu mai multe organe . . . 299

H. WÖRLE, Fundamentele analitice şi sintetice necesare proiectării mecanismelor spaţiale cu manivelă cu patru organe, cu un singur grad de libertate (I) 303

M. Z. NARODEŢKI, Studiul distribuţiei tensiunilor în cazul torsionării unui arbore circular prevăzut cu mai multe orificii curbilinii . . 323

N. G. POPINCEANU şi M. D. GAFIŢEANU, Influenţa calităţii suprafeţei căilor şi corpurilor de rulare asupra jocului intern, cu considerarea durabilităţii, la rulmenţii radiali 333

C. V. PICOŞ, Asupra determinării expresiilor de calcul pentru parametrii umplerii şi compresiei, în cazul injecţiei cu apă la motoarele cu electroaprindere 341

GÉRARD D'ALBON şi C. CIOBANU, Procedeu pentru micşorarea pierderilor hidromecanice în turbo-maşini 351

GH. CAŞLER şi AL. RENER, Determinarea parametrilor forţei principale de aşchiere în procesul de strunjire longitudinală la oţelurile romîneşti (III) 353

AUREL RĂILEANU şi DAN NICOLESCU, Determinarea parametrilor forţei principale de aşchiere în procesul de strunjire longitudinală la oţelurile romîneşti (IV) 355

VICTOR BAUŞIC şi VITALIE BELOUS, Determinarea parametrilor forţei principale de aşchiere în procesul de strunjire longitudinală la oţelurile romîneşti (V) 357

L. F. DIACENCO, Metoda observaţiilor condiţionale în problema ajustării în două grupe a triangulaţiilor cu direcţii măsurate . . . 359

ANTON ŞESAN, Un operator static pentru calculul deformaţiilor în domeniul elastic şi plastic 369

N. ORLOVSCHI, Un procedeu simplificator de rezolvare a structurilor cu bare curbe sau poligonale 375

ADRIAN N. VULPE, Torsiunea barelor dreptunghiulare compuse din mai multe materiale ortotrope 383

VIRGIL FOCŞA şi ADRIAN RADU, Asupra unui criteriu privind inerţia termică a pereţilor în mai multe straturi 389

ANATOLIE MIHUL, ARIADNA BOGHIAN şi C. LEONTE, Betoane de mărci superioare, cu agregate locale, pentru elemente precomprimate 399

D. ATANASIU, N. APOSTOLESCU, BENIAMIN WEINŞTEIN, GH. DIMA, VICTOR CIUBOTARU, C. POPA, VIOLETA ROTARU şi GEORGETA ASANDEI, Studiul stabilizării pămînturilor folosite în construcţii rutiere 409

MIŞILIM GRINDEA şi TANIA FORST, Acţiunea bicromatului de potasiu şi a formaldehidei asupra lînii 421

Pag.

FLORIN VĂLU, I. CURIEVICI şi M. MARINESCU, Căderea de presiune în cazul vopsirii firelor de bumbac pe bobine 429

I. ŞTEFĂNESCU, N. BĂDAN, MIŞU ZEIDMAN, AUREL MARCHIŞ, şi OLIMPIA TALAŞMAN, Utilizarea raţională a sforilor la mecanismele Jacquard 433

N. BĂDAN, MIŞU ZEIDMAN, OTILIA MÎLCOMETE şi LUCIA SILBERMAN, Calculul corectat al indicilor de lungime a fibrelor, ţinînd seama de variaţia fineţii 439

FILIP REICHER, Construcţia unei came pentru înfăşurarea cu straturi de umplere şi separaţie a bobinei butelie 445

I. VLAD şi EMILIA VLAD, Contribuţiuni la problema determinării fineţii fibrelor de bumbac 449

MIŞU ZEIDMAN, MIRCEA NETEA şi FILIP REICHER, Unele consideraţiuni privind laminarea şi torsionarea la selfactor . . . 457

D. RUSU, Din viaţa şi opera lui Ion Ionescu de la Brad . . . 463

TEODOR CĂMPAN (Gérard d'Albon) 473

CONSTANTIN STRUB (Gh. Alexa) 477

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том VI (X), выпуск 1–2 1960 г.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
ОТ РЕДАКЦИИ	XV
АЛЬФРЕД ЖАНРЕНО, Учение В. И. Ленина о преимущественном развитии тяжелой промышленности — руководство нашей партии	XVII
ШТЕФАНИЯ РУШЧОР, Алгебраический аспект соответствия посредством параллельности	1
ШАРЛОТА РИМЕР, Некоторые распространения в комбинаторным анализе	7
ФРОИМ МАРКУС и ШАРЛОТА РИМЕР, О некоторых поверхностях	13
БЕРНАР ДОРДЖЕВАЛЬ, Об одной теореме Фенкеля и Авакумовича	15
Д. МАНЖЕРОН и Л. Е. КРИВОШЕИН, Приближенное решение некоторых линейных интегро-дифференциальных уравнений	17
Г. Н. ПОВАРОВ, Основные положения теории кумулятивных сетей	27
АЛ. КЛИМЕСКУ, Представление рациональных чисел четверками целых неотрицательных чисел	37
КИРИЛЛ ПОПОВ, Обобщение некоторых результатов теории необратимых термодинамических процессов	43
МИЛОМИР СТАНИШИК, Потенциальная функция ускорения для прерывистого движения дельтавидного крыла в сверхзвуковом полете	49
АЛЬФРЕД БРАЙЕР и И. ЕНЕСКУ, Кватернионный оператор в изучении конечных перемещений твердых тел	61
ЛАДИСЛАВ ПУСТ, Движение материальной точки в центрально-симметрическом нелинейном поле	85
Н. КАЛИНИЧЕНКО и Г. ТАКУ, Изучение разности потенциала между твердой и жидкой фазами при замораживании некоторых растворов	93
С. С. БАЦАНОВ, Влияние водородной связи на строение и свойства неорганических веществ	97
Е. С. ПЕТРОВ, О взаимодействий нитратов щелочных металлов с окисью аллюминия	103
ТИБЕРИУ ГОЛГОЦИУ, ДЖУЛЬЕТА ЛИНДЕ и АНДЖЕЛА ЛУКА, О расположении элементов перехода в периодической системе элементов	109
ТИБЕРИУ ГОЛГОЦИУ, СИМИОН САВЕНКУ, ДЖУЛЬЕТА ЛИНДЕ, ЯНКУ ХЫНКУ, АНДЖЕЛА ЛУКА и И. АНТОНЕСКУ, Изучение агрессивности почвы по трассе питающего водопровода города Ясс (II)	115

Стр.

КОРНЕЛИЯ БОТЕЗ и ЛИВИУ ИОНЕСИ, Геохимия фосфора в Румынско Народной Республике (III) 119

К. БРАНИШТЕ, ДАВИД ПЕРЕЦ и СИЛЬВИЯ ШЕРБАН, Получение щелочными фосфатами предохранительных пленок на поверхности стали (I) 133

ЭЛЕОНОРА ДЬЯКОНЕСКУ и М. ДИМА, Установление соотношений между обменной способностью сульфоуглей и возрастом (I) . 139

ТЕОДОР СЭВЯНУ и РАДУ ТУДОСЕ, Смачиваемая поверхность в насадочных колоннах 157

ИЛИЕ МАТЕЙ, ТАТЬЯНА ЛИКСАНДРУ и ЕУДЖЕНИЯ КОМАНИЦЭ, Конденсация аценафтенхинона аминофенолами 171

Г. ЛУПУШОР и ТАТЬЯНА ЛИКСАНДРУ, Новые виды стильбеновых красителей 177

ЭМАНУЕЛ ПОППЕЛ, В. ДЬЯКОНЕСКУ, В. ИЗБЭШЕСКУ и КИМ САН ГИЛ, Исследования в области получения целлюлозы высокого выхода (II) 183

Г. АЛЕКСА, Г. КИРИЦЭ и АГЛАЯ КИРИЦЭ, К изучению комбинированного формальдегид-хром дубления 193

Г. ВАСИЛИУ, Н. КАЛИНИЧЕНКО, НИНА ПОЯТЭ, ГУГО РОСМАН, Н. ГАВРИЛАШ и И. СУХАР, Об изменении слабых магнитных полей способом магнитного зонда 203

В. ПЕТРЕСКУ, ЭМИЛ ЛУКА, Г. САВИН, Д. БЭРБУЛЕСКУ и И. ЛУКА, Исследование абсорбции и дисперсии электрической проницаемости у ферритов MnZn в интервале 20 Hz ... 10 MHz . . . 211

ЭМИЛ ЛУКА и Г. ИЛИЕСКУ, Определение толщины фильтров использованных в технике Х-лучей соответствующей минимальной дозе иррадиации и максимальной эффективности флуоресцирующего экрана 219

Я. З. ЦЫПКИН, О частотном методе построения переходных процессов в импульсных системах регулирования 227

В. КОРЛЭЦЯНУ, Г. ШЕРБАН, М. ВАСИЛЧУК и ИОСИФ БЕРГМАН, Самовозбуждение трехфазных коллекторных машин с параллельным возбуждением и роторным питанием 231

Н. В. БОЦАН, АЛ. ПОЯТЭ, БОРИС ПОНОМАРЕВ, ЛОРИН КАНТЕМИР и Г. КИРИАК, Новые данные о ветровом потенциале ясской области 239

ГУГО РОСМАН и АЛЬФРЕД БРАЙЕР, Об энергетическом режиме генератора Холла 245

А. В. ПРОСИН, О расчете перекрестных шумов при дальнем тропосферном распространении УКВ 251

К. ОНУ, СИМИОН ОПРИШОР и ТРАЯН ДЖОСАН, Измерение сдвига фазы в переходных процессах для периодических явлений . . 263

В. А. САПА, Движение материальной точки переменной массы с трением и сопротивлением пропорциональным квадрату скорости . . 269

Н. ИРИМИЧУК, Графическое решение некоторых задач по геометрии масс в пространстве 277

Стр.

Н. ИРИМИЧУК, О задаче приведения сил инерции твердого тела в пространственном движении 281

И. И. АРТОБОЛЕВСКИЙ, К вопросу об исследовании сложных кинематических цепей 285

П. А. ЛЕБЕДЕВ, Алгоритм составления алгебраических уравнений шатунных кривых сложных плоских механизмов 299

Г. ВЁРЛЕ, Аналитические и синтетические основы проектирования кривошипного четырехзвенного пространственного механизма с одной степенью свободы (I) 303

М. З. НАРОДЕЦКИЙ, О концентраций напряжений при кручении круглого вала, ослабленного некоторыми криволинейными полостями 323

Н. Г. ПОПИНЧАНУ и М. Д. ГАФИЦЯНУ, Влияние шероховатости поверхностей тел и дорожек качения на внутренний зазор роликовых и шариковых подшипников, принимая во внимание их долговечность 333

К. В. ПИКОШ, Об определении численных выражений для параметров наполнения и сжатия в случае инжектирования воды у двигателей с электрозажиганием 341

ДЖЕРАР ДАЛБОН и К. ЧОБАНУ, Способ уменьшения гидромеханических потерь в турбомашинах 351

Г. КАШЛЕР и АЛ. РЕНЕР, Определение технических характеристик сил резания в процессе токарной продольной обработки румынских сталей (III) 353

АУРЕЛ РЭИЛЯНУ и ДАН НИКОЛЕСКУ, Определение технических характеристик сил резания в процессе токарной продольной обработки румынских сталей (IV) 355

ВИКТОР БАУШИК и ВИТАЛИЕ БЕЛОУС, Определение технических характеристик сил резания в процессе токарной продольной обработки румынских сталей (V) 357

Л. Ф. ДЬЯЧЕНКО, О двухгрупповом уравнивании по способу условных наблюдений триангуляций с измеренными направлениями . . 359

АНТОН ШЕСАН, Новый статический оператор для определения деформаций в упругой и пластической стадиях 369

Н. ОРЛОВСКИЙ, Сокращенный способ решения стержневых систем с криволинейными или ломанными элементами 375

АДРИАН Н. ВУЛПЕ, Кручение ортотропных стержней составленных из различных материалов 383

ВИРДЖИЛ ФОКША и АДРИАН РАДУ, О критерии относительной термической инерции многослойных стен 389

АНАТОЛИЕ МИХУЛ, АРИАДНА БОГЯН и К. ЛЕОНТЕ, Бетоны высоких марок изготовленные из местных агрегатов для предварительно-напряженных элементов 399

Д. АТАНАСИУ, Н. АПОСТОЛЕСКУ, БЕНИАМИН ВЕЙНШТЕЙН Г. ДИМА, ВИКТОР ЧОБОТАРУ и ДЖОРДЖЕТА АСАНДЕЙ, Исследование вопроса стабилизации грунтов использованных в дорожном строительстве 409

Стр.

МИШИЛИМ ГРИНДЯ и ТАНИЯ ФОРСТ, Действие бихромата калия и формальдегида на шерсть 421

ФЛОРИН ВЭЛУ, И. КУРЬЕВИЧ и М. МАРИНЕСКУ, Падение давления при крашении хлопковой пряжи на катушках 429

И. ШТЕФЭНЕСКУ, Н. БЭДАН, МИШУ ЗЕЙДМАН, АУРЕЛ МАРКИШ и ОЛИМПИЯ ТАЛАШМАН, Рациональное использование нитей механизмов Жаккара 433

Н. БЭДАН, МИШУ ЗЕЙДМАН, ОТИЛИЯ МЫЛКОМЕТЕ и ЛУЧИЯ ЗИЛЬБЕРМАН, Правильное вычисление указателей длины волокон, принимая во внимание изменение тонины 439

ФИЛИП РЕЙХЕР, Построение кулака для наматывания шпили со слоями и прослойками 445

И. ВЛАД и ЭМИЛИЯ ВЛАД, К задаче определения тонкости хлопчатобумажного волокна 449

МИШУ ЗЕЙДМАН, МИРЧА НЕТЯ и ФИЛИП РЕЙХЕР, О вытягивании и кручении на сельфакторе 457

Д. РУСУ, О жизни и деятельности Иона Ионеску де ла Брад . . 463

ТЕОДОР КЫМПАН (Джерар Далбон) 473

КОНСТАНТИН ШТРУБ (Г. Алекса), ... 477

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY

NEW SERIES

VOL. VI (X), Fasc. 1—2 1960

CONTENTS

	Pag.
EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENT	XV
ALFRED JEANRENAUD, Thèses de V. I. Lénine concernant le primat du développement de l'industrie lourde — guide de notre parti . .	XVII
ŞTEFANIA RUSCIOR, Les aspects algébriques de la correspondance par parallélisme	1
ŞARLOTA RIMER, Quelques extensions concernant l'analyse combinatoire	7
BERNARD d'ORGEVAL, À propos d'un théorème de Fenchel et Avacumovic	13
FROIM MARCUS et ŞARLOTA RIMER, Sur certaines surfaces . .	15
D. MANGERON et L. E. KRIVOCHÉÏNE, Résolution approximative de certaines équations intégro-différentielles linéaires	17
G. N. POVAROV, The basic ideas of the theory of cumulative nets .	29
AL. CLIMESCU, La représentation des nombres rationnels par des quaternes d'entiers non-négatifs	37
KYRILLE POPOFF, Généralisation de quelques résultats concernant la thermodynamique des processus irréversibles	43
MILOMIR M. STANIŠIĆ, On the acceleration potential function for non-steady motion of a delta-wing in supersonic flight . . .	49
ALFRED BRAIER et I. ENESCU, Un opérateur quaternionique utilisé à l'étude des mouvements finis d'un système invariable . . .	61
LADISLAV PŮST, Motion of a particle in a centrally symmetrical non-linear field	85
N. CALINICENCO et GH. TACU, Étude de la différence de potentiel entre la phase solide et liquide dans la congélation des solutions aqueuses .	93
S. S. BATZANOV, The influence of the hydrogeneous bonds on the structure and properties of inorganic substances	97
E. S. PETROFF, Über die Gegenwirkung zwischen Alkalinitraten und Aluminiumoxid	103
TIBERIU GOLGOŢIU, JULIETA LINDE et ANGELA LUCA, Sur la position des éléments de transition dans le système périodique . .	109
TIBERIU GOLGOŢIU, SIMION SAVENCU, JULIETA LINDE, IANCU HÎNCU, ANGELA LUCA et I. ANTONESCU, Étude de l'agrésivité du sol le long du conduit d'eau de la ville de Jassy (II) .	115

Pag.

CORNELIA BOTEZ et LIVIU IONESI, La géochimie du phosphore dans la République Populaire Roumaine (III) 119

C. BRANIŞTE, DAVID PERETZ und SILVIA ŞERBAN, Schutzschichten mit Alkaliphosphat auf Stahloberflächen (I) 133

ELEONORA DIACONESCU et M. DIMA, Sur la relation entre la capacité d'échange des échangeurs d'ions préparés des carbons et leur âge géologique (I) 139

TEODOR SĂVEANU und RADU TUDOSE, Die benetzte Oberfläche in Füllkörpersäulen 157

ILIE MATEI, TATIANA LIXANDRU et EUGENIA COMANIŢĂ, La condensation de l'acénaphtenquinone avec des aminophénols . 171

GH. LUPUŞOR et TATIANA LIXANDRU, Nouveaux types de colorants azoïques stilbéniques 177

EMANUEL POPPEL, V. DIACONESCU, V. IZBĂŞESCU und KIM SAN GHIL' Untersuchungen im Bereiche der Erzeugung von Hochausbeute-Sulfatzellstoff (II) 183

GH. ALEXA, GH. CHIRIŢĂ et AGLAIA CHIRIŢĂ, Contributions à l'étude du tannage combiné formol-chrôme 193

GH. VASILIU, N. CALINICENCO, NINA POEATĂ, HUGO ROSMAN, N. GAVRILAŞ et I. SUCHAR, Sur la mesure des champs magnétiques faibles par la méthode de la sonde magnétique . . . 203

V. PETRESCU, EMIL LUCA, GH. SAVIN, D. BĂRBULESCU et I. LUCA, Étude de l'absorbtion et de la dispersion de la constante diélectrique aux ferrites MnZn dans la gamme 20 Hz...10 MHz . . . 211

EMIL LUCA et GH. ILIESCU, La détermination de l'épaisseur des filtres utilisés dans la technique des rayons X, correspondante à une dose minimum d'irradiation et à une efficacité maximum de l'écran fluorescent 219

Y. Z. TZYPKINE, Procedure for obtaining transient responce from frequency responce for sampled — data control systems 227

V. CORLĂŢEANU, GH. ŞERBAN, M. VASILCIUC et IOSIF BERGMAN' Autoexcitation des machines shunt triphasées à collecteur alimentées par le rotor 231

N. V. BOŢAN, AL. POEATĂ, BORIS PONOMAREV, LORIN CANTEMIR et GH. CHIRIAC, Contribution à l'étude du potentiel éolien de la région de Jassy 239

HUGO ROSMAN et ALFRED BRAIER, Sur le régime énergétique du générateur Hall 245

A. V. PROSIN, On calculating cross for long-distance tropospheric propagation of ultrashort waves 251

C. ONU, SIMION OPRIŞOR et TRAIAN GIOSAN, La mesure de la phase des phénomènes périodiques en régime transitoire . . . 263

V. A. SAPA, Sopra il moto di un punto di massa variabile, tenendovisi conto dell'attrito e della rezistenza dell'ambiente propozionale al quadrato della velocità 269

Pag.

N. IRIMICIUC, La résolution graphique de quelques problèmes de la géométrie des masses dans l'éspace 277

N. IRIMICIUC, Sur le problème de la réduction des forces d'inertie d'un solide en mouvement spatial 281

I. I. ARTOBOLEVSKY, Some problems concerning analysis of complex kinematic chains 285

P. A. LEBEDEV, Proceeding of the formation of slider lines algebraic equations for plane mechanisms involving a large number of links . 299

H. WÖRLE, Getriebeanalytische und getriebesynthetische Unterlagen für den Entwurf zwangläufiger und übergeschlossener viergelenkiger Raumkurbelgetriebe (I) 303

M. Z. NARODETZKY, Studies concerning stress concentration of a twisted circular shaft with different square curvilinear cavities . . 323

N. G. POPINCEANU und M. D. GAFIŢEANU, Einfluss der Rauheit der Wälzkörper und der Rollbahnflächen auf das innere Spiel, unter Berücksichtigung der Lebensdauer, bei radialen Kugellager . . 333

C. V. PICOŞ, Über die Bestimmungen der Rechenausdrücke für die Parameter der Einströmung und Kompression im Falle der Wassereinspritzung an der Funkzündungsmotoren 341

GÉRARD D'ALBON et C. CIOBANU, Sur un procédé de diminution des pertes hydromécaniques dans les turbomachines 351

GH. CAŞLER et AL. RENER, Détermination des paramètres des forces de coupe concernant les aciers roumains, soumis au tournage longitudinal (III) 353

AUREL RĂILEANU et DAN NICOLESCU, Détermination des paramètres des forces de coupe concernant les aciers roumains, soumis au tournage longitudinal (IV) 355

VICTOR BAUŞIC et VITALIE BELOUS, Détermination des paramètres des forces de coupe concernant les aciers roumains, soumis au tournage longitudinal (V) 357

L. F. DIATCHENKO, On the adjustment of triangulation with measured directions in two groups from the method of conditioned observations 359

ANTON ŞESAN, Un opérateur statique pour le calcul des déformations élastiques et plastiques 369

N. ORLOVSCHI, Un procédé simplifié de résolution des structures à barres courbes ou polygonales 375

ADRIAN N. VULPE, La torsion des barres de section rectangulaire, formées de plusieurs materiaux orthotropes 383

VIRGIL FOCŞA und ADRIAN RADU, Ein Beitrag zur Berechnung der thermischen Trägheit der Wände aus mehreren Schichten . . 389

ANATOLIE MIHUL, ARIADNA BOGHIAN et C. LEONTE, Sur l'utilisation des agrégats locaux pour l'obtention des bétons de marques supérieures, pour les éléments précomprimés 399

Pag.

D. ATANASIU, N. APOSTOLESCU, BENIAMIN WEINŞTEIN, GH. DIMA, VICTOR CIUBOTARU, C. POPA, VIOLETA ROTARU et GEORGETA ASANDEI, Étude de la stabilisation de quelques sols utilisés dans la construction de routes 409

MIŞILIM GRINDEA et TANIA FORST, L'action du bichromate de potassium et de l'aldéhide formique sur la laine 421

FLORIN VĂLU, I. CURIEVICI et M. MARINESCU, La chute de pression lors de la teinture des fibres de coton sur des bobines . . 429

I. ŞTEFĂNESCU, N. BĂDAN, MIŞU ZEIDMAN, AUREL MARCHIŞ et OLIMPIA TALAŞMAN, Utilisation rationelle des ficelles dans les mécanismes Jacquard 433

N. BĂDAN, MIŞU ZEIDMAN, OTILIA MÎLCOMETE and LUCIA SILBERMAN, The correct calculation of length's indexes of fibres in view of the fineness' variation 439

FILIP REICHER, Konstruction einer Kurvenscheibe für die Aufwickelung der Flachenspule mit Füll- und Trennschichten . . . 445

I. VLAD et EMILIA VLAD, Contributions à l'étude de la détermination de la finesse des fibres de coton 449

MIŞU ZEIDMAN, MIRCEA NETEA and FILIP REICHER, Considerations about drawing and twisting at the self-acting mule . . . 457

D. RUSU, Sur la vie et l'activité de Ion Ionescu de la Brad . . 463

TEODOR CĂMPAN (Gérard d'Albon) 473

CONSTANTIN STRUB (Gh. Alexa) 477

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

REDACŢIONALE [1]) ОТ РЕДАКЦИИ [2])

EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENT [3])

Articole ale colaboratorilor străini primite la redacţia *Buletinului Institutului politehnic din Iaşi*

Статьи иностранных сотрудников полученные редакцией *Известий Ясского политехнического института*

Papers received from abroad by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy*

ЦЫПКИН Я. З., (Академия Наук СССР, Москва), *О частотном методе построения переходных процессов в импульсных системах регулирования.*

MAJUMDER S. R., (Jadavpur University, Calcutta, India), *The motion of two spheres in contact parallel to the common line of centres in an incompressible, homogeneous, non-viscous fluid.*

COMÉT S. G., (Université de Stockholm, Suède), *Les transformations conformes des espaces à plus de deux dimensions.*

СОКОЛОВ Б. А., ИНОЗЕМЦЕВ В. Г., РАСТОРГУЕВ В. П., (ЦНИИМПС, Москва СССР), *Установившееся движение воздуха с переменным расходом в магистральном воздухопроводе автотормозной системы.*

БЕРЕЗОВСКИЙ А. А., (Академия Наук УССР, Киев, СССР), *Интегральные уравнения пологих тонких оболочек.*

MILTZLAFF G., (Hochschule für Schwermaschinenbau, Magdeburg, D. D. R.), *Zur Lösung der Integralgleichung einer schwingenden elastischen Kreisplatte.*

MILTZLAFF G., (Hochschule für Schwermaschinenbau, Magdeburg, D. D. R.), *Über die Integralgleichung des schwingenden elastischen Stabes mit veränderlichen Querschnitt.*

СЛЕЗИНГЕР И. Н., (Одесский электротехнический институт связи, СССР), *Основные уравнения нелинейной теории упругости в перемещениях.*

VERMA P. D. S., (Indian Institute of Technology, Kharagpur, India), *Hypo-elastic strain in solid rotating shafts.*

COSTA DE BEAUREGARD O., (Faculté des Sciences, Paris, France), *Effet Doppler et aberration. Théorie et observation.*

---

[1]) Listele cărţilor şi noilor articole originale primite la redacţia *Buletinului Institutului politehnic din Iaşi*, precum şi noile serii de recenzii, vor fi publicate în fasciculele imediat următoare ale revistei.

[2]) Список книг и новых оригинальных статей поступивших в редакцию *Известий Ясского политехнического института*, а также и рецензии на полученные книги, будут помощены в следующем выпуске нашего журнала.

[3]) List of books and original articles just received by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy* as well as a new series of book reviews, will be published in the next issues of our periodical.

ESCANDE L., (Académie des Sciences, Paris, France), *Stabilité des chambres d'équilibre.*

MIKUSIŃSKI J, (Academy of Sciences, Warszawa, P. R. Poland), *On the convolution of functions of class* l_1.

POHL E., (Hochschule für Bauwesen, Leipzig, D. D. R.), *Dichte – und Bewehrungsuntersuchungen von Beton durch Ausnützung der Streustrahlung bei Gammastrahlung.*

KURZWEIL J. and VOREL Z., (Academy of Science, Prague, S. R. Czekhoslovakia), *On linear control systems.*

BARDI H., (Universitatea de Stat, Tirana, R. P. Albania), *Construirea primei tabele de mortalitate a populației din Republica Populară Albania.*

v. KRZYWOBLOCKI M. Z., (Michigan State University, College of Engineering, East Lansing, U. S. A.), *On a two-dimensional compressible jet in magneto-hydrodynamics.*

КРИВОШЕИН Л. Е. и МАНЖЕРОН Д., (Киргизский государственный университет, г. Фрунзе, СССР и Ясский политехнический институт, РНР), *К численным методам решения интегро-дифференциальных уравнений.*

БЫЧКОВ В. П., (Тираспольский государственный педагогический институт, СССР), *Развитие Ясской математической школы.*

СТАВРОГИН А. Н. и КОЛИКОВА В. М., (Всесоюзный научно – исследовательский маркшейдерский институт, Ленинград, СССР), *Об энергетическом балансе хрупкого разрушения.*

COBURN N., (University of Michigan, Ann Arbor, U. S. A.), *Intrinsic characteristic equations for relativistic compressible hydromagnetic flows.*

КОЖЕВНИКОВ С. Н., (Металлургический институт, Днепропетровск, СССР), *К вопросу исследования механизмов с упругими звеньями.*

ПОНОМАРЕВ К. К., (Москва, СССР), *Расчёт рам матричным методом.*

ZEMAN J., (Akademie der Wissenschaften, S.R. Tschechoslovakei), *Kybernetik und das psychophysische Problem.*

SAWAKI T., (Nagoya Institute of Technology, Japan), *Fabric and yarn irregularity tester by the use of phototransistor.*

LICHTENCHELDT W., (Technische Hochschule, Dresden, D.D.R.), *Zum Problem der B a l l-schen Punkte.*

WUNDERLICH W., (Technische Hochschule, Wien, Österreich), *Über ein kinematisches Problem.*

ДЖАНЕЛИДЗЕ Г. Ю., (Ленинградский политехнический институт им. М. І. Калинина, СССР), *Об одной задаче упруго-пластичности.*

ЛОЙЦЯНСКИЙ Л. Г., (Ленинградский политехнический институт им. М. І. Калинина, СССР), *Об одной задаче механики жидкости и газа.*

АЧЕРКАН Н. С., (Московский станкоинструментальный институт Москва, СССР), *К одной задаче относящейся к металлорежущим станкам.*

ODERFELD J., (Institut Polytechnique, Varsovie, R. P. Pologne), *Sur quelques problèmes de précision concernant la construction des machines.*

RENYI A., (Academy of Sciences, Budapest, P. R. Hungaria), *On a random problem.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

ÎNVĂŢĂTURA LUI V. I. LENIN DESPRE DEZVOLTAREA CU PRECĂDERE A INDUSTRIEI GRELE — CĂLĂUZA PARTIDULUI NOSTRU

Istoria contemporană a societăţii confirmă zi de zi justeţea, caracterul profund ştiinţific al măreţelor idei leniniste. Izvorîte din adîncul realităţii, din întreaga dezvoltare socială a epocii contemporane, ele reflectă necesităţile progresului omenirii şi corespund tocmai de aceea intereselor popoarelor din lumea întreagă.

Plecînd de la principiile elaborate de Marx şi Engels, Lenin a dezvoltat învăţătura despre revoluţia socialistă, îmbogăţind-o cu tezele general valabile cu privire la căile şi metodele de înfăptuire a revoluţiei şi construcţiei socialiste în condiţiile epocii imperialismului. El a arătat că esenţa revoluţiei

socialiste constă în făurirea, pe baza dictaturii proletariatului, a relațiilor de producție socialiste, în dezvoltarea continuă a forțelor de producție, pentru a crea premizele materiale ale unei vieți îmbelșugate pentru oamenii muncii.

Dezvoltînd creator marxismul, Lenin a elaborat învățătura despre construirea economiei și culturii socialiste, indicînd totodată calea de dezvoltare a socialismului spre comunism.

Lenin a arătat că singura cale pentru a obține victoria asupra capitalismului în sfera producției materiale, este construirea bazei tehnice-materiale a socialismului și comunismului. „Marea industrie mecanizată și folosirea ei în agricultură — *spune Lenin* — constituie singura bază economică a socialismului, singura bază pentru a duce cu succes lupta în vederea izbăvirii omenirii de sub jugul capitalismului..."[1]).

A construi baza tehnică-materială a societății socialiste înseamnă deci a așeza toate ramurile economiei naționale — industria, agricultura, transporturile, construcții etc. — pe temelia marii producții mecanizate, înseamnă electrificarea întregii țări, dezvoltarea continuă a forțelor de producție pe baza celor mai noi cuceriri ale științei și tehnicii. O importanță deosebită o are în realizarea tuturor acestor sarcini electrificarea. Lenin sublinia aceasta spunînd: „...Numai atunci cînd se va realiza electrificarea întregii țări, a tuturor ramurilor industriei și ale agriculturii, numai atunci cînd vă veți fi însușit această sarcină, numai atunci veți putea construi pentru voi societatea comunistă"[2]).

Victoria asupra capitalismului este asigurată — arăta Lenin — de faptul că în socialism se realizează o productivitate a muncii superioară celei din capitalism. Aceasta se bazează tocmai pe faptul că relațiile de producție socialiste se dezvoltă pe o bază tehnică-materială superioară celei din capitalism. Creșterea nivelului de trai material și cultural al oamenilor muncii — scopul suprem al socialismului — poate fi asigurată numai prin crearea bazei tehnice-materiale a socialismului.

Veriga hotărîtoare în procesul de construire a bazei tehnice-materiale a socialismului într-o țară care moștenește de la capitalism o economie înapoiată, în care predomină agricultura, este industrializarea socialistă. Rolul principal în cadrul construirii bazei tehnice-materiale a socialismului — și deci al industrializării socialiste — îi revine industriei grele, — cu pivotul ei — construcția de mașini. Lenin arăta că „baza materială a socialismului poate fi numai marea industrie mecanizată, care este capabilă să reorganizeze și agricultura"[3]).

Creșterea cu precădere a producției mijloacelor de producție este o lege obiectivă, care asigură reproducția socialistă lărgită, ea este esența industri-

---

[1]) V. I. Lenin, *Opere*, vol **33**, ESPLP, Buc., 1957, p. 30.
[2]) V. I. Lenin, *Opere*, vol. **31**, ESPLP, Buc., 1956, p. 271.
[3]) V. I. Lenin, *Opere*, vol. **32**, ESPLP, Buc., 1956, p. 465.

alizării socialiste, temelia liniei generale de dezvoltare a economiei socialiste. Lenin spunea: „Pentru a lărgi producţia (pentru « a acumula » în accepţia strictă a termenului), trebuie produse mai întîi mijloace de producţie, iar pentru aceasta trebuie, prin urmare, lărgit sectorul producţiei sociale care produce mijloace de producţie“ [4]).

Subliniind importanţa acestor teze leniniste, tov. Nichita Sergheevici Hruşciov arăta în „Tezele raportului cu privire la perfecţionarea continuă a organizării conducerii industriei şi construcţiilor“: „Ritmul rapid de dezvoltare a economiei naţionale a ţării noastre şi creşterea necontenită a bunăstării poporului se asigură prin înfăptuirea consecventă de către partid a liniei leniniste de dezvoltare cu precădere a industriei grele. Industria uşoară, agricultura, toate ramurile economiei naţionale a ţării se pot dezvolta cu succes numai pe baza unei industrii grele, în continuă dezvoltare... Iată dece este necesar să urmăm neabătut şi pe viitor calea dezvoltării cu precădere a industriei grele — cale verificată prin întreaga dezvoltare a Uniunii Sovietice“ [5]).

Aplicînd în practică ideile leniniste cu privire la dezvoltarea cu precădere a industriei grele, Uniunea Sovietică a dezvoltat producţia ei industrială, încît nivelul din 1913 a fost depăşit de peste 40 ori. Semnificativ este faptul că producţia a crescut în perioada 1913 ... 1960 de 270 ori în industria constructoare de maşini, iar producţia de energie electrică de 136 ori; productivitatea muncii în industrie este azi de 11 ori mai mare decît în 1913. Uniunea Sovietică a devenit o putere mondială socialistă, cu o industrie de prim rang, pe baza căreia s-a creat o agricultură socialistă înaintată, o ştiinţă şi o cultură care cunosc un avînt fără precedent. U.R.S.S. a trecut cu succes la construirea desfăşurată a comunismului. Prima sarcină trasată de planul de dezvoltare a economiei naţionale a U.R.S.S. pe anii 1959 ... 1965 este dezvoltarea multilaterală a forţelor de producţie ale ţării, realizarea unei asemenea creşteri a producţiei în toate ramurile economiei, pe baza dezvoltării cu precădere a industriei grele, care să permită să se facă un pas hotărîtor în crearea bazei tehnice-materiale a comunismului şi în asigurarea victoriei U.R.S.S. în întrecerea economică paşnică cu ţările capitaliste.

Ideile leniniste şi-au găsit totodată întruchiparea în victoriile istorice ale celorlalte ţări socialiste. Urmînd calea leninistă de dezvoltare cu precădere a industriei grele, producţia industrială a întregului lagăr socialist întrece de aproape 6 ori nivelul dinaintea celui de-al doilea război mondial, în timp ce în ţările capitaliste, luate în ansamblu, a crescut numai de 2 ori. Într-un viitor apropiat sistemul mondial socialist va da peste 50% din producţia mondială industrială, ceea ce va constitui o victorie strălucită a socia-

---

[4]) V. I. Lenin, *Opere*, vol. 2, Edit. Polit., 1958, pp. 142—143.

[5]) N. S. Hruşciov, *Tezele raportului cu privire la perfecţionarea continuă a organizării conducerii industriei şi construcţiilor*, ESPLP, Buc., 1957, pp. 66—67.

lismului şi va dovedi superioritatea socialismului asupra capitalismului. În întrecerea paşnică dintre cele două sisteme sociale, victoria va fi a socialismului, căruia îi aparţine viitorul.

Învăţătura leninistă despre industrializarea socialistă, despre dezvoltarea cu precădere a industriei grele, luminează practica construirii socialiste în ţara noastră. Orientarea fundamentală în politica economică a Partidului Muncitoresc Romîn constă în dezvoltarea cu precădere a industriei grele, pe baza căreia are loc lichidarea înapoierii tehnice-economice moştenite de la vechiul regim, reutilarea tuturor ramurilor economiei naţionale pe o bază tehnică modernă şi mecanizarea agriculturii.

Tov. Gh. Gheorghiu-Dej arăta că „numai prin crearea bazei materiale de producţie a socialismului, prin dezvoltarea marii producţii mecanizate — întemeiată pe tehnica cea mai înaltă — în toate ramurile economiei naţionale, poate fi atins acel obiectiv spre care tinde partidul — făurirea bunăstării poporului muncitor, asigurarea unui înalt nivel de viaţă materială şi culturală oamenilor muncii din patria noastră“ [6]).

Încă la Conferinţa Naţională din 1945, P.C.R. a trasat ca linie generală a dezvoltării economice a Romîniei, în vederea refacerii economiei distrusă de război, linia industrializării şi electrificării ţării.

Linia generală a partidului în construirea bazei economice a socialismului îşi găseşte expresia în planurile anuale pe 1949 şi 1950, în planul de 10 ani de electrificare a ţării, în primul nostru plan cincinal ca şi în dezvoltarea economiei în anii 1956 ... 1959 şi în sarcinile planului de şase ani pe anii 1960 ... 1965.

Cu toate greutăţile existente, la sfîrşitul anului 1949 nivelul producţiei industriale dinainte de război era depăşit. În planul de stat al R. P. R. pe anul 1950 se prevedea „continuarea dezvoltării industriei grele şi în special a industriei construcţiilor de maşini, verigă de bază pentru dezvoltarea economică a ţării“ [7]). *Se indica o creştere a valorii producţiei globale a industriei cu 37% faţă de aceea a anului 1949, iar a valorii producţiei construcţiilor de maşini cu 41,7%. Din totalul investiţiilor, 50,2% erau destinate industriei, din care 44,8% industriei extractive şi grele.*

Ca urmare a îndeplinirii cu succes şi înainte de termen a primului plan cincinal, volumul producţiei industriale a fost în 1955 de 2,9 ori mai mare decît în 1938 şi de 3,4 ori mai mare decît în 1948. Structura industriei s-a schimbat, producţia mijloacelor de producţie crescînd de 3,9 ori faţă de 1948,

---

[6]) Gh. Gheorghiu-Dej, *Articole şi cuvîntări, 1955—1959*, Ed. Polit., Buc., 1959, p. 27

[7]) *** *Planul de stat al R.P.R. pe anul 1950*, Ed. CSP, 1949, p. 4.

iar cea a obiectelor de consum de 2,9 ori. Producţia globală a industriei constructoare de maşini depăşea în 1955 de 4 ori producţia din 1949. Au fost create în anii primului cincinal noi ramuri industriale ca: producţia de utilaj petrolifer, de utilaj minier, de utilaj energetic, de tractoare şi maşini agricole, sectoare noi ale industriei chimice etc. Din totalul investiţiilor, 62,6% au fost realizate în industrie. În cinci ramuri principale ale industriei — industria petroliferă, industria electrică, siderurgia, industria construcţiilor de maşini şi industria chimică — s-au concentrat 67%, adică 2/3 din totalul investiţiilor din industrie.

Trasînd linia de dezvoltare a economiei noastre naţionale pe anii următori, Congresul al II-lea al P.M.R., călăuzindu-se după învăţătura leninistă cu privire la construcţia socialismului, a subliniat necesitatea dezvoltării cu prioritate a industriei mijloacelor de producţie, a dezvoltării ramurilor principale ale industriei, de care depinde mersul înainte al întregii economii naţionale.

În anii 1956 ... 1960 — după ce în cadrul primului plan cincinal s-au obţinut succese hotărîtoare în construirea bazei economice a socialismului — sarcinile trasate de Congresul al II-lea al P. M. R. au fost îndeplinite cu succes, poporul nostru muncitor repurtînd, sub conducerea partidului, o victorie istorică; în R. P. R. a fost creată baza economică a socialismului.

Urmînd mai departe linia leninistă a partidului nostru, producţia industrială la sfîrşitul anului 1960 va fi cu cca. 67% mai mare decît în anul 1955, faţă de sarcina de 60...65% prevăzută de Congresul al II-lea al P. M. R., iar producţia mijloacelor de producţie cu 82%, în loc de 70...75%. Producţia industriei constructoare de maşini este de peste 2 ori mai mare decît în 1955 şi de 10 ori mai mare decît în 1938. A fost realizat şi depăşit planul de 10 ani de electrificare, astfel încît producţia anului 1960 este de 7,7 miliarde kwh, faţă de 1,1 miliarde kwh în 1938. În general, patria noastră este în prezent de aproximativ de 5 ori mai puternică decît în 1938, din punct de vedere industrial.

„Succesele deosebite — *arăta tov. Gh. Gheorghiu-Dej* — obţinute în ramurile industriale hotărîtoare pentru dezvoltarea întregii economii naţionale — siderurgia, construcţia de maşini, energia electrică, chimia — confirmă justeţea politicii partidului care, călăuzindu-se după învăţătura leninistă cu privire la construirea socialismului, înfăptuieşte industrializarea ţării pe baza dezvoltării cu precădere a industriei grele“ [8]).

Ca urmare a marilor realizări ţara noastră a intrat într-o nouă etapă de dezvoltare — etapa desăvîrşirii construcţiei socialismului.

---

[8]) Gh. Gheorghiu-Dej, *Raport la cel de-al III-lea Congres al P. M. R.*, Ed. Polit., Buc., 1960, p. 9.

Congresul al III-lea al Partidului nostru a indicat ca obiectiv principal al planului economic pe anii 1960...1965, dezvoltarea bazei tehnico-materiale a socialismului, încheierea procesului de făurire a relațiilor de producție socialiste în întreaga economie, în vederea desăvîrșirii construcției socialismului.

Prima dintre sarcinile de bază pentru realizarea acestui obiectiv constă în „continuarea în ritm susținut a industrializării țării, acordîndu-se prioritate industriei grele, cu pivotul ei — industria constructoare de mașini“ [9]).

Dacă producția industrială va crește în 1965 de cca. 2,1 ori față de 1959, principalele ramuri producătoare de mijloace de producție vor realiza o dezvoltare peste creșterea medie a industriei — construcția de mașini de 2,2 ori, producția de oțel de 2,3 ori, producția de energie electrică și termică de 3,3 ori etc. Ponderea industriei producătoare de mijloace de producție în totalul producției industriale va crește de la 63% în 1959 la cca. 66% în 1965. Sporul mediu anual al producției de energie electrică va fi în anii 1960...1965 de 18%, față de sporul de 13% al producției industriale. Însemnate creșteri se vor înregistra în domeniul industriei siderurgice, condiție esențială pentru dezvoltarea tuturor ramurilor economiei. Productivitatea muncii în industrie va crește cu 60...65%, urmînd ca pe această cale să se obțină peste 70% din sporul producției industriale.

Perspectivele ce se vor crea prin înfăptuirea planului șesenal sînt cu adevărat mărețe: poporul nostru va păși treptat la construirea comunismului sub conducerea P.M.R. Schița programului de perspectivă prevede intensificarea industrializării socialiste, astfel ca țara noastră să ajungă la nivelul țărilor avansate din punct de vedere al producției și consumului calculat pe locuitor. La baza avîntului puternic al întregii economii va sta mai departe linia leninistă a partidului nostru de dezvoltare cu precădere a industriei grele și a ramurii ei conducătoare — construcția de mașini. Pe această bază, producția industrială globală a țării va crește în următorii 15 ani de peste 6 ori.

„Înfăptuind acest program — *arăta tov. Gh. Gheorghiu-Dej* — patria noastră va deveni în următorii 10...15 ani o țară industrială dezvoltată, cu o agricultură multilaterală și de înaltă productivitate; bogățiile ei, puse în valoare de oamenii muncii, vor permite trecerea treptată de la principiul repartiției după muncă la repartiția după nevoi, asigurînd în-

---

[9]) Gh. Gheorghiu-Dej, *Raport la cel de-al III-lea Congres al P. M. R.*, Ed. Polit., Buc., 1960, p. 22.

tregului popor condiţii de viaţă demne de epoca socialismului victorios şi a construcţiei comunismului“ [10]).

* * *

Un rol deosebit de însemnat în crearea şi dezvoltarea bazei tehnico-materiale a socialismului, în dezvoltarea continuă a industriei grele, îl are tehnica modernă. „Socialismul nu e de conceput fără tehnica marii industrii..., fără o tehnică bazată pe ultimul cuvînt al ştiinţei moderne...“ [11]).

În concordanţă cu această cerinţă, politica economică a P. M. R. este orientată pe linia progresului tehnic în ţara noastră, în funcţie de cele mai noi realizări ale tehnicii mondiale moderne, în primul rînd ale tehnicii sovietice.

Congresul al III-lea al P.M.R. a arătat totodată că o problemă de o însemnătate capitală pentru economie şi cultură este pregătirea de cadre verificate de toate gradele. Dacă în 1938 numărul inginerilor era de 9 000, azi ţara noastră numără 59 000 ingineri, iar în 1965 numărul lor total va ajunge la cca. 80 000. Iată dece partidul acordă o atenţie deosebită învăţămîntului tehnic superior. Sarcini deosebite le revin cadrelor didactice şi cercetătorilor ştiinţifici, în special celor din domeniul ştiinţelor tehnice, al fizicii şi chimiei. Congresul al III-lea al P.M.R. a arătat că cercetările în domeniul ştiinţelor tehnice trebuie orientate spre rezolvarea problemelor valorificării superioare a resurselor energetice şi de materii prime, automatizării şi perfecţionării maşinilor fabricate în ţară, îmbunătăţirii tehnologiei în toate ramurile de producţie. Sarcini importante le revin camenilor de ştiinţă în domeniul fizicii şi chimiei. Ei sînt chemaţi să îmbogăţească tezaurul ştiinţei noastre în domeniul folosirii energiei nucleare în scopuri paşnice, al maşinilor de calculat şi al aparatelor electronice, al semiconductorilor, materialelor sintetice, petrochimiei îngrăşămintelor chimice. Va trebui să se acorde totodată atenţia cuvenită cercetărilor cu caracter teoretic.

Tov. Gh. Gheorghiu-Dej sublinia că: „aportul adus la rezolvarea problemelor concrete ale dezvoltării economiei va trebui să reprezinte principalul criteriu de apreciere a muncii de cercetare tehnice-ştiinţifice“ [12]).

Cadrele didactice din învăţămîntul tehnic superior sînt chemate ca prin munca lor creatoare de cercetare ştiinţifică, prin orientarea justă a acesteia,

---

[10]) Gh. Gheorghiu-Dej, *Raport la cel de-al III-lea Congres al P.M.R.*, Ed. Polit. Buc. 1960, p. 85.

[11]) V. I. Lenin, *Opere*, vol. **32**, ESPLP, Buc., 1956, p. 334.

[12]) Gh. Gheorghiu-Dej, *Raport la cel de-al III-lea Congres al P. M. R.*, Ed. Polit., Buc., 1960, p. 107.

prin activitatea didactică de pregătire de ingineri cu o calificare superioară, să contribuie activ la realizarea măreţelor sarcini ale epocii luminoase pe care o trăim — desăvîrşirea construirii socialismului în patria noastră şi, pe baza aceasta, trecerea treptată la comunism.

Realizarea deplină a acestor sarcini este deplin garantată de faptul că poporul nostru are în fruntea sa un conducător încercat, P. M. R., de faptul că partidul este credincios atotbiruitoarei învăţături marxist-leniniste.

Alfred Jeanrenaud

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

512.8 ; 513.8

ASPECTE ALGEBRICE ALE CORESPONDENŢEI PRIN PARALELISM

DE

ŞTEFANIA RUSCIOR

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

În această lucrare se consideră aspectul algebric al corespondenţei prin plane tangente paralele între două suprafeţe riglate din S_3 şi al corespondenţei prin hiperplane tangente paralele între două hipersuprafeţe riglate din S_4. În ambele cazuri am folosit proprietăţi ale laticelor geometrice modulare.

Definiţia laticei. Este o algebră în care sînt definite două operaţii binare: uniunea, notată prin $\cup$, şi intersecţia, notată prin $\cap$, satisfăcînd următoarele axiome:

I. $x \cup x = x$ şi $x \cap x = x$ . . . . . idempotenţa;

II. $x \cup y = y \cup x$ şi $x \cap y = y \cap x$ . . . . comutativitatea;

III. $(x \cup y) \cup z = x \cup (y \cup z)$, $(x \cap y) \cap z = x \cap (y \cap z)$ asociativitatea;

IV. $x \cap (x \cup y) = x$, $x \cup (x \cap y) = x$ . . . . legea absorbţiei.

Un element a, definit de perechea (x, y), este unic determinat.

Latice modulară. Este o latice care, pe lîngă axiomele ce definesc o latice, satisface axioma suplimentară

(M) *Dacă* $(x) \leqslant z$, *implică relaţia* $x \cup (y \cap z) = (x \cup y) \cap z$, *oricare ar fi* y.

Axioma (M) rămîne neschimbată faţă de principiul dualităţii. Ea se scrie atunci sub forma:

$x \geqslant z$ *implică* $x \cap (y \cup z) = (x \cap y) \cup z$, *oricare are fi* y.

Noţiunea de „acoperire". Un element a al unei latice acoperă un element b, dacă aceste două elemente sînt în relaţia $b < a$ şi dacă nu există nici un element c al laticei astfel ca să fie îndeplinită relaţia $b < c < a$. Relaţia de acoperire se notează prin semnul $\succ$ Dacă elementul a acoperă elementul b, aceasta se notează prin simbolul $b \succ a$.

Punctul. Este o varietate liniară care acoperă elementul 0.

Hiperplanul. Este o varietate liniară H acoperită de elementul universal U. Este elementul dual al punctului. El satisface relaţiile $H \cap P = 0$, $H \cup P = U$.

Latice geometrică de dimensiune n. Pentru ca o latice să fie o latice geometrică de dimensiune finită, este necesar şi suficient ca ea să verifice axiomele:

(A_1) *Varietăţile l'niare sînt elementele unei latice cu element* 0 *şi* U.

(A_2) Legea absorbţiei. *Varietatea* B *unită cu un punct* P *ce nu este cuprins în varietate, acoperă varietatea* B, $B \cup P \succ B$ *şi are următoarele proprietăţi: a) orice va-*

rietate este o uniune de puncte, b) varietatea universală U *este uniunea unui număr finit de puncte, pentru care există un lanţ maximal de lungime finită mergînd de la* 0 *la* U.

Teoremă. *Într-o latice geometrică dimensiunile a două elemente* A *şi* B *verifică inegalitatea*

$$d[A \cap B] + d[A \cup B] \leqslant d[A] + d[B].$$

Un hiperplan H *într-o latice geometrică cu* n *dimensiuni este o varietate liniară care are dimensiunea* d [H] = n — 1.

Noţiunea de paralelism într-o latice geometrică. Definiţie. O varietate A este paralelă cu B ($A \parallel B$), dacă sînt îndeplinite următoarele condiţii : a) $A \cap B = 0$, b) $A \cup B$ să acopere pe A (se consideră $B \neq 0$).

Se spune că o varietate A este paralelă cu orice punct pe care nu-l conţine.

Proprietăţile paralelismului.

I. Pentru ca două varietăţi A şi B ale unei latice geometrice de dimensiune finită să fie paralele, este necesar şi suficient să avem A paralel cu B şi $d[A] = d[B]$.

II. Dacă A este paralel cu B şi $B \geqslant B' > 0$, atunci A este paralel cu B', şi $A \cup B' = A \cup B$.

III. Dacă sînt îndeplinite relaţiile $C \geqslant A$ şi $A \parallel B$, atunci vom avea $C \parallel B$ sau $C \geqslant B$.

IV. P fiind un punct, dacă sînt îndeplinite relaţiile $A \parallel B$ şi $A \geqslant P$, atunci avem şi $B \parallel A \cap (B \cup P)$.

Geometrie proiectivă de dimensiune finită. Definiţie. Se numeşte geometrie proiectivă de dimensiune n o latice geometrică de dimensiune n, în care se verifică axioma :

(A_2') *Dacă* H *este un hiperplan şi* B *o varietate liniară situată într-o varietate* A, *avem relaţia* A ∩ (B ∪ H) = B ∪ (A ∩ H).

În această geometrie, dimensiunile a două varietăţi verifică egalitatea

$$d[A \cap B] + d[A \cup B] = d[A] + d[B]$$

Geometrie afină. Definiţie. Se numeşte geometrie afină o latice geometrică modulară în care este verificat postulatul lui Euclid.

2. Corespondenţa prin plane tangente paralele

Folosind proprietăţile unei latice geometrice modulare, ne propunem să demonstrăm

Teorema. *Condiţia necesară ca între două suprafeţe riglate din* S_3, *ce păstrează generatoarele, să se stabilească o corespondenţă prin plane tangente paralele, este ca generatoarele corespunzătoare să fie paralele.*

Presupunem că între cele două suprafeţe riglate am stabilit o corespondenţă prin plane tangente paralele, cu păstrarea generatoarelor. Să notăm perechea de generatoare corespunzătoare prin g şi g^*. În punctele corespunzătoare ale acestor generatoare, M şi M^*, ducem planele tangente P şi P^*, paralele. Aceste plane sînt astfel încît conţin generatoarele corespunzătoare, anume, g este conţinută în P, adică $g < P$, şi g^* este conţinută în P^*, adică $g^* < P^*$. Planele tangente celor două suprafeţe sînt elementele unei latice geometrice de dimensiune 3, fiind paralele prin ipoteză; conform definiţiei paralelismului ele satisfac relaţiile : $P \cap P^* = 0$, $P \cup P^* \supset P$ şi $P \cup P^* \supset P^*$, adică intersecţia celor două plane tangente P şi P^* este elementul nul al laticei, iar uniunea lor acoperă atît pe P cît şi pe P_*. Planele tangente fiind varietăţi liniare de dimensiune 2, uniunea lor este elementul universal al laticei G_3.

Considerînd alte două puncte corespunzătoare de pe aceleași generatoare, g și g^*, și anume punctele M_1 și M_1^*, avem, conform ipotezei, planele tangente P_1 și P_1^* duse respectiv la cele două suprafețe paralele. Fiind paralele și ele satisfac relațiile : $P_1 \cap P_1^* = 0$, $P_1 \cup P_1^* \supset P_1$ și $P_1 \cup P_1^* \supset P_1^*$, iar g este cuprinsă în P_1 ($g < P_1$) și g^* este cuprinsă în P_1^* ($g^* < P_1$).

Conform proprietății II a paralelismului, deoarece avem îndeplinite relațiile $P \| P^*$ și $P^* > g^*$, urmează că $P \| g^*$. La fel, deoarece $P_1 \| P_1^*$ și $P_1^* > g^*$, există relația $P_1 \| g^*$.

În virtutea proprietății IV a paralelismului, considerînd uniunea între g^* și M, obținem un plan a cărei intersecție cu planul tangent P este o dreaptă d paralelă cu g^*.

Aplicînd aceeași proprietate pentru uniunea lui g^* cu punctul M_1 și intersectînd acest plan cu planul P_1 se obține o dreaptă d_1 paralelă cu g^*. Operațiile mai sus descrise sînt exprimate prin relațiile :

(1) $(g^* \cup M) \cap P = d$, în care $d \| g^*$; $(g^* \cup M_1) \cap P_1 = d_1$, în care $d_1 \| g^*$,

de unde rezultă $d \| d_1$, adică $d \cap d_1 = 0$, $d \cup d_1 = S_2$, în care $S_2 \supset d$, $S_2 \supset d_1$.

Să cercetăm uniunea elementelor conținute în membrul I al relațiilor (1) :

$$(g^* \cup M) \cap P \cup (g^* \cup M_1) \cap P_1 = d \cup d_1.$$

Aplicînd proprietatea de comutativitate pentru termenii subliniați, obținem :

$$(g^* \cup M) \cap (g^* \cup M_1) \cup P \cap P_1 = d \cup d_1.$$

Aplicînd aceeași proprietate pentru termenii subliniați, avem :

$$(g^* \cup M) \cap (g^* \cup M_1) \cup P_1 \cap P = d \cup d_1.$$

Termenilor subliniați le aplicăm acum proprietatea de asociativitate obținînd :

$$(g^* \cup M) \cap g^* \cup (M_1 \cup P_1) \cap P = d \cup d_1.$$

Deoarece M_1 este conținut în P_1, avem :

$$M_1 \cup P_1 = P_1, (g^* \cup M) \cap g^* \cup P_1 \cap P = d \cup d_1.$$

Aplicăm legea absorbției termenilor subliniați și obținem $g^* \cup (P_1 \cap P) = d \cup d_1$; dar P_1 și P conțin generatoarea g, deci $P_1 \cap P = g$ și $g^* \cup g = d \cup d_1 = S_2$.

Deoarece g este conținută în P și g^* este conținută în P^*, iar $P \cap P^* = 0$, urmează că și $g \cap g^* = 0$. Uniunea lor este un element S_2 care acoperă atît pe g cît și pe g^*. Avem îndeplinite relațiile :

$$g \cap g^* = 0,\ g \cup g^* = S_2,\ \text{în care } S_2 \supset g,\ S_2 \supset g^*.$$

Aceste relaţii definesc paralelismul între elementele g şi g^*, deci $g \parallel g^*$.

Dacă trecem în spaţiul cu patru dimensiuni, două plane, P şi P^*, pot fi complet paralele sau semiparalele. Planele complet paralele se definesc prin relaţiile: $P \cap P^* = 0$, $P \cup P^* = S_3$, în care $S_3 \supset P$, $S_3 \supset P^*$, iar planele tangente semiparalele sînt definite de relaţiile: $P \cap P^* = 0$, $P \cup P^* = S_4$, deoarece S_4 nu acoperă pe P şi P^*; noţiunea de semiparalelism nu satisface definiţia paralelismului introdus la latice. Atunci, conform definiţiei introduse relativ la paralelismul între elementele unei latice, sînt considerate ca paralele numai ceea ce am numit plane tangente complet paralele, deoarece intersecţia este elementul 0, iar uniunea este un element de dimensiune 3 ce acoperă atît un plan cît şi pe celălalt. Vom putea deci folosi demonstraţia algebrică pentru cazul corespondenţei prin plane tangente complet paralele.

Repetînd în totul metoda expusă în cazul spaţiului cu 3 dimensiuni găsim rezultatul pentru 4 dimensiuni. Considerăm planele tangente duse la două suprafeţe riglate din S_4 ca elemente ale unei latice geometrice modulare G_4, de dimensiune 4, obţinînd astfel rezultatul:

Condiţia necesară ca două suprafeţe riglate din S_4 *să se corespundă prin plane tangente paralele* („paralele" în sensul definit mai sus, echivalent cu „complet paralele"), *cu păstrarea generatoarelor, este ca generatoarele corespunzătoare să fie paralele.*

Metoda introdusă nu suferă nici o modificare atunci cînd se introduce corespondenţa prin plane tangente paralele (în sens de „complet paralele") între două suprafeţe riglate din S_n, cu păstrarea generatoarelor. Obţinem un rezultat mai general:

Condiţia necesară ca între două suprafeţe riglate din S_n *afin să se stabilească o corespondenţă prin plane tangente paralele* (în sens de „complet paralele"), *cu păstrarea generatoarelor, este ca generatoarele corespunzătoare să fie paralele.*

3. Corespondenţa prin hiperplane tangente paralele

Să considerăm paralelismul între două hipersuprafeţe riglate de dimensiune 3 dintr-un S_4 afin. Fie aceste hipersuprafeţe riglate V şi V^*. Presupunem că între V şi V^* am stabilit o corespondenţă prin hiperplane tangente paralele, cu păstrarea generatoarelor corespunzătoare g şi g^*. Hiperplanele tangente duse la hipersuprafeţele V şi V^* sînt elementele unei latice geometrice de dimensiune 4. Ele conţin generatoarea ce trece prin punctul de tangenţă. Să considerăm hiperplanele tangente la hipersuprafaţa V, anume, hiperplanele H, H_1 şi H_2 duse în punctele M, M_1 şi M_2 de pe generatoarea g, paralele respectiv cu hiperplanele tangente H^*, H_1^* şi H_2^* duse în punctele M^*, M_1^* şi M_2^* de pe generatoarea g^*. Din relaţia de paralelism $H \parallel H^*$, $H_1 \parallel H_1^*$, $H_2 \parallel H_2^*$ obţinem:

$$H \cap H^* = 0,\ H \cup H^* = S_4 \rightarrow S_4 \supset H,\ S_4 \supset H^*,$$
$$H_1 \cap H_1^* = 0,\ H_1 \cup H_1^* = S_4 \rightarrow S_4 \supset H_1,\ S_4 \supset H_1^*,$$
$$H_2 \cap H_2^* = 0,\ H_2 \cup H_2^* = S_4 \rightarrow S_4 \supset H_2,\ S_4 \supset H_2^*.$$

Intersectînd hiperplanele HH_1, HH_2, respectiv $H^*H_1^*$, $H^*H_2^*$, avem:

$$H \cap H_1 = P_1,\ H^* \cap H_1^* = P_1^*,\ H \cap H_2 = P_2,\ H^* \cap H_2^* = P_2^*.$$

Intersecțiile obținute: P_1, P_2 și P_1^*, P_2^* sînt varietăți liniare de dimensiune 2. În adevăr, considerînd legea dimensiunilor, avem:

$$d[H \cap H_1] + d[H \cup H_1] = d[H] + d[H_1].$$

Știind că $d[H] = 3$, $d[H_1] = 3$, $d[H \cup H_1] = 4$, rezultă $d[H \cap H_1] = 2$.

Din această relație urmează că dimensiunea intersecției între H și H_1 este 2. Avem deci problema tratată numai în cazul general, cînd hipersuprafețele sînt din categoria 1° [4].

Am arătat în [4] cu hipersuprafețele riglate se împart în trei categorii: 1° hipersuprafețe pentru care figura formată din hiperplanele tangente duse de-a lungul unei generatoare este un hipercon patratic nedegenerat (dacă $P_1 \neq P_2$); 2° hipersuprafețe riglate pentru care această figură este un fascicul de hiperplane ($P_1 = P_2$); 3° hipersuprafețe riglate pentru care hiperplanul tangent este fix de-a lungul unei generatoare ($H = H_1$).

Considerăm $d[H \cap H_1] = 2$. Rezultă că P_1, P_2, P_1^*, P_2^* sînt varietăți liniare de dimensiune 2, tangente hipersuprafețelor riglate V și V^*, paralele între ele, deoarece le-am obținut din intersecția a două hiperplane paralele între ele: $P_1 \parallel P_1^*, P_2 \parallel P_2^*$ și $g < P_1$, $g^* < P_1^*$, $g < P_2$, $g < P_2^*$, în care $P_1 \neq P_2$, $P_1^* \neq P_2^*$.

Folosim relațiile de paralelism dintre planele P_1, P_1^* și P_2, P_2^*: $P_1 \cap P_1^* = 0$, $P_1 \cup P_1^* \succ P_1$ și $P_1 \cup P_1^* \succ P_1^*$; de asemenea $P_2 \cap P_2^* = 0$, $P_2 \cup P_2^* \succ P_2$ și $P_2 \cup P_2^* \succ P_2^*$.

Din proprietatea III a paralelismului găsim $g^* < P_1^*$; rezultă $P_1 \parallel g^*$.

Din proprietatea IV a paralelismului rezultă:

$$(g^* \cup M_1) \cap P_1 = d_1,\ (g^* \cup M_2) \cap P_2 = d_2, \tag{2}$$

în care $d_1 \parallel g^*$ și $d_2 \parallel g^*$; deci $d_1 \parallel d_2$, adică

$$d_1 \cap d_2 = 0,\ d_1 \cup d_2 = S_2,\ S_2 \succ d_1,\ S_2 \succ d_2.$$

Pentru cercetarea paralelismului generatoarelor g și g^* să considerăm uniunea relațiilor (2), membru cu membru:

$$(g^* \cup M_1) \cap P_1 \cup (g^* \cup M_2) \cap P_2 = d_1 \cup d_2,$$

pe baza comutativității și a asociativității:

$$(g^* \cup M_1) \cap \{P_1 \cup (g^* \cup M_2)\} \cap P_2 = d_1 \cup d_2,$$

$$(g^* \cup M_1) \cap \{(g^* \cup M_2) \cup P_1\} \cap P_2 = d_1 \cup d_2,$$

deoarece $M_2 < P_2$, avem

$$(g^* \cup M_1) \cap \{g^* \cup P_2\} \cap P_1 = d_1 \cup d_2,\ \{(g^* \cup M_1) \cap g^*\} \cup (P_1 \cap P_2) = d_1 \cup d_2.$$

Aplicînd legea absorbţiei: $g^* \cup (P_1 \cap P_2) = d_1 \cup d_2$, dar $P_1 \cap P_2 = g$, deci $g^* \cup g = d_1 \cup d_2$. Ştiind că $g < P_1$, $g^* < P_1^*$ şi că $P_1 \parallel P_1^*$, rezultă $g \cap g^* = 0$ şi $g \cup g^* = S_2$, $S_2 \supset g$, $S_2 \supset g^*$. Deoarece intersecţia între generatoarele corespunzătoare este vidă şi uniunea lor acoperă atît pe g cît şi pe g^*, rezultă că g şi g^* satisfac relaţiile de paralelism; deci $g \parallel g^*$.

Aşadar

Condiţia necesară ca două hipersuprafeţe riglate din categoria 1° să se corespundă prin hiperplane tangente paralele, cu păstrarea generatoarelor, este ca generatoarele corespunzătoare să fie paralele.

Metoda algebrică aici introdusă permite extinderea rezultatelor obţinute într-un S_n afin. În adevăr, dacă considerăm două varietăţi riglate V şi V^* de dimensiune 3 şi categoria 1°, presupunînd că între ele există o corespondenţă prin varietăţi liniare tangente paralele, de dimensiune 3, ce conservă generatoarele, rezultă printr-un calcul cu totul analog cu cel aplicat mai sus că generatoarele corespunzătoare sînt paralele. Astfel, rezultă că:

Condiţia necesară ca între două varietăţi riglate de dimensiune 3 şi categoria 1°, dintr-un spaţiu afin S_n, *să existe o corespondenţă prin varietăţi liniare de dimensiune 3, tangente şi paralele, cu conservarea generatoarelor, este ca generatoarele respective să fie paralele.*

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de matematici

BIBLIOGRAFIE

1. Creangă I., C. r. Ac. Sci. Roum., 1937, **I**, *4*, pp. 287—290.
2. Dubreil-Jacotin, Lesieur et Croisot, *Leçons sur la théorie des treillis des structures algébriques ordonnées et des treillis géométriques*, 1953.
3. Ruscior Şt., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1957, **III (VII)**, *3—4*, pp. 25—28.
4. — *Corespondenţe prin varietăţi liniare tangente între varietăţi riglate.* Teză de disertaţie pentru obţinerea titlului de candidat în ştiinţe, Iaşi, 1959.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ АСПЕКТ СООТВЕТСТВИЯ ПОСРЕДСТВОМ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ

(Резюме)

В настоящей заметке используются свойства дедекиндовых структур (решёток) для алгебраического доказательства

Теорем. *Необходимым условием для установления соответствия посредством параллельных касательных плоскостей (гиперплоскостей) между двумя линейчатыми поверхностями (гиперповерхностями общего типа 1° [4]) в трёхмерном (четырёхмерном) пространстве, — соответствия, сохраняющего образующие линейчатых многообразий, — является параллельность соответствующих образующих.*

LES ASPECTS ALGÉBRIQUES DE LA CORRESPONDANCE PAR PARALLÉLISME

(Résumé)

Dans cette Note on applique les propriétés des treillis modulaires pour la démonstration algébrique du

Théorème. *La condition nécessaire pour que l'on ait une correspondance par plans (hyperplans) tangents parallèles entre deux surfaces (hypersurfaces du type générale 1°[4]) réglées dans un espace à trois (quatre) dimensions, — correspondance qui conserve les génératrices des variétés linéaires, — est que les génératrices correspondantes soient parallèles.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

519.1; 512.39

UNELE EXTINDERI ÎN ANALIZA COMBINATORIE

DE

ŞARLOTA RIMER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

Dacă o ecuaţie de forma

$$A_x^{2m} - B = 0 \tag{1}$$

(unde A_x^{2m} reprezintă simbolul aranjărilor, deci x, m şi B sînt numere naturale cu $x > 2m - 1$) are o soluţie întreagă pozitivă, atunci are şi una întreagă negativă.

În adevăr, ecuaţia

$$x(x-1)\dots(x-2m+1) - B = 0,$$

care se mai poate scrie

$$x^{2m} + \dots - B = 0,$$

fiind o ecuaţie algebrică de grad par şi cu termenul liber negativ, admite cel puţin o rădăcină pozitivă şi una negativă.

Fie $x = a$ (a — număr natural mai mare ca $2m - 1$) o rădăcină a ecuaţiei (1). Rezultă

$$a(a-1)\dots(a-2m+1) - B = 0,$$

deci

$$x(x-1)\dots(x-2m+1) - a(a-1)\dots(a-2m+1) = 0,$$

sau

$$x(x-1)\dots(x-2m+1) - (-1)^{2m}(-a)(-a+1)\dots(-a+2m-1) = 0.$$

Notînd $-a = a_1$, avem $x(x-1)\dots(x-2m+1) - (a_1+2m-1)(a_1+2m-2)\dots(a_1+1)a_1 = 0$, de unde rezultă că $x = a_1 + 2m - 1$ sau $x = -a + 2m - 1$ este o rădăcină întreagă negativă a ecuaţiei.

Rădăcina negativă a ecuaţiei (1) nu convine sensului concret al aranjărilor. De aici, necesitatea unei extinderi.

Introducem funcţia:

$$(I)\qquad \bar{A}_x^n = x(x-1)\dots(x-n+1) = \begin{cases} (-1)^n A_{-x+n-1}^n & \text{pentru } x<0, \\ 0 & \text{pentru } 0\leqslant x<n, \\ A_x^n & \text{pentru } x\geqslant n, \end{cases}$$

unde n este un număr natural, iar x un număr întreg.

Această funcţie este un produs de n factori întregi consecutivi.

Considerăm ecuaţia:

$$(2)\qquad f[A_{u_1(x)}^{n_1}, A_{u_2(x)}^{n_2}, \dots, A_{u_k(x)}^{n_k}, \dots, A_{u_p(x)}^{n_p}] = 0,$$

unde n_k sînt numere naturale, $u_k(x)$ — polinoame ce iau numai valori întregi şi f o funcţie algebrică. Dacă din rezolvarea ei se obţine pentru x o valoare $x = x_0$, care face un $u_k(x) < n_k$, atunci $A_{u_k(x)}^{n_k}$ îşi pierde sensul concret. Recurgem la funcţia $\bar{A}_{u_k(x)}^{n_k}$ definită de (I). Ecuaţia (2) devine

$$(3)\qquad f[A_{u_1(x)}^{n_1}, A_{u_2(x)}^{n_2}, \dots, \bar{A}_{u_k(x)}^{n_k}, \dots, A_{u_p(x)}^{n_p}] = 0.$$

Se vede uşor că ecuaţiile (2) şi (3) sînt echivalente.

Deci $x = x_0$, care nu constituie o soluţie a ecuaţiei (2) întrucît nu satisface sensului concret al lui $A_{u_k(x)}^{n_k}$, este o soluţie a ecuaţiei (3).

Exemplu. Rezolvarea ecuaţiei $(3A_{x-2}^2 - A_{x-1}^3)/A_{x+5}^2 = 5$ conduce la $x = -1$ care introdus în ecuaţie dă A_{-3}^2 şi A_{-2}^3, simboale care n-au sens.

Însă $x = -1$ este soluţia ecuaţiei $(3\bar{A}_{x-2}^2 - \bar{A}_{x-1}^3)/\bar{A}_{x+5}^2 = 5$.

Verificare. $(3\bar{A}_{-3}^2 - \bar{A}_{-2}^3)/A_4^2 = (3A_4^2 + A_4^3)/A_4^2 = (3A_4^2 + 2A_4^2)/A_4^2 = 5$.

Generalizînd la permutări considerăm funcţia $\bar{P}_n$, (n întreg), definită astfel:

$$\bar{P}_n = n\bar{P}_{n-1} \text{ pentru } n \neq 0, \text{ cu } \bar{P}_0 = 1 \text{ şi } \bar{P}_{-1} = -1.$$

Pentru $n \geqslant 0$ avem $\bar{P}_n = P_n$. Pentru un indice negativ:

$$\bar{P}_{-1} = -1.\bar{P}_{-2},\ \bar{P}_{-2} = -2.\bar{P}_{-3},\ \bar{P}_{-3} = -3.\bar{P}_{-4}, \dots,$$

$$\bar{P}_{-n+2} = (-n+2)\bar{P}_{-n+1},\ \bar{P}_{-n+1} = (-n+1)\bar{P}_{-n}.$$

Înmulţind egalităţile membru cu membru, se obţine:

$$\overline{P}_{-1} = (-1)^{n-1} P_{n-1} \overline{P}_{-n},$$

de unde

$$\overline{P}_{-n} = (-1)^{n-1} P_{-1}/P_{n-1} = (-1)^n/P_{n-1} = (-1)^n n/P_n, \text{ unde } n > 0.$$

În concluzie:

$$\text{(II)} \qquad \overline{P}_n = \begin{cases} (-1)^n/P_{-n-1} = (-1)^n(-n)/P_{-n} & \text{pentru } n < 0, \\ P_n & \text{pentru } n \geqslant 0. \end{cases}$$

Aplicaţie. Ecuaţia $P_{x+1}/(P_{x-4} \cdot P_5) = 3P_x/(8P_{x-3})$, unde P_k este simbolul permutărilor, care rezolvată dă $x_1 = -6$, $x_2 = 8$, admite ca soluţie numai pe $x = 8$. Atît $x = 8$, cît şi $x = -6$ sînt soluţii ale ecuaţiei $\overline{P}_{x+1}/(\overline{P}_{x-4} \cdot P_5) = 3\overline{P}_x/(8\overline{P}_{x-3})$, ceea ce se verifică imediat. În adevăr,

$$\overline{P}_{-5}/(\overline{P}_{-10} \cdot P_5) = [(-1)^5/P_4]/[(-1)^{10} P_5/P_9] = -P_9/(P_4 \cdot P_5) = -126$$

şi

$$3\overline{P}_{-6}/(8\overline{P}_{-9}) = [3(-1)^6/P_5] / [8(-1)^9/P_8] = -3P_8/(8P_5) = -126.$$

Fie teorema cunoscută:

Exponentul la care intră un număr prim p *în* P_n *este egal cu*

$$[n/p] + [n/p^2] + [n/p^3] + \cdots$$

unde [x] *este partea întreagă a lui* x.

Folosind funcţia $\overline{P}_n$ cu $n < 0$, introdusă aici, putem demonstra următoarea teoremă:

Exponentul la care intră un număr 1/p, p *prim, în* $\overline{P}_n$, *cu* $n < 0$, *este egal cu*

$$[(-n-1)/p] + [(-n-1/p^2] + [(-n-1/p^3] + \cdots$$

În adevăr

$$\overline{P}_n = \frac{(-1)^n}{P_{-n-1}} = (-1)^n \frac{1}{1.2.3 \ldots p \ldots (-n-1)} = (-1)^n \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdots \left(\frac{1}{p}\right) \cdots \frac{1}{-n-1}.$$

În concluzie, *exponentul la care intră un număr* 1/p, p *prim, în* $\overline{P}_n$, *cu* $n < 0$, *este egal cu exponentul la care intră numărul* p *în* P_{-n-1}.

Generalizarea corespunzătoare la combinări conduce la:

$$\text{(III)} \qquad \overline{C}_x^n = \frac{\overline{A}_x^n}{\overline{P}_n} = \begin{cases} (-1)^n C_{-x+n-1}^n & \text{pentru } x < 0, \\ 0 & \text{pentru } 0 \leqslant x < n, \\ C_x^n & \text{pentru } x \geqslant n, \end{cases}$$

unde n este un număr natural, iar x un număr întreg.

A p l i c a ţ i e. Rezolvarea ecuaţiei $C_x^4 = x(x-2)$, unde C reprezintă simbolul combinărilor, conduce la $x_1 = 7$, $x_2 = -3$.

Numai $x = 7$ este soluţie a ecuaţiei date. Atît $x = 7$ cît şi $x = -3$ sînt soluţii ale ecuaţiei $\overline{C}_x^4 = x(x-2)$.

Funcţiile definite mai sus au următoarele proprietăţi:

a) $\overline{A}_x^n = (x+n-1)\,\overline{A}_x^{n-1}$,

b) $\overline{A}_x^n = \overline{P}_x/\overline{P}_{x-n}$, pentru $x < 0$ şi $x \geqslant n$,

c) $\overline{P}_{-n} \cdot P_n = (-1)^n n$,

d) $\sum_{n=1}^{\infty} P_{-n} = -1/e$,

e) seria $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$ poate fi scrisă şi sub forma $\sum_{n=1}^{\infty} \overline{C}_{-1}^n$,

f) $\overline{C}_x^n = \overline{C}_{x-1}^n + \overline{C}_{x-1}^{n-1}$.

Demonstraţiile proprietăţilor de mai sus sînt imediate, folosind definiţiile funcţiile introduse.

Facem extinderea şi la aranjări, permutări şi combinări cu repetiţie $(\alpha_x^n, \beta_{s_1, s_2, \ldots, s_n}, \gamma_x^n)$.

Considerăm funcţia $\overline{\alpha}_x^n = x^n$ cu n natural şi x număr întreg.

Pentru permutări cu repetiţie introducem funcţia

$$\overline{\beta}_{s_1, s_2, \ldots, s_n} = \overline{P}_{s_1 + s_2 + \ldots + s_n} / (\overline{P}_{s_1} \overline{P}_{s_2} \cdots \overline{P}_{s_n}),$$

s_i fiind numere întregi.

E x e m p l u. Ecuaţia $\beta_{x,4} = 126$, sau $(x+4)!/(x!4!) = 126$, conduce la soluţiile reale $x_1 = 5$, $x_2 = -10$.

Numai $x = 5$ este soluţie a ecuaţiei date. Atît $x = 5$ cît şi $x = -10$ sînt soluţii ale ecuaţiei $\overline{\beta}_{x,4} = 126$.

V e r i f i c a r e.

$$\overline{\beta}_{-10,4} = \overline{P}_{-10+4}/(\overline{P}_{-10} \cdot P_4) = \overline{P}_{-6}/(\overline{P}_{-10} \cdot P_4) = (1/P_5)/(P_4/P_9) = 126.$$

Pentru combinări cu repetiţie definim funcţia $\overline{\gamma}_x^n = \overline{C}_{x+n-1}^n$, x fiind un număr întreg, iar n un număr natural.

Extindem consideraţiile de mai sus pentru x raţional.

Pentru $x = p/q$ (p, q numere întregi, prime între ele, $q \neq 0$) funcţia $\overline{A}_x^n$ devine:

$$\overline{A}_{p/q}^n = (p/q)[(p/q) - 1] \ldots [(p/q) - n + 1] = q^{-n} p\,(p-q) \ldots [p - (n-1)q].$$

Introducem notaţia $\overline{A}_{p,q}^n = p\,(p-q) \ldots [p - (n-1)q]$.

Se observă că pentru $q = 1$ regăsim $\bar{A}_p^n$ considerată mai sus.

Exemplu. Ecuaţia $4A_x^2 = 3$ conduce la soluţiile $x = -1/2$ şi $x = 3/2$, care nu convin ecuaţiei date.

Aceste numere sînt însă soluţii ale ecuaţiei $4\bar{A}_x^2 = 3$. În adevăr $4\bar{A}_{-1/2}^2 = 4(1/2^2)(-1)(-1-2) = 3$ şi $4\bar{A}_{3/2}^2 = 4(1/2)^2 3(3-2) = 3$.

Se stabileşte uşor prin inducţie completă că produsul

$$p(p-q)(p-2q)\ldots[p-(n-1)q] = \sum_{t=0}^{n-1}(-1)^t S_{n,t}\, p^{n-t} q^t ,$$

unde

$$S_{n,t} = S_{n-1,t} + (n-1) S_{n-1,t-1}$$

cu: a) $S_{n,0} = 1$ şi b) $S_{n,t} = 0$ pentru $t \geqslant n$.

Folosind formula pentru coeficientul $S_{n,t}$ se poate întocmi tabelul:

n \ t	0	1	2	3	4	...
1	1					
2	1	1				
3	1	3	2			
4	1	6	11	6		
5	1	10	35	50	24	
⋮	⋮					

unde, de exemplu,

$$10 = 4 \cdot 1 + 6 \ , \ 35 = 4 \cdot 6 + 11 \quad \text{etc.}$$

Dăm o extindere analogă la cazul x iraţional.

O ecuaţie de forma $4A_x^2 = 4m - 1$, unde m nu este pătrat perfect, conduce la soluţiile $x_{1,2} = 1/2 \pm \sqrt{m}$, numere iraţionale. Ele nu sînt soluţii ale ecuaţiei date, ci ale ecuaţiei $4\bar{\bar{A}}_x^2 = 4m - 1$, unde $\bar{\bar{A}}_x^n = x(x-1)\ldots(x-n+1)$, pentru x iraţional.

Exemplu. Ecuaţia $A_{x-1}^2 - \sqrt{A_x^3/5} = A_{x-2}^2 + 4$ conduce la rădăcinile $x_1 = 10$ $x_{2,3} = (13 \pm \sqrt{41})/2$.

Numai $x = 10$ este soluţie a ecuaţiei date; atît $x = 10$ cît şi $x = (13 \pm \sqrt{41})/2$ sînt soluţii ale ecuaţiei $\bar{\bar{A}}_{x-1}^2 - \sqrt{\bar{\bar{A}}_x^3/5} = \bar{\bar{A}}_{x-2}^2 + 4$.

Extinderile făcute la A_x^n, x număr real, determină extinderi analoge la combinări.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de matematici

НЕКОТОРЫЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ В КОМБИНАТОРНОМ АНАЛИЗЕ

(Резюме)

Интерпретируются действительные решения алгебраических уравнений содержащих размещения, перестановки и сочетания — простые и с повторениями.

С этой целью, определяются функции $\overline{A}_x^n$, $\overline{C}_x^n$, $\overline{\alpha}_x^n$, $\overline{\gamma}_x^n$ при x — действительное и $\overline{P}_x$, $\overline{\beta}_{s_1, s_2, \ldots, s_n}$ при x (соответственно s_i) — целое.

Изучаются свойства новых функций и дается применение к теории чисел.

QUELQUES EXTENSIONS CONCERNANT L'ANALYSE COMBINATOIRE

(Résumé)

On interprète les solutions réelles des équations algébriques contenant des permutations, des arrangements et des combinaisons simples où bien à répétition.

On détermine dans ce but les fonctions $\overline{A}_x^n$, $\overline{C}_x^n$, $\overline{\alpha}_x^n$, $\overline{\gamma}_x^n$, définies pour x réel et $\overline{P}_x$, $\overline{\beta}_{s_1, s_2, \ldots, s_n}$ pour x (respectivement s_i) entier.

On étudie les propriétés de ces nouvelles fonctions et on indique quelques applications à la théorie des nombres.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

513.732

À PROPOS D'UN THÉORÈME DE FENCHEL ET AVAKUMOVIC

PAR
BERNARD d'ORGEVAL

Compte tenu des résultats obtenus par MM. Fenchel [1] et Avakumovic [2] on déduit le résultat remarquable ci-dessous : *La condition nécessaire et suffisante pour qu'une courbe sphérique* C′ *fermée soit l'indicatrice des tangentes d'une courbe sphérique* C *fermée est que la courbe* C′ *partage en deux aires égales la sphère sur laquelle elle est tracée.*

Ce résultat peut conduire à un nombre de conclusions qui me paraissent présenter quelque intérêt.

Soit C une courbe supposée tracée sur la sphère unité ; les vecteurs unitaires de son trièdre de Frenet satisfont aux relations classiques :

$$\mathrm{d}\vec{t}/\mathrm{d}s = \vec{n}, \quad \mathrm{d}\vec{n}/\mathrm{d}s = -\vec{t} + a\vec{b}, \quad \mathrm{d}\vec{b}/\mathrm{d}s = -a\vec{n},$$

a représentant la torsion. On a pour le vecteur $\vec{t}$, définissant la courbe, un nouveau trièdre de Frenet défini par les relations :

$$\vec{t}' = \vec{n}, \quad \vec{n}' = (-\vec{t} + a\vec{b})/(1 + a^2), \quad \vec{b}' = (a\vec{t} + \vec{b})/(1 + a^2)$$

et les conditions imposées au trièdre permettent d'écrire :

$$a' = (\mathrm{d}a/\mathrm{d}s).\ [1/(1 + a^2)^{3/2}] \text{ ou } a'\,\mathrm{d}s' = \mathrm{d}a/(1 + a^2).$$

Nous allons montrer qu'en déhors du cas où la courbe est un grand cercle on a $|a'\,\mathrm{d}s'| < |a\,\mathrm{d}s|$.

Formons

$$|a'|\,\mathrm{d}s' - |a|\mathrm{d}s = |\mathrm{d}a|/(1 + a^2) - |a|\,\mathrm{d}s.$$

Considérons l'expression :

$$\frac{|a\,\mathrm{d}a|}{a^2(1 + a^2)} - \mathrm{d}s = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}\ln\frac{a^2}{1 + a^2} - s\right) = \frac{1}{2}\,\mathrm{d}\left(\ln\frac{a^2}{1 + a^2} - 2s\right) = \frac{1}{2}\,\mathrm{d}\ln\frac{a^2\mathrm{e}^{-2s}}{1 + a^2}.$$

On a donc $|a'\,\mathrm{d}s'| - |a\,\mathrm{d}s| = \dfrac{|a|}{2}\,.\,\mathrm{d}\ln\dfrac{a^2\mathrm{e}^{-2s}}{1 + a^2}$.

Montrons que ce second membre doit être négatif. S'il était positif, on pourrait trouver un nombre $c > 0$ tel que

$$\ln \frac{a^2 e^{-2s}}{1+a^2} > cs, \quad \frac{a^2}{1+a^2} > cs\, e^{2s} + c_0 e^{2s}.$$

Mais le premier membre est toujours inférieur à 1 et le second, si l'on fait $s_n = s + nL$, (L — la longueur de la courbe), peut dépasser toute limite, contrairement au fait que a doit être fonction périodique. On a donc constamment $|a'\,ds'| < |a\,ds|$.

Si alors on construit par le même procédé l'image sphérique C'' de C', on aura de même $|a''\,ds''| < |a'\,ds'|$ et ainsi de suite. Les quantités $|a^{(n)}\,ds^{(n)}|$ sont donc constamment décroissantes; mais l'on a $|a^{(n)}\,ds^{(n)}| = |d\vec{b}^{(n)}|$. Si donc n est assez grand, on aura sûrement $|d\vec{b}^{(n)}| < \varepsilon$, ε — nombre positif donné, si petit soit-il. La binormale tend donc à rester fixe. On a donc le

Théorème. *Si l'on construit les courbes indicatrices successives d'une courbe sphérique fermée, ces indicatrices des tangentes tendent indéfiniment vers un grand cercle limite.*

Notons que si l'on cherche à quelle condition l'on peut avoir $a\,ds = a'\,ds'$, on trouve seulement la solution $a = 0$, d'où le

Théorème. *La seule courbe sphérique qui coïncide avec son indicatrice des tangentes est le grand cercle.*

Reçu le 10 III 1959 *Université de Dijon, France*

BIBLIOGRAPHIE

1. Fenchel W., Tohôku Math. J., 1934, **XXXIX**, pp. 94–97.
2. Avakumovic V. G., Sirpska Akad. Nauk, Sbornik Radova, 1951, **VII**, pp. 101–108.

ОБ ОДНОЙ ТЕОРЕМЕ ФЕНКЕЛЯ И АВАКУМОВИЧА

(Резюме)

Устанавливается, что предельные кривые индикаторных кривых последовательных сферической кривой стремятся к некоторому большему кругу.

ASUPRA UNEI TEOREME A LUI FENCHEL ŞI AVAKUMOVIC

(Rezumat)

Se stabileşte că curbele limită ale indicatoarelor tangentelor succesive ale unei curbe sferice tind către un cerc mare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

513 8

ASUPRA UNOR SUPRAFEŢE

DE
FROIM MARCUS şi ŞARLOTA RIMER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

Într-un memoriu recent F. Marcus [1] se ocupă de problema determinării tuturor suprafeţelor care posedă mai mult decît o singură familie de ∞^1 curbe pangeodezice plane, problemă pusă de E. Čech. Această problemă o rezolvă în mod complet în cazul suprafeţelor de coincidenţă şi, în parte, pentru cazul general.

Printre alte rezultate F. Marcus arată că dintre suprafeţele date ca exemplu de A. Terracini [2], pe care tangentele la curbele unei reţele conjugate descriu două congruenţe proiectiv aplicabile de speţa a doua, numai acelea determinate de

$$(1)\qquad \beta = \gamma = \varphi(\tau), \quad L \quad M = -\frac{3}{2}\varphi^2(\tau) + C, \qquad (\tau = u + v),$$

sau

$$(2)\qquad \beta = \gamma = \varphi(\tau_1), \quad L = M = -\frac{3}{2}\varphi^2(\tau_1) + C, \qquad (\tau_1 = u - v),$$

satisfac problema lui Čech, curbele reţelei fiind date de

$$(3)\qquad du^2 - dv^2 = 0,$$

β, γ, L, M fiind expresiile bine cunoscute din teoria suprafeţelor.

De asemenea se mai demonstrează în [1] că aceste suprafeţe nu admit vreo altă reţea de forma $du^2 - \varrho^2 dv^2 = 0$, cu $\varrho = \text{const.} \neq 1$, ale cărei curbe să satisfacă problema lui Čech.

Ne punem problema dacă pe aceste suprafeţe există reţele conjugate

$$(4)\qquad du^2 - \varrho^2 dv^2 = 0,$$

cu $\varrho = \varrho(u, v)$, astfel încît cele două familii de curbe să fie în acelaşi timp pangeodezice şi plane. Acesta este scopul prezentei Note. Aşa cum vom arăta răspunsul este negativ.

În adevăr, dacă cele două familii de curbe ale reţelei (4) sînt pangeodezice plane, atunci este necesar, aşa cum rezultă din [1],

$$(5)\qquad \varrho = e^{U+V},$$

U, V, respectiv, funcţii de u şi v.

Curbele reţelei fiind prin ipoteză pangeodezice, trebuie ca [3]

$$(6)\qquad (\beta\varrho^2)_u = (\gamma/\varrho^2)_v, \quad (\beta\varrho)_v = (\gamma/\varrho)_u,$$

şi ţinînd seamă de (1) şi (5)

$$(7)\qquad 2\varphi\left[U' e^{4(U+V)} + V'\right] = \varphi'\left[1 - e^{4(U+V)}\right], \quad \varphi\left[V' e^{2(U+V)} + U'\right] = \varphi'\left[1 - e^{2(U+V)}\right].$$

În consencinţă

$$e^{4(U+V)}(2U' - V') - e^{2(U+V)}(V' + U') + 2V' - U' = 0. \tag{8}$$

Se deduce

$$e^{2(U+V)} = 1, \quad e^{2(U+V)} = (2V' - U') / (2U' - V'). \tag{9}$$

Primul caz a fost studiat în [1]. Ne vom ocupa deci de (9_2), care se mai poate scrie

$$U' [1 + 2e^{2(U+V)}] = V' [2 + e^{2(U+V)}]. \tag{A}$$

Derivînd o dată în raport cu u, avem

$$U'' [1 + 2e^{2(U+V)}] + 4U'^2 e^{2(U+V)} = 2V' U' e^{2(U+V)}. \tag{10}$$

Derivînd (10) în raport cu v şi împărţind prin $U' V' e^{2(U+V)} \neq 0$,

$$(2U'' + 4U'^2) / U' = (V'' + 2V'^2) / V' = 2C, \quad (C = \text{const.}). \tag{11}$$

Deci

$$U'' + 2U'^2 - CU' = 0, \quad V'' + 2V'^2 - 2CV' = 0, \tag{12}$$

şi, integrînd o dată,

$$U' = [Ce^{2(U+C_1)} - 1] / [2e^{2(U+C_1)}], \quad V' = [2Ce^{2(V+C_2)} - 1] / [2e^{2(V+C_1)}]. \tag{13}$$

Introducînd aceste valori în (A), se obţine

$$3Ce^{2(U+V+C_1+C_2)} - 2e^{2(U+C_1)} + e^{2(V+C_2)} - e^{2V+4U+2C_1} + 2e^{2U+4V+2C_2} = 0. \tag{14}$$

Derivînd această expresie o dată în raport cu v şi apoi în raport cu u, avem

$$V' U' e^{2(U+V)} [3Ce^{2(C_1+C_2)} - 2e^{2(U+C_1)} + 4e^{2(V+C_2)}] = 0, \tag{15}$$

relaţie care nu poate avea loc decît dacă U şi V sînt constante.

Deci $\varrho = \text{const.}$, ceea ce arată că pe suprafeţele (1) sau (2) nu există alte reţele conjugate ale căror curbe satisfac problema lui Čech, în afara celor două familii găsite în [1].

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de matematici

BIBLIOGRAFIE

1. Marcus F., St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Matematică, 1958, **IX**, *1*, pp. 73 – 100.
2. Terracini A., Atti del R. Ist. Veneto, 1934-1936, **XCIV**, pp. 75 - 86.
3. Marcus F., Czech. Math. J., 1957, **82**, pp. 308–313.

О НЕКОТОРЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

(Резюме)

Доказывается, что изучаемые поверхности не содержат других семейств кривых, удовлетворяющих задаче Чеха, кроме семейств установленых Ф. Маркусом в предыдущей работе [1].

SUR CERTAINES SURFACES

(Résumé)

On démontré que les surfaces étudiées ne contiennent d'autres familles de courbes qui satisfont au problème posé par E. Čech outre celles trouvées par F. Marcus dans [1]

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

517.948.32

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Д. МАНЖЕРОН и Л. Е. КРИВОШЕИН

§ I

Различные варианты теории Фредгольма, разработанные для изучения линейных интегро-дифференциальных уравнений (и.-д. у.) могут быть успешно применены при конструировании решений этих уравнений лишь в тех случаях, когда удается построить точное решение для выводимого при этом разрешающего интегрального уравнения[1]). В связи с этим возникает необходимость дать практически удобные приближенные методы решения и.-д. у. и оценить допускаемые погрешности. В настоящей статье строятся приближенные решения задачи Коши для некоторых типов линейных и.-д. у. типа Фредгольма и Вольтерра и, при соблюдении определенных условий, выводятся формулы для оценок погрешностей.

§ II

Пусть требуется приближенно решить задачу Коши

$$y^{(i)}(x_0) = y_0^{(i)}, \quad (i = 0, 1, \ldots, n-1), \quad x_0 \in [a, b], \tag{1}$$

для и.-д.у. типа Фредгольма

$$L[y] = f(x) + \lambda \int_a^b \sum_0^m K_i(x, t)\, y^{(i)}(t)\, dt, \tag{2}$$

где $L[y] \equiv y^{(n)}(x) + \sum_1^n a_i(x)\, y^{(n-i)}(x)$, $n \geqslant m$, λ —параметр; известные функции, входящие в (2), будем предполагать непрерывными, или обладающими определенным числом производных в необходимых случаях для всех $x \in [a, b]$.

[1]) Из ряда последних достижений в области построения решений и.-д. у. см., напр., III главу ценной монографии Я. В. Быкова [1] прореферированной на страницах этого журнала [2].

1. Построим приближенное решение нашей задачи на основе метода Б. Г. Галеркина [3]. С этой целью искомую аппроксимирующую функцию $y_k(x)$ представим в виде

$$y_k^{(x)} = \varphi(x) + \sum_1^k a_s \varphi_s(x), \tag{3}$$

где n раз дифференцируемые функции $\varphi(x)$ и $\varphi_s(x)$ линейно независимы и удовлетворяют условиям

$$\varphi^{(i)}(x_0) = y_0^{(i)}, \quad \varphi_s^{(i)}(x_0) = 0, \quad (i = 0, 1, \ldots, n-1;\ s = 1, \ldots, k), \tag{4}$$

(кроме того, предпочтительно, чтобы функции $\varphi_s(x)$ обладали свойством относительной полноты).

Неизвестные коэффициенты $a_1, \ldots, a_k$ определяем из условий

$$\int_a^b v_i(x)\,\gamma(x, \lambda, a_1, \ldots, a_k)\,dx = 0, \quad (i = 1, \ldots, k), \tag{5}$$

где $v_1(x), \ldots, v_k(x)$ — такая произвольная линейно независимая система функций, что интегралы (5) существуют [2]); $\gamma(\ldots)$—невязка, определяемая по формуле

$$\gamma(x, \lambda, a_1, \ldots, a_k) \equiv \tag{6}$$

$$\equiv L\left[\varphi(x) + \sum_1^k a_s \varphi_s(x)\right] - \lambda \int_a^b \sum_0^m K_i(x, t)\left[\varphi(t) + \sum_1^k a_s \varphi_s(t)\right]^{(i)} dt - f(x).$$

Перепишем систему уравнений (5) в виде

$$\sum_{s=1}^k a_s \delta_{si}(\lambda) = \beta_i(\lambda), \quad (i = 1, \ldots, k). \tag{7}$$

Следовательно, если определитель $|\delta_{si}(\lambda)|$ системы (7) отличен от нуля, то из (7) находим $a_s = \varrho_s(\lambda)$, $(s = 1, \ldots, k)$. Поэтому формула (3) примет вид

$$y_k(x) = \varphi(x) + \sum_1^k \varrho_s(\lambda)\,\varphi_s(x). \tag{8}$$

Теперь оценим величину уклонения $y_k(x)$ от $y(x)$ для всех $x \in [a, b]$, $|\lambda| \leqslant |c|$.

---

[2]) В частном случае система функций $v_1(x), \ldots, v^k(x)$ может совпадать с базисной системой функций $\varphi_1(x), \ldots, \varphi_k(x)$.

С этой целью, вычитая (6) из (2), получим

$$L[y-y_k]-\lambda\int_a^b\sum_0^m K_i(x,t)[y(t)-y_k(t)]^{(i)}\,dt=\Phi(x,\lambda). \tag{9}$$

Учитывая равенства

$$y^{(i)}(x_0)=y_k^{(i)}(x_0)=y_0^{(i)},\quad (i=0,1,\ldots,n-1), \tag{10}$$

имеем

$$y(x)-y_k(x)=\int_{x_0}^x\frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!}[y(t)-y_k(t)]^{(n)}\,dt. \tag{11}$$

Вставляя (11) в (9) и производя элементарные преобразования, приходим к следующему смешанному интегральному уравнению относительно $[y(x)-y_k(x)]^{(n)}\equiv\Theta(x)$:

$$\Theta(x)-\int_{x_0}^x M_1(x,t)\,\Theta(t)\,dt-\lambda\int_a^b M_2(x,t)\,\Theta(t)\,dt=\Phi(x,\lambda), \tag{12}$$

которое путём введения ядра

$$M(x,t,\lambda)\equiv\begin{cases}M_1(x,t)+\lambda M_2(x,t), & t\in[x_0,x],\\ \lambda M_2(x,t), & t\in[a,b]-[x_0,x],\end{cases}$$

перепишем в более компактной форме

$$\Theta(x)-\int_a^b M(x,t,\lambda)\,\Theta(t)\,dt=\Phi(x,\lambda). \tag{13}$$

Поэтому, если

$$l=1-\max\left|\int_a^b|M(x,t,\lambda)|\,dt\right|>0,\quad x\in[a,b],\ |\lambda|\leqslant|c|\ ^{3}), \tag{14}$$

то из (13) находим

$$\max|\Theta(x)|\leqslant\max|\Phi(x,\lambda)|:l\equiv\Delta,\quad x\in[a,b],\ |\lambda|\leqslant|c|. \tag{15}$$

В силу этого искомую оценку погрешности можно получить из неравенства

$$|[y(x)-y_k(x)]^{(i)}|\leqslant|x-x_0|^{n-i}\Delta:(n-i)!,\quad x\in[a,b],\ (i=0,1,\ldots,n). \tag{16}$$

---

[3]) Очевидно, что выполнение условия (14) обеспечивает существование единственного решения задачи (1), (2).

2. Если коэффициенты $a_1, \ldots, a_k$ определять из условия

$$\int_a^b \gamma^2(x, \lambda, a_1, \ldots, a_k)\, dx = \min, \quad |\lambda| \leqslant |c|, \tag{17}$$

то приходим к алгебраической системе

$$\int_a^b \gamma(x, \lambda, a_1, \ldots, a_k) \frac{\partial \gamma}{\partial a_i}\, dx = 0, \quad (i = 1, \ldots, k). \tag{18}$$

Пусть $a_i = l_i(\lambda)$, $(i=1, \ldots, k)$, решение системы (18). Тогда приближенным решением нашей задачи будет функция

$$y_k(x) = \varphi(x) + \sum_1^k l_i(\lambda)\, \varphi_i(x). \tag{19}$$

Следовательно, если имеет место, например, неравенство (14), то уклонение функции (19) от точного решения задачи (1), (2) можно оценить по формуле (16).

3. Если в предыдущих выкладках возникают затруднения при вычислении интегралов в системах (5) или (18), то для определения коэффициентов $a_1, \ldots, a_k$ можно воспользоваться методом коллокации [4]. С этой целью на сегменте $[a, b]$ возьмем точки $x_1, \ldots, x_k$ и потребуем, чтобы невязка (6) в этих точках обращалась в нуль:

$$\gamma(x_i, \lambda, a_1, \ldots, a_k) \equiv \sum_{j=1}^k \mu_{ij}(\lambda)\, a_j + \varepsilon_i(\lambda) = 0, \quad (i = 1, \ldots, k). \tag{20}$$

Пусть

$$a_j = \zeta_j(\lambda), \quad (j = 1, \ldots, k), \tag{21}$$

решение системы (20). Тогда

$$y_k(x) = \varphi(x) + \sum_1^k \zeta_i(\lambda)\, \varphi_i(x) \tag{22}$$

искомое приближенное решение задачи (1), (2). Если, кроме того, имеет место неравенство (14), то величину допускаемой погрешности можно оценить из (16).

4. Если известные функции, входящие в (2), дифференцируемы, то потребуем, чтобы в узлах коллокации соприкосновение невязки с осью x-ов было более высокого порядка, чем в п. **3** (например, соприкосновение 1-го порядка). Тогда приближенное решение нашей задачи ищем в форме

$$y_{2k}(x) = \varphi(x) + \sum_{1}^{2k} a_i \varphi_i(x), \tag{23}$$

где функции $\varphi(x)$ и $\varphi_i(x)$, $(i = 1, \ldots, 2k)$, подчинены соответствующим условиям (4). Для определения неизвестных коэффициентов $a_1, \ldots, a_{2k}$ получаем систему

$$\gamma(x_i, \lambda, a_1, \ldots, a_{2k}) = 0, \quad \partial\gamma/\partial x_i = 0, \quad (i = 1, \ldots, k). \tag{24}$$

Следовательно, если $a_i = a_i(\lambda)$, $(i = 1, \ldots, 2k)$, решение системы (24), то по формуле (23) мы построим приближенное решение задачи (1), (2), а при соблюдении, например, неравенства (14) оценим допускаемую при этом погрешность согласно неравенствам (16).

Замечание. Сходным путем можно строить приближенные решения задачи (1), (2) и в случае, если потребовать существования производных $a_j^{(s)}(x), f^{(s)}(x), K_{ix}^{(s)}(x, t), \varphi^{(\nu)}(x), \varphi_p^{(\nu)}(x)$, $(s = 1, \ldots, m-n;\ \nu = 1, \ldots, m)$, $n < m$.

5. Аналогичным образом строятся приближенные решения задачи (1) для и.-д. у. типа Вольтерра

$$L[y] \equiv y^{(n)}(x) + \sum_{1}^{n} a_i(x)\, y^{(n-i)}(x) = f(x) + \lambda \int_a^x \sum_{0}^{m} K_i(x, t) y^{(i)}(t)\, dt, \quad n \geqslant m, \tag{25}$$

с тем отличием от решения задачи (1), (2), что при $x_0 = a$ решение задачи (1), (25) всегда существует и при заданном λ всегда можно выбрать область $a \leqslant x \leqslant b$ такую, чтобы имело место неравенство (14). Действительно, пусть в нашей области построено решение задачи (1), (25) по формуле (3) одним из приемов изложенных в пп. **1**...**4**. Оценим величину допускаемой погрешности. Подстановка (3) в (25) приводит к выражению

$$L[y_k] - \lambda \int_a^x \sum_{0}^{m} K_i(x, t)\, y_k^{(i)}(t)\, dt - f(x) = -\xi(x, \lambda). \tag{26}$$

Вычитая (26) из (25), получим

$$L[y - y_k] - \lambda \int_a^x \sum_{0}^{m} K_i(x, t) [y(t) - y_k(t)]^{(i)}\, dt = \xi(x, \lambda). \tag{27}$$

Вставляя (11) в (27), приходим к интегральному уравнению типа Вольтерра относительно неизвестной функции $\psi(x) \equiv [y(x) - y_k(x)]^{(n)}$:

$$\psi(x) - \int_a^x [Q_1(x, t) + \lambda Q_2(x, t)]\, \psi(t)\, dt = \xi(x, \lambda). \tag{28}$$

Выберем область $g = \{a \leqslant x \leqslant b,\ |\lambda| \leqslant |c|\}$ так, чтобы имело место неравенство

$$\varrho = 1 - \max_{g} \left| \int_a^x | Q_1(x,t) + \lambda Q_2(x,t) | \, dt \right| > 0. \tag{29}$$

Тогда

$$|\psi(x)| \leqslant \omega, \quad x \in [a,b], \tag{30}$$

где $\omega = \max\limits_{g} |\xi(x,\lambda)| : \varrho$.

Поэтому, согласно формуле (11) для каждого $x \in [a,b]$ получим

$$|[y(x) - y_k(x)]^{(i)}| \leqslant |x - x_0|^{n-i}\, \omega : (n-i)!, \quad (i = 0,1,\ldots,n). \tag{31}$$

Если $x_0 \neq a$, то в этом случае подстановка (11) в (27) приводит к следующему интегральному уравнению:

$$\psi(x) - \int_a^x [Q_1(x,t) + \lambda Q_2(x,t)]\, \psi(t)\, dt - \lambda \int_a^{x_0} Q_3(x,t)\, \psi(t)\, dt = \xi(x,\lambda), \tag{32}$$

а отсюда видно, что в качестве минимальной области изменения аргумента x мы можем взять только отрезок $[a, x_0]$.

Уравнение (32) такого же вида, как и уравнение (12). Поэтому дальнейшие выкладки можно провести тем же путем, что и в п. **1**. В частности, если $|\psi(x)| \leqslant q, x \in [a,b], b \geqslant x_0$ то

$$|[y(x) - y_k(x)]^{(i)}| \leqslant |x - x_0|^{n-i}\, q : (n-i)!, \quad (i = 0,1,\ldots,n),\ x \in [a,b]. \tag{33}$$

Замечание. В процессе построения оценок погрешностей мы пользовались неравенством (14). Это условие, как следует из монографии Л. В. Канторовича и В. И. Крылова [5, стр. 117...164], не является, вообще говоря, необходимым для оценок погрешностей при приближенном решении задачи (1), (2). Величину $\max |\Theta(x)|$ весьма просто удается оценить в некоторых частных случаях и по методу И. П. Мысовских [6] или же несколько модифицированным способом последнего, разработанным Л. А. Ведешкиной [7].

§ III

Рассмотренные выше приближенные методы можно применять не непосредственно к и.-д. у., а к отвечающему ему интегральному уравнению. Для построения разрешающего интегрального уравнения, отвечающего задаче (1), (2), $(n \geqslant m)$, воспользуемся преобразованием (см., напр., [8]):

$$y(x) = \sum_1^n c_i z_i(x) + \int_{x_0}^x H(x,t)\, z(t)\, dt, \tag{34}$$

где $z_1(x), \ldots, z_n(x)$ — линейно независимая n раз дифференцируемая система функций, вронскиан которой $\neq 0$ на $[a, b]$,

$$[H_x^{(i)}(x, t)]_{t=x} \equiv \begin{cases} 0, & (i = 0, 1, \ldots, n-2), \\ p(x) \neq 0, & i = n-1, \ x \in [a, b]^4), \end{cases}$$

постоянные $c_1, \ldots, c_n$ однозначно определяются из системы уравнений

$$\sum_{i=1}^{n} c_i z_i^{(j)}(x_0) = y_0^{(j)}, \ (j = 0, 1, \ldots, n-1).$$

Тогда подстановка (34) в (2) приводит к интегральному уравнению

$$z(x) - \int_{x_0}^{x} D_1(x, t)\, z(t)\, dt = f(x, \lambda) + \lambda \int_a^b D_2(x, t)\, z(t)\, dt. \tag{35}$$

Приближенное решение уравнения (35) строим в форме

$$\bar{z}(x) = \sum_1^k a_i \varphi_i(x). \tag{36}$$

Подстановка (36) в (35) приводит к невязке

$$h(x, \lambda, a_1, \ldots, a_k) \equiv$$

$$\equiv \sum_1^k a_i \left[\varphi_i(x) - \int_{x_0}^{x} D_1(x, t)\, \varphi_i(t)\, dt - \lambda \int_a^b D_2(x, t)\, \varphi_i(t)\, dt \right] - f(x, \lambda). \tag{37}$$

Потребуем, например, выполнения соотношений

$$h(x_j, \lambda, a_1, \ldots, a_k) \equiv \sum_{i=1}^{k} a_i \eta_{ij}(\lambda) - \eta_j(\lambda) = 0, \quad (j = 1, \ldots, k). \tag{38}$$

Тогда, если $a_i = a_i(\lambda)$, $(i = 1, \ldots, k)$, решение системы (38), то приближенное решение задачи (1), (2) можно получить по формуле

$$y_k(x) = \sum_1^n c_i z_i(x) + \int_{x_0}^{x} H(x, t) \sum_1^k a_i(\lambda)\, \varphi_i(t)\, dt. \tag{39}$$

Оценим величину уклонения $y_k(x)$ от $y(x)$. Пусть, например, имеет место неравенство

---

4) В частном случае можно положить

$c_i = y_0^{(i-1)}$, $z(x) \equiv y^{(n)}(x)$, $z_i(x) \equiv (x - x_0)^{i-1} : (i-1)!$, $H(x, t) \equiv (x-t)^{n-1} : (n-1)!$.

(40) $$\mu = 1 - \max_{g} \left| \int_a^b | D(x,t,\lambda) | \, dt \right| > 0,$$

где $g = \{a \leqslant x \leqslant b,\ |\lambda| \leqslant |c|\}$, $D(x,t,\lambda) \equiv \begin{cases} D_1(x,t) + \lambda D_2(x,t), & t \in [x_0, x], \\ \gamma D_2(x,t), & t \in [a,b] - [x_0, x]. \end{cases}$

Тогда

(41) $$|z(x) - \bar{z}(x)| \leqslant \max_{g} |f(x,\lambda)| : \mu = \Gamma.$$

Следовательно,

(42) $$|y(x) - y_k(x)| \leqslant \Gamma \left| \int_{x_0}^{x} |H(x,t)| \, dt \right|, \quad x \in [a,b],$$

искомая оценка погрешности.

Покажем, как можно применить метод интегральных уравнений к решению задачи (1), (2), когда $m > n$. С этой целью потребуем существования производных $a_i^{(s)}(x)$, $f^{(s)}(x)$, $K_{px}^{(s)}(x,t)$, $(s = 1, \ldots, m-n)$ и воспользуемся формулой

(43) $$y(x) = \sum_1^m c_i z_i(x) + \int_{x_0}^{x} K(x,t) z(t) \, dt,$$

где $z_1(x), \ldots, z_m(x)$ — m раз дифференцируемая линейно независимая система функций, вронскиан которой $\neq 0$ на $[a,b]$;

(44) $$[K_x^{(i)}(x,t)]_{t=x} \equiv \begin{cases} 0, & (i = 0,1,\ldots, m-2), \\ p_1(x) \neq 0, & i = m-1, \quad x \in [a,b], \end{cases}$$

$c_1, \ldots, c_m$ — пока что неизвестные постоянные.

Вставляя (43) в (2), приходим к смешанному интегральному уравнению 1-го рода

(45) $$\int_{x_0}^{x} E_1(x,t) z(t) \, dt = f(x) + \sum_1^m c_i r_i(x,\lambda) + \lambda \int_a^b E_2(x,t) z(t) \, dt.$$

Учитывая (44), получаем

(46) $$\sum_{i=1}^m c_i [r_i(x,\lambda)]_{x=x_0}^{(j)} = -\left[f(x) + \lambda \int_a^b E_2(x,t) z(t) \, dt \right]_{x=x_0}^{(j)}, \quad (j = 0, \ldots, m-n-1).$$

Кроме того, согласно (1) имеем

(47) $$\sum_{i=1}^m c_i z_i^{(s)}(x_0) = y_0^{(s)}, \quad (s = 0,1,\ldots, n-1).$$

Пусть

$$c_i = c_i(\lambda) + \int_a^b A_i(t, \lambda)\, z(t)\, dt, \quad (i = 1, \ldots, m), \tag{48}$$

решение системы (46), (47). Тогда вставляя (48) в (43), находим

$$y(x) = \sum_1^m \left[c_i(\lambda) + \int_a^b A_i(t, \lambda)\, z(t)\, dt \right] z_i(x) + \int_{x_0}^x K(x, t)\, z(t)\, dt. \tag{49}$$

Продифференцировав (45) $m-n$ раз, учитывая (48) и выполнив элементарные преобразования, приходим к следующему интегральному уравнению:

$$z(x) - \int_{x_0}^x E_3(x, t)\, z(t)\, dt = F(x, \lambda) + \int_a^b E_4(x, t, \lambda)\, z(t)\, dt. \tag{50}$$

Пусть приближенное решение уравнения (50) построено в форме (36), где неизвестные коэффициенты $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ определены одним из способов, изложенных в пп. **1...4**. Тогда, вычитая из (50) результат подстановки в это уравнение функции (36), получим

$$z(x) - \bar{z}(x) - \int_{x_0}^x E_3(x, t)\,[z(t) - \bar{z}(t)]\, dt - \int_a^b E_4(x, t, \lambda)[z(t) - \bar{z}(t)]\, dt = u(x, \lambda). \tag{51}$$

Отсюда получаем

$$|z(x) - \bar{z}(x)| \leqslant w, \quad x \in [a, b], \tag{52}$$

где $w = \max\limits_g |u(x, \lambda)| : \pi$, если, например,

$$\pi = 1 - \max_g \left| \int_a^b |E(x, t, \lambda)|\, dt \right| > 0, \tag{53}$$

где

$$E(x, t, \lambda) \equiv \begin{cases} E_3(x, t) + E_4(x, t, \lambda), & t \in [x_0, x], \\ E_4(x, t, \lambda), & t \in [a, b] - [x_0, x], \end{cases} \quad g = \{a \leqslant x \leqslant b, |\lambda| \leqslant |c|\}.$$

Поэтому в области g для приближенного решения нашей задачи

$$y_k(x) = \sum_1^m \left[c_i(\lambda) + \int_a^b A_i(t, \lambda)\, \bar{z}(t)\, dt \right] z_i(x) + \int_{x_0}^x K(x, t)\, \bar{z}(t)\, dt$$

имеет место оценка погрешности

$$(54)\qquad |y(x)-y_k(x)| \leqslant \left[\sum_1^m |z_i(x)| \int_a^b |A_i(t,\lambda)|\,dt| + \left|\int_{x_0}^x |K(x,t)|\,dt|\right]w.$$

Если пользоваться разрешающим интегральным уравнением, то аналогичным образом можно строить приближенные решения и задачи (1), (25). Случай $x_0 \neq a$ приводит к интегральному уравнению вида (35) и поэтому дальнейшие выкладки можно проводить теми же путями, что в начале настоящего раздела. По этой причине рассмотрим случай $x_0 = a$, $n \geqslant m$. Подстановка (34) в (25) приводит к интегральному уравнению вида

$$(55)\qquad z(x) - \int_a^x [D_1(x,t) + \lambda D_2(x,t)]\, z(t)\,dt = f_1(x,\lambda).$$

Будем строить в области $g = \{a \leqslant x \leqslant b,\ |\lambda| \leqslant |c|\}$ приближенное решение уравнения (55) в форме (3). При этом подберем базисные функции $\varphi(x)$, $\varphi_1(x), \ldots, \varphi_k(x)$ так, чтобы имели место равенства

$$\varphi(a) = f_1(a,\lambda),\ \varphi_s(a) = 0,\ (s = 1, \ldots, k),$$

а неизвестные коэффициенты $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ определим одним из изложенных в пп. **1**...**4** способов ($a \leqslant x \leqslant b$, $|\lambda| \leqslant |c|$). Тогда

$$y_k(x) = \sum_1^n c_i z_i(x) + \int_a^x H(x,t)\left[\varphi(t) + \sum_1^k \alpha_s \varphi_s(t)\right]dt,$$

искомое приближенное решение задачи (1), (25).

Подберем область g так, чтобы имело место, например, неравенство

$$(56)\qquad \zeta = 1 - \max_g \left|\int_a^x |D_1(x,t) + \lambda D_2(x,t)|\,dt\right| > 0,\quad g = \{a \leqslant x \leqslant b,\ |\lambda| \leqslant |c|\}.$$

Тогда вычитая из (55) результат подстановки в это уравнение функции (3), придем к равенству

$$(57)\qquad z(x) - \bar{z}(x) - \int_a^x [D_1(x,t) + \lambda D_2(x,t)]\,[z(t) - \bar{z}(t)]\,dt = h^*(x,\gamma),$$

а отсюда находим

$$(58)\qquad |z(x) - \bar{z}(x)| \leqslant \max_g |h^*(x,\lambda)| : \zeta = I.$$

Следовательно, величину погрешности можно оценить из неравенства

$$(59) \qquad |y(x)-y_k(x)| \leqslant l\left|\int_a^x |H(x,t)|\,dt\right|, \quad x\in[a,b].$$

Замечания. а) Сходным путём можно строить приближенные решения для задачи (1), (25) и в случае $m>n$.

б) Полученные результаты намечается обобщить на класс краевых задач для некоторых и.-д. у. типа Вольтерра и Фредгольма, исследование которых началось рядом других заметок авторов [9], [10].

Поступила 26 X 1959 г.

Ясский Политехнический Институт, РНР,
и
Киргизский Гос. Университет, г. Фрунзе, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Быков Я. В., *О некоторых задачах теории интегро-дифференциальных уравнений*, Кирг. Гос. Ун-т. Фрунзе, 1957, 327 стр.
2. Corduneanu C., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **4** (**8**), *3—4*, pp. 443—444.
3. Галеркин В. Г., Вестник Инженеров, 1915, *19*.
4. Канторович Л. В., УМН, 1948, **3**, *6*, стр. 89—185.
5. Канторович Л. В. и Крылов В. И., *Приближенные методы высшего анализа*, М.-Л., 1949, 695 стр.
6. Манжерон Д. и Кривошеин Л. Е., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1959, **5** (**9**), *1—2*, стр. 101—110.
7. Мысовских И. П., Вестник Ленингр. ун-та, 1956, **19**, стр. 66—72,
8. Ведешкина Л. А., ДАН Уз ССР, 1958, **11**, стр. 9—14.
9. Кривошеин Л. Е., *Приближенное решение некоторых задач для линейных интегро-дифференциальных уравнений*. Автореф. дисс. канд. физ.-мат. н., Среднеаз. Ун-т., Ташкент, 1958.
10. Mangeron D., C.r. Acad. Sci., Paris, 1937, **204**, pp. 94—96, 1022—1024.

RÉSOLUTION APPROXIMATIVE DE CERTAINES ÉQUATIONS INTÉGRO-DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES

(Résumé)

Les Auteurs élaborent nombre de procédés de détermination des solutions des problèmes de Cauchy (1), (2) ou bien (1), (25), concernant les équations intégro-différentielles linéaires du type de Fredholm (2) ou bien du celui de Volterra (25) où

$$L[y] = y^{(n)}(x) + \sum_1^n a_i(x)\, y^{(n-i)}(x), \quad n \geqslant m,$$

λ est un paramètre et les fonctions connues sont supposées continues ou douées d'un nombre de dérivées pour tous $x\in[a,b]$. Ces procédés ont à la base la formule (3) (B. G. Galerkine [3]) et les conditions (4). On parvient de la sorte, tant pour illustrer les méthodes élaborées, à l'évaluation de l'erreur commise donnée par (16), les coefficients inconnus $a_1,\ldots,a_k$ étant déterminés par (5), où γ est donné par (6).

Les variantes exposés ont l'avantage d'être applicables aussi aux équations intégrales résolvantes, telle, par ex., l'équation (35) correspondante au système (1), (2), ($n \geqslant m$).

L'article finit par quelques indications concernant les développements possibles dans cet ordre d'idées d'un nombre de recherches antérieures des Auteurs [9], [10].

REZOLVAREA APROXIMATIVĂ A UNOR ECUAŢII LINIARE INTEGRO-DIFERENŢIALE

(Rezumat)

Diferite variante ale teoriei lui Fredholm, elaborate în vederea studiului ecuaţiilor integro-diferenţiale liniare, pot fi aplicate cu succes la construirea soluţiilor acestor ecuaţii numai atunci cînd se reuşeşte a se construi soluţii exacte ale ecuaţiilor integrale rezolvente. (Expunerea rezultatelor recente referitoare la construirea soluţiilor ecuaţiilor integro-diferenţiale se găseşte, de ex., în recenta şi documentata monografie a lui Ia. V. Bîkov [1], recenzată în paginile acestui *Buletin* [2]). Autorii, răspunzînd la necesitatea de a oferi practicienilor metode de calcul numeric de determinare a soluţiilor ecuaţiilor integro-diferenţiale, precizîndu-se totodată şi ordinea de mărime a erorilor comise, elaborează, pornind de la funcţia aproximantă căutată, dată sub forma (3), (4) (B. Galerkin [3]), o metodă de determinare a soluţiei problemei lui Cauchy (1) pentru ecuaţiile integro-diferenţiale liniare de tip Fredholm (2), în care

$$L[y] = y^{(n)}(x) + \sum_{1}^{n} a_i(x)\, y^{(n-i)}(x), \quad n \geqslant m,$$

λ este un parametru, iar funcţiile cunoscute din (2) sînt presupuse continue sau dotate cu un număr de derivate pentru toţi $x \in [a,b]$. Evaluarea erorii comise este dată de (16), notaţiile introduse precum şi ordinea de idei putînd fi urmărită pe baza şirului de relaţii (5)...(15). Lăsînd la o parte în acest rezumat alte cazuri relative la determinarea coeficienţilor $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ din (3), se trece apoi la rezolvarea problemei (1), (25), relativă la ecuaţii integro-diferenţiale de tip Volterra; metodele expuse la pp. **1**...**4** conduc în acest caz la evaluarea erorii comise, dată prin formula (33).

Metodele expuse prezintă şi avantajul că pot fi aplicate nu numai la ecuaţii integro-diferenţiale ci şi la ecuaţii integrale rezolvente corespunzătoare. Astfel, în § **III**, după ce problema (1), (2) se transformă în ecuaţia integrală (35), soluţia problemei este dată prin (39), iar evaluarea erorii prin (42). Articolul se termină prin studiul problemei (1), (2) pentru $m > n$, prin aceeaşi metodă a ecuaţiilor integrale, trecîndu-se apoi la studiul analog al problemei (1), (25) şi indicîndu-se unele extensiuni posibile legate de cercetările anterioare ale autorilor [9], [10].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUA
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.39

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ КУМУЛЯТИВНЫХ СЕТЕЙ

Г. Н. ПОВАРОВ

I. *Введение*

1. Учет обходных воздействий — древний принцип стратегии. „Кто заранее знает тактику прямого и обходного пути, тот побеждает", — учил полководец Сунь-цзы, автор классического китайского трактата о военном искусстве [1]. Этот принцип применим и во многих других областях практической и научной деятельности, хотя, конечно, он не универсален. В настоящей статье излагаются основные положения разработанной автором математической теории обходного взаимодействия в широком классе сетей управления, связи и планирования. Такой подход соответствует наметившейся в технических науках тенденции к сближению стратегического (в широком смысле) и инженерного искусства, которую часто называют „кибернетикой".

2. Общность рассмотрения достигается нами благодаря использованию нового алгебраического понятия — понятия *нумероида*. Так называется алгебра с двойной композицией, где сложение и умножение ассоциативны и коммутативны и имеют соответственно нуль и единицу, причем умножение дистрибутивно относительно сложения [2], [3]. Примеры: множество натуральных чисел (включая 0), коммутативное кольцо с единицей, поле, дистрибутивная структура с нулем и единицей, булева алгебра, дистрибутивный „класс" в смысле Душека [18].

Нумероид, где $0.x = 0$ для всех x, называется *классическим*, а нумероид, где $x + y = 0$ всегда влечет $x = y = 0$, — *интенсивным*. Нумероид с идемпотентным сложением ($x + x = x$) называется *идемпотентным*, нумероид с абсорбтивным сложением ($x + xy = x$) — *абсорбентом*. Идемпотентность нумероида влечет его интенсивность. Абсорбент всегда — классический идемпотентный нумероид, и в нем $1 + x = 1$. Абсорбент с идемпотентным умножением ($xx = x$) есть дистрибутивная структура с нулем и единицей, и обратно.

Примером классического идемпотентного нумероида, но не абсорбента служит *миниаддитивное исчисление*, получающееся, если на мно-

жестве всех действительных чисел ввести операции $x \hat{+} y = \min(x, y)$, $x \hat{\cdot} y = x + y$. Нуль $\hat{0}$ этого нумероида равен ∞, а его единица $\hat{1}$ равна обычному нулю 0. Выбросив из миниаддитивного исчисления все отрицательные числа, мы получим *сильное миниаддитивное исчисление*, которое является примером абсорбента, но не структуры.

II. *Абстрактные модели сетей*

3. Система $S = \{M, \| a_{ij} \|, \{P_n\}\}$, состоящая из множества $M = \{1, 2, \ldots, p\}$, p^2 — матрицы $\| a_{ij} \|$ над нумероидом N и последовательности множеств $P_n \subseteq \sum_{r=2}^{n+1} M^r$, $(n = 1, 2, \ldots)$, называется *кумулятивной сетью* (кратко, K-сетью) над N, если $P_1 = M^2$ и $P_n \subseteq P_{n+1}$ для всех n. Множество M есть *базис* сети S, а его элементы — ее *узлы*. $\| a_{ij} \|$ есть *первичная связность* сети, a_{ij} — *первичная связь* узла i с узлом j. $\{P_n\}$ есть *развертка* сети; каждый кортеж $ki_1 i_2 \ldots i_{r-1} l$, $(r = 1, 2, \ldots)$, входящий хотя бы в одно P_n, есть *путь* из узла k в узел l, причем r есть *число звеньев* в этом пути (ясно, что принадлежность r-звенного пути к P_n равносильна неравенству $r \leq n$). Сумма

$$(1) \qquad a_{kl}^{(n)} = \sum_{ki_1 i_2 \ldots i_{r-1} l \in P_n} a_{ki_1} a_{i_1 i_2} \ldots a_{i_{r-1} l}$$

есть *n-ступенчатая связь* узла k с узлом l, $\| a_{ij}^{(n)} \|$ есть *n-ступенчатая связность* сети S, а последовательность $\{\| a_{ij}^{(n)} \|\} = \{\| a_{ij}^{(1)} \|, \| a_{ij}^{(2)} \|, \ldots,\}$ — *эволюция связности* сети. Связи $a_{ii}^{(n)}$, $(n = 1, 2, \ldots)$, суть *обратные связи*. *Анализ* кумулятивной сети состоит в нахождении $\{\| a_{ij}^{(n)} \|\}$ по $\| a_{ij} \|$ при известных M и $\{P_n\}$.

4. Содержательно эта сеть S есть система обходного взаимодействия; узлы — элементы, которые взаимодействуют; $\| a_{ij} \| (= \| a_{ij}^{(1)} \|$ ввиду $P_1 = M^2)$ — мера непосредственного взаимодействия узлов; $\| a_{ij}^{(n)} \|$ — мера обходного взаимодействия на его n-ой стадии, когда узлы могут воздействовать друг на друга через $n - 1$ промежуточных узлов. Развертка определяет допустимые способы комбинирования непосредственных воздействий в обходные на разных стадиях развития обходного взаимодействия. Формула (1) определяет специальный тип взаимодействия, который мы рассматриваем.

Цель теории — разработка методов анализа K-сетей и необходимых для этого понятий. Тривиальный метод дается формулой (1), но он слишком громоздок.

Название „кумулятивные сети“ объясняется „накоплением действия“, которое выражается соотношением

$$a_{kl}^{(n)} = a_{kl}^{(n-1)} + \sum_{ki_1 i_2 \ldots i_{n-1} l \in P_n} a_{ki_1} a_{i_1 i_2} \ldots a_{i_{n-1} l},$$

вытекающим из формулы (1) в силу условия $P_{n-1} \subseteq P_n$.

5. Сеть, где все $a_{ii} = 1$, называется *регулярной*. Сеть, где $P_n = \sum_{r=2}^{n+1} M^r$ для всех n, называется *полной*.

Теорема 1. *В полной сети*

$$\| a_{ij}^{(n)} \| = \sum_{r=1}^{n} \| a_{ij} \|^2.$$

Теорема 2. *В регулярной полной сети над идемпотентным нумероидом*

$$\| a_{ij}^{(n)} \| = \| a_{ij} \|^n. \tag{2}$$

Теоремы 1 и 2 дают матричные методы анализа K-сетей, более простые и элегантные, чем тривиальный анализ по формуле (1).

6. Сеть называется *устойчивой*, если существует такое m, что $P_n = P_m$ при всех $n \geqslant m$; тогда матрица $\| a_{ij}^* \| = \| a_{ii}^{(m)} \|$ есть *финальная связность* сети, элемент $a_{ij}^* = a_{ij}^{(m)}$ — *финальная связь* узла i с узлом j, и наименьшее из m—*финальное число* сети.

Пусть $\varrho_2(M) = M^2$, а $\varrho_n(M)$, где $n > 2$, есть множество всех размещений из p элементов из M по n. Сеть, где $P_n = \sum_{r=2}^{n+1} \varrho_r(M)$ для всех n, называется *сильной*.

Теорема 3. *Всякая сильная сеть устойчива, и ее финальное число меньше p.*

Теорема 4. *В сильной сети*

$$a_{kl}^* = | a_{ij \nearrow lk} |_{kl}, \tag{3}$$

где $|\ldots|_{kl}$ — *знак квазиминора* (в смысле [2], [3]).

Теорема 4 дает матричный метод анализа сильных сетей. В процессе вычисления $| a_{ij \nearrow lk} |_{kl}$ можно найти также все $a_{kl}^{(n)}$ для $n < m$. Устойчивость же сильных сетей избавляет от расчета $a_{kl}^{(n)}$ для $n > m$. Ясно, насколько она упрощает анализ.

С точки зрения практических применений полные и сильные сети — основные типы K-сетей. Отсюда им основное внимание в нашей теории.

7. Сети с одинаковым базисом и одинаковой первичной связностью называются *родственными*, а родственные сети с одинаковой эволюцией связности — *эквивалентными*. Родственные сети различаются развертками. Сеть $\{M, \| a_{ij} \|, \{P_n'\}\}$ есть *расширение* родственной ей сети $\{M, \| a_{ij} \|, \{P_n''\}\}$, если $P_n' \supseteq P_n''$ для всех n. Сети над абсорбентами называются *абсорбосетями*.

Теорема 5. *Всякое расширение регулярной сильной абсорбосети S эквивалентно S; всякое расширение сильной абсорбосети T эквивалентно T с точностью до обратных связей.*

Следствие 1. *Родственные полная и сильная абсорбосети эквивалентны, если они регулярны.*

Следствие 2. *Всякое расширение регулярной сильной абсорбосети есть устойчивая сеть, с финальным числом* $\mu \leqslant p-1$.

Следствие 3. *Всякая регулярная полная абсорбосеть устойчива; ее финальное число меньше* p.

Таким образом, формулы (2) и (3) применимы к анализу расширений регулярных сильных абсорбосетей.

Теорема 6. *В расширении регулярной сильной абсорбосети*

$$\| a_{ij}^{(n)} \| = \| a_{ij} \|^n, \quad \| a_{ij}^{*} \| = \| a_{ij} \|^{\mu} = \| a_{ij} \|^{p-1},$$

где μ *— финальное число.*

Теорема 7. *В расширении регулярной сильной абсорбосети*

$$a_{kl}^{*} = | a_{ij \nearrow lk} |_{kl}.$$

Лемма 1. *Если в* p^2*-матрице* $\| a_{ij} \|$ *над абсорбентом все* $a_{ii} = 1$, *то* $| a_{ij \nearrow lk} |_{kl} = | a_{ij \nearrow lk} |$, *где* $| a_{ij \nearrow lk} |$ *— минор элемента* a_{lk}, *вычисленный как обычный определитель, но с заменой всюду минусов плюсами („беззнаковый минор“).*

Теорема 8. *В расширении регулярной сильной абсорбосети*

$$a_{kl}^{*} = | a_{ij \nearrow lk} |.$$

Теорема 8 дает третий матричный метод анализа абсорбосетей. Ясно, что теоремы 6, 7 и 8 останутся в силе, если слова „расширение регулярной сильной абсорбосети“ заменить в них словами „регулярная сильная абсорбосеть“ или „регулярная полная абсорбосеть“.

8. По определению *булев модуль* $\omega(u)$ элемента u из нумероида равен булеву нулю при $u = 0$ и равен булевой единице при $u \neq 0$. Сеть $B(S) = \{M, \| \omega(a_{ij}) \|, \{P_n\}\}$ называется *булевым образом* K-сети $S = \{M, \| a_{ij} \|, \{P_n\}\}$.

Теорема 9. *Пусть* $\{ \| a_{ij}^{(n)} \| \}$ *— еволюция связности сети* S *над классическим интенсивным нумероидом, и пусть* $\{ \| [\omega(a_{ij})]^{(n)} \| \}$ *— эволюция связности булева образа* $B(S)$. *Тогда*

$$\| \omega [a_{ij}^{(n)}] \| = \| [\omega(a_{ij})]^{(n)} \|, \ (n = 1, 2, \ldots).$$

Иными словами, если нам нужна качественная картина обходного взаимодействия и для этого мы хотим найти распределение нулей в матрицах $\| a_{ij}^{(1)} \|, \| a_{ij}^{(2)} \|, \ldots$, то анализ сети S можно заменить анализом абсорбосети $B(S)$ над двухэлементной булевой алгеброй.

III. *Реальные сети*

9. Изложенная абстрактная теория применима к анализу обходного взаимодействия в различных сетях (системах) управления, связи и пла-

нирования: релейно-контактных схемах, различных детерминированных и стохастических „машинах" в смысле Эшби [5], сетях радиосвязи и проводной связи, транспортных сетях, сетях целей и т. д. Эти сети можно представить как кумулятивные сети и анализировать их на основе изложенной теории.

Правда, матричные методы анализа, сформулированные нами в рамках теории кумулятивных сетей, уже применялись ранее в рамках частных теорий некоторых из перечисленных классов реальных сетей: в теории релейно-контактных схем, теории сетей связи и т. д. Однако до построения теории кумулятивных сетей оставалась в тени возможность обобщенной формулировки этих методов и обобщенного их применения, возможность переноса их с одних видов сетей на другие. В этом плане теория кумулятивных сетей сводит в целостную гармоническую систему результаты многочисленных работ. Можно назвать, в частности, работы Б. И. Арановича [6], А. Г. Лунца [7], [8], О. Плехля [9], А. Шимбела [10], [11], З. Прихара [12], Г. Фробениуса [13], автора [2]...[4], [14] и др.

Теория кумулятивных сетей открывает также возможность аналогичной обобщенной формулировки других методов анализа обходного взаимодействия в упомянутых сетях управления, связи и планирования, как и возможность обобщенной формулировки методов их синтеза.

10. Сети управления, связи и планирования обычно можно рассматривать как частично ориентированные графы [2]...[4]. Задачи на обходное взаимодействие рассматриваемого типа в сетях управления, связи и планирования сводятся в значительной части к трем задачам: а) подсчету путей или серий ребер между двумя вершинами частично ориентированного графа (см. [2], [4]); б) анализу коэффициентов связи в смысле [2] между вершинами частично ориентированного графа; в) подсчету минимальных или максимальных „расстояний" между вершинами частично ориентированного графа, ребрам которого приписаны какие-нибудь „длины" (см. [4]). Обсудим кратко эти задачи с точки зрения нашей теории.

11. Решение первой задачи дается двумя теоремами.

Теорема 10. *Пусть M — множество вершин частично ориентированного графа $\mathcal{G}$, и пусть a_{ij} и $\mathfrak{a}_{ij}$ суть соответственно число непосредственных и число всех путей из вершины i в вершину j. Тогда система* $\widehat{\mathcal{G}} = \left\{ M, \| a_{ij} \|, \left\{ \sum_{r=2}^{n+1} Q_r(M) \right\} \right\}$ *есть сильная K-сеть над классическим интенсивным нумероидом (натуральной арифметикой), имеющая финальную связность* $\| a_{ij}^{x} \| = \| \mathfrak{a}_{ii} \|$.

Следствие. $\mathfrak{a}_{kl} = |a_{ij \nearrow lk}|_{kl}$, (ср. [2], [3]).

Теорема 11. *Пусть M — множество вершин частично ориентированного графа $\mathcal{G}$, и пусть q_{ij} — число ребер*[1]*, идущих от вершины i*

к вершине j, *а* $\mathfrak{q}_{ij}^{(n)}$ — *число серий не более чем* n *ребер между вершинами* i *и* j. *Тогда система* $\check{\mathcal{G}} = \left\{ M, \| q_{ij} \|, \left\{ \sum_{r=2}^{n+1} M^r \right\} \right\}$ *есть полная кумулятивная сеть над классическим интенсивным нумероидом, в которой* $\| q_{ij}^{(n)} \| = \| \mathfrak{q}_{ij}^{(n)} \|$.

Следствие 1. $\| \mathfrak{q}_{ij}^{(n)} \| = \sum_{r=1}^{n} \| q_{ij} \|^r$, (ср. [4], [12], [17]).

Следствие 2. *Сеть* $\check{\mathcal{G}}$, *вообще говоря, неустойчива.*

Теоремы 10 и 11 показывают, как применять теорию кумулятивных сетей к реальным системам. Заметим, что здесь одну и ту же систему (граф $\mathcal{G}$) мы представили в виде кумулятивной сети двумя способами (сети $\hat{\mathcal{G}}$ и $\check{\mathcal{G}}$), в соответствии с вариантами решаемой задачи.

12. Вторая задача в общем сводится к отысканию распределения нулей в матрице $\| a_{ij} \|$ и решается очень просто анализом сети $B(\hat{\mathcal{G}})$. Так как все $a_{ii} = 0$, то в силу теоремы 5 анализ сети $B(\hat{\mathcal{G}})$ равносилен анализу сети $B'(\hat{\mathcal{G}})$, получаемой из $B(\hat{\mathcal{G}})$ заменой всех $\omega(a_{ii})$ единицами (ср. [2]). Сеть же $B'(\hat{\mathcal{G}})$ — регулярная сильная абсорбосеть, и мы можем воспользоваться теоремами 6, 7 и 8.

Аналогично распределение нулей в $\| \mathfrak{q}_{ij}^{(n)} \|$ находится[2]) анализом $B(\check{\mathcal{G}})$. Но регулярная сеть $B(\check{\mathcal{G}})$ эквивалентна $B'(\hat{\mathcal{G}})$, а нерегулярная эквивалентна ей с точностью до обратных связей. При этом, в отличие от $\check{\mathcal{G}}$, сеть $B(\check{\mathcal{G}})$ всегда устойчива; и в ней

$$[\omega(q_{ii})]^* = \omega(q_{ii}) + \sum_{k \neq i} \omega(q_{ik}) [\omega(q_{ki})]^*.$$

13. Вариантом второй задачи является анализ контактных схем, поскольку он сводится к рассмотрению коэффициентов $\omega(a_{ij})$ и $\omega(\mathfrak{a}_{ij})$ как переменных, зависящих от состояния приемных элементов схемы [2]. Отсюда сразу выводится

Теорема 12. *Пусть* M — *множество узлов контактной схемы* $\mathfrak{K}$, *и пусть булевы функции* f_{ij} *и* F_{ij} *суть соответственно непосредственная и полная проводимость между узлами* i *и* j. *Тогда система* $\hat{\mathfrak{K}} =$

---

1) q_{ij} равно a_{ij} при $i \neq j$ и равно числу петель с концом i при $i = j$.

2) А. Шимбел [10] и З. Прихар [12], наоборот, заменяли анализ $B(\hat{\mathcal{G}})$ и $B(\check{\mathcal{G}})$ отысканием нулей в матрицах, полученных анализом $\hat{\mathcal{G}}$ и $\check{\mathcal{G}}$.

$= \left\{ M, \| f_{ij} \|, \left\{ \sum_{r=2}^{n+1} \varrho_r(M) \right\} \right\}$ *есть регулярная сильная абсорбосеть с финальной связностью* $\| f_{ij}^{*} \| = \| F_{ij} \|$.

Следствие 1. $\| F_{ij} \| = \| f_{ij} \|^{\mu} = \| f_{ij} \|^{p-1}$, *где* μ *—финальное число* (ср. [7], [8]).

Следствие 2. $F_{kl} = | f_{ij \nearrow lk} |_{kl}$, (ср. [2], [3]).

Следствие 3. $F_{kl} = | f_{ij \nearrow lk} |$, (ср. [6]...[8]).

Если узлы схемы заменить состояниями схемных элементов, а проводимости — условиями перехода от одного состояния к другому (их тоже можно выразить булевыми функциями или булевыми нулем и единицей), то мы получим метод анализа поведения многотактных релейно-контактных схем (ср. [15], [16]). Этот метод применим и к „машинам" Эшби. См. также обсуждение задачи о качественном исследовании марковских цепей в статье [2].

14. Примером третьей задачи может служить метрический анализ сетей связи и транспортных сетей (см. [4], [11]). Пусть „длина" непосредственного пути между станциями (вершинами графа, образуемого сетью) есть действительное число, а „длина" транзитного пути есть сумма „длин" непосредственных путей, на которые разлагается этот транзитный путь. Мы пишем слово „длина" в кавычках потому, что оно может означать также стоимость или время передвижения или какой-либо выигрыш или проигрыш от передвижения. В последнем случае „длина" даже может быть отрицательной. Пусть затем „непосредственное расстояние" d_{ij} от станции i до станции j есть минимум „длин" непосредственных путей из i в j, а „расстояние" δ_{ij} между i и j есть минимум „длин" всех путей из i в j. Условимся также, что $d_{ii} = \delta_{ii} = 0$ и что при отсутствии путей соответствующие d_{ij} и δ_{ij} равны ∞. Требуется найти $\| \delta_{ij} \|$ по $\| d_{ij} \|$.

Теорема 13. *Пусть* M *— множество станций сети* W. *Тогда система* $\hat{W} = \left\{ M, \| d_{ij} \|, \left\{ \sum_{r=2}^{n+1} \varrho_r(M) \right\} \right\}$ *есть регулярная сильная* K*-сеть над миниаддитивным исчислением, имеющая финальную связность* $\| d_{ij}^{*} \| = \| \delta_{ij} \|$.

Следствие. $\delta_{kl} = | d_{ij \nearrow lk} |_{kl}$, (ср. [4]).

Теорема 14. *При* $\| d_{ij} \| \geqslant 0$ *система* $\hat{W}$ *есть регулярная сильная* K*-сеть над сильным миниаддитивным исчислением и, следовательно, регулярная сильная* K*-абсорбосеть.*

Следствие 1. $\| \delta_{ij} \| = \| d_{ij} \|^{\mu} = \| d_{ij} \|^{p-1}$, *где* μ *—финальное число* (ср. [4], [11]).

Следствие 2. $\delta_{kl} = | d_{ij \nearrow lk} |$, (ср. [4]).

15. Применение математических методов к научной разработке проблем управления и планирования, к вопросам стратегии привело к

возникновению ряда прикладных научных направлений, часто объединяемых под названием „исследование операций". Важнейшей задачей исследования операций является выбор стратегии (в широком смысле), позволяющей наиболее экономно и рационально достичь той или иной цели. Нетрудно видеть, что описанная методика метрического анализа сетей связи и транспортных сетей применима в определенной мере к решению этой более общей задачи. Надо лишь заменить станции целями, а „длины" понимать как оценки (например, стоимостные или по времени) операций, обеспечивающих передвижение от одних целей к другим. Такие сети можно назвать *сетями целей.*

Є этой точки зрения анализ всех предыдущих сетей можно рассматривать как своего рода инженерное применение стратегии непрямых действий.

Поступила 9 XII 1959 г.

Академия Наук СССР,
Москва

ЛИТЕРАТУРА

1. Конрад Н. И., *Сунь-цзы,* Изд-во АН СССР, М.-Л., 1950.
2. Поваров Г. Н., УМН, 1956, **11**, *5* (*71*), стр. 195—202.
3. — *О некоторых матричных методах анализа релейно-контактных схем,* Сб. работ по автом. и телемех., Изд-во АН СССР, М., 1956, стр. 278—285.
4. — Пробл. перед. инф., 1959, *1*, стр. 126—140.
5. Эшби У. Р., *Введение в кибернетику,* ИЛ, М., 1959.
6. Аранович Б. И., Автом. и телемех., 1949, **10**, *6*, стр. 437—451.
7. Лунц А. Г., ДАН СССР, 1950, **70**, *3*, стр. 427—429.
8. — Изв. АН СССР, серия мат., 1952, **16**, *5*, стр. 405—426.
9. Plechl O., Elektrotechn. u. Maschinenbau, 1946, **63**, *1/2*, S. 34—38.
10. Shimbel A., Bull. Math. Biophys., 1951, **13**, *3*, pp. 165—178.
11. — *Structure in Communication Nets,* Proc. Symposium on Information Networks (April, 1954), Polytechn. Inst. Brooklyn, N. Y., 1955, pp. 199—203.
12. Prihar Z., Proc. IRE, 1956, **44**, *7*, pp. 927—933.
13. Frobenius G., Sitz.-ber. Preuss. Akad. d. Wiss., 1912, S. 456—477.
14. Поваров Г. Н., Автом. и телемех., 1954, **15**, *4*, стр. 332—335.
15. — Пробл. перед. инф., 1959, *4*, стр. 85—96.
16. Цетлин М. Л., ДАН СССР, 1957, **117**, *6*, стр. 979—982.
17. Luce R. D., Psychometrika, 1950, **15**, *2*, pp 169—190.
18. Duschek A., Monatshefte f. Math., 1948, **52**, *2*, S. 89—123.

THE BASIC IDEAS OF THE THEORY OF CUMULATIVE NETS

(Summary)

The present paper explains the basic ideas of the mathematical theory of indirect interaction developed by the writer for a large variety of control, communication, and planning nets. Such an approach corresponds to the tendency towards a rapprochement of strategy (in a broad sense) and engineering, the tendency which manifests itself in technical sciences and is often called „cybernetics".

ASUPRA PRINCIPIILOR TEORIEI REŢELELOR CUMULATIVE

(Rezumat)

Se expun ideile fundamentale ale teoriei matematice a interacţiunii indirecte interesînd o vastă gamă de reţele de control, comunicaţii şi planificare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

681.14

REPREZENTAREA NUMERELOR RAŢIONALE PRIN TETRADE DE ÎNTREGI NON-NEGATIVI

DE

AL. CLIMESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Maşinile cifrice de calcul execută mai greu scăderea şi împărţirea decît adunarea sau înmulţirea; din această cauză orice procedeu în virtutea căruia primele două operaţii se înlocuiesc cu ultimele poate contribui la sporirea vitezei de lucru a acestor maşini.

Ne propunem să indicăm aici o reprezentare a numerelor raţionale, singurele cu care se calculează efectiv, care elimină cele două operaţii mai grele. O maşină care ar lucra după acest principiu ar avea poate montaje mai complicate decît maşinile uzuale, în schimb ar executa destul de simplu scăderea şi mai cu seamă împărţirea.

Din punct de vedere matematic totul revine la construcţia corpului de numere raţionale într-o singură etapă, pornind de la întregii nonnegativi, aşa cum arată teorema finală de izomorfism, în timp ce construcţia obişnuită se execută în două etape şi porneşte de la întregii pozitivi.

2. Vom structura ansamblul tetradelor de întregi $\geqslant 0$, notate cu litere majuscule, cu ajutorul următoarelor definiţii care-l transformă într-o algebră cu patru operaţii, două unare şi două binare.

I. Dacă $A = (a, b, c, d)$ numerele a, b, c, d se numesc componentele tetradei. Două tetrade sînt egale dacă şi numai dacă componentele sînt egale, adică $A = A_1$ este echivalentă cu $a = a_1$, $b = b_1$, $c = c_1$, $d = d_1$.

II. Dacă $A = (a, b, c, d)$, tetrada $A' = (0, 0, c, d)$ se numeşte proiecţia tetradei A.

III. Dacă $A = (a, b, c, d)$, tetrada $\bar{A} = (b, a, c, d)$ se numeşte opusa tetradei A.

IV. Dacă $A = (a, b, c, d)$, $A_1 = (a_1, b_1, c_1, d_1)$, se numeşte sumă a celor două tetrade şi se notează $A + A_1$ tetrada $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ unde $\alpha = ac_1 + bd_1 + ca_1 + db_1$, $\beta = ad_1 + bc_1 + cb_1 + da_1$, $\gamma = cc_1 + dd_1$, $\delta = cd_1 + dc_1$.

V. Dacă $A = (a, b, c, d)$, $A_1 = (a_1, b_1, c_1, d_1)$, se numeşte produs al celor două tetrade şi se notează AA_1 tetrada (u, v, w, t) unde $u = aa_1 + bb_1$, $v = ab_1 + ba_1$, $w = cc_1 + dd_1$, $t = cd_1 + dc_1$.

Sînt valabile următoarele reguli de calcul:

(2.1) $(A')' = A'$, (staţionaritatea proiecţiei),

(2.2) $\bar{\bar{A}} = A$, (caracterul involutiv al luării opusei),

(2.3) $A + B = B + A$, (2.4) $A + (B + C) = (A + B) + C$,

(2.5) $AB = BA$, (2.6) $A(BC) = (AB)C$,

(2.7) $\overline{A + B} = \bar{A} + \bar{B}$, (2.8) $(A + B)' = A' + B'$,

(2.9) $(AB)' = A'B'$, (2.10) $\overline{AB} = \bar{A}B = A\bar{B}$,

(2.11) $A(B+C) + A' = AB + AC$, (2.12) $\overline{A+B'} + A = A + B' + \bar{A}$.

(2.1), (2.2), (2.3), (2.5), (2.7), (2.8), (2.9), (2.10) sînt evidente sau se demonstrează imediat. Celelalte se demonstrează în modul următor.

Cu notaţii evidente, componentele sumei $A + (B + C)$ sînt:

$$\alpha = a_1(c_2c_3 + d_2d_3) + b_1(c_2d_3 + d_2c_3) + c_1(a_2c_3 + b_2d_3 + c_2a_3 + d_2b_3) + d_1(a_2d_3 + b_2c_3 + c_2b_3 + d_2a_3),$$

$$\beta = a_1(c_2d_3 + d_2c_3) + b_1(c_2c_3 + d_2d_3) + c_1(a_2d_3 + b_2c_3 + c_2b_3 + d_2a_3) + d_1(a_2c_3 + b_2d_3 + c_2a_3 + d_2b_3),$$

$$\gamma = c_1(c_2c_3 + d_2d_3) + d_1(c_2d_3 + d_2c_3), \quad \delta = c_1(c_2d_3 + d_2c_3) + d_1(c_2c_3 + d_2d_3).$$

Se verifică fără greutate că $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sînt invariante la o permutare ciclică a indicilor, deci $A + (B + C) = B + (C + A) = C + (B + A)$ sau, după (2.3), $= (B + A) + C = (A + B) + C$.

Similar se demonstrează (2.6). Pentru (2.11) se vede că $A(B + C)$ are drept componente:

$$a_1(a_2c_3 + b_2d_3 + c_2a_3 + d_2b_3) + b_1(a_2d_3 + b_2c_3 + d_2a_3 + c_2b_3),$$
$$a_1(a_2d_3 + b_2c_3 + d_2a_3 + c_2b_3) + b_1(a_2c_3 + b_2d_3 + c_2a_3 + d_2b_3),$$
$$c_1(c_2c_3 + d_2d_3) + d_1(c_2d_3 + d_2c_3), \quad c_1(c_2d_3 + d_2c_3) + d_1(c_2c_3 + d_2d_3),$$

iar componentele sumei $A(B + C) + A'$ sînt

$$x = [a_1(a_2c_3 + b_2d_3 + c_2a_3 + d_2b_3) + b_1(a_2d_3 + b_2c_3 + c_2b_3 + d_2a_3)]c_1 + [a_1(a_2d_3 + b_2c_3 + c_2b_3 + d_2a_3) + b_1(a_2c_3 + b_2d_3 + c_2a_3 + d_2b_3)]d_1,$$

$$y = [a_1(a_2c_3 + b_2d_3 + c_2a_3 + d_2b_3) + b_1(a_2d_3 + b_2c_3 + c_2b_3 + d_2a_3)]d_1 + [a_1(a_2d_3 + b_2c_3 + c_2b_3 + d_2a_3) + b_1(a_2c_3 + b_2d_3 + c_2a_3 + d_2b_3)]c_1,$$

$$z = [c_1(c_2c_3 + d_2d_3) + d_1(c_2d_3 + d_2c_3)]c_1 + [c_1(c_2d_3 + d_2c_3) + d_1(c_2c_3 + d_2d_3)]d_1,$$

$$t = [c_1(c_2c_3 + d_2d_3) + d_1(c_2d_3 + d_2c_3)]d_1 + [c_1(c_2d_3 + d_2c_3) + d_1(c_2c_3 + d_2d_3)]c_1.$$

x se poate scrie $x=(a_1a_2+b_1b_2)(c_1c_3+d_1d_3)+(a_1b_2+b_1a_2)(c_1d_3+d_1c_3)+$ $+(c_1c_2+d_1d_2)(a_1a_3+b_1b_3)+(c_1d_2+d_1c_2)(a_1b_3+b_1a_3)$ care este componenta corespunzătoare a sumei $AB+AC$ și similar pentru celelalte componente.

În fine după (2.7) și după egalitatea evidentă $\bar{B}'=B'$, avem $\overline{A+B'}+A=\bar{A}+B'+A=A+B'+\bar{A}$, adică (2.12).

Are loc de asemenea

Teorema. *Algebra tetradelor are următoarele subalgebre*:

(a) *Subalgebra tetradelor* (x, y, z, t) *cu* $z\neq t$;

(b) *Subalgebra cu cinci elemente* $0=(0,0,0,0)$, $i=(1,0,0,0)$, $j=(0,1,0,0)$, $k=(0,0,1,0)$, $1=(0,0,0,1)$.

(a) Închiderea în raport cu proiecția și formarea opusei este evidentă. Apoi $A+B=(...,...,c_1c_2+d_1d_2, c_1d_2+d_1c_2)$, $AB=(...,...,c_1c_2+d_1d_2, c_1d_2+d_1c_2)$. $c_1\neq d_1$, $c_2\neq d_2$ înseamnă unul din următoarele cazuri: $c_1>d_1$ și $c_2>d_2$, $c_1>d_1$ și $c_2<d_2$, $c_1<d_1$ și $c_2>d_2$, $c_1<d_1$ și $c_2<d_2$. Dacă $c_1>d_1, c_2<d_2$ avem $c_1=d_1+e$, $d_2=c_2+f$, $(e>0,\ f>0)$, de unde $c_1d_2+d_1c_2=(d_1+e)(c_2+f)+d_1c_2=(d_1+e)c_2+d_1(c_2+f)+ef=c_1c_2+$ $+d_1d_2+ef$, adică $c_1d_2+d_1c_2>c_1c_2+d_1d_2$ și similar în celelalte cazuri.

(b) $0'=0, i'=0, j'=0, k'=k, l'=l, \bar{0}=0, \bar{i}=j, \bar{j}=i, \bar{k}=k, \bar{l}=l$, iar pentru adunare și înmulțire avem tablourile:

+	0	i	j	k	l
0	0	0	0	0	0
i	0	0	0	i	j
j	0	0	0	j	i
k	0	i	j	k	l
l	0	j	i	l	k

·	0	i	j	k	l
0	0	0	0	0	0
i	0	i	j	0	0
j	0	j	i	0	0
k	0	0	0	k	l
l	0	0	0	l	k

Observații. 1° Regula (2.11) — absența distributivității—explică de ce corpul rațional n-a fost construit în felul indicat de noi. 2°. Plecînd de la subalgebra (b) se reconstruiește lesne algebra tetradelor, ceea ce indică o cale de generare a altor algebre analoage.

3. Pentru a restabili distributivitatea vom introduce între tetradele din (a) relația binară ϱ definită prin

VI. $A\varrho B$ dacă și numai dacă $c_1\neq d_1$, $c_2\neq d_2$, $\bar{A}+B=A+\bar{B}$.

Avem atunci

(3.1) $A\varrho B\leftrightarrow a_1c_2+b_1d_2+c_1b_2+d_1a_2=a_1d_2+b_1c_2+c_1a_2+d_1b_2$,

(3.2) dacă $c_1\neq d_1$ și $A+B=A+C$, atunci $B=C$,

(3.3) $A\varrho A$, (3.4) $A\varrho B\rightarrow B\varrho A$, (3.5) $A\varrho B$ și $B\varrho C\rightarrow A\varrho C$.

(3.1) rezultă scriind egalitatea componentelor tetradelor $\bar{A}+B, A+\bar{B}$. (3.2) rezultă astfel: $A+B=A+C$ revine la sistemul de ecuații

$$a_1c_2+b_1d_2+c_1a_2+d_1b_2=a_1c_3+b_1d_3+c_1a_3+d_1b_3,$$
$$a_1d_2+b_1c_2+c_1b_2+d_1a_2=a_1d_3+b_1c_3+c_1b_3+d_1a_3,$$
$$c_1c_2+d_1d_2=c_1c_3+d_1d_3,\quad c_1d_2+d_1c_2=c_1d_3+d_1c_3,$$

de unde $(c_1 + d_1)(c_2 + d_2) = (c_1 + d_1)(c_3 + d_3)$ de unde (deoarece din $c_1 \neq d_1$ urmează $c_1 + d_1 > 0$), $c_2 + d_2 = c_3 + d_3$. Dacă $c_2 = c_3 + e$ urmează $d_3 = d_2 + e$, $(e > 0)$, deci $c_1(c_3 + e) + d_1 d_2 = c_1 c_3 + d_1(d_2 + e)$, adică $c_1 e = d_1 e$, adică $c_1 = d_1$, ceea ce contrazice ipoteza; similar se vede imposibilitatea egalității $c_3 = c_2 + e$, $(e > 0)$, deci $c_3 = c_2$ și apoi din $d_1 d_2 = d_1 d_3$, $c_1 d_2 = c_1 d_3$ deducem $(d_1 + c_1) d_2 = (d_1 + c_1) d_3$ adică $d_2 = d_3$; din primele două ecuații rezultă apoi în mod analog $b_2 = b_3$, $a_2 = a_3$.

(3.3) revine la $\bar{A} + A = A + \bar{A}$. (3.4) revine la $\bar{A} + B = \bar{B} + A$. (3.5) revine la $\bar{A} + B = A + \bar{B}$, $\bar{B} + C = B + \bar{C} \to (\bar{A} + B) + (\bar{B} + C) = (A + \bar{B}) + (B + \bar{C}) \to (\bar{A} + C) + (B + \bar{B}) = (A + \bar{C}) + (B + \bar{B})$ care implică după (3.2) egalitatea $\bar{A} + C = A + \bar{C}$ adică $A \varrho C$. Relația ϱ este deci o echivalență pe care o vom scrie $\equiv$ și vom demonstra

Teorema. *Relația* $\equiv$ *este o congruență pentru algebra tetradelor de tip* (a).

Într-adevăr din $A \equiv B$, $C \equiv D$, urmează $\bar{A} + B = A + \bar{B}$, $\bar{C} + D = C + \bar{D}$ de unde prin adunare $(\bar{A} + \bar{C}) + (B + D) = (A + C) + (\bar{B} + \bar{D})$, adică $\overline{A + C} + (B + D) = (A + C) + \overline{B + D}$, deci $A + C \equiv B + D$. Apoi $A \equiv B$ implică $AX \equiv BX$, unde $X = (x, y, z, t)$ cu $z \neq t$; într-adevăr $AX \equiv BX$ revine la egalitatea $(a_1 x + b_1 y)(c_2 z + d_2 t) + (a_1 y + b_1 x)(c_2 t + d_2 z) + (c_1 z + d_1 t)(a_2 y + b_2 x) + (c_1 t + d_1 z)(a_2 x + b_2 y) = (a_1 x + b_1 y)(c_2 t + d_2 z) + (a_1 y + b_1 x)(c_2 z + d_2 t) + (c_1 z + d_1 t)(a_2 x + b_2 y) + (c_1 t + d_1 z)(a_2 y + b_2 x)$, adică la egalitatea $(xz + yt)(a_1 c_2 + b_1 d_2 + c_1 b_2 + d_1 a_2) + (xt + yz)(a_1 d_2 + b_1 c_2 + d_1 b_2 + c_1 a_2) = (xz + yt)(a_1 d_2 + b_1 c_2 + d_1 b_2 + c_1 a_2) + (xt + yz)(a_1 c_2 + b_1 d_2 + d_1 a_2 + c_1 b_2)$, evidentă dacă $A \equiv B$. Apoi din $A \equiv B$, $C \equiv D$ deducem $AC \equiv BC$, $CB \equiv DB$, de unde prin comutativitate și tranzitivitate, $AC \equiv BD$.

4. Alte proprietăți utile sînt următoarele :

(4.1) $A + B' \equiv A$, (4.2) $A(B + C) \equiv AB + AC$,

(4.3) $A = \bar{A}$ și $A \equiv B \leftrightarrow B = \bar{B}$, (4.4) $(1, 0, 1, 0) \equiv (a, b, c, d) \leftrightarrow a + d = b + c$,

(4.5) dacă $B = \bar{B}$, ecuația $A + X \equiv B$ are soluția $X \equiv \bar{A}$,

(4.6) dacă $A \neq \bar{A}$ și $A = (a, b, c, d)$, ecuația $AX \equiv (1, 0, 1, 0)$ are soluția

$$(c, d, a, b) \equiv X \text{ iar } A(1, 0, 1, 0) \equiv A.$$

(4.1) revine la $\overline{\bar{A} + \bar{B}'} + A = \bar{A} + \bar{B}' + A = \bar{A} + B' + A = (A + B') + \bar{A}$; (4.2) decurge din (4.1) și (2.11); dacă $A = \bar{A}$ și $\bar{A} + B = A + \bar{B}$, urmează $\bar{A} + B = A + \bar{B}$, adică $B = \bar{B}$ după un calcul similar cu acela făcut pentru demonstrația proprietății (3.2), iar $A = \bar{A}$, $B = \bar{B}$ implică imediat $A \equiv B$, adică (4.3); (4.4) revine la (3.1); (4.5) revine la $A + \bar{A} = B$ adică la $\overline{A + \bar{A}} + B = A + \bar{A} + \bar{B}$, deci la $\bar{A} + \bar{\bar{A}} + B = A + \bar{A} + \bar{B}$, evidentă după (2.2) și ipoteza $B = \bar{B}$; $A(1, 0, 1, 0) = A$ deci *a fortiori* $\equiv A$, iar

$(a,b,c,d)\,(c,d,a,b) = (ac+bd, ad+bc, ac+bd, ad+bc) \equiv (1,0,1,0)$ după (4.4); $A \neq \bar{A}$ și $AX \equiv (1,0,1,0)$ revine la $a \neq b, c \neq d$ și $ax+by+ct+dz = ay+bx+cz+dt$, egalitate care și înseamnă $X \equiv (c,d,a,b)$.

5. Relația $\equiv$ fiind o congruență, algebra claselor există. Adunarea claselor este o operație binară de grup abelian în care elementul neutru este clasa tetradelor $A = \bar{A}$, iar elementul opus este dat de (4.5). Înmulțirea este distributivă față de adunare, iar clasele diferite de elementul neutru al adunării formează un grup multiplicativ cu element neutru $\equiv (1,0,1,0)$ și invers dat de (4.6). Prin urmare:

Clasele de tetrade de tip (a) în raport cu echivalența $\equiv$ *formează un corp comutativ.*

Este ușor acum de stabilit

T e o r e m a (fundamentală). *Corpul claselor de tetrade de tip (a) este izomorf cu corpul numerelor raționale prin corespondența*

$$(5.1) \qquad (a,b,c,d) \leftrightarrow (a-b)/(c-d), \quad (c \neq d).$$

Corespondența este biunivocă, la două fracții egale corespunzînd două tetrade echivalente și reciproc. III și IV arată că

$$(a,b,c,d) + (a_1,b_1,c_1,d_1) \leftrightarrow (a-b)/(c-d) + (a_1-b_1)/(c_1-d_1),$$
$$(a,b,c,d)\,(a_1,b_1,c_1,d_1) \leftrightarrow [(a-b)/(c-d)].\,[(a_1-b_1)/(c_1-d_1)]$$

și restul rezultă pe căi cunoscute.

În algebra claselor de tetrade proiecția revine la înmulțirea cu clasa nulă și formarea opusului revine la înmulțirea cu -1 (1 fiind clasa $\equiv$ (1, 0, 1, 0)).

Cum operațiile asupra claselor se pot executa cu ajutorul reprezentanților lor, se vede că

$$(5.2) \qquad (a,b,c,d) - (a_1,b_1,c_1,d_1) \equiv (a,b,c,d) + (b_1,a_1,c_1,d_1)$$

și

$$(5.3) \qquad (a,b,c,d)/(a_1,b_1,c_1,d_1) \equiv (a,b,c,d)\,(c_1,d_1,a_1,b_1),$$

deci scăderea și împărțirea se reduc la adunare și înmulțire, care revin la înmulțiri și adunări de întregi $\geqslant 0$.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de matematici

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ЧЕТВЕРКАМИ ЦЕЛЫХ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

(Резюме)

Множество четверок (a, b, c, d) целых чисел $\geqslant 0$ превращается в алгебру с четырмя операциями при помощи определений I...V, а именно: проекция A', противоположное $\bar{A}$, сложение $A + A_1$, умножение AA_1. Правила вычислений указаны формулами (2.1)...(2.12).

Четверки (x, y, z, t) где $z \neq t$ образуют подалгебру для которой соотношение ϱ определяемое IV — конгруенция. Доказывается наконец, что алгебра классов ϱ — тело изоморфное с телом рациональных чисел на основании соответствия (5.1).

(5.2) и (5.3) показывают, что вычитание и деление могут выполняться при помощи сложений и умножений целых чисел $\geqslant 0$.

Полученные результаты могут представлять собой преимущество в проектирование электронных вычислительных машин.

LA REPRÉSENTATION DES NOMBRES RATIONNELS PAR DES QUATERNES D'ENTIERS NON-NÉGATIFS

(Résumé)

L'ensemble des quaternes (a, b, c, d) d'entiers $\geqslant 0$ est transformé en une algèbre à quatre opérations par les définitions I ... V, les opérations étant les suivantes: la projection A', l'opposé $\bar{A}$, l'addition $A + A_1$, la multiplication AA_1. Les règles de calcul sont exprimées par les formules (2.1) ... (2.12).

Les quaternes (x, y, z, t) avec $z \neq t$ forment une sousalgèbre pour laquelle la relation ϱ, définie par VI, est une congruence. On démontre ensuite que l'algèbre des classes de ϱ est un corps isomorphe au corps des nombres rationnels par la correspondance (5.1).

(5.2) et (5.3) montrent que la soustraction et la division peuvent être exécutées à l'aide d'additions et de multiplications d'entiers $\geqslant 0$, ce qui pourrait constituer un avantage pour la construction des machines électroniques de calcul.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

517.941;536.758

GÉNÉRALISATION DE QUELQUES RÉSULTATS CONCERNANT LA THERMODYNAMIQUE DES PROCESSUS IRRÉVERSIBLES

PAR

KYRILLE POPOFF

1. Le point de départ de nos recherches sur les processus thermodynamiques irréversibles étaient les relations phénoménologiques d'Onsager.

Considérons un processus thermodynamique dans un système adiabatiquement isolé au voisinage de l'état d'équilibre thermodynamique stable. Soient $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ les paramètres indépendants définissant l'état thermodynamique du système, $S(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$—l'entropie du système au moment t et $\xi_1^0, \xi_2^0, \ldots, \xi_n^0$—les valeurs de ces paramètres à l'état d'équilibre thermodynamique stable, défini par le maximum de S. En posant $x_i = \xi_i - \xi_i^0$, on a pour l'accroissement ΔS de l'entropie, réduit à ses termes de second degré,

$$\Delta S = S(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n) - S(\xi_1^0, \xi_2^0, \ldots, \xi_n^0) =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i,k} \frac{\partial^2 S_0}{\partial \xi_i \partial \xi_k} (\xi_i - \xi_i^0)(\xi_k - \xi_k^0) = -\frac{1}{2} \sum_{i,k} g_{ik} x_i x_k .$$

Les coefficients $g_{ik} = -\partial^2 S_0 / (\partial \xi_i \partial \xi_k)$ désignent les dérivées secondes de S pour $\xi_1 = \xi_1^0, \ldots, \xi_n = \xi_n^0$, ou bien pour $x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0$ et l'on a $g_{ik} = g_{ki}$. Ici $\sum_{i,k} g_{ik} x_i x_k$ est une forme quadratique positivement définie.

Guidé par des considérations de la mécanique statistique Onsager établit les relations phénoménologiques

$$(1) \qquad \frac{dx_i}{dt} = \sum_k^{1,n} L_{ik} X_k, \quad (i = 1,2,\ldots,n), \text{ avec } L_{ik} = L_{ki},$$

où les forces X_i dérivent, d'après Lord Rayleigh, de la fonction de forces $(-\Delta S)$, c'est-à-dire où l'on a $X_i = \partial(-\Delta S)/\partial x_i = \sum_k^{1,n} g_{ik} x_k$.

Dans leur traité *La physique statistique* (en russe) L. Landau et F. Lifschitz ont montré que les coefficients L_{ik} ne peuvent pas être choisis d'une manière arbitraire et qu'ils sont des coefficients d'une forme quadratique négativement définie.

2. Nous allons approfondir ici la nature des intégrales du système (1) au voisinage de l'équilibre thermodynamique stable, c'est-à-dire autour du point singulier $x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0$.

Considérons pour cela le cas le plus simple, la cas de $n = 2$, pour illustrer les difficultés surmontées dans nos recherches du cas général de n quelconque. Considérons le système d'équations différentielles

$$\frac{dx_j}{dt} = \sum_l^{1,2} L_{jl} X_l = \sum_{l,s}^{1,2} L_{jl} g_{ls} x_s, \quad (j = 1,2), \tag{2}$$

autour du point singulier $x_1 = x_2 = 0$, correspondant à l'état d'équilibre thermodynamique stable. Soient $x_1(t)$, $x_2(t)$ les intégrales de ce système correspondant aux valeurs initiales $x_1^0 = x_1(0)$, $x_2^0 = x_2(0)$ arbitrairement choisies au voisinage de $x_1 = x_2 = 0$. H. Poincaré a montré que le point $x_1 = x_2 = 0$ peut être un *noeud* pour le système des courbes intégrales aboutissant à ce point avec des tangentes bien déterminées, ou bien un *foyer* pour la famille des courbes intégrales tendant asymptotiquement vers ce point, après avoir tourné une infinité de fois autour de ce point. Dans le premier cas ces courbes déterminent des processus thermodynamiques irréversibles. Dans le second cas, le processus ayant un chemin long à parcourir, ces courbes représentent des processus quasistationnaires et peuvent, dans certains cas, représenter des processus thermodynamiques réversibles. Mais le point singulier $x_1 = x_2 = 0$ peut être un *col* de la famille des courbes intégrales. Dans ce cas il n'y a que deux courbes correspondant à des valeurs bien déterminées de x_1^0, x_2^0. Le reste de la famille des courbes intégrales sont disposées par rapport à ces deux comme la famille d'hyperboles par rapport aux asymptotes. Enfin le point singulier peut être un *centre* et dans ce cas les courbes intégrales tendent asymptotiquement vers de courbes fermées, renfermant le centre. On arrive à ces résultats en intégrant le système (2) par des expressions de la forme $x_1 = \alpha \exp(rt)$, $x_2 = \beta \exp(rt)$, ce qui conduit pour la détermination de r á l'équation algébrique de second degré :

$$\begin{vmatrix} L_{11}g_{11} + L_{12}g_{12} - r & L_{11}g_{12} + L_{12}g_{22} \\ L_{21}g_{11} + L_{22}g_{12} & L_{21}g_{12} + L_{22}g_{22} - r \end{vmatrix} = 0. \tag{3}$$

Les racines r_1 et r_2 de cette équation montrent si le point $x_1 = x_2 = 0$ est un noeud, un foyer, un col ou un centre et ces racines sont des

fonctions des L_{ik}. Pour que ces intégrales représentent des processus thermodynamiques irréversibles au voisinage de l'équilibre stable, il faut que les racines r_1, r_2 soient négatives. De l'équation (3) on voit que les valeurs de r_1 et r_2 ne changent pas en permutant les coefficients L_{ik} avec g_{ik}.

3. Dans notre ouvrage *Les bases mathématiques des processus thermodynamiques irréversibles* (Paris, 1956, Gauthier-Villars éditeur), couronné par l'Académie des Sciences de Paris (Prix Henri de Parville pour 1957), nous avons montré que les relations phénoménologiques (1) sont des intégrales premières du système plus général, du type newtonien :

$$(4) \qquad d^2 x_i / dt^2 = X_i, \quad (i = 1,2,\ldots,n),$$

intégré dans des conditions aux limites $x_i(0) = x_i^0$, $x_i(+\infty) = 0$, $(i = 1,2,\ldots,n)$, et que les coefficients L_{ik}, figurant dans ces intégrales, sont définis par les g_{ik}, que la symétrie des L_{ik} découle d'une manière logique de la symétrie des g_{ik} et que ces coefficients remplissent les conditions formulées par L. Landau et F. Lifschitz.

L'intégration du système (4) par des expressions de la forme $x_1 = \alpha \exp(rt)$, $x_2 = \beta \exp(rt), \ldots, x_n = \nu \exp(rt)$ conduit, pour la détermination de r, à l'équation algébrique de degré n par rapport à r^2 :

$$(5) \qquad G - r^2 I = 0, \quad G = \| g_{ik} \|, \quad I - \text{matrice unité}.$$

Les g_{ik} étant des coefficients d'une forme quadratique positivement définie, toutes les racines r_i^2 sont positives et par conséquant à la racine $r_i < 0$ correspond la racine $r_{n+i} > 0$.

Pour qu'on ait $x_i(+\infty) = 0$ il faut mettre nuls toutes les constantes d'intégration C_{n+i}, correspondant aux racines positives r_{n+i}. Il ne reste ainsi que n constantes d'intégration $C_1, C_2, \ldots, C_n$, déterminées par les valeurs initiales $x_i(0) = x_i^0$ des variables x_i. On a de la sorte [1])

$$(6) \qquad x_1(t) = \sum_1^n C_k \alpha_k \exp(r_k t), \ldots, x_n(t) = \sum_1^n C_k \nu_k \exp(r_k t).$$

4. Dans le cas d'un système isotherme-isobare on a à considérer la fonction caractéristique

$$(7) \qquad \Phi = S - (U + pV) / T$$

au lieu de S. Ici U est l'énergie totale interne, V—le volume total, p—la pression et T—la température absolue du système. La fonction Φ, comme

---

1) Voir aussi notre communication *Sur la thermodynamique des processus irréversibles* présentée au IV-e Congrès des Mathématiciens Roumains, Bucarest, 27 Mai— 4 Juin 1956 [1].

la fonction S, croît d'une manière monotone et atteint le maximum à l'état de l'équilibre thermodynamique stable. Ici l'on a

(8) $d^2x_i/dt^2 = X_i$ avec $X_i = \partial(-\Delta\Phi)/\partial x_i$, $(i = 1,2,\ldots,n)$, $x_i = \xi_i - \xi_i^0$.

5. Dans l'étude des processus thermodynamiques dans un système isotherme-isobare, comme dans un système adiabatiquement isolé, on peut avoir des cas qui imposent une analyse plus approfondie.

Considérons une substance (l'eau par exemple) en trois phases: solide, liquide et ses vapeurs à des températures $-10°$, $+80°$ et $120°$ C et de masses respectives m_1, m_2, m_3 avec $m_1 + m_2 + m_3 = M$, dans un récipient à parois imperméables à la chaleur et absolument rigide. Après un certain moment t_1, si la masse m_1 est relativement petite on aura dans le récipient seulement la masse liquide et ses vapeurs et à a partir de t_1 on aura à considérer un système à deux phases.

Considérons en second lieu un système isotherme-isobare, composé de corps qui entrent en réactions chimiques en chaîne. Un des composants, l'oxigène par exemple, n'étant pas en quantité considérable, peut disparaître comme élément libre à un moment t_1, avant que le système arrive à l'état de l'équilibre thermodynamique stable.

Dans les deux cas le nombre d'équations différentielles définissant le processus thermodynamique sera réduit au moment t_1. On a un problème analogue dans la mécanique céleste. Prenons, par exemple, trois masses m_1, m_2, m_3, $(m_1 + m_2 + m_3 = M)$, s'attirant suivant la loi de Newton. Il peut arriver qu'à un certain moment t_1 les masses m_1 et m_2 entrent en collision et à partir de ce moment on n'aura à considérer que le mouvement du bloc des masses $m_1 + m_2$ et de la masse m_3 formant ainsi un système de deux corps.

6. Revenons au problème thermodynamique du système adiabatiquement isolé. Ici nous allons esquisser seulement le chemin à suivre dans ce cas. En choisissant comme variables indépendantes les masses m_1 et m_2, $(m_3 = M - m_1 - m_2)$ et en désignant symboliquement par z l'ensemble des autres variables indépendantes, on aura pour l'entropie S une expression de la forme $S(m_1, m_2, z)$. D'après la méthode générale, l'équilibre thermodynamique stable est déterminé par le maximum de $S(m_1, m_2, z)$, c'est-à-dire par le système d'équations algébriques

(9) $$\partial S/\partial m_1 = 0, \quad \partial S/\partial m_2 = 0, \quad \partial S/\partial z = 0.$$

Soient m_1^0, m_2^0, z^0 les valeurs des paramètres m_1, m_2, z déterminant ce maximum. En suivant la méthode exposée dans les paragraphes précédants l'on aura

(10) $$\Delta S = S(m_1, m_2, z) - S(m_1^0, m_2^0, z^0) = -\frac{1}{2}\sum_{i,k} g_{ik}\, x_i\, x_k, \quad (i = 1,2,3),$$

où l'on a mis

(11) $$x_1 = m_1 - m_1^0, \quad x_2 = m_2 - m_2^0, \quad x_3 = z - z^0.$$

On calcule les racines r_1^2, r_2^2, r_3^2 et avec les valeurs négatives $r_1 = -\sqrt{r_1^2}, r_2 = -\sqrt{r_2^2}, r_3 = -\sqrt{r_3^2}$ on forme les intégrales

$$x_1 = \sum_1^3 C_k \alpha_k \exp(r_k t), \ldots, x_3 = \sum_1^3 C_k \gamma_k \exp(r_k t).$$

Les coefficients C_1, C_2, C_3 sont déterminés par les valeurs initiales des x_i.

7. Les résultats qu'on obtient ainsi correspondent au problème physique tant que la masse d'une des phases données n'est pas négative ou plus grande que M, où l'on a mis $m_1 + m_2 + m_3 = M$. Mais, dans l'exemple que nous avons choisi, la masse solide devant fondre à un moment déterminé t_1, l'on aura $m_1(t_1) = 0$ et la solution ainsi trouvée n'est plus valable pour $t > t_1$. Pour avoir t_1, l'on aura $x_1(t_1) = m_1(t_1) - m_1^0 = -m_1^0$ et par conséquant $-m_1^0 = \sum_1^3 C_k \alpha_k \exp(r_k t)$. Avec la valeur t_1 ainsi trouvée on calcule $x_2(t_1)$, $x_3(t_1)$ et par conséquent les valeurs de m_2, $m_3 = M - m_2$ et de z dans le système à deux phases: la phase liquide et ses vapeurs au moment t_1, qu'on traîte après par la méthode générale, avec les valeurs initiales de m_2 et de z ainsi trouvées pour $t = t_1$. Une exposition détaillée de la solution du problème dans ce second stade le lecteur trouvera dans notre ouvrage [1].

8. D'une manière analogue on traîte aussi le problème du second exemple. Des considérations analogues s'appliquent aussi lorsqu'on utilise les relations phénoménologiques d'Onsager. L'idée fondamentale dans les deux manières de considérer le problème consiste dans ce que les fonctions S et Φ sont traîtées comme des fonctions des forces, croissant et tendant vers leurs valeurs *maxima*, déterminant l'état d'équilibre thermodynamique stable.

9. Les relations phénoménologiques d'Onsager, avec leurs coefficients L_{ik} à déterminer *à posteriori*, correspondent à l'état de la physique phénoménologique. Les équations que nous établissons correspondent à *l'esprit newtonien*. La différence philosophique de ces deux manières de considérer les problèmes physiques est très bien mise en clair par Albert Einstein dans son article *Physique et Réalité* du Zeitschrift für freie deutsche Forschung (Paris, 1939) reproduit dans *Out of My later Years* (London, 1950). Nous reproduisons les propositions suivantes d'après l'ouvrage d'Engelbert Broda [2]: „Für sie (die phänomenologische Physik E. B.) ist es charakteristisch dass sie sich möglichst erlebnisnaher Begriffe bedient dafür aber auf Einheitlichkeit der Grundlagen weitgehend verzichtet. Wärme, Elektrizität und Licht werden durch besondere Zustandsvariable und Materialkonstanten neben den mechanischen Zustände beschrieben, und alle diese Variablen in ihrer gegenseitigen und zeitlichen Abhängigkeit zu bestimmen, war ein in der Hauptsache nur auf empirischem Wege lösbares Problem. Viele Zeitgenossen von Maxwell sahen in einer solchen Darstellungsweise das Endziel der Physik, die Sie wegen der relativen Erlebnisnähe der gebrauchten Begriffe für rein induktiv aus den Erlebnissen ableitbar hielten. St. Mill und E. Mach vertraten erkenntnistheoretisch ungefähr diesen Standpunkt".

„Es ist nach meiner Ansicht die grösste Leistung der Newtonschen Mechanik dass ihre konsequente Anwendung zur Überwindung dieses (phänomenologischen) Standpunktes führte, und zwar auf dem Gebiet der Wärmeerscheinungen. Dieses geschah durch die

kinetische Gastheorie und durch die statistische Mechanik überhaupt. Erstere verknüpfte die Zustandsgleichungen der idealen Gase, Viskosität, Wärmeleitung und Diffusion der Gase, Radiometererscheinungen der Gase und lieferte die logische Verbindung von Phänomenen, welche vom Erlebnisstandpunkte nicht das gerigste miteinander zu tun hatten. Letztere lieferte eine mechanische Deutung der thermodynamischen Begriffe und Gesetze sowie die Erkenntnis von der Grenze des Anwendungsbereiches der Begriffe und Gesetze der klassischen Wärmelehre".

Reçu le 15 X 1959

Académie Bulgare des Sciences,
Sofie, R. P. Bulgarie

BIBLIOGRAPHIE

1. Popoff K., Revue de Math. pures et appl., Bucarest, 1956, **1**, pp. 167–173.
2. Broda E., *Ludwig Boltzmann Mensch, Physiker, Philosoph*, Wien, F. Deutike-Verlag, 1955.

ОБОБЩЕНИЕ НЕКОТОРЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ТЕОРИИ НЕОБРАТИМЫХ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

(Резюме)

В труде *Les bases mathématiques des processus thermodynamiques irréversibles* (Paris, 1956, Gauthier-Villars, éditeur), награжденном Парижской Академией Наук, автор установил, что феноменологические соотношения Онзагера являются первыми интегралами системы дифференциальных уравнений Ньютоновского типа в случае, когда в стабильном термодинамическом равновесии учавствуют все компоненты учавствующие при протекании термодинамического процесса. В настоящем докладе рассматривается случай, когда при протекании процесса исчезают некоторые компоненты системы прежде чем система достигла термодинамического равновесия.

Пример. В системе из твердой, жидкой и газообразной фазы исчезает твердая фаза прежде чем система достигла термодинамического равновесия.

GENERALIZAREA UNOR REZULTATE RELATIVE LA TEORIA PROCESELOR TERMODINAMICE IREVESIBILE

(Rezumat)

În volumul autorului *Les bases mathématiques des processus thermodynamiques irréversibles* (Paris, 1956, Gauthier-Villars, éditeur) s-a studiat cazul general în care în starea de echilibru termodinamic al sistemului considerat avem de-a face cu toate componentele sistemului. În această lucrare se consideră cazul în care una din componentele sistemului dispare în decursul procesului termodinamic înainte ca sistemul să fi ajuns la starea de echilibru termodinamic stabil.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

517.946;533.691

ON THE ACCELERATION POTENTIAL FUNCTION FOR NON-STEADY MOTION OF A DELTA-WING IN SUPERSONIC FLIGHT

BY

MILOMIR M. STANIŠIĆ

Dedicated to my dear mother, Ana

1. Introduction

With the advent of transonic and supersonic flight the fluttering problem is one of the most fundamental considerations facing a designer of new aircraft since it has a profound effect on the overall structural weight. In its analysis each fluttering problem breaks into a structural and an aerodynamic part. It is noteworthy that the amount of available knowledge concerning the aerodynamic half of the flutter problem is considerably less than that available about its structural counterpart. Current difficulties in performing an accurate mathematical analysis of the flutter problem in supersonic range result from our lack of theoretical knowledge of aerodynamics of an oscillating wing.

The mathematical analysis of aerodynamic forces, which are a result of the solution of the equation of motion governing small disturbances in a perfect non-steady flow, represents an extremely difficult problem which has been treated by a great number of scientists over all the world but with relatively little success.

Historically, the study of this type of flow was begun in 1920 when L. Prandtl [1] and T. Ackeret [2] developed the approximate theory of the steady motion of a wing of infinite span at sub- and supersonic speeds. Later, von Kármán [3] and Tsien [4] developed a theory dealing with the flow around an elongated body in revolution at supersonic speed. T. Theodorsen [5] presented a theory applicable to two-dimensional, chordwise, rigid airfoil oscillating in pitch and vertical translation in an incompressible flow. This theory was expanded and generalized by H. G. Kussner and L. Schwarz [6] to include the derivation of the chordwise pressure distribution corresponding to an arbitrary mode of deformation of the camber line.

Further essential contributions to the theory of two-dimensional supersonic flow were made by the following: C. Possio [7], S. von Borbely [8], G. Temple and H. A. John [9], I. E. Garrick and I. Rubinov [10], I. A. Panichkin [11], L. A. Galin [12], S. N. Karp, S. S. Shu and K. Woll [13], and A. Schlichting [14].

The solution for the source function for non-steady state flow in three dimensions has not appeared although this field has not been neglected in recent years [15]...[21]. The difficulties lie in the solution of an integral equation which results from the boundary conditions on the lifting surface [22]...[24].

It has to be mentioned that J. W. Miles in formulation of function of velocity potential has used the Fourier transform. However,

the integrals in the formulation of aerodynamic force appear to contain the singularities of higher order. This difficulty can not always be surmounted by integration by part. For such a purpose, it is best to extend the solution of three dimensional steady flow given by Heaslet, Lomax, and Jones [19], on the solution for unsteady three dimensional flow. That is the aim of this paper. The formulation of integral equations will appear in the next paper.

2. Formulation of boundary value problem and application of Volterra-Green's theorem

We assume that the wing is placed approximately in a horizontal plane of symmetry of the flow. We take a coordinate system which is fixed in the wing such that the x-axis is directed along the main stream, the

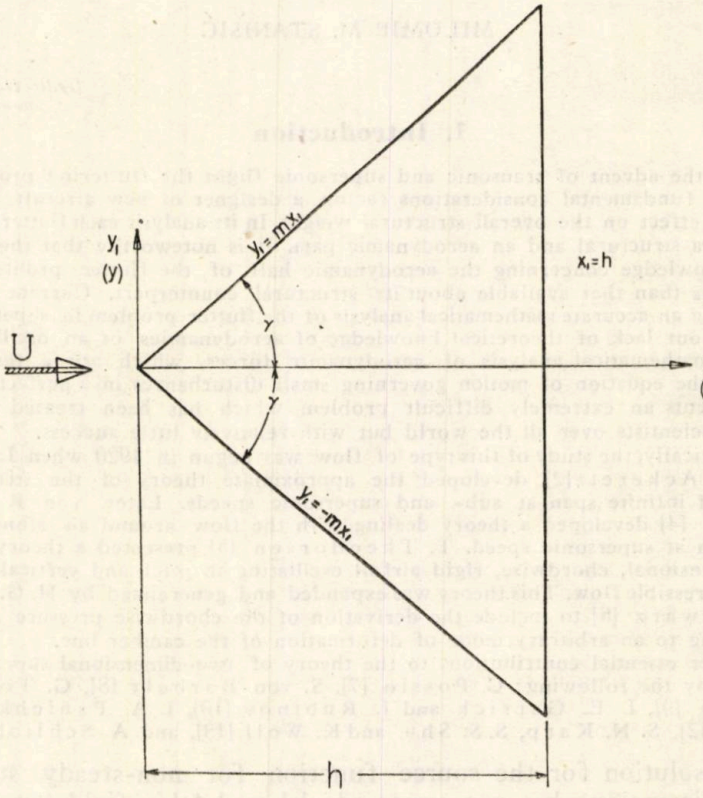


Fig. 1. — Coordinate system of the wing.

y-axis along the span of the wing and z-axis is directed so that $Oxyz$ is a system of right dispositions (see Fig. 1). We assume that the wing is moving with the velocity $U > a$, where a is a sound velocity. We need to determine the velocity field around the wing, i. e.,

(1) $$\bar{c} = \bar{c}(U + u,\ v,\ w),$$

where u, v, w are corresponding velocity of the flow of x, y, and z-directions respectively.

Using linearized theory, the motion of the compressible non-steady flow is governed by equation

(2) $$(1 - M^2)\Phi_{xx} + \Phi_{yy} + \Phi_{zz} - (2U\Phi_{xt} + \Phi_{tt}) / a^2 = 0,$$

where Φ is velocity potential, $M = U/a$ is the Mach number. The subscripts x, xx, y, yy, xt,... denote corresponding derivatives.

Equation (2) is the basic equation of the problem. In the linearized theory it can easily be demonstrated that equation (2) is satisfied by an acceleration potential also. This equation holds for both supersonic and subsonic flows.

In order to formulate the boundary value problem, we must prescribe the boundary conditions. We assume that a delta-wing is placed in the Mach cone, namely $\gamma < \gamma^*$, where γ is vortex angle of the wing and $\gamma^* = \text{ten}^{-1}(1/\sqrt{M^2-1})$ — the Mach angle; then the following boundary conditions follow from the nature of the problem:

a) The normal component of the velocity of a wing must be equal to the normal component of the velocity of the flow, i. e.

(3) $$\bar{\Omega} \cdot \bar{n} = \bar{c} \cdot \bar{n},$$

where $\bar{\Omega}$ is velocity of the wing, and $\bar{n}$ is normal to its surface.

Denote the position of the wing at any time as

(4) $$z = g(x,\ y) \exp(-i\omega t),$$

where ω is a frequency of the vibrating wing and $g(x,y)$ is a prescribed function, regular everywhere in the region under consideration. Then

(5) $$\bar{\Omega} = \bar{\Omega}(0,\ 0,\ -i\omega g(x,\ y) \exp(-i\omega t)).$$

The direction cosines of the normal to the surface of the wing are, according to the linearized theory,

(6) $$\bar{n} = \bar{n}(g_x(x,y)\exp(-i\omega t),\ g_y(x,y)\exp(-i\omega t),\ -1).$$

Hence, equations (1), (3), (5) and (6) lead to

(7) $$\begin{aligned} &i\omega g(x,y)\exp(-i\omega t) = \\ &= (U+u)g_x(x,y)\exp(-i\omega t) + v g_y(x,y)\exp(-i\omega t) - w. \end{aligned}$$

Or, according to linearized theory,

(8) $$w = \exp(-i\omega t)[U g_x(x,y) - i\omega g(x,y)].$$

This velocity is connected with the acceleration potential by a known integral relation [20].

b) Since the wing moves with supersonic speed, the fluid is distributed only in the region within the corresponding Mach cone. Outside of this surface and ahead of the wing, the medium is at rest; hence the second boundary condition requires that $\Phi = 0$ on the aftercone

(9) $$x^2 - \beta^2 (y^2 + z^2) = 0,$$

where

(10) $$\beta^2 = M^2 - 1.$$

To solve equation (2), we shall assume that oscillations are harmonic, namely

(11) $$\Phi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \exp(kx - i\omega t).$$

Then

(12) $$(1 - M^2)\psi_{xx} + \psi_{yy} + \psi_{zz} - \Lambda^{*2}\psi = 0,$$

where

(13) $$k = -i\omega M / [a(1 - M^2)]$$

and

(14) $$\Lambda^{*2} = \omega^2 / [a^2 (M^2 - 1)].$$

If we use the substitutions

(15) $$x = X, \; y = (M^2 - 1)^{-1/2} Y, \; z = (M^2 - 1)^{-1/2} Z,$$

equation (12) becomes

(16) $$\psi_{XX} - \psi_{YY} - \psi_{ZZ} + \Lambda^2 \psi = 0,$$

where

(17) $$\Lambda^2 = \Lambda^{*2} / (M^2 - 1).$$

Equations (9) and (15) lead to

(18) $$X^2 - Y^2 - Z^2 = 0.$$

In order to solve equation (16) subjected to the given boundary conditions, Volterra-Green's theorem will be used.

Define

(19) $$L(\psi) = \psi_{XX} - \psi_{YY} - \psi_{ZZ} + \Lambda^2 \psi = 0,$$

then Volterra-Green's theorem requires that

(20) $$\iiint_V \{\sigma L(\psi) - \psi L(\sigma)\} \, dV = - \iint_A \{\sigma D_n(\psi) - \psi D_n(\sigma)\} \, df,$$

where σ is any particular solution of equation (16) and $D_n(...)$ is a modified directional derivative, namely

(21) $$D_n(...) = n_1 \partial/\partial X - n_2 \partial/\partial Y - n_3 \partial/\partial Z,$$

where n_1, n_2, n_3 are direction cosines of the normal to a surface A.

In general ψ and σ are two functions which together with their first and second derivatives are continuous and single-valued throughout the region enclosed within the volume, V; both ψ and σ are required to satisfy equation (16) and the corresponding boundary conditions.

We introduce the co-normal $\bar{\nu} = \bar{\nu}(\nu_1, \nu_2, \nu_3)$ on the surface A, then

(22) $$D_\nu(\psi) \equiv \mathrm{d}\psi/\mathrm{d}\nu = (\partial\psi/\partial X)(\mathrm{d}X/\mathrm{d}\nu) + (\partial\psi/\partial Y)(\mathrm{d}Y/\mathrm{d}\nu) + (\partial\psi/\partial Z)(\mathrm{d}Z/\mathrm{d}\nu).$$

However,

(23) $$\mathrm{d}X/\mathrm{d}\nu = -\nu_1, \quad \mathrm{d}Y/\mathrm{d}\nu = -\nu_2, \quad \mathrm{d}Z/\mathrm{d}\nu = -\nu_3$$

and,

(24) $$n_1 = -\nu_1, \quad n_2 = \nu_2, \quad n_3 = \nu_3,$$

then equations (21) reads

(25) $$-\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}\nu = (\partial\psi/\partial X)\nu_1 + (\partial\psi/\partial Y)\nu_2 + (\partial\psi/\partial Z)\nu_3.$$

Furthermore,

(26) $$-\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\nu = (\partial\sigma/\partial X)\nu_1 + (\partial\sigma/\partial Y)\nu_2 + (\partial\sigma/\partial Z)\nu_3.$$

However,

(27) $$L(\psi) \equiv L(\sigma) = 0.$$

Therefore, equations (25), (26) and (27) lead to

(28) $$\iint_A \sigma \frac{\partial\psi}{\partial\nu}\,\mathrm{d}f = \iint_A \psi \frac{\partial\sigma}{\partial\nu}\,\mathrm{d}f.$$

The problem is to find ψ and σ. Since we cannot directly find ψ, we will first attempt to find σ. After σ is determined, ψ will be obtained in a simple manner from equation (28). Hence the first requirement of our problem is to find ψ at a point $P(X, Y, Z)$ from a knowledge of the boundary conditions given on the wing surface.

Assume a particular solution σ of equation (16) be in the form

(29) $$\sigma(r) = \int_{X-\alpha}^{X_1} \left[\frac{B_1}{r}\sin(\Lambda r) + \frac{B_2}{r}\cos(\Lambda r)\right]\mathrm{d}\varepsilon,$$

where

(30) $$r = [(X-\varepsilon)^2 - a^2]^{1/2},$$

and

(31) $$a = [(Y-Y_1)^2 + (Z-Z_1)^2]^{1/2}.$$

It can then be verified by differentiation that equation (29) is a solution of (16).

The coefficients B_1 and B_2 in equation (29) are obtained from the following conditions: namely on the fore-cone

(32) $$(X-X_1)^2 - (Y-Y_1)^2 - (Z-Z_1)^2 = 0$$

we have

(33) $\sigma(r) = 0,$ (34) $\partial\sigma(r)/\partial\nu = 0.$

Using the substitution

(35) $$\varepsilon = X - \alpha \cosh \theta,$$

then equation (29) becomes

(36) $$\sigma(X, X_1, \alpha) = -\int_0^{\cosh^{-1}[(X-X_1)/\alpha]} [B_1 \sin(\Lambda\alpha \sinh\theta) + B_2 \cos(\Lambda\alpha \sinh\theta)]\, d\theta.$$

However, on the cone

(37) $$[(X - X_1)/\alpha]^2 = 1.$$

Then, evidently from (36), it follows that on the cone

(38) $$\sigma(X, X_1, \alpha) = 0.$$

Hence, the condition for σ required by equation (35) is satisfied.

Now we have to prove that on the fore-cone equation (34) is valued. For such purpose, we use the following abreviations:

(39) $$F(\Lambda, \alpha, \theta) = B_1 \sin(\Lambda\alpha \sinh\theta) + B_2 \cos(\Lambda\alpha \sinh\theta)$$

and

(40) $$\mathcal{J} = \cosh^{-1}[(X - X_1)/\alpha].$$

Hence, equation (36) can be written as

(41) $$\sigma(X, X_1, \alpha) = -\int_0^{\mathcal{J}} F(\Lambda, \alpha, \theta)\, d\theta.$$

Therefore,

(42) $$\frac{\partial\sigma}{\partial\nu} = \int_{\mathcal{J}}^{0} \frac{\partial F(\Lambda, \alpha, \theta)}{\partial\nu}\, d\theta - F(\Lambda, \alpha, \mathcal{J})\, \frac{d\mathcal{J}}{d\nu}.$$

Evidently, on the cone $\mathcal{J} = 0$; therefore,

(43) $$\partial\sigma/\partial\nu = -F(\Lambda, \alpha, \mathcal{J}).\ d\mathcal{J}/d\nu,$$

where

(44) $$d\mathcal{J}/d\nu = (\partial\mathcal{J}/\partial X_1)(dX_1/d\nu) + (\partial\mathcal{J}/\partial Y_1)(dY_1/d\nu) + (\partial\mathcal{J}/\partial Z_1)(dZ_1/d\nu)$$

or

(45) $$d\mathcal{J}/d\nu = (\partial\mathcal{J}/\partial X_1)\, n_1 - (\partial\mathcal{J}/\partial Y_1)\, n_2 - (\partial\mathcal{J}/\partial Z_1)\, n_3,$$

where n_1, n_2, n_3 are cosines of direction of the normal $\bar{n}$ to the surface, given by equation (32).

Hence,

$$n_1 = -(X - X_1)/[(X - X_1)^2 + a^2]^{1/2},\ n_2 = (Y - Y_1)/[(X - X_1)^2 + a^2]^{1/2},$$
$$n_3 = (Z - Z_1)/[(X - X_1)^2 + a^2]^{1/2}. \tag{46}$$

In order to evaluate equation (44), we must determine the following differential quotients: $\partial \mathcal{J}/\partial X_1$, $\partial \mathcal{J}/\partial Y_1$, $\partial \mathcal{J}/\partial Z_1$.

Evidently,

$$\begin{cases} \partial \mathcal{J}/\partial X_1 = -1/[(X - X_1)^2 - a^2]^{1/2}, \\ \partial \mathcal{J}/\partial Y_1 = (X - X_1)(Y - Y_1)/\{a^2[(X - X_1)^2 - a^2]^{1/2}\}, \\ \partial \mathcal{J}/\partial Z_1 = (X - X_1)(Z - Z_1)/\{a^2[(X - X_1)^2 - a^2]^{1/2}\}. \end{cases} \tag{47}$$

Equations (43), (45), (46) and (47) lead, after rearrangement of the terms, to $\partial\sigma/\partial\nu = 0$.

Since the conditions on the fore-cone for the particular solution σ are satisfied automatically, we can choose $B_1 = 0$ and $B_2 = -1$.

Therefore, a particular solution, satisfying partial differential equation (16) and the boundary conditions defined by equations (33) and (34), is simply given by

$$\sigma(r) = \int_0^{\cosh^{-1}[(X - X_1)/\alpha]} \cos(\Lambda a \sinh\theta)\, d\theta. \tag{49}$$

Hence, σ as a particular solution of equation (16) is determined.

We can now go further into evaluation of equation (28). The surface A is a surface which encloses the volume V under consideration. Hence, it consists of the following surfaces (see Fig. 2):

(I) Surface Γ of the fore-cone from point $P(X, Y, Z)$ is given by the equation:

$$\Gamma \equiv (X - X_1)^2 - (Y - Y_1)^2 - (Z - Z_1)^2 = 0. \tag{50}$$

(II) Surface λ of the aftercone from the foremost disturbance from $P(X, Y, Z)$ is given by

$$\lambda \equiv X^2 - Y^2 - Z^2 = 0. \tag{51}$$

(III) Upper and lower surfaces of the wing $\pi_{\pm}^{*}$ are given by

$$\tau_{\pm}^{*} \equiv Z = \pm 0. \tag{52}$$

(IV) However, σ satisfies equation (16) everywhere in the volume bounded by surface A, except along a small cylinder K going from point $P(X, Y, Z)$ along the line represented by $\alpha \to 0$. Hence, from equation (49) must be excluded a volume bounded by surface

$$K \equiv a^{\circ} = (Y - Y_1)^2 + (Z - Z_1)^2, \tag{53}$$

when $\alpha \to 0$.

Therefore, equation (49) must be evaluated over a surface

(54) $$A = \Gamma + \lambda + \pi^{*}_{\pm} + K.$$

We have proved that on Γ, $\sigma(r) = 0$, and $\partial\sigma(r)/\partial\nu = 0$. Hence, if

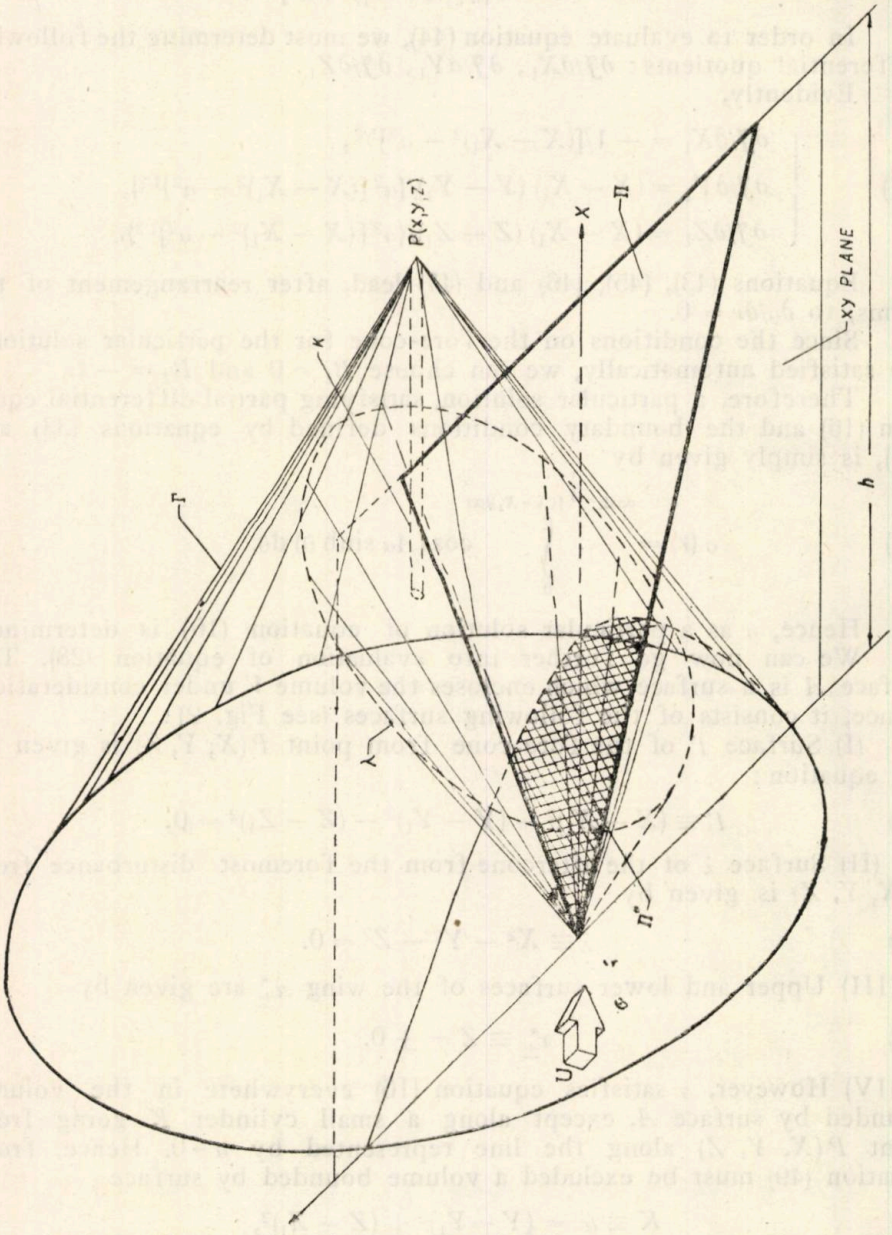


Fig. 2. — General view of the geometry of wing plane in cones λ and Γ.

we substitute these values in equation (28) it can be seen that surface Γ can be excluded from the consideration. Similarly on the aftercone λ, $\psi = 0$, since ψ muss satisfy equation (16). Hence, if $\psi = 0$, then

$\partial\psi/\partial\nu = 0$, since ν is conormal directed along a generatrice of cone. Therefore, by substituting these values in equation (28) we can show that λ can be excluded from consideration also.

In short,

$$\sigma_{(\Gamma)} = 0,\ (\partial\sigma/\partial\nu)_{(\Gamma)} = 0;\ \psi_{(\lambda)} = 0,\ (\partial\psi\ \partial\nu)_{(\lambda)} = 0. \tag{55}$$

Therefore, equation (28), taking into consideration equation (55), becomes

$$\iint_K \left(\psi\frac{\partial\sigma}{\partial\nu} - \sigma\frac{\partial\psi}{\partial\nu}\right) df + \iint_{\pi^{\pm}} \left(\psi\frac{\partial\sigma}{\partial\nu} - \sigma\frac{\partial\psi}{\partial\nu}\right) df = 0. \tag{56}$$

Denote

$$H = \lim_{\alpha\to 0} \iint_K \left(\psi\frac{\partial\sigma}{\partial\nu} - \sigma\frac{\partial\psi}{\partial\nu}\right) df, \tag{57}$$

where

$$df = 2\pi\alpha\, dK_1, \tag{58}$$

then equation (57) and (58) lead to

$$H = \lim_{\alpha\to 0} 2\pi \iint_K \psi\frac{\partial\sigma}{\partial\nu}\,\alpha\, dX_1 - \lim_{\alpha\to 0} 2\pi \iint_K \sigma\frac{\partial\psi}{\partial\nu}\,\alpha\, dX_1. \tag{59}$$

If $\alpha \to 0$, then the second part of equation (59) evidently tends to zero; hence, we need only to consider the first part of equation (59), namely

$$H = \lim_{\alpha\to 0} 2\pi \iint_K \psi\frac{\partial\sigma}{\partial\nu}\,\alpha\, dX_1. \tag{60}$$

In order to evaluate equation (60), we must determine $\partial\sigma/\partial\nu$ on surface K. However, from equation (49), it follows that

$$\frac{\partial\sigma}{\partial\nu} = -\Lambda \int_0^{\cosh^{-1}[(X-X_1)/\alpha]} \sinh\theta \sin(\Lambda\alpha\sinh\theta)\, d\theta - \\ -(X-X_1)\cos\left[\Lambda\sqrt{(X-X_1)^2-\alpha^2}\right]/\left[\alpha\sqrt{(X-X_1)^2-\alpha^2}\right]. \tag{61}$$

If $\Lambda = 0$, we have then the steady state solution; then

$$(\partial\sigma/\partial\nu)_{\Lambda=0} = -(X-X_1)/\left[\alpha\sqrt{(X-X_1)^2-\alpha^2}\right],$$

which coincides with that given reference (18) exactly.

Hence, after substitution of equation (61) into equation (60) we obtain

$$H = -2\pi\Lambda \lim_{\alpha\to 0} \int_X^{X_\lambda} \left\{\psi(X_1, Y, Z)\,\alpha \int_0^{\cosh^{-1}[(X-X_1)/\alpha]} \sinh\theta \sin(\Lambda\alpha\sinh\theta)\, d\theta\right\} dX_1 - \\ -2\pi \int_X^{X_\lambda} \psi(X_1, Y, Z)\cos\left[\Lambda(X-X_1)\right] dX_1. \tag{62}$$

Evidently, when $\alpha \to 0$, it follows that

$$H = -2\pi \int_{X}^{X_\lambda} \psi(X_1, Y, Z)\, \mathrm{d}X_1. \tag{63}$$

Therefore,

$$\lim_{\alpha \to 0} \iint_{K} \left(\psi \frac{\partial \sigma}{\partial \nu} - \sigma \frac{\partial \psi}{\partial \nu} \right) \mathrm{d}f = 2\pi \int_{X_\lambda}^{X} \psi(X_1, Y, Z)\, \mathrm{d}X_1. \tag{64}$$

However,

$$2\pi \int_{X_\lambda}^{X} \psi(X_1, Y, Z)\, \mathrm{d}X_1 = -\iint_{\pi^*_{\pm}} \left(\psi \frac{\partial \sigma}{\partial \nu} - \sigma \frac{\partial \psi}{\partial \nu} \right) \mathrm{d}f, \tag{65}$$

or

$$\int_{X_\lambda}^{X} \psi(X_1, Y, Z)\, \mathrm{d}X_1 = -\frac{1}{2\pi} \left\{ \iint_{\pi^*_{\pm}} \left(\psi \frac{\partial \sigma}{\partial \nu} + \psi' \frac{\partial \sigma'}{\partial \nu'} - \sigma \frac{\partial \psi}{\partial \nu} - \sigma' \frac{\partial \psi'}{\partial \nu'} \right) \mathrm{d}f \right\}, \tag{66}$$

where $'$ denotes corresponding quantities on the opposite side of the wing, i. e. τ_-.

Evidently,

$$\sigma(X_1, Y_1, Z_1) = \sigma(X_1, Y_1, -Z_1) \equiv \sigma' \tag{67}$$

and

$$\psi(X_1, Y_1, Z_1) = -\psi(X_1, Y_1, -Z_1) \equiv -\psi'. \tag{68}$$

Therefore,

$$\sigma = \sigma', \quad \psi = -\psi'. \tag{69}$$

However, it is easy to prove that

$$\partial\sigma/\partial\nu = -\partial\sigma'/\partial\nu' \text{ and } \partial\psi/\partial\nu = -\partial\psi'/\partial\nu'. \tag{70}$$

Then equations (66) and (70) lead to

$$\int_{X_\lambda}^{X} \psi(X_1, Y, Z)\, \mathrm{d}X_1 = -\frac{1}{\pi} \iint_{\pi^*_{\pm}} \psi(X_1, Y_1, 0) \frac{\partial \sigma}{\partial \nu}\, \mathrm{d}f. \tag{71}$$

Or, after differentiation with respect to X, we obtain

$$\psi(X, Y, Z) = -\frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial X} \iint_{\pi^*_{\pm}} \psi(X_1, Y_1, 0) \frac{\partial \sigma}{\partial \nu}\, \mathrm{d}f. \tag{72}$$

Furthermore, $\partial\sigma/\partial\nu$ needs to be determined for $\pi^*_{\pm}$. However

$$\partial\sigma/\partial\nu = \lim_{Z_1 \to 0} (\partial\sigma/\partial Z_1). \tag{73}$$

Then from equation (49), we obtain

$$\frac{\partial \sigma}{\partial Z_1} = -\Lambda \int_0^{\cosh^{-1}[(X\ X_1)/\alpha]} \sinh\theta \sin(\Lambda\alpha\sinh\theta)\frac{d\alpha}{dZ_1}\,d\theta + \tag{74}$$

$$+\cos(\lambda\,\alpha\sinh\{\cosh^{-1}[(X-X_1)/\alpha]\})\,d\{\cosh^{-1}[(X-X_1)/\alpha)]\}/d\,Z_1.$$

Therefore,

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \nu} = \frac{\Lambda Z}{\sqrt{(Y-Y_1)^2+Z^2}} \int_0^{\cosh^{-1}[(X-X_1)/\sqrt{(Y-Y_1)^2+Z^2}]} \sinh\theta \sin[\Lambda\sqrt{(Y-Y_1)^2+Z^2}\sinh\theta]d\theta + \tag{75}$$

$$+\frac{(X-X_1)\,Z\cos[\Lambda\sqrt{(X-X_1)^2-(Y-Y_1)^2-Z^2}]}{[(Y-Y_1)^2+Z^2]\sqrt{(X-X_1)^2-(Y-Y_1)^2-Z^2}}.$$

Denote

$$\chi(X, Y, Z)\exp(i\omega t) = \psi(X, Y, Z). \tag{76}$$

Then, using the transformation given by equation (15), we find that equation (72), (75) and (76) lead to

$$\chi(x, y, z) = -\frac{\exp(-i\omega t)}{\pi}\frac{\partial}{\partial X}\iint_{\pi_{\pm}}^{*} A(x_1, y_1, 0)\,K(x, y, z; x_1, y_1, 0)\,dx_1\,dy_1, \tag{77}$$

where

$$A(x_1, y_1, 0) = \psi(x_1, y_1, 0) \tag{78}$$

is called a source function whose determination, represents the object of this study, and

$$K(x, y, z;\ x_1, y_1, 0) =$$

$$= \frac{Z\Lambda}{\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}} \int_0^{\cosh^{-1}\{(x-x_1)/[\beta\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}]\}} \sinh\theta \sin(\Lambda\beta\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}\sinh\theta)d\theta + \tag{79}$$

$$+\frac{(x-x_1)Z\cos\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}}{[(y-y_1)^2+Z^2]\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}}.$$

Putting $\Lambda=0$, equation (77) leads to the solution for the acceleration potential of steady flow, which coincides exactly with that given in [19]. In order to formulate the integral equation for the supersonic flow, equation (77) has to be used.

Received the 25 XII 1959

Purdue University, Lafayette, Indiana, U. S. A.

REFERENCES

1. Prandtl L., Luftfahrtforschung, 1936, **13**, S. 313—319.
2. Ackeret J., Z. f. Flugt. u. Motorl., 1928, **16**,
3. v. Kármán Th., Aerotecnica, 1936, **XVI**, *809*, pp. 575—615.
4. Tsien H. S., J. of Aero. Sci., 1938, **5**, *72*, pp. 480—483.
5. Theodorsen T., *General Theory of Aerodynamic instability and Mechanism of Flutter*, NACA T. R., 1935, *496*.
6. Kuessner H. G., Schwarz L., Luftfahrtforschung, 1940, **17**, S. 337—354.
7. Possio C., Aerotecnica, 1938, **18**, pp. 441—458.
8. v. Borbely S., A. F. A. M. a. M., 1942, **22**, pp. 190—202.
9. Temple G., John H. A., *Flutter at Supersonic speeds*, British A.R.C.R. a. M., *2140*.
10. Garrick I. R., Rubinov S. I., *Flutter and Oscillating Aeroforce Calculations for an Airfoil in Two-Dimensional Supersonic Flow*, NACA T. N., 1946, *1158*.
11. Панишкин И. А., ПММ, 1947, **11**, стр. 165—170.
12. Галин Л. А., Ibid., 1947, **11**, стр. 383—386.
13. Karp S. N., Shu S., Weil N., *Aerodynamics of the Oscillating Aerofoil in compressible flow*, Technical Report F. T. R. *1167* ND, Brown University.
14. Schlichting H., Luftfahrtforschung, 1936, **13**, *10*, S. 320—335.
15. Красильщикова Е. А., ПММ, 1947, **11**, стр. 147—165.
16. Наскинд М. Б., Фалькович С. В., Ibid., 1947, **11**, стр. 371—377.
17. Фалькович С. В., Ibid., 1947, **11**, стр. 390—395.
18. Гуревич М. И., Ibid., 1947, **11**, стр. 395—396.
19. Heaslet A. M., Lomax H., Jones I. A., *Volterra's Solution of the wave equation as applied to three-dimensional supersonic airfoil problems*, NACA, T. N., *1412*.
20. Miles J. W., Aeronaut. Quart., 1951—52, **3**, p. 294.
21. — *Potential theory of unsteady supersonic flow*, Cambridge Univ. Press, 1959.
22. Stanišić M. M., J. of Aerospace Science, 1959, **26**, *10*, pp. 679—680.
23. — *On the Oscillation of a Delta-Wing in Supersonic Flow*, Doctoral Dissertation Dept. of Math., Illinois Inst. of Techn., Publication of I. I. T., 1958, **7**, p. 11.
24. — ZAMM, 1960, (to appear).

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ УСКОРЕНИЯ ДЛЯ ПРЕРЫВИСТОГО ДВИЖЕНИЯ ДЕЛЬТАВИДНОГО КРЫЛА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОЛЕТЕ

(Резюме)

Автор, используя метод Вольтерра-Грина и обобщая результаты [19], определяет потенциальную функцию ускорения (77) прерывистого движения дельтавидного крыла в сверхзвуковом полете.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Система координат крыла.
Рис. 2. — Геометрический аспект плоскости крыла в конусах λ и Γ.

FUNCȚIE POTENȚIALĂ DE ACCELERAȚIE PENTRU MIȘCAREA DISCONTINUĂ A UNEI ARIPI DELTA ÎN ZBOR SUPERSONIC

(Rezumat)

Autorul, folosind metoda lui Volterra-Green, determină potențialul de accelerație (77) în cazul mișcării discontinue a unei aripi delta în zbor supersonic, ajungînd astfel și la o extindere a rezultatelor obținute în [19].

Explicația figurilor

Fig. 1. — Sistemul de coordonate al aripii.
Fip. 2. — Aspectul geometric al planului aripii în conurile λ și Γ.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

512.94; 531.1

UN OPÉRATEUR QUATERNIONIQUE UTILISÉ À L'ÉTUDE DES MOUVEMENTS FINIS D'UN SYSTÈME INVARIABLE

PAR

ALFRED BRAIER et I. ENESCU

Communication présentée à la session scientifique de l'Institut Polytechnique de Jassy, de 4—6 Février 1960

1. Introduction

1. Le puissant développement des systèmes automatiques impose une large utilisation des mécanismes spatiaux [1]; d'où la nécessité d'élaborer des méthodes efficientes pour l'étude de leurs propriétés cinématiques et dynamiques; en même temps on a mis récemment en évidence [2] l'effet des rotations finies sur les dispositifs gyroscopiques utilisés dans les systèmes de navigation inertielle. Une étude systématique des mouvements finis d'un système invariable s'avère donc un problème d'actualité.

Dans cet article on montre que l'utilisation des quaternions est particulièrement convenable pour l'étude des propriétés cinématiques d'un système invariable, conduisant à une représentation simple et intuitive de ses déplacements finis, de même que des vitesses et des accélérations de ses différents points.

Récemment [3], W. Blaschke a employé la méthode quaternionique à l'étude de quelques problèmes de cinématique, mais en utilisant des nombres duals. Dans ce qui suit on montre qu'une présentation des proprietés des quaternions, convenable du point de vue des applications en cinématique, simplifie l'algorythme de calcul, le rendant préférable au calcul matriciel (v. [4]). L'utilisation des quaternions se rapproche de cette manière sensiblement de l'emploi des nombres complexes (méthode très efficace dans l'étude du mouvement d'un corps solide parallèle à un plan fixe ([5], [6]) et permet à résoudre les problèmes posés par l'étude des déplacements finis.

2. La première partie du travail contient un bref exposé des propriétés des quaternions. Dans la deuxième partie on donne leur forme exponentielle ainsi que la représentation des rotations par des quaternions.

La troisième partie du travail est consacrée à l'étude de la rotation d'un système invariable (ou corps solide) autour d'un point fixe. On introduit un opérateur quaternionique qui permet à calculer les déplacements finis des différents points du corps et on étudie la composition de deux et de trois rotations finies. Également on établit sans difficulté les relations qui expriment les cosinus directeurs des axes mobiles, fonction des angles d'Euler, de même que les représentations quaternioniques des vitesses et des accélérations des différents points du solide. En utilisant l'appareil du calcul quaternionique on aboutit à résoudre aussi des problèmes inverses, à savoir, la détermination des éléments du mouvement de rotation finie qui conduit le corps solide d'une position initiale donnée dans une autre position, finale, également imposée, ou la détermination de la vitesse et de l'accélération angulaires à un instant déterminé, fonction des vitesses et des accélérations linéaires connues pour certains points du solide.

Dans la quatrième partie de l'article on analyse le mouvement le plus général d'un système invariable. Parmi les questions abordées on peut mentionner la composition de deux mouvements hélicoïdaux finis et l'étude de certains problèmes inverses.

3. On sait que les quaternions ont été introduits par W. R. Hamilton [7]. Leurs propriétés sont exposées, par exemple, dans [8], [9] ou [10].

Un quaternion est une expression algèbrique

$$p = a + bi + cj + dk, \tag{1}$$

où a, b, c, d sont des nombres réels [1]), et i, j, k des quantités qui satisfont aux égalités suivantes :

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1, \quad ij = -ji = k, \quad jk = -kj = i, \quad ki = -ik = j. \tag{2}$$

Le quaternion (1) est nul lorsque simultanément $a = b = c = d = 0$. Deux quaternions $p_1 = a_1 + b_1 i + c_1 j + d_1 k$ et $p_2 = a_2 + b_2 i + c_2 j + d_2 k$ sont égaux lorsque simultanément $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$, $c_1 = c_2$ et $d_1 = d_2$.

Par définition la somme de deux quaternions p_1 et p_2 est le quaternion

$$p = p_1 + p_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) i + (c_1 + c_2) j + (d_1 + d_2) k. \tag{3}$$

Il en résulte que la somme des quaternions est une opération commutative et associative.

La multiplication d'un quaternion par un nombre scalaire se réduit à la multiplication des quatre nombres réels a, b, c et d par le scalaire respectif, c'est-à-dire

$$q = \lambda p = p\lambda = \lambda a + \lambda b i + \lambda c j + \lambda d k. \tag{4}$$

Le produit de deux quaternions p_1 et p_2 est également un quaternion q, qu'on obtient en multipliant les quaternions p_1 et p_2 d'après les règles formelles de l'algèbre des nombres réels, mais en tenant compte du tableau de multiplication (2). On obtient

$$\begin{aligned} q = p_1 p_2 = {} & (a_1 a_2 - b_1 b_2 - c_1 c_2 - d_1 d_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1 + c_1 d_2 - c_2 d_1) i + \\ & + (a_1 c_2 + a_2 c_1 + b_2 d_1 - b_1 d_2) j + (a_1 d_2 + a_2 d_1 + b_1 c_2 - b_2 c_1) k. \end{aligned} \tag{5}$$

Dans ce même sens on désigne par p^2 le produit pp. Compte tenu que les dernières six relations (2) ne sont pas commutatives, il en résulte que

[1]) Ici on va utiliser seulement les quaternions définis sur le corps des nombres réels.

(5′) $$p_1 p_2 \neq p_2 p_1 .$$

On peut vérifier que le produit quaternionique, ainsi défini, est associatif

(5″) $$p_1 (p_2 p_3) = (p_1 p_2) p_3 .$$

Le quaternion

(1′) $$p^* = a - bi - cj - dk$$

s'appelle „quaternion conjugué" à (1). En utilisant (5) on obtient

(6) $$pp^* = p^* p = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = |p|^2 ,$$

expression qu'on appelle le „carré du module du quaternion p", donné par (1).

On définit comme quotient des quaternions p_1 et p_2, le quaternion

(7) $$p_1 / p_2 = r,$$

qu'on détermine par la relation

(7′) $$p_1 = p_2 r .$$

Compte tenu de (5″), l'égalité (7′) conduit après multiplication à droite par p_2^*, à

(7″) $$r = p_2^* p_1 / |p_2| .$$

4. Dans ce qui suit il en est utile d'introduire quelques définitions et notations. Désignons par $\underset{\sim}{p}$ le quaternion (1), en posant

(8) $$a = \mathrm{Re}(\underset{\sim}{p}), \quad bi + cj + dk = \hat{p} \quad \mathrm{Qu}(\underset{\sim}{p}) ;$$

appelons *a—partie réelle* du quaternion $\underset{\sim}{p}$ et $\hat{p}$—*partie quaternionique* (au lieu de partie scalaire et respectivement vectorielle [8]). Également nous dirons que (1) représente un quaternion complet, tandis que $\hat{p}$ est un nombre purement quaternionique.

Compte tenu de (8) on peut évidemment écrire

(9) $$\underset{\sim}{p} = \mathrm{Re}(\underset{\sim}{p}) + \mathrm{Qu}(\underset{\sim}{p}).$$

Pour $a = c = d = 0$ et $b = 1$ il en résulte de (8) et (9) que la quantité i a le caractère d'un nombre purement quaternionique et pour cause on va la désigner par $\hat{\mathrm{i}}$. De même nous écrivons $\hat{\mathrm{j}}$ et $\hat{\mathrm{k}}$. Alors

(8′) $$\hat{p} = \mathrm{Qu}(\underset{\sim}{p}) = b\hat{\mathrm{i}} + c\hat{\mathrm{j}} + d\hat{\mathrm{k}}.$$

Utilisant (3)...(5) et (9) il en résulte (avec λ scalaire) que :

(10) $$\mathrm{Re}(\lambda \underset{\sim}{p}) = \lambda \mathrm{Re}(\underset{\sim}{p}), \quad \mathrm{Qu}(\lambda \underset{\sim}{p}) = \lambda \mathrm{Qu}(\underset{\sim}{p}),$$

(11) $$\mathrm{Re}(\underset{\sim}{p}_1 + \underset{\sim}{p}_2) = \mathrm{Re}(\underset{\sim}{p}_1) + \mathrm{Re}(\underset{\sim}{p}_2), \quad \mathrm{Qu}(\underset{\sim}{p}_1 + \underset{\sim}{p}_2) = \mathrm{Qu}(\underset{\sim}{p}_1) + \mathrm{Qu}(\underset{\sim}{p}_2)$$

et

(12) $$\begin{cases} \mathrm{Re}(\underset{\sim}{p}_1 \underset{\sim}{p}_2) = \mathrm{Re}(\underset{\sim}{p}_1)\mathrm{Re}(\underset{\sim}{p}_2) + \mathrm{Re}[\mathrm{Qu}(\underset{\sim}{p}_1)\mathrm{Qu}(\underset{\sim}{p}_2)], \\ \mathrm{Qu}(\underset{\sim}{p}_1 \underset{\sim}{p}_2) = \mathrm{Re}(\underset{\sim}{p}_1)\mathrm{Qu}(\underset{\sim}{p}_2) + \mathrm{Re}(\underset{\sim}{p}_2)\mathrm{Qu}(\underset{\sim}{p}_1) + \mathrm{Qu}[\mathrm{Qu}(\underset{\sim}{p}_1)\mathrm{Qu}(\underset{\sim}{p}_2)], \end{cases}$$

expressions connues [8]. En particulier, lorsque l'un des quaternions est un nombre purement quaternionique, par exemple $\underset{\sim}{p}_1 = \hat{a}$ et $\underset{\sim}{p}_2 = \underset{\sim}{b}$, les formules (12) deviennent :

(12′) $$\mathrm{Re}(\hat{a}\,\underset{\sim}{b}) = \mathrm{Re}[\hat{a}\,\mathrm{Qu}(\underset{\sim}{b})], \quad \mathrm{Qu}(\hat{a}\,\underset{\sim}{b}) = \hat{a}\,\mathrm{Re}(\underset{\sim}{b}) + \mathrm{Qu}[\hat{a}\,\mathrm{Qu}(\underset{\sim}{b})].$$

Les relations (10)...(12) ressemblent à des expressions connues qu'on rencontre dans l'algèbre des nombres complexes.

II. Représentation des rotations par des quaternions

A. *Forme exponentielle d'un quaternion*

5. On sait qu'un quaternion $\underset{\sim}{p} = a + b\hat{\mathrm{i}} + c\hat{\mathrm{j}} + d\hat{\mathrm{k}}$ peut représenter un vecteur dans un espace à quatre dimensions, tandis que sa partie quaternionique $\hat{p} = b\hat{\mathrm{i}} + c\hat{\mathrm{j}} + d\hat{\mathrm{k}}$ est capable de représenter un vecteur dans un espace à trois dimensions. On peut donner au quaternion $\underset{\sim}{p}$ une représentation trigonométrique, analogue à celle des nombres complexes, en notant :

(13) $$a = |\underset{\sim}{p}|\cos\theta, \quad b = |\underset{\sim}{p}|\beta\sin\theta, \quad c = |\underset{\sim}{p}|\gamma\sin\theta, \quad d = |\underset{\sim}{p}|\delta\sin\theta,$$

où $|\underset{\sim}{p}|$ est le module du quaternion complet, θ est l'angle entre le vecteur de l'espace à quatre dimensions et l'axe réel de l'espace, tandis que β, γ, δ sont les cosinus directeurs du vecteur de l'espace à trois dimensions, contenu dans le premier, avec les trois autres axes. Alors

(14) $$\underset{\sim}{p} = |\underset{\sim}{p}|\,\underset{\sim}{p}^0 \quad ,$$

où

(15) $$\underset{\sim}{p}^0 = \cos\theta + \sin\theta\,\hat{p}^0$$

est la représentation quaternionique du verseur du vecteur de l'espace à quatre dimensions, exprimé par $\underset{\sim}{p}$, tandis que

(16) $$\hat{p}^0 = \beta\hat{\mathrm{i}} + \gamma\hat{\mathrm{j}} + \delta\hat{\mathrm{k}}$$

est la représentation quaternionique du verseur du vecteur de l'espace à trois dimensions, exprimé par $\hat{p}$. Évidemment que $|\underset{\sim}{p}^0| = |\hat{p}^0| = 1$, de même que

(16′) $$(\hat{p}^0)^2 = -1, \quad (\hat{p}^0)^3 = -\hat{p}^0, \quad (\hat{p}^0)^4 = 1 \text{ etc.}$$

Compte tenu de ces relations on peut introduire pour (15) la notation

(17) $$\cos\theta + \sin\theta\,\hat{p}^0 = \mathrm{e}^{\theta\hat{p}^0}.$$

Sa signification sera complètement précisée au paragraphe suivant. Il en résulte

(14′) $$\underset{\sim}{p} = |\underset{\sim}{p}|\,\mathrm{e}^{\theta\hat{p}^0},$$

expression qui constitue la forme exponentielle d'un quaternion, particulièrement utile pour l'étude des rotations dans l'espace physique à trois dimensions. Utilisant 13 on obtient

$$(13') \quad \begin{cases} |\underset{\sim}{p}| = \sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2},\ \theta = \arccos a/\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2}, \\ \hat{p}^0 = (b\hat{i}+c\hat{j}+d\hat{k})/\sqrt{b^2+c^2+d^2}. \end{cases}$$

Pour $\theta = \pi/2$ (17) donne

$$(17) \qquad \hat{p}^0 = e^{(\pi/2)\hat{p}^0},$$

représentation valable pour tout verseur de l'espace à trois dimensions, exprimé par un nombre purement quaternionique.

6. En utilisant la forme exponentielle des quaternions on peut donner une autre forme au produit (5). Soit $\underset{\sim}{p}_1 = |\underset{\sim}{p}_1|\, e^{\theta_1 \hat{p}_1^0}$ et $p_2 = |\underset{\sim}{p}_2|\, e^{\theta_2 \hat{p}_2^0}$; alors le produit $\underset{\sim}{p}_{12}$ sera

$$(18) \qquad p_{12} = |\underset{\sim}{p}_{12}|\, e^{\theta_{12}\hat{p}_{12}^0} = |\underset{\sim}{p}_1||\underset{\sim}{p}_2|\, e^{\theta_1 \hat{p}_1^0} e^{\theta_2 \hat{p}_2^0},$$

d'où on déduit

$$(18') \qquad |\underset{\sim}{p}_{12}| = |\underset{\sim}{p}_1||\underset{\sim}{p}_2|,\ e^{\theta_{12}\hat{p}_{12}^0} = e^{\theta_1 \hat{p}_1^0} e^{\theta_2 \hat{p}_2^0}.$$

La dernière relation symbolise l'égalité

$$(18'') \qquad \cos\theta_{12} + \sin\theta_{12}\,\hat{p}_{12}^0 = (\cos\theta_1 + \sin\theta_1\,\hat{p}_1^0)(\cos\theta_2 + \sin\theta_2\,\hat{p}_2^0),$$

qui permet à déterminer θ_{12} et $\hat{p}_{12}^0$. Après l'identification des parties réelles et quaternioniques, on a

$$(19) \quad \begin{cases} \cos\theta_{12} = \cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2\,\mathrm{Re}\,(\hat{p}_1^0\,\hat{p}_2^0) = \cos\theta, \\ \hat{p}_{12}^0 = [\sin\theta_1\cos\theta_2\,\hat{p}_1^0 + \cos\theta_1\sin\theta_2\,\hat{p}_2^0 + \sin\theta_1\sin\theta_2\,\mathrm{Qu}\,(\hat{p}_1^0\,\hat{p}_2^0)]/\sin\theta. \end{cases}$$

Compte tenu de l'expression (16) des verseurs $\hat{p}_1^0$ et $\hat{p}_2^0$, ainsi que du tableau de multiplication (2), on trouve

$$(20) \qquad \mathrm{Re}\,(\hat{p}_1^0\,\hat{p}_2^0) = \mathrm{Re}\,(\hat{p}_2^0\,\hat{p}_1^0) \quad \text{et} \quad \mathrm{Qu}\,(\hat{p}_1^0\,\hat{p}_2^0) = -\,\mathrm{Qu}\,(\hat{p}_2^0\,\hat{p}_1^0).$$

Calculons le produit $\underset{\sim}{p}_{21} = \underset{\sim}{p}_2\,\underset{\sim}{p}_1$; il en résulte que $|\underset{\sim}{p}_{21}| = |\underset{\sim}{p}_{12}|$ et $\theta_{21} = \theta_{12} = \theta$, c'est-á-dire $\mathrm{Re}\,(\underset{\sim}{p}_1\,\underset{\sim}{p}_2) = \mathrm{Re}\,(\underset{\sim}{p}_2\,\underset{\sim}{p}_1)$, qu'on obtient aussi, évidemment, de (5). Le produit quaternionique n'est pas commutatif car, en général, $\mathrm{Qu}\,(\underset{\sim}{p}_1\,\underset{\sim}{p}_2) \neq \mathrm{Qu}\,(\underset{\sim}{p}_2\,\underset{\sim}{p}_1)$, compte tenu du fait que $\hat{p}_{12}^0 \neq \hat{p}_{21}^0$. Précisément

(21) $$\hat{p}^0_{12} - \hat{p}^0_{21} = 2 \sin\theta_1 \sin\theta_2 \, \mathrm{Qu}\,(\hat{p}^0_1\, \hat{p}^0_2)\,/\sin\theta.$$

La différence (21) ett nulle dans le cas banal lorsque θ_1 ou θ_2 est nul et le respectif quaternion se réduit seulement à sa partie réelle (v. (14) et (15)); alors le produit (18) se réduit à la multiplication d'un quaternion par un scalaire.

Il faut mentionner le cas $\mathrm{Qu}\,(\hat{p}^0_1\, \hat{p}^0_2) = 0$, c'est-à-dire $\hat{p}^0_1 = \pm \hat{p}^0_2$, qui conduit à la conclusion que le produit de deux quaternions est commutatif seulement lorsque leurs parties quaternioniques représentent des vecteurs parallèles (dans l'espace à trois dimensions).

On voit que pour $\hat{p}^0_1 = \hat{p}^0_2 = \hat{p}^0$ il en résulte de (19) que $\theta = \theta_1 + \theta_2$ et $\hat{p}^0_{12} = \hat{p}^0$. Également, si $\hat{p}_1 = -\hat{p}^0_2 = \hat{p}^0$, on obtient $\theta = \theta_1 - \theta_2$ et $\hat{p}^0_{12} = \hat{p}^0$. Alors, la deuxième relation (18′) donne respectivement $e^{(\theta_1+\theta_2)\,\hat{p}^0} = e^{\theta_1 \hat{p}^0} e^{\theta_2 \hat{p}^0}$ et $e^{(\theta_1-\theta_2)\,\hat{p}^0} = e^{\theta_1 \hat{p}^0} e^{-\theta_2 \hat{p}^0}$, d'ou la conclusion qu'on *peut appliquer à l'exponentielle (17) les règles habituelles de multiplication, seulement lorsque les directions des vecteurs qui sont représentés par les nombres purement quaternioniques qui figurent à l'exponent, sont parallèles.*

B. *Représentation des rotations*

7. Soient $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ les nombres purement quaternioniques qui représentent les verseurs des trois axes de coordonnées rectangulaires et

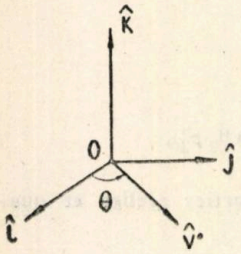


Fig. 1

$\hat{v}^0$ — le nombre représentant un verseur contenu dans le plan $(\hat{i}, \hat{j})$ (fig. 1).

Compte tenu que $\hat{j} = \hat{k}\,\hat{i}$, (v. (2)) on peut écrire $\hat{v}^0 = \cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{k}\,\hat{i} = (\cos\theta + \sin\theta\,\hat{k})\,\hat{i}$, ce qui conduit (v. (17)) à

(22) $$\hat{v}^0 = e^{\theta\hat{k}}\,\hat{i}.$$

De même on obtient aussi

(23) $$\hat{v}^0 = \hat{i}\,e^{-\theta\hat{k}}.$$

L'interprétation géométrique des relations (22) et (23) est évidente. Donc, en général, *si* $\hat{n}^0$ *et* $\hat{u}^0$ *sont des nombres purement quaternioniques qui représentent des verseurs perpendiculaires, la multiplication quaternionique de* $\hat{u}^0$ *à gauche par* $e^{\theta\hat{n}^0}$, *ou à droite par* $e^{-\theta\hat{n}^0}$, *a l'effet de le tourner d'angle* θ, *autour de* $\hat{n}^0$, *dans le sens trigonométrique positif.*

On voit que la relation

(24) $$\hat{v}^0 = e^{\theta_1\hat{n}^0}\,\hat{u}^0\,e^{-\theta_2\hat{n}^0} \quad , \quad \text{où } \hat{n}^0 \perp \hat{u}^0,$$

met en évidence le fait que $\hat{v}^0$ a été obtenu en tournant $\hat{u}^0$ autour de $\hat{n}^0$, de l'angle $\theta = \theta_1 + \theta_2$. Donc

(24′) $$e^{\theta\hat{n}^0}\,\hat{u}^0\,e^{\theta\hat{n}^0} = \hat{u}^0 \quad \text{si} \quad \hat{n}^0 \perp \hat{u}^0.$$

8. Considérons maintenant les nombres purement quaternioniques $\hat{u}^0$ et $\hat{v}^0$, représentant les verseurs de deux directions qui font l'angle φ. Soit $\hat{n}^0$ la représentation quaternionique du verseur de la normale positive au plan $(\hat{u}^0, \hat{v}^0)$; alors, les conclusions du paragraphe précédent nous permettent d'écrire $\hat{u}^0 = e^{-\varphi \hat{n}^0} \hat{v}^0$, ce qui, après multiplication à droite par $\hat{v}^0$, conduit à

$$\hat{u}^0 \hat{v}^0 = -e^{-\varphi \hat{n}^0}. \tag{25}$$

Alors, ayant en vue (25), le produit de deux nombres purement quaternioniques $\hat{u} = |\hat{u}| \hat{u}^0$ et $\hat{v} = |\hat{v}| \hat{v}^0$ a l'expression

$$\hat{u}\hat{v} = -|\hat{u}||\hat{v}| \cos\varphi + |\hat{u}||\hat{v}| \sin\varphi \, \hat{n}^0, \tag{26}$$

ce qui montre que

$$\mathrm{Re}(\hat{u}\hat{v}) = -|\hat{u}||\hat{v}| \cos\varphi \quad , \quad \mathrm{Qu}(\hat{u}\hat{v}) = |\hat{u}||\hat{v}| \sin\varphi \, \hat{n}^0. \tag{26'}$$

Désignons par $\vec{u}$ et $\vec{v}$ les vecteurs représentés par les nombres purement quaternioniques $\hat{u}$ et $\hat{v}$; alors (26') fournit les correspondances suivantes entre les parties réelle et quaternionique, d'une part, et les produits scalaire et vectoriel, de l'autre [8]

$$\mathrm{Re}(\hat{u}\hat{v}) \Longrightarrow -(\vec{u} \cdot \vec{v}), \quad \mathrm{Qu}(\hat{u}\hat{v}) \Longrightarrow \vec{u} \times \vec{v}. \tag{27}$$

Les correspondances (27) nous vont permettre, lors des applications cinématiques, de passer à la représentation vectorielle de certains résultats obtenus par la méthode quaternionique et qu'on ne peut pas obtenir directement, par voie purement vectorielle.

Nous devons mentionner que si on écrit $\hat{v}$ sous la forme $\hat{v} = \hat{v}_{\parallel} + \hat{v}_{\perp}$, où $\hat{v}_{\parallel} = |\hat{v}| \cos\varphi \, \hat{u}^0$ est sa composante parallèle à u et $\hat{v}_{\perp} = |\hat{v}| \sin\varphi \, \hat{u}^0_{\perp}$ représente la composante perpendiculaire à $\hat{u}$, on obtient immédiatement

$$\hat{u}\hat{v}_{\parallel} = \mathrm{Re}(\hat{u}\hat{v}) \quad \text{et} \quad \hat{u}\hat{v}_{\perp} = \mathrm{Qu}(\hat{u}\hat{v}), \tag{28}$$

(car, compte tenu de (25) et (17'), $\hat{u}^0 \hat{u}^0_{\perp} = -e^{-(\pi/2)\hat{n}^0} = \hat{n}^0$).

9. Nous allons utiliser maintenant la relation (24) pour déduire la représentation quaternionique connue de la rotation dans le cas le plus général (v. par exemple [10]), lorsque l'angle entre les deux verseurs $\hat{n}^0$ et $\hat{u}^0$ est $\alpha \neq \pi/2$ (fig. 2). En tournant $\hat{u}^0$ autour de $\hat{n}^0$, d'angle θ, on a obtenu $\hat{v}^0$. Désignons par $\hat{u}^0_1$ et $\hat{v}^0_1$ les verseurs perpendiculaires à $\hat{n}^0$ dans les plans $(\hat{u}^0, \hat{n}^0)$ et respectivement $(\hat{v}^0, \hat{n}^0)$. Alors on aura

$$\hat{u}^0 = \cos\alpha \, \hat{n}^0 + \sin\alpha \, \hat{u}^0_1 \quad \text{et} \quad \hat{v}^0 = \cos\alpha \, \hat{n}^0 + \sin\alpha \, \hat{v}^0_1, \tag{29}$$

et ayant en vue (24)

$$\hat{v}_1^0 = e^{\theta_1 \hat{n}^0} \hat{u}_1^0 e^{-\theta_2 \hat{n}^0} \quad \text{avec} \quad \theta_1 + \theta_2 = \theta.$$

Substituons les expressions de $\hat{u}_1^0$ et $\hat{v}_1^0$ par celles obtenues de (29); on a donc

$$\hat{v}^0 = e^{\theta_1 \hat{n}^0} \hat{u}^0 e^{-\theta_2 \hat{n}^0} + \cos\alpha \, (\hat{n}^0 - e^{\theta_1 \hat{n}^0} \hat{n}^0 e^{-\theta_2 \hat{n}^0}). \tag{30}$$

Observons que dans la représentation quaternionique (30) de la rotation de $\hat{u}^0$ d'angle $\theta = \theta_1 + \theta_2$ autour de $\hat{n}^0$ intervient d'une manière explicite l'angle α d'entre les deux verseurs. On voit que le terme contenant l'angle α s'annule pour $\alpha = \pi/2$, c'est-à-dire quand $\hat{u}^0 \perp \hat{n}^0$ et (30) se réduit à (24); pour $\alpha \neq \pi/2$ l'expression (30) conserve la forme (24) seulement lorsque

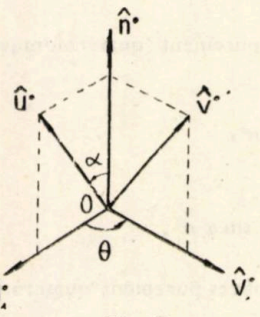


Fig. 2

$$\hat{n} - e^{\theta_1 \hat{n}^0} \hat{n}^0 e^{-\theta_2 \hat{n}^0} = \hat{n}^0 - [\sin(\theta_2 - \theta_1) + \cos(\theta_2 - \theta_1) \hat{n}^0] = 0,$$

c'est-à-dire $\theta_1 = \theta_2 = \theta/2$ (car $\theta_1 + \theta_2 = \theta$). Donc la formule

$$\hat{v}^0 = e^{(\theta/2)\hat{n}^0} \hat{u}^0 e^{-(\theta/2)\hat{n}^0} \tag{31}$$

met en évidence le fait que le verseur $\hat{v}^0$ s'obtient en tournant $\hat{u}^0$ autour de $\hat{n}^0$ d'angle θ, n'importe quelle soit leur position réciproque. Nous avons obtenu ici la formule (31) d'une manière assez simple et élémentaire.

III. Rotation d'un corps solide autour d'un point fixe

A. *Rotation finie*

10. Soit un système invariable (ou corps solide) qui subit une rotation finie d'angle θ autour d'une axe fixée par le verseur $\hat{u}^0$ (fig. 3). Soit $\hat{r}$ la représentation quaternionique du vecteur de position d'un point M du système invariable, qui après la rotation occupe la position M'. Par suite de l'invariabilité du système, $|\hat{r}| = |\hat{r}'|$ et on peut donc utiliser directement $\hat{r}$ et $\hat{r}'$, au lieu de leurs verseurs, dans les relations du type (22) et (31).

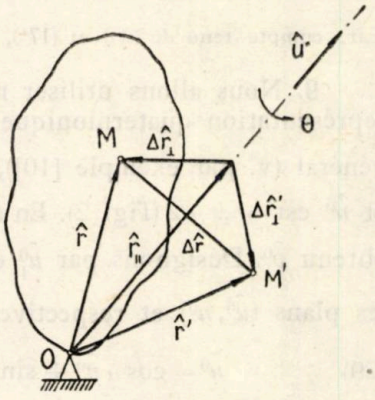


Fig. 3

Alors, (31) nous permet d'écrire

$$\hat{r}' = e^{(\theta/2)\hat{u}^0} \hat{r} e^{-(\theta/2)\hat{u}^0}. \tag{32}$$

Introduisons maintenant les composantes des vecteurs de position, parallèles et perpendiculaires à l'axe de rotation. Compte tenu de (28) on peut écrire $\hat{u}^0 \hat{r}_{\parallel} = \mathrm{Re}\,(\hat{u}^0 \hat{r})$, $\hat{u}^0 \hat{r}_{\perp} = \mathrm{Qu}\,(\hat{u}^0 \hat{r})$ etc., d'où en multipliant à gauche par $\hat{u}^0$ on aura $\hat{r}_{\parallel} = -\hat{u}^0 \mathrm{Re}\,(\hat{u}^0 \hat{r})$, $\hat{r}_{\perp} = -\hat{u}^0 \mathrm{Qu}\,(\hat{u}^0 \hat{r})$ etc. Mais, évidemment, $\hat{r}'_{\parallel} = \hat{r}_{\parallel}$, et puis (v. (22))

$$\hat{r}'_{\perp} = e^{\theta \hat{u}^0} \hat{r}_{\perp} . \tag{33}$$

Alors

$$\hat{r}' = -\hat{u}^0 \mathrm{Re}\,(\hat{u}^0 \hat{r}) - e^{\theta \hat{u}^0} \hat{u}^0 \mathrm{Qu}(\hat{u}^0 \hat{r}). \tag{34}$$

11. Ayant en vue la signification (17) de la forme exponentielle d'un quaternion on a $e^{\theta \hat{u}^0} \hat{u}^0 = \cos\theta\, \hat{u}^0 - \sin\theta$ et alors (34) devient

$$\hat{r}' = -\hat{u}^0 \mathrm{Re}\,(\hat{u}^0 \hat{r}) - \cos\theta\, \hat{u}^0 \mathrm{Qu}\,(\hat{u}^0 \hat{r}) + \sin\theta\, \mathrm{Qu}\,(\hat{u}^0 \hat{r}).$$

Utilisons dans le second terme de l'expression trouvée l'identité évidente (v. (9)) $\mathrm{Qu}\,(\hat{u}^0 \hat{r}) = \hat{u}^0 \hat{r} - \mathrm{Re}\,(\hat{u}^0 \hat{r})$; il en résulte

$$\hat{r}' = (\cos\theta - 1)\, \hat{u}^0 \mathrm{Re}\,(\hat{u}^0 \hat{r}) + \hat{r} \cos\theta + \sin\theta\, \mathrm{Qu}\,(\hat{u}^0 \hat{r}). \tag{35}$$

Nous pouvons utiliser ici les correspondances (27) et passer à la représentation vectorielle de la relation (35)

$$\vec{r}' = (1 - \cos\theta)\, (\vec{u}^0 \cdot \vec{r})\, \vec{u}^0 + \cos\theta\, \vec{r} + \sin\theta\, (\vec{u}^0 \times \vec{r}), \tag{35'}$$

expression bien connue, qu'on obtient à l'aide des considérations géométriques élémentaires [11].

On peut aussi obtenir une autre forme pour la représentation quaternionique, utilisant pour $\mathrm{Qu}\,(\hat{u}^0 \hat{r})$, qui intervient dans (34), l'identité mentionnée déjà. On a $\hat{r}' = e^{\theta \hat{u}^0} \hat{r} + (e^{\theta \hat{u}^0} \hat{u}^0 - \hat{u}^0) \mathrm{Re}\,(\hat{u}^0 \hat{r})$. Mais $e^{\theta \hat{u}^0} \hat{u}^0 - \hat{u}^0 = (\cos\theta + \sin\theta\, \hat{u}^0)\, \hat{u}^0 - \hat{u}^0 = (\cos\theta - 1)\, \hat{u}^0 - \sin\theta = -2 \sin(\theta/2) [\sin(\theta/2)\, \hat{u}^0 + \cos(\theta/2)]$, c'est-à-dire

$$e^{\theta \hat{u}^0} \hat{u}^0 - \hat{u}^0 = -2 \sin(\theta/2)\, e^{(\theta/2)\hat{u}^0} \tag{36}$$

et donc

$$\hat{r}' = e^{\theta \hat{u}^0} \hat{r} - 2 \sin(\theta/2)\, e^{(\theta/2)\hat{u}^0} \mathrm{Re}\,(\hat{u}^0 \hat{r}), \tag{34'}$$

qui, en même temps que (34), représente en language quaternionique la rotation de l'espace, d'angle θ, autour de la direction $\hat{u}^0$.

12. Pour les besoins de la cinématique du corps solide il faut mettre sous une nouvelle forme l'expression (34). Écrivons que $\mathrm{Re}\,(\hat{u}^0 \hat{r}) = \hat{u}^0 \hat{r} - \mathrm{Qu}\,(\hat{u}^0 \hat{r})$ et utilisons le résultat (36); on aboutit à

$$\hat{r}' = \hat{r} + 2\sin(\theta/2)\, e^{(\theta/2)\hat{u}^0}\, Qu(\hat{u}^0 \hat{r}), \tag{34''}$$

qui, en même temps que les autres expressions trouvées, se rapporte à la rotation qui mène le vecteur $\hat{r}$ en $\hat{r}'$ [12] (tous les deux représentés ici par les nombres purement quaternioniques $\hat{r}$ et $\hat{r}'$).

Posons $\Delta\hat{r} = \hat{r}' - \hat{r}$; alors

$$\Delta\hat{r} = 2\sin(\theta/2)\, e^{(\theta/2)\hat{u}^0}\, Qu(\hat{u}^0 \hat{r}), \tag{37}$$

ce qui permet à calculer le déplacement fini du point fixé par le nombre purement quaternionique $\hat{r}$.

Introduisons l'opérateur quaternionique

$$\hat{\mathfrak{D}}\{\hat{r}\} = 2\sin(\theta/2)\, e^{(\theta/2)\hat{u}^0}\, Qu(\hat{u}^0 \hat{r}), \tag{38}$$

qui, évidemment (v. (10), (11)) est un opérateur linéaire, c'est-à-dire

$$\hat{\mathfrak{D}}\{\lambda \hat{r}\} = \lambda \hat{\mathfrak{D}}\{\hat{r}\} \text{ et } \hat{\mathfrak{D}}\{\hat{r}_1 + \hat{r}_2\} = \hat{\mathfrak{D}}\{\hat{r}_1\} + \hat{\mathfrak{D}}\{\hat{r}_2\}.$$

Dans ce qui suit on mettra en évidence le fait que l'opérateur (38) est particulièrement utile à l'étude des déplacements finis des différents point d'un système invariable.

B. *Compositions des rotations*

13. Pour étudier la composition de deux rotations finies d'un corps solide ayant un point fixé on doit utiliser successivement la formule (32) et ensuite les résultats (19). Soit $\hat{u}_1^0$ et $\hat{u}_2^0$ les représentations quaternioniques des verseurs des deux axes et θ_1 et θ_2 les angles qui mesurent les rotations finies respectives.

Alors $\hat{r}'_{12} = e^{(\theta_1/2)\hat{u}_1^0} \hat{r}\, e^{-(\theta_1/2)\hat{u}_1^0}$ et $\hat{r}''_{12} = e^{(\theta_2/2)\hat{u}_2^0} \hat{r}'_{12}\, e^{-(\theta_2/2)\hat{u}_2^0}$, où $\hat{r}'_{12}$ et $\hat{r}''_{12}$ sont les représentations quaternioniques des vecteurs de position d'un point du solide, après la première rotation et respectivement après toutes les deux (dans l'ordre 1, 2). Écrivons que $\hat{r}''_{12} = e^{(\theta_2/2)\hat{u}_2^0}\, e^{(\theta_1/2)\hat{u}_1^0}\, \hat{r}\, e^{-(\theta_1/2)\hat{u}_1^0}\, e^{-(\theta_2/2)\hat{u}_2^0} =$ $= e^{(\theta/2)\hat{u}_{12}^0} \hat{r}\, e^{-(\theta/2)\hat{u}_{12}^0}$ et utilisons les résultats du paragraphe **6**; on obtient la rotation unique qui conduit le solide dans la même position finale, à savoir, une rotation d'angle θ autour de la droite de direction $\hat{u}_{12}^0$, données par (v. (19))

$$\begin{cases} \cos(\theta/2) = \cos(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2) + \sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)\, \mathrm{Re}(\hat{u}_1^0 \hat{u}_2^0), \\ \sin(\theta/2)\, \hat{u}_{12}^0 = \sin(\theta_1/2)\cos(\theta_2)\, \hat{u}_1^0 + \\ \qquad + \cos(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)\, \hat{u}_2^0 - \sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)\, Qu(\hat{u}_1^0 \hat{u}_2^0). \end{cases} \tag{39}$$

Inversons l'ordre des deux rotations. Alors la première expression (39) reste inaltérée, tandis que $\hat{u}^0_{21} \neq \hat{u}^0_{12}$. Donc *deux rotations finies autour de deux axes concurrentes sont équivalentes à une rotation unique, d'un angle indépendant de l'ordre des deux rotations, autour d'un axe ayant une direction dépendante de cet ordre.*

La différence

$$\hat{u}^0_{21} - \hat{u}^0_{12} = 2 \sin(\theta_1/2) \sin(\theta_2/2)\ \mathrm{Qu}(\hat{u}^0_1 \hat{u}^0_2)/\sin(\theta/2) \tag{40}$$

est nulle, donc les deux rotations sont commutatives, lorsque θ_1, $\theta_2 = 0, 2\pi$, situations banales du point de vue cinématique, ou quand $\mathrm{Qu}(\hat{u}^0_1 \hat{u}^0_2) = 0$, c'est-à-dire si les axes sont confondus.

14. En utilisant maintenant l'expression (37) on peut établir sans difficulté la position finale d'un point du solide, après les deux rotations du corps; cette position sera fixée par le quaternion $\hat{r}'_{12} = \hat{r} + \Delta\hat{r}_{12}$. Ici $\Delta\hat{r}_{12} = \hat{\mathfrak{D}}_{12}\{\hat{r}\}$, avec (v. (38))

$$\hat{\mathfrak{D}}_{12}\{\hat{r}\} = 2 \sin(\theta/2)\, e^{(\theta/2)\hat{u}^0_{12}}\, \mathrm{Qu}(u^0_{12}\, \hat{r}) \ , \tag{38'}$$

où θ et $\hat{u}^0_{12}$ ont les expressions (39). Mais on peut agir aussi d'une autre manière, à savoir, en tenant compte du fait qu'après la première rotation $\hat{r}$ devient $\hat{r}'_{12} = \hat{r} + \Delta\hat{r}'_{12}$, et après la deuxième, $\hat{r}'_{12}$ devient $\hat{r}''_{12} = \hat{r}'_{12} + \Delta\hat{r}''_{12}$, où $\Delta\hat{r}'_{12} = \hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{r}\}$, $\Delta\hat{r}''_{12} = \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r} + \hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{r}\}\}$.

Mais alors $\Delta\hat{r}_{12} = \Delta\hat{r}'_{12} = \Delta\hat{r}''_{12}$ et donc

$$\Delta\hat{r}_{12} = \hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{r}\} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}\} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{r}\}\} = \hat{\mathfrak{D}}_{12}\{\hat{r}\}. \tag{41}$$

Inversons l'ordre des deux rotations; nous obtenons pour le deplacement

$$\Delta\hat{r}_{21} = \hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{r}\} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}\} + \hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}\}\} = \hat{\mathfrak{D}}_{21}\{\hat{r}\}. \tag{41'}$$

On peut apprécier la différence entre les deux positions finales d'un même point, après l'inversion de l'ordre des deux rotations successives du solide. Il en résulte

$$\Delta\hat{r}_{21} - \Delta\hat{r}_{12} = \hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}\}\} - \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{r}\}\} = \hat{\mathfrak{D}}_{21}\{\hat{r}\} - \hat{\mathfrak{D}}_{12}\{\hat{r}\};$$

après le développement des calculs on obtient

$$\begin{aligned}\Delta\hat{r}_{21} - \Delta\hat{r}_{12} = 4 \sin(\theta_1/2) \sin(\theta_2/2) \{e^{(\theta/2)\hat{u}^0_{21}}\, \mathrm{Qu}[\mathrm{Qu}(\hat{u}^0_1 \hat{u}^0_2)\, \hat{r}] + \\ + \sin(\theta/2)\, \mathrm{Qu}(\hat{u}^0_1 \hat{u}^0_2)\, \mathrm{Qu}(\hat{u}^0_{12}\, \hat{r})\}.\end{aligned} \tag{42}$$

15. On sait que tout déplacement d'un corps solide en mouvement autour d'un point fixe est équivalent à trois rotations autour de trois directions déterminées qui passent par le point fixe. Étudions donc la composition de trois rotations finies. Soient

$\hat{u}_1^0, \hat{u}_2^0$ et $\hat{u}_3^0$ les verseurs des trois directions et $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ les angles correspondants de rotation. Désignons par θ_{123} et $\hat{u}_{123}^0$ les eléments qui caractérisent la rotation unique équivalente. En utilisant les formules (39) on aura

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\cos(\theta_{123}/2) = \cos(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2)\cos(\theta_3/2) + \\
&\quad + \sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)\cos(\theta_3/2)\,\mathrm{Re}(\hat{u}_1^0\hat{u}_2^0) + \\
&\quad + \sin(\theta_2/2)\sin(\theta_3/2)\cos(\theta_1/2)\,\mathrm{Re}(\hat{u}_2^0\hat{u}_3^0) + \\
&\quad + \sin(\theta_3/2)\sin(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2)\,\mathrm{Re}(\hat{u}_3^0\hat{u}_1^0) - \\
&\quad - \sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)\sin(\theta_3/2)\,\mathrm{Re}(\hat{u}_1^0\hat{u}_2^0\hat{u}_3^0), \\
&\sin(\theta_{123}/2)\,\hat{u}_{123}^0 = \sin(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2)\cos(\theta_3/2)\,\hat{u}_1^0 + \sin(\theta_2/2)\cos(\theta_3/2)\cos(\theta_1/2)\,\hat{u}_2^0 + \\
&\quad + \sin(\theta_3/2)\cos(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2)\hat{u}_3^0 - \\
&\quad - \sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)\cos(\theta_3/2)\,\mathrm{Qu}(\hat{u}_1^0\hat{u}_2^0) - \\
&\quad - \sin(\theta_2/2)\sin(\theta_3/2)\cos(\theta_1/2)\,\mathrm{Qu}(\hat{u}_2^0\hat{u}_3^0) + \\
&\quad + \sin(\theta_3/2)\sin(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2)\,\mathrm{Qu}(\hat{u}_3^0\hat{u}_1^0) + \\
&\quad + \sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)\sin(\theta_3/2)\,\mathrm{Qu}(\hat{u}_1^0\hat{u}_2^0\hat{u}_3^0).
\end{aligned}
\right. \tag{43}
$$

On voit aisément que *l'angle qui mesure la rotation unique remplaçant les trois rotations finies est le même pour chaque groupe de trois rotations successives qui correspondent à des permutations cycliques de leurs indices.* Par exemple $\theta_{123} = \theta_{231} = \theta_{312}$ etc. Mais l'axe de rotation est chaque fois différent ($\hat{u}_{123}^0 \neq \hat{u}_{231}^0$ etc.).

Lorsque $\hat{u}_1^0, \hat{u}_2^0$ *et* $\hat{u}_3^0$ *représentent trois axes respectivement perpendiculaires,* (43) devient

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\cos(\theta/2) = \cos(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2)\cos(\theta_3/2) + \sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)\sin(\theta_3/2), \\
&\sin(\theta_{123}/2)\,\hat{u}_{123}^0 = [\sin(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2)\cos(\theta_3/2) - \cos(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)\sin(\theta_3/2)]\,\hat{u}_1^0 + \\
&\quad + [\sin(\theta_2/2)\cos(\theta_3/2)\cos(\theta_1/2) + \cos(\theta_2/2)\sin(\theta_3/2)\sin(\theta_1/2)]\,\hat{u}_2^0 + \\
&\quad + [\sin(\theta_3/2)\cos(\theta_1/2)\cos(\theta_2/2) - \cos(\theta_3/2)\sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)]\,\hat{u}_3^0.
\end{aligned}
\right. \tag{43'}
$$

Alors *l'angle qui mesure la rotation finie unique reste le même, n'importe quelle soit l'ordre des trois rotations finies successives.*

16. Soient maintenant $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ la représentation par des nombres purement quaternioniques des verseurs d'un trièdre fixe et $\hat{i}'$, $\hat{j}'$, $\hat{k}'$, la même représentation des verseurs d'un trièdre lié au corps solide, en mouvement de rotation autour du point fixe O (fig. 4). Désignons par φ, ψ et θ les angles d'Euler, qui comme on sait [11], sont capables de fixer la position du solide. Utilisons la représentation quaternionique (22) des rotations pour obtenir les relations qui expriment les cosinus directeurs α_{lm}, $(l, m = 1, 2, 3)$, des axes mobiles, fonction des angles d'Euler. Écrivons pour le moment [2]) (fig. 4)

$$
\hat{n} = e^{\psi\hat{k}}\,\hat{i} \quad \text{et} \quad \hat{k}' = e^{\theta\hat{n}}\,\hat{k}, \tag{44}
$$

[2]) $\hat{n}$ est la représentation quaternionique du verseur de la ligne des noeuds.

ou

$$\hat{n} = (\cos\psi + \sin\psi\,\hat{k})\,\hat{i} = \cos\psi\,\hat{i} + \sin\psi\,\hat{j}, \tag{44'}$$

$$\hat{k}' = (\cos\theta + \sin\theta\,\hat{n})\,\hat{k} = \sin\psi\sin\theta\,\hat{i} - \cos\psi\sin\theta\,\hat{j} + \cos\theta\,\hat{k}. \tag{44''}$$

La relation (44") nous donne immédiatement

$$a_{13} = \sin\psi\sin\theta \quad , \quad a_{23} = -\cos\psi\sin\theta \quad , \quad a_{33} = \cos\theta.$$

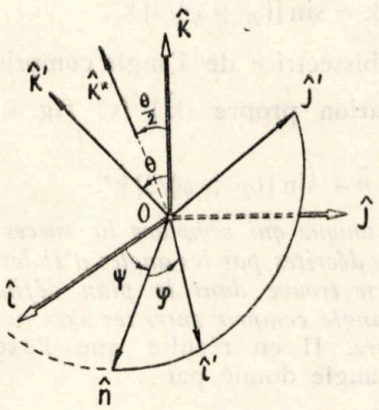


Fig. 4

Pour obtenir les autres cosinus directeurs, écrivons aussi que

$$\hat{i}' = e^{\varphi\hat{k}'}\,\hat{n} \quad \text{et} \quad \hat{j}' = e^{[(\pi/2)+\varphi]\,\hat{k}'}\,\hat{n}. \tag{45}$$

Alors $\hat{i}' = (\cos\varphi + \sin\varphi\,\hat{k}')\,\hat{n}$ et en tenant compte de (44') et (44") on obtient

$$\begin{aligned}\hat{i}' = {} & (\cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\sin\psi\cos\theta)\,\hat{i} + \\ & + (\cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\cos\psi\cos\theta)\,\hat{j} + \\ & + \sin\varphi\sin\theta\,\hat{k},\end{aligned} \tag{45'}$$

d'où en résultent les cosinus directeurs a_{11}, a_{21} et a_{31}. On peut obtenir les autres cosinus, à savoir, a_{12}, a_{22} et a_{32}, soit en partant de la deuxième relation (45), soit en utilisant le fait que $\hat{j}' = \hat{k}'\,\hat{i}'$.

Le procédé employé est évidemment valable aussi pour des autres systèmes d'angles d'Euler (indiqués, par exemple, dans [13]).

17. On sait que tout déplacement d'un solide qui a un point fixé est équivalent à trois rotations, par exemple d'angle ψ autour de $\hat{k}$ (précession), d'angle θ autour de $\hat{n}$ (nutation) et d'angle φ autour de $\hat{k}'$ (rotation propre). En utilisant (43) nous pouvons obtenir la rotation unique équivalente. Écrivons que (v. (44'')) $\hat{k} = \cos\theta\,\hat{n} + \sin\theta\,\hat{n}\,\hat{k}$ et faisons les calculs nécessaires. Il en résulte

$$\begin{cases} \cos(\Phi/2) = \cos(\theta/2)\cos[(\varphi+\psi)/2], \\ \sin(\Phi/2)\,\hat{u}^0 = \sin(\theta/2)\cos[(\varphi+\psi)/2]\,\hat{n} + \cos(\theta/2)\sin[(\varphi+\psi)/2]\,\hat{k} + \\ \qquad\qquad + \sin(\theta/2)\sin[(\varphi+\psi)/2]\,\hat{n}\,\hat{k}. \end{cases} \tag{46}$$

On obtient les mêmes formules en utilisant directement (39) et en tenant compte qu'avant le mouvement de nutation d'angle θ, les deux axes $\hat{k}$ et $\hat{k}'$ coïncident (v. fig. 4). Alors les mouvements de rotation propre et de précession se présentent comme une seule rotation d'angle $\varphi + \psi$ autour de $\hat{k}$. Elle est suivie par la rotation d'angle θ autour de $\hat{n}$. Ayant en vue que $\mathrm{Re}(\hat{k}\,\hat{n}) = 0$, $\mathrm{Qu}(\hat{k}\,\hat{n}) = \hat{k}\,\hat{n} = -\hat{n}\,\hat{k}$ et en utilisant (39) on retrouve (46).

En examinant de cette manière la situation on conclut que la rotation donnée par (46) est indépendante de l'ordre des rotations finies composantes, qui sont décrites par les angles d'Euler.

La première formule est mentionnée dans la littérature (v. par exemple, [4]). On peut donner une autre forme à la deuxième relation (46). Écrivons, en effet, ses deux derniers termes, comme suit

$$\sin[(\varphi+\psi)/2]\,[\cos(\theta/2)+\sin(\theta/2)\,\hat{n}]\,\hat{k}=\sin[(\varphi+\psi)/2]\,\hat{k}^*,$$

où $\hat{k}^*=e^{(\theta/2)\hat{n}}\,\hat{k}$ représente le verseur de la bissectrice de l'angle compris entre les axes de précession $(\hat{k})$ et de rotation propre $(\hat{k}')$ (v. fig. 4). Alors

$$(46')\qquad \sin(\Phi/2)\,\hat{u}^0=\sin(\theta/2)\cos[(\varphi+\psi)/2]\,\hat{n}+\sin[(\varphi+\psi)/2]\,\hat{k}^*.$$

On voit donc que *l'axe de la rotation unique qui remplace la succession de trois rotations finies d'un corps solide, décrites par les angles d'Euler, est indépendant de l'ordre de ces rotations et se trouve dans le plan défini par la ligne des noeuds et la bissectrice de l'angle compris entre les axes des mouvements de précession et de rotation propre.* Il en résulte que l'axe unique forme avec la ligne des noeuds un angle donné par

$$(46'')\qquad \operatorname{tg}\lambda=\operatorname{tg}[(\varphi+\psi)/2]/\sin(\theta/2).$$

18. Pour obtenir la représentation quaternionique des vitesses et des accelérations des différents points du corps solide on doit remarquer le fait que, dans le cas général, les rotations deviennent commutatives lorsque les angles de rotation sont suffisamment petits pour négliger leurs carrés. En effet, remplaçons dans la deuxième formule (39) les sinus par leurs arguments, les cosinus par l'unité et négligeons leurs produits et carrés. On obtient

$$(47)\qquad \Delta\theta\,\hat{u}^0=\Delta\theta_1\,\hat{u}_1^0+\Delta\theta_2\,\hat{u}_2^0,$$

relation qui donne l'angle $\Delta\theta$ et l'axe $\hat{u}^0$ de la rotation résultante. Évidemment que si on superpose N rotations suffisamment petites, on aura

$$(47')\qquad \Delta\theta\,\hat{u}^0=\sum_{s=1}^{N}\Delta\theta_s\,\hat{u}_s^0.$$

Utilisons (47') à l'étude d'un déplacement suffisamment petit d'un corps solide ayant un point fixé. Il en résulte

$$(48)\qquad \Delta\Phi\,\hat{u}^0=\Delta\varphi\,\hat{k}'+\Delta\psi\,\hat{k}+\Delta\theta\,\hat{n}.$$

Divisons (47') par l'intervalle de temps très court Δt dans lequel se produit le déplacement et passons à la limite pour $\Delta t\to 0$, ayant en vue que pendant cet intervalle les axes $\hat{u}_s^0$ restent fixes. On a

$$(49)\qquad \dot{\theta}\,\hat{u}^0=\sum_{s=1}^{N}\dot{\theta}_s\,\hat{u}_s^0 \quad[3]\qquad \text{ou}\qquad \hat{\omega}=\sum_{s=1}^{N}\hat{\omega}_s,$$

c'est-à-dire la représentation quaternionique de la règle de composition des vitesses angulaires. D'une manière analogue (48) conduit à

---

[3]) Le point représente la dérivée par rapport au temps.

(50) $$\hat{\omega} = \dot{\varphi}\,\hat{k}' + \dot{\psi}\,\hat{k} + \dot{\theta}\,\hat{n},$$

qui constitue la représentation quaternionique de la vitesse angulaire instantanée d'un solide en mouvement autour d'un point fixe.

Le déplacement $\Delta\hat{r}$ subi par le point du solide représenté par le nombre purement quaternionique $\hat{r}$, donné par (37), devient

(51) $$\Delta\hat{r} = \mathrm{Qu}\,(\Delta\theta\,\hat{u}^0\,\hat{r}),$$

lorsque l'angle de rotation est très petit. Ici $\Delta\theta\,\hat{u}^0$ a l'expression (47') lorsqu'on superpose plusieurs rotations suffisamment petites.

Divisons par Δt et passons à la limite pour $\Delta t \to 0$. Nous obtenons la représentation quaternionique connue [8] de la vitesse linéaire

(52) $$\mathrm{d}\hat{r}/\mathrm{d}t = \hat{v} = \mathrm{Qu}\,(\hat{\omega}\,\hat{r}),$$

ou $\hat{\omega}$ a l'expression (50).

Observons que $(\mathrm{d}/\mathrm{d}t)\,\mathrm{Qu} = \mathrm{Qu}\,(\mathrm{d}/\mathrm{d}t)$; on obtient alors la représentation quaternionique de l'accélération linéaire $\hat{a} = \mathrm{d}\hat{v}/\mathrm{d}t = \mathrm{Qu}\,[(\mathrm{d}\hat{\omega}/\mathrm{d}t)\hat{r} + \hat{\omega}(\mathrm{d}\hat{r}/\mathrm{d}t)]$ ou

(53) $$\hat{a} = \mathrm{Qu}\,(\hat{\varepsilon}\,\hat{r}) + \hat{\omega}\,\hat{v},$$

où $\hat{\varepsilon} = \mathrm{d}\hat{\omega}/\mathrm{d}t$ est la représentation quaternionique de l'accélération angulaire instantanée du solide [4]) et où on a tenu compte que $\mathrm{Qu}\,(\hat{\omega}\,\hat{v}) = \hat{\omega}\,\hat{v}$, car (v. (52)) $\hat{\omega} \perp \hat{v}$. Compte tenu de la deuxième relation (28) nous pouvous aussi écrire $\hat{v} = \mathrm{Qu}\,(\hat{\omega}\,\hat{r}) = \hat{\omega}\,\hat{r}_\perp$, où $\hat{r}_\perp$ est la représentation quaternionique de la composante perpendiculaire à l'axe de rotation instantanée, du vecteur de position $\hat{r}$. Alors

(53') $$\hat{a} = \mathrm{Qu}\,(\hat{\varepsilon}\,\hat{r}) - \omega^2\,\hat{r}_\perp,$$

où le deuxième terme représente l'accélération axipète.

C. *Quelques problèmes inverses*

19. L'utilisation de l'appareil du calcul quaternionique permet à étudier aisément des problèmes inverses, parmi lesquels on peut citer la détermination du mouvement de rotation finie qui conduit le corps solide d'une position déterminée dans une autre, ou la détermination de la vitesse et de l'accélération angulaires instantanées, fonction des vitesses et des accélérations linéaires connues à un instant déterminé pour certains points du solide (ce qui permet, évidemment, d'obtenir les vitesses et les accélérations linéaires, de tous les points du solide, au même instant). Des situations semblables se rencontrent dans les applications techniques, dans l'étude des mécanismes.

---

[4]) Pour calculer $\hat{\varepsilon}$ on doit tenir compte que les quaternions $\hat{k}'$ et $\hat{n}$ qui interviennent dans (50) sont variables (fonctions de t).

Dans la représentation quaternionique l'étude des problèmes inverses mentionnées se réduit à la résolution de certaines équations contenant des nombres purement quaternioniques et ayant la forme

$$\text{Qu}\,(\hat{x}\,\hat{a}_1) = \hat{\beta}_1 \quad , \quad \text{Qu}\,(\hat{x}\,\hat{a}_2) = \hat{\beta}_2 . \tag{54}$$

Évidemment que les quantités données doivent satisfaire aux conditions

$$\text{Re}\,(\hat{a}_1\,\hat{\beta}_1) = 0 \text{ et } \text{Re}\,(\hat{a}_2\,\hat{\beta}_2) = 0, \tag{55}$$

et l'inconnue $\hat{x}$ aux conditions

$$\text{Re}\,(\hat{x}\,\hat{\beta}_1) = 0 \text{ et } \text{Re}\,(\hat{x}\,\hat{\beta}_2) = 0. \tag{55'}$$

En écrivant que

$$\hat{x}\,a_1 = \hat{\beta}_1 + \text{Re}\,(\hat{x}\,\hat{a}_1) \quad \text{et} \quad \hat{x}\,\hat{a}_2 = \hat{\beta}_2 + \text{Re}\,(\hat{x}\,\hat{a}_2) \tag{54'}$$

on a

$$\hat{x} = [\hat{a}_1\,\text{Re}\,(\hat{x}\,\hat{a}_1) + \hat{\beta}_1\,\hat{a}_1]/(\hat{a}_1)^2 \text{ et } \hat{x} = [\hat{a}_2\,\text{Re}\,(\hat{x}\,\hat{a}_2) + \hat{\beta}_2\,\hat{a}_2]/(\hat{a}_2)^2 .$$

Utilisons les conditions (55); on obtient, par exemple, $\text{Re}\,(\hat{x}\,\hat{a}_1) = \text{Re}\,(\hat{a}_1\,\hat{\beta}_1\,\hat{\beta}_2)/\text{Re}\,(\hat{a}_1\,\hat{\beta}_2)$, qui, introduit dans l'expression de x, fournit

$$\hat{x} = [\hat{\beta}_1 + \text{Re}\,(\hat{a}_1\,\hat{\beta}_1\,\hat{\beta}_2)/\text{Re}\,(\hat{a}_1\,\hat{\beta}_2)]\,\hat{a}_1/(\hat{a}_1)^2 . \tag{56}$$

Multiplions les relations (54') à gauche, par respectivement $\hat{a}_2$ et $\hat{a}_1$ et calculons les parties réelles des expressions trouvées. Il en résulte une autre condition

$$\text{Re}\,(\hat{a}_1\,\hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_1\,\hat{a}_2) = 0 \tag{55''}$$

qui doit être vérifiée par les coefficients qui interviennent dans (54).

20. Soit un premier problème inverse, à savoir, la détermination des éléments de la rotation finie (θ et $\hat{u}^0$) qui conduit le corps solide (en mouvement de rotation autour d'un point fixe) d'une position initiale, déterminée par deux de ses points, représentés par $\hat{r}_1$ et $\hat{r}_2$, dans une autre position où ces points sont représentés par, respectivement, $\hat{r}'_1 = \hat{r}_1 + \Delta\hat{r}_1$ et $\hat{r}'_2 = \hat{r}_2 + \Delta\hat{r}_2$.

Multiplions à droite par $e^{(\theta/2)\,\hat{u}^0}$ le $\Delta\hat{r}$ donné par (37). On obtient

$$\Delta\hat{r}\,[\cos(\theta/2) + \hat{u}^0 \sin(\theta/2)] = 2 \sin(\theta/2)\,\text{Qu}\,(\hat{u}^0\,\hat{r}), \tag{57}$$

car, en vertu de (24'), $e^{(\theta/2)\,\hat{u}^0}\,\text{Qu}\,(\hat{u}^0\,\hat{r})\,e^{(\theta/2)\,\hat{u}^0} = \text{Qu}\,(\hat{u}^0\,\hat{r})$. La relation (57) nous montre que

(57′) $$\mathrm{Re}\,(\Delta\hat{r}\,\hat{u}^0) = 0,$$

donc nous pouvons écrire $\Delta\hat{r}\,\hat{u}^0 = \mathrm{Qu}\,(\Delta\hat{r}\,\hat{u}^0)$. Compte tenu de ce fait divisons par $\cos(\theta/2)$ l'égalité (57′). Il en résulte

(58) $$\Delta\hat{r} = \mathrm{Qu}\,[\mathrm{tg}\,(\theta/2)\,\hat{u}^0\,(\hat{r} + \hat{r}')]\,.$$

Donc si nous connaissons $\hat{r}_1$, $\hat{r}_1'$, $\hat{r}_2$ et $\hat{r}_2'$, le problème se réduit à résoudre un système d'équations du type (54). Les conditions (55) sont évidemment satisfaites, tandis que (55″) conduit à

(55‴) $$\mathrm{Re}\,(\hat{r}_1\hat{r}_2 - \hat{r}_1'\hat{r}_2') = 0\,.$$

L'application de la formule (56) nous donne

(59) $$\mathrm{tg}\,(\theta/2)\,\hat{u}^0 = 2\,(\mathrm{Qu}\,(\hat{r}_1\hat{r}_1') - \\ -\{\mathrm{Re}(\hat{r}_1\hat{r}_1'\,\Delta\hat{r}_2)/\mathrm{Re}\,[(\hat{r}_1 + \hat{r}_1')\,\Delta\hat{r}_2]\}\,(\hat{r}_1 + \hat{r}_1'))/|\hat{r}_1 + \hat{r}_1'|^2.$$

On peut résoudre encore le problème d'une autre manière ; en effet, la relation (57′) montre que $\hat{u}^0$ est simultanément perpendiculaire à $\Delta\hat{r}_1$ et $\Delta\hat{r}_2$, donc il doit avoir la forme

(60) $$\hat{u}^0 = \lambda\,\mathrm{Qu}\,(\Delta\hat{r}_1\,\Delta\hat{r}_2)\,.$$

Pour déterminer le scalaire λ, multiplions (57) à droite par $\hat{r}$ et observons que la partie réelle du membre gauche est nulle. Après division par $\cos(\theta/2)$ on obtient

$$\mathrm{Re}\,(\Delta\hat{r}\,\hat{r}) + \mathrm{Re}\,[\Delta\hat{r}\,(\mathrm{tg}\,\theta/2)\,\hat{u}^0\,\hat{r}] = 0\,.$$

Écrivons maintenant cette relation pour l'un des points du solide, par exemple pour le premier. Nous obtenons le scalaire λ qu'on doit introduire dans (60). On aboutit à

(60′) $$\mathrm{tg}\,(\theta/2)\,\hat{u}^0 = \\ = \mathrm{Qu}\,(\Delta\hat{r}_1\,\Delta\hat{r}_2)/\{\mathrm{Re}\,(\Delta\hat{r}_1\,\Delta\hat{r}_2) + |\Delta\hat{r}_1|^2\,[\mathrm{Re}\,(\Delta\hat{r}_2\,\hat{r}_1)/\mathrm{Re}\,(\Delta\hat{r}_1\,\hat{r}_1)]\}.$$

21. Supposons maintenant connues à un instant déterminé les vitesses $\hat{v}_1$, $\hat{v}_2$ et les accélérations $\hat{a}_1$, $\hat{a}_2$ de deux points $\hat{r}_1$ et $\hat{r}_2$ du solide ayant un point fixé. En tenant compte de leurs expressions (52) et (53) et en utilisant (56) on aura pour la vitesse angulaire et l'accélération angulaire instantanées

(61) $$\hat{\omega} = \hat{r}_1\{[\mathrm{Re}\,(\hat{r}_1\hat{v}_2\hat{v}_1)/\mathrm{Re}\,(\hat{r}_1\hat{v}_2)] - \hat{v}_1\}/|\hat{r}_1|^2,$$

(62) $$\hat{\varepsilon} = \hat{r}_1(\{\mathrm{Re}\,[\hat{r}_1(\hat{a}_2 - \hat{\omega}\hat{v}_2)(\hat{a}_1 - \hat{\omega}\hat{v}_1)]/\mathrm{Re}\,[\hat{r}_1(\hat{a}_2 - \hat{\omega}\hat{v}_2)]\} + \\ + \hat{\omega}\hat{v}_1 - \hat{a}_1)/|\hat{r}_1|^2.$$

Les quantités nécessaires ne peuvent pas être données arbitrairement. En effet elles doivent satisfaire les conditions (55) et (55‴), qu'on peut écrire aisément. Le problème inverse posé dans ce paragraphe peut être résolu aussi avec l'appareil du calcul vectoriel (v. [14], où on trouve plus de détails).

IV. Mouvement le plus général d'un corps solide

A. *Déplacements finis*

22. Soit un système invariable (ou corps solide) libre, qui subit un déplacement fini dans l'espace, à la fin duquel le segment $O'M$ (représenté par $\hat{r}'$) passe dans la position O'_1M_1 (représentée par $\hat{r}'_1$). Regardons O' comme pôle et notons par θ et $\hat{u}^0$ les éléments de la rotation finie autor de O'. Alors, compte tenu de (34″) et (37), on peut écrire $\hat{r}'_1 = \hat{r}' + \hat{\mathfrak{D}}\{\hat{r}'\}$. Mais (fig. 5) $\hat{r} = \hat{r}_0 + \hat{r}'$, $\hat{r}_1 = \hat{r}_{01} + \hat{r}'_1$ et alors

$$\Delta\hat{r} = \Delta\hat{r}_0 + \hat{\mathfrak{D}}\{\hat{r}'\}, \tag{63}$$

où $\Delta\hat{r} = \hat{r}_1 - \hat{r}$ et $\Delta\hat{r}_0 = \hat{r}_{01} - \hat{r}_0$ représentent, respectivement, les déplacements finis du point M et du pôle O'.

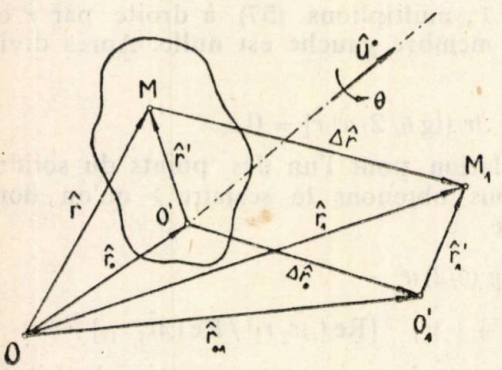


Fig. 5

En choisissant un autre pôle et en utilisant (63) on peut vérifier que la translation finie est fonction du pôle, tandis que la rotation finie autour du pôle est indépendante de son choix.

23. On peut maintenant trouver l'axe du mouvement hélicoïdal fini équivalent à la translation et à la rotation finies données par (63). Pour obtenir l'axe nous devons imposer la condition que les déplacements de ses points soient parallèles à l'axe de rotation finie, c'est-à-dire $\Delta\hat{r} = \lambda\hat{u}^0$. Introduisons cette condition dans (63) et multiplions à gauche par $\hat{u}^0$. On obtient $-\lambda = \hat{u}^0\Delta\hat{r}_0 + \hat{u}^0\,\hat{\mathfrak{D}}\{\hat{r}'\}$. Mais $\mathrm{Re}\,[\hat{u}^0\,\hat{\mathfrak{D}}\{\hat{r}'\}] = 0$ car $\mathrm{Re}\,[\hat{u}^0\,e^{(\theta/2)\hat{u}^0}\,\mathrm{Qu}\,(\hat{u}^0\hat{r}')] = \mathrm{Re}\,\{\mathrm{Qu}\,[\hat{u}^0 e^{(\theta/2)\hat{u}^0}]\,\mathrm{Qu}\,(\hat{u}^0\hat{r}')\} = \cos(\theta/2)\mathrm{Re}[\hat{u}^0\mathrm{Qu}(\hat{u}^0\hat{r}')] = 0$. Il en résulte alors que $\lambda = -\mathrm{Re}\,(\hat{u}^0\Delta\hat{r}_0)$ et (63) nous permet d'écrire

$$2\sin(\theta/2)\,e^{(\theta/2)\hat{u}^0}\,\mathrm{Qu}\,(\hat{u}^0\hat{r}') = -[\Delta\hat{r}_0 + \hat{u}^0\,\mathrm{Re}\,(\hat{u}^0\,\Delta\hat{r}_0)]. \tag{64}$$

Multiplions dans (64) à droite par $e^{(\theta/2)\hat{u}^0}$; nous obtenons (v. (24'))

$$2\sin(\theta/2)\,\mathrm{Qu}(\hat{u}^0\hat{r}') = -[\Delta\hat{r}_0 + \hat{u}^0\,\mathrm{Re}(\hat{u}^0\Delta\hat{r}_0)]\,e^{(\theta/2)\hat{u}^0}. \tag{64'}$$

C'est l'équation, sous forme quaternionique, d'une droite rappportée au système lié au corps solide. On peut obtenir aisément le point P (fig. 6), défini par $O'P \perp \Delta$ (où O' est le pôle et Δ l'axe du mouvement hélicoïdal). Pour ce point $\mathrm{Re}(\hat{u}^0\hat{r}'_P) = 0$ et donc $\mathrm{Qu}(\hat{u}^0\hat{r}'_P) = \hat{u}^0\hat{r}'_P$. En tenant compte dans (64') de ce fait et en multipliant à gauche par $\hat{u}^0$, nous obtenons

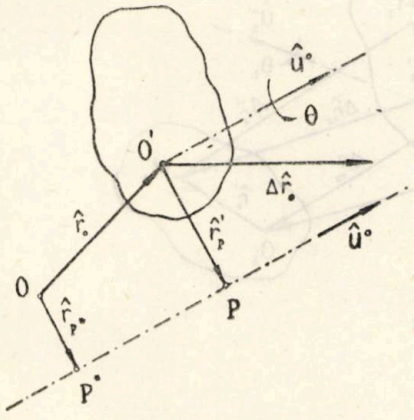


Fig. 6

$$\hat{r}'_P = \mathrm{Qu}(\hat{u}^0\Delta\hat{r}_0)\,e^{(\theta/2)\hat{u}^0}/[2\sin(\theta/2)], \tag{65}$$

ou $\hat{r}_P = \hat{r}_0 + \hat{r}'_P$, si on se rapporte au point fixe O.

On peut aussi obtenir la représentation quaternionique du vecteur de position du point P^*, défini par $OP^* \perp \Delta$ (fig. 6), à savoir

$$\hat{r}_{P^*} = \hat{r}_P + \hat{u}^0\,\mathrm{Re}(\hat{u}^0\hat{r}_0). \tag{65'}$$

La translation minimum, au long de l'axe du mouvement hélicoïdal fini, est

$$\Delta\hat{r}_P = -\hat{u}^0\,\mathrm{Re}(\hat{u}^0\Delta\hat{r}_0). \tag{66}$$

Elle s'obtient soit en introduisant dans (63) l'expression (65), soit raisonnant directement (v. fig. 6).

24. Passons maintenant à l'étude de la composition de deux déplacements finis succésifs du solide. Compte tenu de (63) et des notations utilisées dans la fig. 7, nous pouvons écrire pour le premier déplacement $\Delta\hat{r}_1 = \Delta\hat{r}_{01} + \hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{r}'_1\}$ et pour le deuxième $\Delta\hat{r}_2 = \Delta\hat{r}_{02} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}'_2\}$. Ayant en vue que $\Delta\hat{r}_{01} + \hat{r}'_2 = \hat{r}'_1 + \Delta\hat{r}_1$, il en résulte, après le remplacement de $\hat{r}'_2$, $\Delta\hat{r}_2 = \Delta\hat{r}_{02} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}'_1 + \Delta\hat{r}_1 - \Delta\hat{r}_{01}\} = \Delta\hat{r}_{02} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}'_1\} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{r}'_1\}\}$. Alors

$$\Delta\hat{r}_{12} = \Delta\hat{r}_1 + \Delta\hat{r}_2 = \Delta\hat{r}_{01} + \Delta\hat{r}_{02} + \hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{r}'_1\} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}'_1\} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{r}'_1\}\}, \tag{67}$$

ou, compte tenu de la fig. 7 et de (38'),

$$\Delta\hat{r}_{12} = \Delta\hat{r}_{012} + \hat{\mathfrak{D}}_{12}\{\hat{r}'\}. \tag{67'}$$

Donc, le déplacement fini résultant se compose d'une translation finie égale à la somme géométrique des translations composantes $\Delta\hat{r}_{01} = \Delta\hat{r}_{01} + \Delta\hat{r}_{02}$ et d'une rotation finie, décrite par l'opérateur $\hat{\mathfrak{D}}_{12}\{\hat{r}'\}$, étudié au paragraphe **14**. Évidemment que si on change l'ordre des déplacements, $\Delta\hat{r}_{021} = \Delta\hat{r}_{012}$, mais $\Delta\hat{r}_{21} \neq \Delta\hat{r}_{12}$ parce que $\hat{\mathfrak{D}}_{21}\{\hat{r}'\} \neq \hat{\mathfrak{D}}_{12}\{\hat{r}'\}$, sauf le cas spécial lorsque les axes de rotation finie sont parallèles.

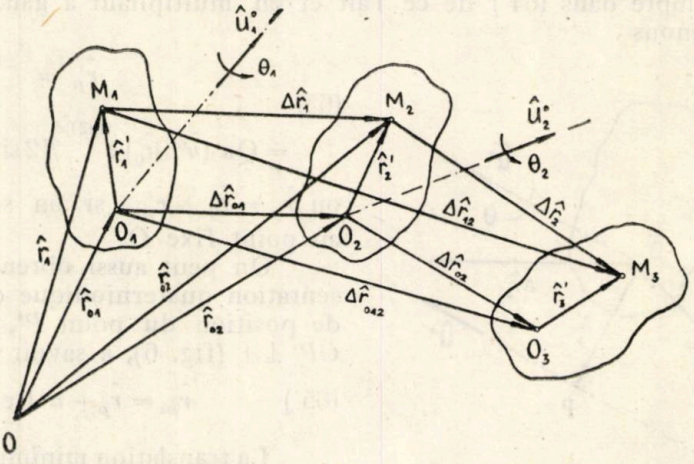


Fig. 7

Ainsi, *dans le mouvement le plus général du corps solide, les translations finies, relatives à un pôle arbitraire, sont commutatives, tandis que les rotations finies autour d'un pôle ne le sont pas*, en général.

25. En utilisant l'appareil du calcul quaternionique, exposé dans le présent travail, on peut aussi résoudre, par voie analytique, le problème de la composition de deux mouvements hélicoïdaux finis successifs, autour de deux axes, fixes dans l'espace. Supposons donnés les mouvements par les translations minima $\Delta\hat{r}_{P_1}$ et $\Delta\hat{r}_{P_2}$, au long des axes Δ_1 et Δ_2 fixés chacun par un point H_1, H_2, et leur direction, $\hat{u}_1^0$ et $\hat{u}_2^0$ (fig. 8)), de même que par les angles θ_1 et θ_2 de rotation finie.

Alors, si O_1 est un point du solide qu'on choisit comme pôle) $\Delta\hat{r}_{01} = \Delta\hat{r}_{P_1} + \hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{r}_1'\}$ et $\Delta\hat{r}_{02} = \Delta\hat{r}_{P_2} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}_2'\}$. Mais $\hat{r}_2' = \hat{r}_{H_2H_1} + \hat{r}_1' + \Delta\hat{r}_{01} = \hat{r}_{H_2H_1} + \hat{r}_1' + \Delta\hat{r}_{P_1} + \hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{r}_1'\}$ et donc $\Delta\hat{r}_{012} = \Delta\hat{r}_{01} + \Delta\hat{r}_{02} = \Delta\hat{r}_{P_1} + \Delta\hat{r}_{P_2} + \hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{r}_1'\} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}_1'\} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{\mathfrak{D}}_1\{\hat{r}_1'\}\} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}_{H_2H_1} + \Delta\hat{r}_{P_1}\}$, ou

(68) $$\hat{\Delta r}_{012} = \hat{\Delta r}_{P_1} + \hat{\Delta r}_{P_2} + \hat{\mathfrak{D}}_{12}\{\hat{r}'\} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}^*\},$$

où $\hat{r}^* = \hat{r}_{H_2H_1} + \hat{\Delta r}_{P_1}$ est la représentation quaternionique du vecteur de position d'un point arbitraire de l'axe Δ_1, rapporté à un autre point arbitraire de l'axe Δ_2 (car les points H_1 et H_2 sont arbitraires).

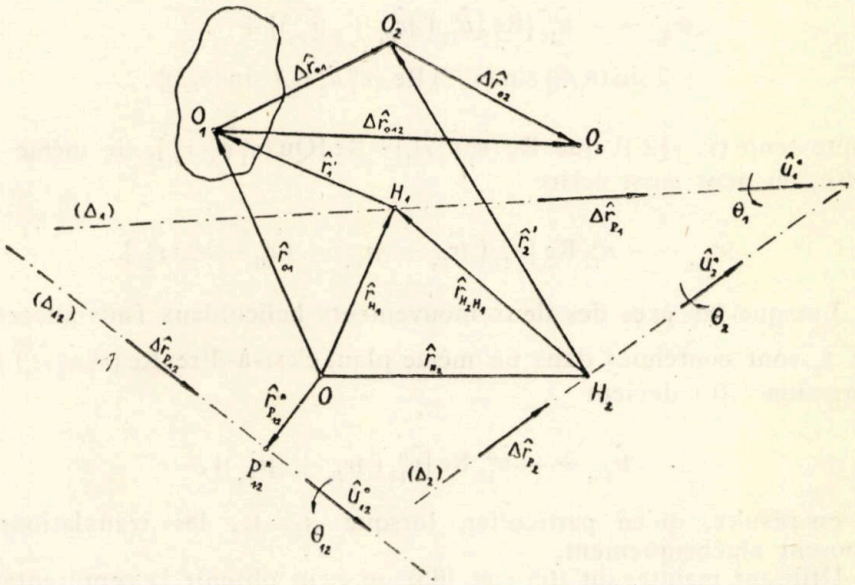


Fig. 8

Utilisons l'expression (68) et les conclusions du paragraphe **24** pour obtenir les éléments du mouvement hélicoïdal résultant, c'est-à-dire la translation minimum $\hat{\Delta r}_{P_{12}}$ et la position de l'axe Δ_{12}, de direction $\hat{u}_{12}^0$, donnée évidemment par la deuxième relation (39).

En utilisant (66) la translation résultante sera

(69) $$\hat{\Delta r}_{P_{12}} = -\hat{u}_{12}^0 \operatorname{Re}(\hat{u}_{12}^0 \hat{\Delta r}_{012}).$$

Mais

$$\operatorname{Re}(\hat{u}_{12}\hat{\Delta r}_{012}) = \operatorname{Re}[\hat{u}_{12}^0(\hat{\Delta r}_{P_1} + \hat{\Delta r}_{P_2})] + \operatorname{Re}[\hat{u}_{12}^0 \hat{\mathfrak{D}}_{12}\{\hat{r}_1'\}] + \operatorname{Re}[\hat{u}_{12}^0 \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}^*\}].$$

Du fait que l'opérateur $\hat{\mathfrak{D}}_{12}\{...\}$ a l'expression (38′), il en résulte que le deuxième terme de l'expression écrite est nul. De même, compte tenu des expressions de $\hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}^*\}$ et de $\hat{u}_{12}^0$ (donnée par (39)), on obtient, après les calculs nécessaires, $\operatorname{Re}[\hat{u}_{12}^0 \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}^*\}] = 2\sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)\ \operatorname{Re}(\hat{u}_1^0 \hat{u}_2^0 r^*)/\sin(\theta/2)$.

Mais, en vertu de la signification de $\hat{r}^*$, précisée auparavant, on voit que $\mathrm{Re}\,(\hat{u}_1^0 \hat{u}_2^0 \hat{r}^*) = \mathrm{Re}\,(\hat{u}_1^0 \hat{u}_2^0 \hat{r}_{21}^{\perp})$, où $\hat{r}_{21}^{\perp}$ est la représentation quaternionique du vecteur „perpendiculaire commune" aux deux lignes droites Δ_1 et Δ_2 (ayant l'origine sur Δ_2 et l'extrémité sur Δ_1). Donc

$$\begin{aligned}(70)\qquad \Delta\hat{r}_{P_{12}} = &- \hat{u}_{12}^0 \{\mathrm{Re}\,[\hat{u}_{12}^0 (\Delta\hat{r}_{P_1} + \Delta\hat{r}_{P_2})] + \\ &+ 2\sin(\theta_1/2)\sin(\theta_2/2)\,\mathrm{Re}\,(\hat{u}_1^0 \hat{u}_2^0 \hat{r}_{21}^{\perp})/\sin(\theta/2)\}\,.\end{aligned}$$

Compte tenu (v. (12')) que $\mathrm{Re}\,(\hat{u}_1^0 \hat{u}_2^0 \hat{r}_{21}^{\perp}) = \mathrm{Re}\,[\mathrm{Qu}\,(\hat{u}_1^0 \hat{u}_2^0)\,\hat{r}_{21}^{\perp}]$, de même que de (40), on peut aussi écrire

$$(70')\qquad \Delta\hat{r}_{P_{12}} = -\hat{u}_{12}^0\,\mathrm{Re}\,[\hat{u}_{12}^0 (\Delta\hat{r}_{P_1} + \Delta\hat{r}_{P_2}) + (\hat{u}_{21}^0 - \hat{u}_{12}^0)\,\hat{r}_{21}^{\perp}].$$

Lorsque les axes des deux mouvements hélicoïdaux finis successifs Δ_1 et Δ_2 sont contenues dans un même plan, c'est-à-dire $\mathrm{Re}\,(\hat{u}_1^0 \hat{u}_2^0 \hat{r}_{21}^{\perp}) = 0$, l'expression (70') devient

$$(71)\qquad \Delta\hat{r}_{P_{12}} = -\hat{u}_{12}^0\,\mathrm{Re}\,[\hat{u}_{12}^0 (\Delta\hat{r}_{P_1} + \Delta\hat{r}_{P_2})]\,,$$

d'où en résulte, qu'en particulier, lorsque $\Delta_1 \| \Delta_2$, les translations se composent algébriquement.

Utilisant maintenant (65') et (65) on peut obtenir la représentation quaternionique du vecteur de position du point situé au pied de la perpendiculaire menée de l'origine fixe O à l'axe du mouvement hélicoïdal résultant Δ_{12}. Il en résulte

$$(72)\qquad \hat{r}_{P_{12}^*} = \hat{r}_{H_1} + \hat{u}_{12}^0 \mathrm{Re}\,(\hat{u}_{12}^0 \hat{r}_{H_1}) + \mathrm{Qu}\,[\hat{u}_{12}^{0\prime} \Delta\hat{r}_{P_1} + \Delta\hat{r}_{P_2} + \hat{\mathfrak{D}}_2\{\hat{r}^*\})]\,e^{(\theta/2)\hat{u}_{12}^0}/[2\sin(\theta/2)]$$

où, comme nous avons mentionné déjà, $\hat{r}^* = \hat{r}_{H_2H_1} + \Delta\hat{r}_{P_1}$.

On trouve le problème exposé ici, traité par voie purement géométrique, par exemple dans [15].

26. En utilisant les résultats obtenus aux paragraphes **18** et **24**, on peut obtenir aisément la représentation quaternionique de la vitesse et de l'accélération d'un point du solide, dans le cas du mouvement le plus général. Il en résulte que

$$(73)\qquad \hat{v} = \hat{v}_0 + \mathrm{Qu}\,(\hat{w}\,\hat{r}'),$$

de même que

$$(74)\qquad \hat{a} = \hat{a}_o + \mathrm{Qu}\,(\hat{\varepsilon}\,\hat{r}') - w^2\hat{r}_{\perp}'\,,$$

ou $\hat{v}_0$ et $\hat{a}_0$ sont les représentations quaternioniques de la vitesse et de l'accélération du pôle O' (v. fig. 5) et les autres quantités ont la signification précisée au paragraphe **18**.

B. *Problèmes inverses*

27. On peut aussi formuler pour le mouvement le plus géneral d'un corps solide, des problèmes inverses, analogues à ceux rencontrés lors de l'étude du mouvement de rotation autour d'un point fixe.

Soit, par exemple, à déterminer les éléments du déplacement fini qui transporte un solide libre d'une position déterminée et fixée par trois de ses points, représentés par $\hat{r}_1$, $\hat{r}_2$, $\hat{r}_3$, dans une position finale, où ces trois points sont représentés par respectivement $\hat{r}'_1 = \hat{r}_1 + \Delta\hat{r}_1$, $\hat{r}'_2 = \hat{r}_2 + \Delta\hat{r}_2$ et $\hat{r}'_3 = \hat{r}_3 + \Delta\hat{r}_3$.

Choisissons comme pôle un de ces points, par exemple le point représenté par $\hat{r}_1$. Il en résulte que la translation du solide est $\Delta\hat{r}_1$. Pour obtenir la rotation finie autour du pôle choisi on doit observer que cette question se réduit au problème rencontré dans le cas du solide ayant un point fixé. En effet, posons $\hat{r}_{12} = \hat{r}_2 - \hat{r}_1$, $\hat{r}_{13} = \hat{r}_3 - \hat{r}_1$, $\hat{r}'_{12} = \hat{r}'_2 - \hat{r}'_1$ et $\hat{r}'_{13} = \hat{r}'_3 - \hat{r}'_1$.

Nous arrivons ainsi à la situation considérée au paragraphe **20** et nous pouvons, donc, utiliser, par exemple (60'), qui nous conduit à

$$\text{(75)} \qquad \operatorname{tg}(\theta/2)\,\hat{u}^0 = \frac{\operatorname{Qu}[(\Delta\hat{r}_2 - \Delta\hat{r}_1)(\Delta\hat{r}_3 - \Delta\hat{r}_1)]}{\operatorname{Re}[(\Delta\hat{r}_2 - \Delta\hat{r}_1)(\Delta\hat{r}_3 - \Delta\hat{r}_1)] + |\Delta\hat{r}_2 - \Delta\hat{r}_1|^2 \dfrac{\operatorname{Re}[(\Delta\hat{r}_3 - \Delta\hat{r}_1)(\hat{r}_2 - \hat{r}_1)]}{\operatorname{Re}[(\Delta\hat{r}_2 - \Delta\hat{r}_1)(\hat{r}_2 - \hat{r}_1)]}}.$$

Les quantités qui interviennent doivent satisfaire à une condition du type (55‴), à savoir

$$\text{(76)} \qquad \begin{aligned}\operatorname{Re}[&(\hat{r}_2 - \hat{r}_1)(\Delta\hat{r}_3 - \Delta\hat{r}_1) + (\hat{r}_3 - \hat{r}_1)(\Delta\hat{r}_2 - \Delta\hat{r}_1) + \\ &+ (\Delta\hat{r}_2 - \Delta\hat{r}_1)(\Delta\hat{r}_3 - \Delta\hat{r}_1)] = 0.\end{aligned}$$

En utilisant (65) et (66) on peut obtenir les élements du mouvement hélicoïdal fini correspondant.

28. Si, enfin, on connaît à un instant déterminé les vitesses $\hat{v}_1$, $\hat{v}_2$, $\hat{v}_3$ et les accélérations $\hat{a}_1$, $\hat{a}_2$, $\hat{a}_3$ de trois points d'un solide, fixés respectivement par $\hat{r}_1$, $\hat{r}_2$ et $\hat{r}_3$, on doit procéder d'une manière analogue, en réduisant le problème (la détermination de la vitesse angulaire $\hat{\omega}$ et de l'accélération angulaire $\hat{\varepsilon}$) au cas étudié au paragraphe **21.** Les conditions qui doivent être remplies par les quantités données peuvent s'obtenir sans difficulté (v. aussi [14]).

Institut Polytechnique Jassy,
Chaire de Mécanique,
Chaire de Mathématiques

BIBLIOGRAPHIE

1. Благонравов А. А., Артоболевский И. И., Дикушин В. И., Кулебакин В. С., *Задачи технических наук в развитии машин и технологических процессов в связи с автоматизацией*, dans *Сессия АН СССР по проблемам автоматизации производства, Пленарные заседания*, Изд. АН СССР, 1957, стр. 6—37.
2. Goodman L. F., Robinson A. R., J. Appl. Mech., 1958, **25**, *2*, pp. 210—213.
3. Blaschke W., Rend. Acad. Lincei, (8), 1958, **24**, *3*, pp. 291—293.
4. Голдстейн Г., *Классическая Механика*, ГИТТЛ, М., 1957, гл. 4, (trad. de l'anglais).
5. Неск О., Ing. Archiv, 1932, pp. 507—515.
6. Mangeron D. I., Braier A., GMF, seria A, 1955, **7 (60)**, *10*, pp. 535—540.
7. Hamilton W. R., *Lectures on quaternions*, Dublin, 1853.
8. Niewenglowski B., *Cours de géométrie analitique*, t. **IV**, Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1926, Ch. I.
9. Курош А. Г., *Курс высшей алгебры*, ГИТТЛ, М.—Л., 1952, гл. X, § 5.
10. Морс Ф. М., Фешбах Г., *Методы теоретической физики*, т. **I**, ИЛ, М., 1958, гл. I. 6, (trad. de l'anglais).
11. Vâlcovici V., Bălan Şt., Voinea R., *Mecanică teoretică*, Ed. Tehn., Buc., 1959, cap. XXVIII, A.
12. Любарский Г. Я., *Теория групп и её применение в физике*, ГИТТЛ, М., 1957, гл. II, § 5.
13. Литвин-Седой М. З., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *1-2*, pp. 85—98.
14. Braier A., Antoniu M., 1956, **II (VI)**, *3-4*, pp. 43—48.
15. Whittaker E. T., *Analitycal Dynamics*, University Press, Cambridge, Fourth ed., 1937, Ch. I, 6.

КВАТЕРНИОННЫЙ ОПЕРАТОР В ИЗУЧЕНИИ КОНЕЧНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

(Резюме)

Даются краткое описание свойств кватернионов (§ **1**), их экспоненциалвная форма (14′)и кватернионное представление поворотов (22), (23), (31) — (§ **2**). В § **3**, посвященном твердому телу с неподвижной точкой, вводится оператор (38) позволяющий расчёт конечных перемещений точек твердого тела (37) и изучение сложения поворотов (41), (41′). Определяются также и элементы конечного поворота в зависимости от эйлеровых углов (46). В § **4** изучаются конечные перемещения свободного твердого тела (63), элементы конечного винтового движения ((65) и (66)), сложение конечного перемещения (66′), а также и сложение двух конечных винтовых движений твердого тела ((71) и (72)).

Рассматриваются и некоторые обратные задачи (§§ **3** и **4**).

UN OPERATOR CUATERNIONIC UTILIZAT LA STUDIUL DEPLASĂRILOR FINITE ALE SISTEMELOR RIGIDE

(Rezumat)

În § **1** se expun pe scurt proprietăţile cuaternionilor. În § **2** se dă forma exponenţială a unui cuaternion (14′) precum şi reprezentarea prin cuaternioni a rotaţiilor ((22), (23) şi (31)). La studiul rigidului cu punct fix (§ **3**) se introduce operatorul (38) care permite calculul deplasărilor finite ale punctelor sale (37) şi analiza compunerii rotaţiilor ((41), (41′)). În § **4** se studiază deplasările finite ale rigidului liber (63), elementele unei mişcări elicoidale finite ((65) şi (66)), compunerea deplasărilor finite (67′) precum şi a două mişcări elicoidale finite ale rigidului ((71) şi (72)).

Se consideră de asemenea şi unele probleme inverse (§**3** şi §**4**).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

531.35

MOTION OF A PARTICLE IN A CENTRALLY SYMMETRICAL NONLINEAR FIELD

BY

LADISLAV PŮST

With reference to its stiffness the antifriction bearing, a very commonly used machine part in engineering, is a nonlinear element.

This nonlinearity appears to be by no means conspicuous in most cases, because the bearing itself may often be considered as a fully rigid member in comparison with the other machine members. However, its stiffness must be taken into account in some special cases, e. g., in machine tools. Then even the character of vibrating motion of members and shafts supported by antifriction bearings is determined by nonlinear characteristic features of bearings.

In the present article we wish to deal with the behaviour of simple systems consisting of the mass m that is placed in the middle of the antifriction bearing. The relation between the applied force and the deformation of the bearing is given, for the most part, by contact deformations. E. g., taking in consideration ball bearings [5],

$$P = kr^{3/2}, \tag{1}$$

in which P is radial force, k — a constant, dependent on size and material of the bearing, r — deformation in radial direction.

Spring force which opposes to the deformation of the centre for the vector $z = r\exp(\mathrm{i}\varphi)$, may be written in general form

$$P = f(|z|)\,z = f(r)\,r\exp(\mathrm{i}\varphi)\ . \tag{2}$$

If the system is not acted upon by any additional forces which would cause a displacement of the balanced position from the centre of the bearing, the motion of the particle m, to which the discussed system is reduced, can be given by the equation

$$m\ddot{z} + f(|z|)\,z = 0. \tag{3}$$

If the relation $z = r\exp(\mathrm{i}\varphi)$ is taken into consideration, the equation (3) is expressed in the form

$$(\ddot{r} + 2\mathrm{i}\dot{\varphi}\dot{r} + \mathrm{i}\ddot{\varphi}r - \dot{\varphi}^2 r)\exp(\mathrm{i}\varphi) = -(1/m)f(r)\,r\exp(\mathrm{i}\varphi)\ . \tag{4}$$

After having divided this equation into real and imaginary part we obtain [1]:

$$\ddot{r} - \dot{\varphi}^2 r = -(1/m) f(r) r, \quad 2\dot{\varphi}\dot{r} + \ddot{\varphi} r = 0. \tag{5}$$

For $r \not\equiv 0$ the equation (5_2) gives after integration

$$\dot{\varphi} r^2 = \text{const.} = \dot{\varphi}_0 r_0^2 . \tag{6}$$

By this relation the well-known Kepler's law of areas is expressed. If (6) is substituted into (5_1), the following equation containing an only variable value is obtained:

$$\ddot{r} = \dot{\varphi}_0^2 r_0^4 / r^3 - (1/m) f(r) r, \tag{7}$$

in which $\dot{\varphi}_0$, r_0 are initial values of motion for $t = 0$.

This equation can be solved by means of quadrature and thus we obtain:

$$\dot{r}^2 - \dot{r}_0^2 = \dot{\varphi}_0^2 r_0^4 (1/r_0^2 - 1/r^2) + (2/m)[F(r_0) - F(r)], \tag{8}$$

where

$$F(r) = \int_0^r f(r)\, r \, \mathrm{d}r \tag{9}$$

is potential energy of the mass m in the distance r from the origin O.

Motion of the mass m is given by the four initial values $r_0, \varphi_0, \dot{r}_0, \dot{\varphi}_0$. Through the choice of suitable coordinates and the origin of time $t = 0$ we can attain $\varphi_0 = 0$, $\dot{r}_0 = 0$. Then r_0 represents the extreme distance from the origin and $\dot{\varphi}_0$ ist the extreme angular velocity. Under these initial conditions (8) is simplified into

$$\dot{r}^2 = \dot{\varphi}_0^2 r_0^4 (1/r_0^2 - 1/r^2) + (2/m)[F(r_0) - F(r)]. \tag{10}$$

The extreme values of radius vectors in the range of which motion occurs can be found from the equation (10), if we take its right side to be equal to zero:

$$\dot{\varphi}_0^2 r_0^4 (1/r_0^2 - 1/r^2) + (2/m)[F(r_0) - F(r)] = 0. \tag{11}$$

The dependence of the radius vector r on time can be found by solution of the equation (10), which may be written in the form

$$\mathrm{d}r/\mathrm{d}t = \pm \sqrt{\dot{\varphi}_0^2 r_0^4 (1/r_0^2 - 1/r^2) + (2/m)[F(r_0) - F(r)]}\,, \tag{12a}$$

i. e.,

[1] This is the system of two nonlinear equations. For one equation $\ddot{r} + m^{-1} f(r) r = 0$ (i. e., if $\varphi \equiv$ const.) this solution was already carried out as we can see in special literature [1], [4].

$$t = \int_{r_0}^{r} \frac{\mathrm{d}r}{\pm\sqrt{\dot{\varphi}_0^2 r_0^4 (1/r_0^2 - 1/r^2) + (2/m)\,[F(r_0) - F(r)]}}. \tag{12}$$

The minus sign in front of the equation holds for $\dot{\varphi}_0^2 < (1/m) f(r_0)$, i. e., if the radius vector r is decreasing as time is increasing; the plus sign holds for $\dot{\varphi}_0^2 > (1/m) f(r_0)$, i. e., if the radius vector is increasing. The dependence $\varphi(t)$ is obtained from (6), if we use the known function $r = r(t)$:

$$\varphi = \int_0^t \frac{\dot{\varphi}_0 r_0^2}{r^2(t)}\,\mathrm{d}t. \tag{13}$$

If we want to find the period of this motion, or to be more accurate, the double period of the function $r(t)$, our starting point may be the time necessary for the mass m to pass over the trajectory from $r_{\max}$ to $r_{\min}$.

Thus the time of the whole cycle[2]) is

$$T = 4\int_{r_0 = r_{\max}}^{r_{\min}} \frac{\mathrm{d}r}{-\sqrt{\dot{\varphi}_0^2 r_0^4 (1/r_0^2 - 1/r^2) + (2/m)\,[F(r_0) - F(r)]}}. \tag{14}$$

With the same period T, which is valid for the change of radius r, the angular velocity $\dot{\varphi}$ is also changed, as it is obvious directly from the equation (6).

Unlike this the period of the angle φ is not to be necessarily equal to that of the radius vector r. This can be understood easily, if we express $\dot{\varphi}$ by Fourier's series $\dot{\varphi} = \dot{\Phi}_0 + \sum_j \dot{\Phi}_j \cos\left(j\frac{2\pi}{T}t\right)$, where T is the period of the function $r(t)$ and $\dot{\varphi}(t)$. After its integration we obtain $\varphi = \dot{\Phi}_0 t + \sum_j \frac{\dot{\Phi}_j}{j(2\pi/T)} \sin\left(j\frac{2\pi}{T}t\right)$, in which generally $\dot{\Phi}_0 T \neq 0, 2\pi, \ldots$

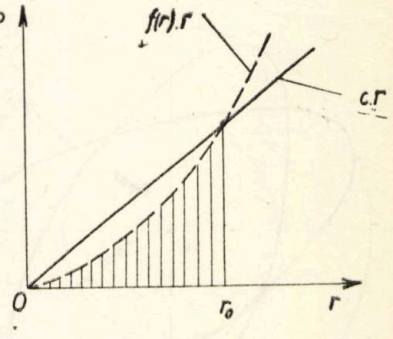


Fig. 1

Consequently it follows that after the time T, after which both the angular velocity $\dot{\varphi}$ and the radius vector r attain their original values, the angle φ need not return to its initial position.

The resulting motion is of the character shown in Fig. 1. Trajectories of motion lie in the annular ring, the radii of which are $r_{\max}$ and

[2]) Equation (14) is true, if $\dot{\varphi}_0 \neq \sqrt{(1/m) f(r_0)}$. For $\dot{\varphi}_0 = \sqrt{(1/m) f(r_0)}$ is $T_\varphi = 2\pi/\sqrt{(1/m) f(r_0)}$ (cf. the equation (19)).

r_{min} and they are traced roughly by elliptic paths the axes of which turn slowly.

A similar result can be obtained, if the mutual dependence of r and φ on one another is solved; this is the result of division of the relations (12) and (6) and of integration

$$(15) \qquad \varphi = \int_{r_0}^{r} \frac{\mathrm{d}r}{\pm r\sqrt{(r^2/r_0^2 - 1) + [(2r^2/(m\dot{\varphi}_0^2 r_0^4)]\, F(r_0) - F(r)]}}.$$

These general formulae are rather intricate and they do not offer any possibility of drawing direct conclusions from them about motion of the particle that is situated in the axially symmetrical nonlinear suspension. Let us introduce here briefly the results of the following research of several particular cases at least, the solution process of which can be carried out up to its end.

1. *Mass* m *moves in the line passing through the centre* O, ($\dot{\varphi}_0 = 0$). The dependence $r(t)$ is given by the relation

$$(16) \qquad t = \int_{r_0 = r_{max}}^{r} \frac{\mathrm{d}r}{-\sqrt{[F(r_0) - F(r)]\,(2/m)}}, \qquad F(r) = \int_0^r f(r)\, r\, \mathrm{d}r.$$

Especially for the linear system ($f(r) = c$) we obtain $r = r_0 \cos \Omega t$, in which the frequency $\Omega = \sqrt{c/m}$ is constant, independent on the amplitude r_0.

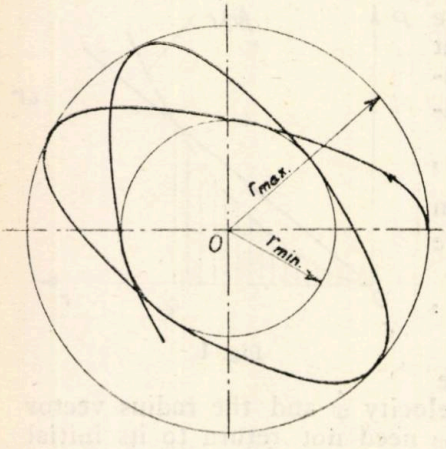


Fig. 2

If $f(r)\, r$ is the nonlinear function drawn as a dotted line in Fig. 2, then there is no sinusoidal motion and its frequency is not constant, but it depends on the amplitude. Further it can be proved that, when the amplitude r_0 is the same, this frequency for

$$(17) \qquad f(r)\, r < cr, \quad 0 < r < r_0,$$

is lower than that of the linear system. Therefore

$$(18) \qquad \Omega_{\text{nonlinear transverse}} < \Omega_{\text{linear transverse}}.$$

2. *Mass* m *rotates round the point* O.

Radius $r = r_0$ is constant, $\dot{r} = 0$. It follows from the equation (5a) that $\dot{\varphi}^2 = \dot{\varphi}_0^2 = (1/m)\, f(r_0)$ and therefore

$$(19) \qquad \Omega_{\text{rotational}} = \dot{\varphi} = \sqrt{(1/m)\, f(r)}.$$

As the magnitude of $\Omega_{\text{rotational}}$ depends only upon the value of the function $f(r)$ in one point $r = r_0$, the angular frequency of rotational motion in the linear and in the nonlinear system is the same, as far as for r_0 there is the same force directed to the point O. Further from what was said and from (18) follows that

(20a) $$\Omega_{\text{nonlinear transverse}} < \Omega_{\text{nonlinear rotational}}$$

because

(20b) $$\Omega_{\text{linear transverse}} = \Omega_{\text{linear rotational}} .$$

The frequency of transverse motion of the nonlinear system having the characteristic shown in Fig. 2 is lower than the frequency of the rotational motion [3]).

This is the substantial difference from the linear system, in which both the mentioned frequencies are identical.

Of course, both the frequencies in the equation (20) depend on the amplitude r_0 and therefore they are increased in antifriction bearings as the amplitude is increased.

3. *Trajectories of general motion for* $\dot{\varphi}_0 \neq 0$, $\dot{\varphi}_0 \neq \sqrt{(1/m) f(r_0)}$ can be obtained from the equation (15), e. g., by numerical integration or by the approximate solution of the differential equation. This equation may be after the transformation [3, p. 78] $u = 1/r$ and $\tau = \alpha\varphi$ written in the form

(21) $$a^2 u^3 \, \mathrm{d}^2u/\mathrm{d}\tau^2 + u^4 \quad g(u)/(m \dot{\varphi}_0^2 r_0^4) ,$$

where $g(u) = f(1/u)$, $(0 < u < \infty)$.

When we use the expansion $f(r)$ in Taylor series

(22) $$f(r) = f(r_0) + f'(r_0)(r - r_0) + \frac{1}{2} f''(r_0)(r - r_0)^2 + \cdots ,$$

then

(22a) $$g(u) = c_0 + c_1 (u^2 - 1/r_0^2) + \frac{1}{2} c_2 (u^2 - 1/r_0^2)^2 + \cdots ,$$

in which the coefficients are given by the equations

(22b) $$c_0 = f(r_0), \quad c_1 = -\frac{1}{2} r_0^3 f'(r_0), \quad c_2 = \frac{3}{4} r_0^5 f'(r_0) + \frac{1}{5} r_0^6 f''(r_0), \ldots$$

If the function (22a) can be written as

$$g(u) = c_0 + \varepsilon c_1 (u^2 - 1/r_0^2) + \varepsilon^2 \ldots ,$$

where ε is the small parameter, we can use the method of small parameter of Poincaré. We shall look for the solution of equation (21) for the initial conditions $\tau = 0$, $u(0) = 1/r_0 = \sqrt{A}$, $(\mathrm{d}u/\mathrm{d}\tau)_0 = 0$ in the form

(24) $$u^2 = A + B(\cos\tau - 1) + \varepsilon^2 \ldots , \quad \tau = \alpha\varphi ,$$

where

(24a) $$B = B_0 + \varepsilon B_1 + \cdots , \quad \alpha = \alpha_0 + \varepsilon\alpha_1 + \cdots$$

Substituting the expressions (23), (24) and (24a) into equation (21), one obtains a series of recurrent equations resulting from equating to zero the coefficients of equal, powers of ε. The values $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, B_0, B_1, \ldots$, are then given by these equations. For ε^0 we find

(25) $$\alpha_0 = 2, \quad B_0 = [1/(2r_0^2)][1 - c_0/(m\dot{\varphi}_0^2)] = [1/(2r_0^2)][1 - f(r_0)/(m\dot{\varphi}_0^2)] .$$

In view of this, the first approximation of the solution of (21) is

(26) $$u^2 = 1/r^2 = 1/r_0^2 + [1/(2r_0^2)][1 - f(r)/(m\dot{\varphi}_0^2)](\cos 2\varphi - 1).$$

---

[3]) For $f(r)r > cr$, $0 < r < r_0$ the opposite is true.

which is the equation of a ellipse. The expression (26) is the accurate solution for the trajectories of linear systems ($f(r) = f(r_0) = \text{const.}$).

The influence of the nonlinearity of the system (or of the function $f(r)\,r$) appears till in the terms multiplied by ε^1. For the correction εa_1 of the values a_0 we obtain

$$\varepsilon a_1 = f'(r_0)\, r_0 / \{2[\dot{\varphi}_0^2 m + f(r_0)]\}\,, \tag{27}$$

so that

$$a = a_0 + \varepsilon a_1 = 2 + f'(r_0)\, r_0 / \{2[\dot{\varphi}_0^2 m + f(r_0)]\}.$$

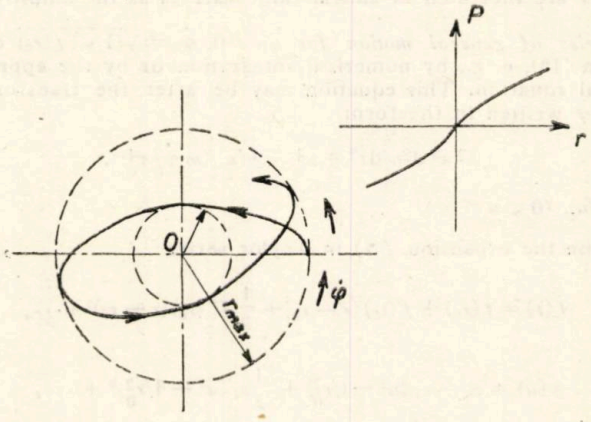


Fig. 3

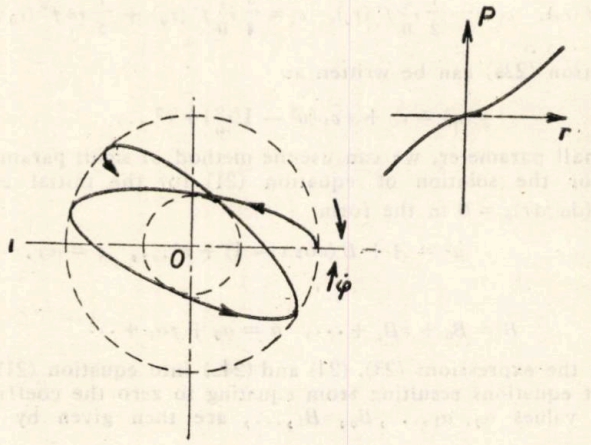


Fig. 4

This gives also the correction for the period of $r(\varphi)$, $T_{r(\varphi)} = 2\pi/(a_0 + \varepsilon a_1) = \pi(1 - \varepsilon a_1/2)$, where $\varepsilon a_1 > 0$ for $f'(r_0) > 0$ and $\varepsilon a_1 < 0$ for $f'(r_0) < 0$.

It follows from this, as its has already been mentioned, that motion occurs in the path similar to an elliptic path that turns slowly. The trajectory of motion in systems having a „soft" characteristic $f'(r_0) < 0$ (Fig. 3) can be proved to turn in the

direction of rotation $\dot{\varphi}$, whereas in systems having a „hard" characteristic $f'(r_0) > 0$ (Fig. 4), in the direction opposite to rotation $\dot{\varphi}$.

By measurement of vibration which is usually made by means a simple vibration pick up registrating the component of motion only, it is evidently not possible to obtain directly the curves drawn in Fig. 4, but only the time development of their components. The time projection of the trajectories drawn in Fig. 3 and 4 on any

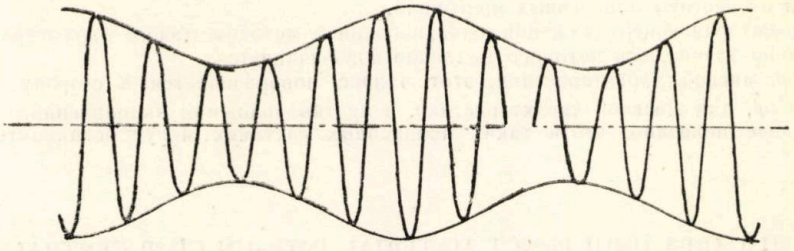


Fig. 5

straight line whatever gives a nearly periodic curve having a variable amplitude, i. e. the so-called beat vibration (Fig. 5). Thus we can understand that the nonlinear character of antifriction bearings or sliding bearings itself can become one of the causes of development of beats, which can be often seen when measurements are made.

Conclusions

The analysis of motion of a particle in a nonlinear symmmetrical field has shown that:

a) the frequency of transverse vibrations is different from that of rotational vibrations. This difference must be borne in mind, e. g., when critical speed of rotation of a shaft is determined by means of setting the shaft into vibrating motion without rotation and by means of measurement of the frequency of straight transverse vibration;

b) the frequency of vibration does not depend only on initial displacement and velocity in radial direction, but also on initial peripheral velocity;

c) the trajectory of motion turns in the case of „hard" („soft") characteristic opposite to (in) the direction of angular velocity $\dot{\varphi}$.

Such course of vibrations (especially of own or self-excited ones) does not appear only in systems using antifriction bearings, but even in systems using slide bearings, in which this course is due to the nonlinear character of oil film.

Received the 18 I 1960

Czechoslovak Academy of Sciences,
Prague, S. R. Czechoslovakia

REFERENCES

1. Minorsky N., *Introduction to Nonlinear Mechanics*, Ann Arbor, 1947.
2. Routh E. J., *Advanced Dynamics of a System of Rigid Bodies*, New York, 1955.
3. Whittaker E. T., *A Treatise on the Analytical Dynamics of Particles and Rigid Bodies*, Cambridge, 1952.
4. Klotter K., *Technische Schwingungslehre*, Berlin, 1951.
5. Palmgren A., *Kullagerteknikens Grunder*, Göteborg, 1947.

ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ В ЦЕНТРАЛЬНО-СИМЕТРИЧЕСКОМ НЕЛИНЕЙНОМ ПОЛЕ

(Резюме)

Исследуются движения материальной точки под влиянием центральной нелинейной силы. Из решения вытекает, что, вследствие нелинейной характеристики подшипника, частота вращательных колебаний масс (или валов) в шарикоподшипниках различна от частоты поперечных колебаний.

Траектория общего движения точки, найденная методом малого параметра — приблизительно эллипс, ось которого медленно поворачивается.

Для мягкой характеристики, этот эллипс поворачивается в сторону угловой скорости $\dot{\varphi}$, для жесткой характеристики, в противоположном направлении.

Далее показано, что в таких нелинейных системах могут возникнуть также биения.

MIŞCAREA UNUI PUNCT MATERIAL ÎNTR-UN CÎMP CENTRAL SIMETRIC NELINIAR

(Rezumat)

Se studiază mişcarea unui punct material sub influenţa unei forţe neliniare centrale. Se deduce că datorită caracteristicii neliniare a rulmenţilor frecvenţa oscilaţiei de rotaţie a maselor (sau a arborilor) este diferită, în cazul rulmenţilor sferici, de frecvenţa oscilaţiilor transversale.

Traiectoria mişcării generale a punctului, determinată printr-o metodă de mic parametru, este în primă aproximaţie o elipsă avînd axa supusă la o rotaţie lentă. Pentru o caracteristică moale această elipsă se roteşte în sensul vitezei unghiulare, iar pentru o caracteristică tare, în sensul invers acestei viteze.

Se arată apoi că în astfel de sisteme neliniare pot avea loc şi fenomene de bătăi

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

STUDIUL DIFERENŢEI DE POTENŢIAL ÎNTRE FAZA SOLIDĂ ŞI FAZA LICHIDĂ LA CONGELAREA UNOR SOLUŢII

DE

N. CALINICENCO şi GH. TACU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

La procesul de congelare a unor soluţii apoase foarte diluate, între faza lichidă şi faza solidă în formare, apare o diferenţă de potenţial electric. Acest fenomen a fost pus în evidenţă de E. J. Workman şi S. E. Reynolds în 1950 [1]. Ei au emis o ipoteză ce ar explica repartiţia sarcinilor electrice după faza de constituţie a apei şi au măsurat o diferenţă maximă de potenţial între cele două faze de 230 V. Mărimea diferenţei de potenţial depindea în măsurătorile autorilor citaţi de natura impurităţilor şi concentraţia lor în apă.

Am căutat să reluăm aceste cercetări referitoare la distribuirea sarcinilor electrice în funcţie de structura de fază. În studiul acestor fenomene, noi am măsurat diferenţe de potenţial electric, la unele ape şi soluţii, atingînd valoarea de 300 V.

Experienţele au fost efectuate cu unele ape cu diferite rezistenţe specifice şi cu unele soluţii apoase foarte diluate, în diferite concentraţii, cu săruri de amoniu.

2 Aparatură şi rezultate experimentale

Procesul de îngheţare s-a realizat într-un dispozitiv care a permis obţinerea unui gradient ridicat de temperatură, iar îngheţarea se făcea de la suprafaţă spre interiorul lichidului.

Dispozitivul este format dintr-un tub de sticlă cilindric *a* prevăzut cu doi electrozi de platină *b*, iar tubul era introdus la partea inferioară a unui bloc de cupru *c* (fig. 1). Blocul de cupru este prevăzut cu un orificiu în care se prepară şi se menţine amestecul răcitor. Cu ajutorul blocului de cupru se realizează o îngheţare stratificată, paralelă cu electrozii de platină, îngheţare ce progresează de la partea superioară spre partea inferioară a tubului de sticlă. Izolarea termică a dispozitivului s-a realizat printr-un strat de azbest *d* de o anumită grosime.

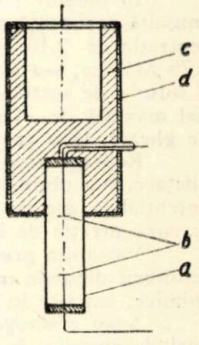


Fig. 1. — Dispozitivul experimental.

Temperatura amestecului răcitor s-a menţinut în medie de —60°C. Diferenţa de potenţial s-a măsurat cu ajutorul unor aparate de măsură electrostatice şi anume : un voltmetru electrostatic de tip S—95 şi un electrometru universal, cu cadrane, de tip M. K. E. L.

Începînd procesul de îngheţare a unei soluţii apoase foarte diluate, apare o diferenţă de potenţial de îndată ce primul electrod a fost prins în masa de gheaţă. Pe măsură ce stratul de gheaţă înaintează paralel cu electrozii de platină, diferenţa de potenţial prezintă creşteri, începînd cu valoarea zero pînă la un maxim.

Cînd stratul de gheaţă a ajuns pe cel de-al doilea electrod, diferenţa de potenţial ajunge la o valoare minimă.

Continuînd procesul de îngheţare, pînă cînd al doilea electrod se înglobează în gheaţă, la capetele stratului de gheaţă (cuprins între electrozii de platină, dacă procesul de îngheţare continuă în aceleaşi condiţii), se obţin diferenţe de potenţial de ordinul lui 80 V. O dată cu încetarea înaintării stratului de gheaţă, deci a procesului de îngheţare, diferenţa de potenţial revine la zero.

În timpul dezgheţării nu s-au observat diferenţe de potenţial. Fenomenul este deci ireversibil, datorită proprietăţilor specifice ale gheţii în formare.

În cercetările noastre am efectuat măsurări a diferenţelor de potenţial în procesul îngheţării, la ape cu diferite rezistenţe specifice şi la cîteva substanţe în soluţii apoase foarte diluate şi în diferite concentraţii ca: sulfocianura de amoniu, citratul de amoniul şi oxalatul de amoniu.

Tabelul 1

Diferenţe de potenţial maxime la ape cu diferite rezistenţe specifice şi la soluţii de sulfocianură de amoniu

Nr. crt.	Substanţa	D. d. p. maxime între faza lichidă şi solidă V	D. d. p. maxime la capetele stratului de gheaţă V	Concentraţia 10^{-5} N	Rezist. specifică MΩcm	Viteza de îngheţare cm³/h.
1	Apă distilată o dată	—170	—33	—	0,4	3,48
2	Soluţie de $SCNNH_4$ în apă distilată o dată	— 90	—20	20	0,25	5,28
3	Apă de două ori distilată	—130	0	—	0,75	7
4	Soluţie de $SCNNH_4$ în apă de două ori distilată	—180	—40	20	0,30	2,4
5	Apă de trei ori distilată	—127	—77	—	0,95	7
6	Soluţie de $SCNNH_4$ în apă de trei ori distilată	—127	—45	20	0,35	5

În tabelul 1 sînt date valorile maxime ale diferenţelor de potenţial ale apei, cu o anumită rezistenţă specifică şi respectiv ale soluţiei de sulfocianură de amoniu, în concentraţie de 2.10^{-5} N. De exemplu, pentru apă bidistilată, cu rezistenţa specifică de 0,75 MΩ cm, s-a obţinut o diferenţă de potenţial de —130 V. Făcîndu-se în această apă o soluţie de sulfocianură de amoniu cu $c = 2.10^{-5}$ N, s-a obţinut o diferenţă de potenţial maximă de —180 V. O valoare maximă de — 77 V s-a observat la capetele stratului de gheaţă, la o apă de trei ori distilată, cu rezistenţa specifică de 0,9 MΩcm.

Reprezentînd grafic variaţia în timp a diferenţei de potenţial în procesul de îngheţare, s-a obţinut o familie de curbe, ce reprezintă comparativ variaţia diferenţei de potenţial la ape cu diferite grade de puritate şi soluţii apoase cu sulfocianură de amoniu în concentraţie de 2.10^{-5} N (fig. 2).

Variaţiile pronunţate ale diferenţelor de potenţial presupunem că se datoresc unui echilibru dinamic în procesul de cristalizare: ele pot fi puse şi pe seama schimbărilor chimice, cauzate în procesul de captare selectivă a ionilor.

S-au efectuat determinări de diferenţe de potenţial pentru soluţii apoase cu săruri de amoniu, în concentraţii diferite, utilizînd ape cu rezistenţă specifică ridicată (v. tabelul 2).

Un maxim de —300 V s-a obţinut la o apă cu $\varrho = 1$MΩ cm, iar un minim de —175 V la o apă cu $\varrho = 0{,}8$ MΩ cm. La soluţii apoase o diferenţă de potenţial maxim cu valoarea —170 V a fost măsurată la sulfocianură de amoniu, în concentraţie de 2.10^{-6} N, în apă cu rezistenţa specifică de 0,8 MΩ cm, iar o diferenţă de potenţial mi-

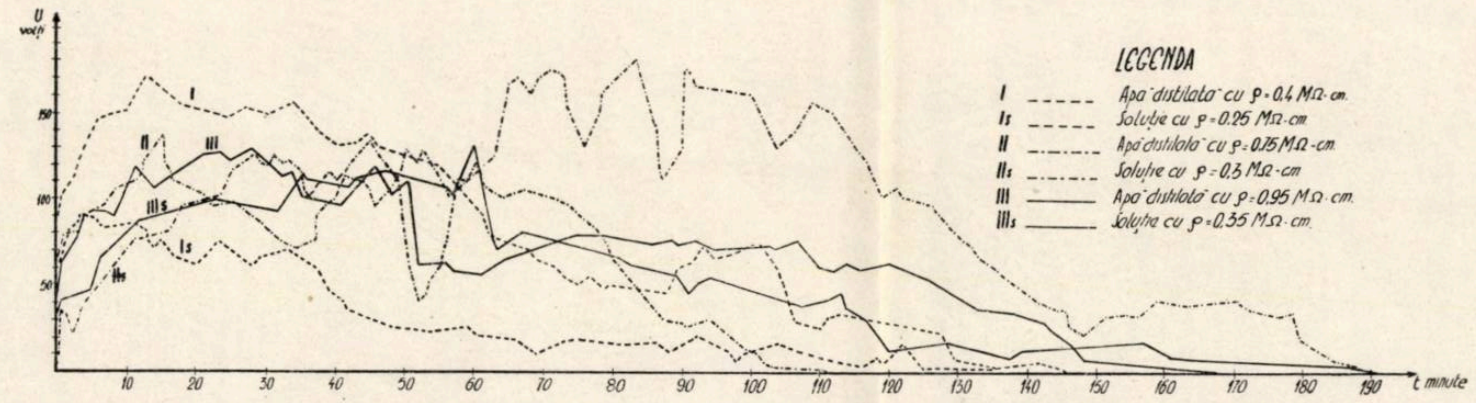


Fig. 2. — Curba variaţiei diferenţei de potenţial în funcţie de timp, pentru apă distilată o dată, de două ori şi de trei ori, în raport cu soluţiile de sulfocianură de amoniu avînd o concentraţie 2.10^{-5} N.

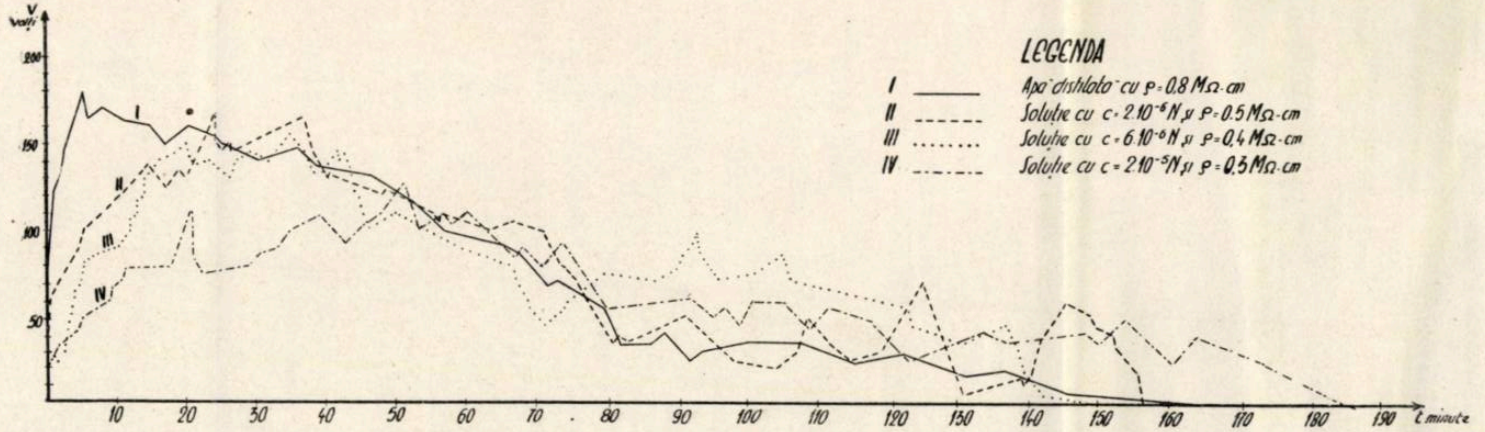


Fig. 3. — Curba variaţiei diferenţei de potenţial în funcţie de timp, pentru soluţii de sulfocianură de amoniu.

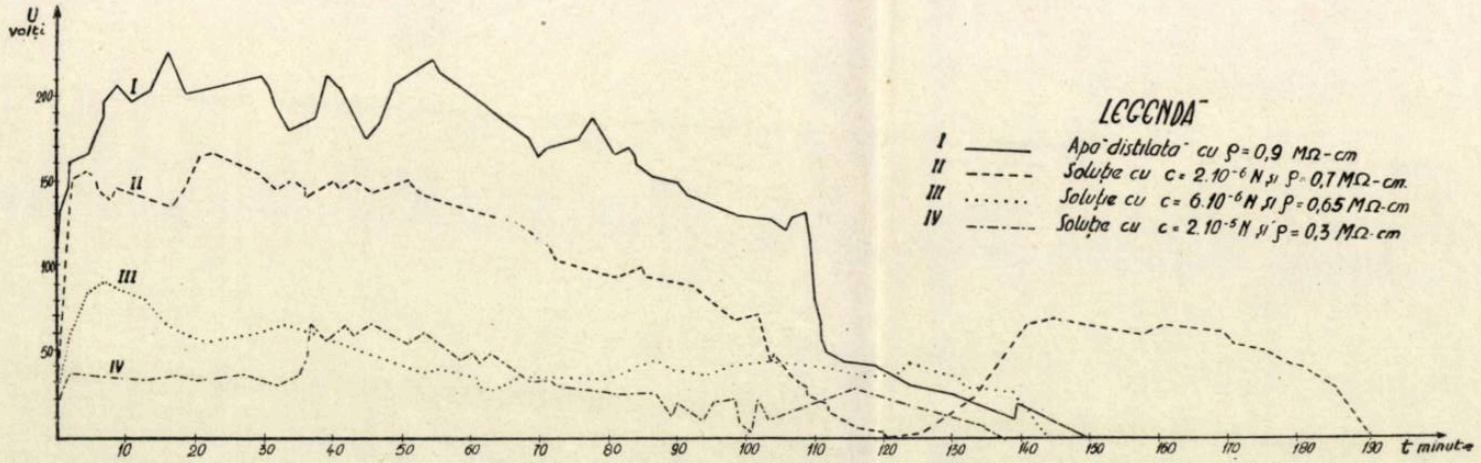


Fig. 4 — Curba variaţiei diferenţei de potenţial în funcţie de timp, pentru soluţii de citrat de amoniu.

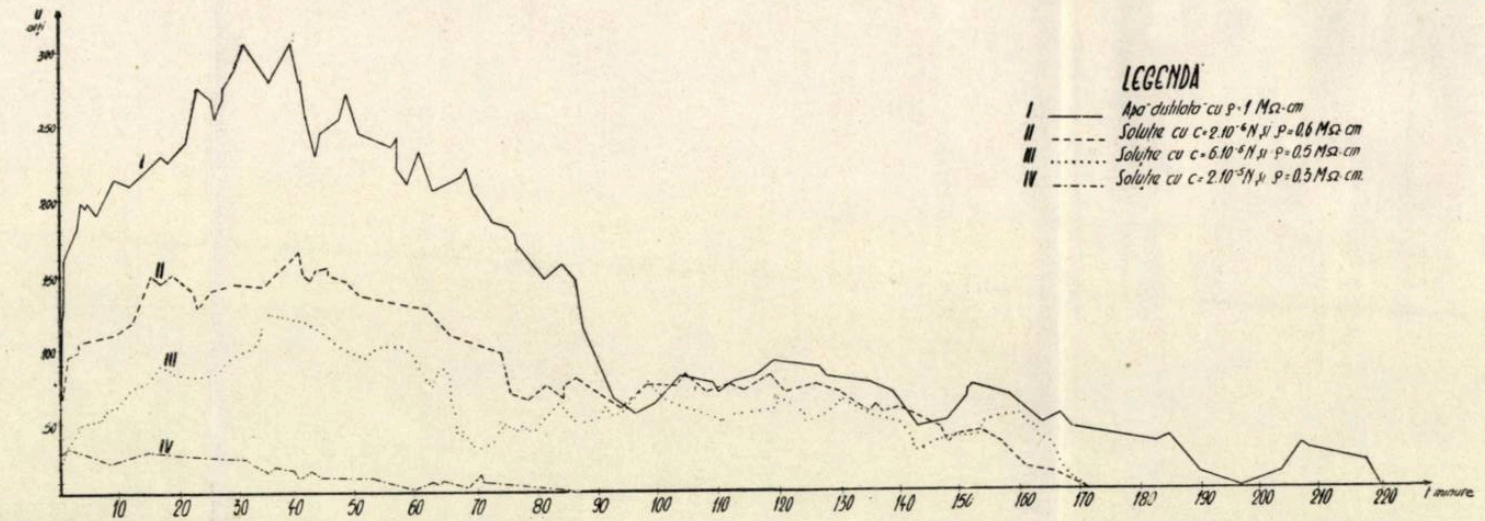
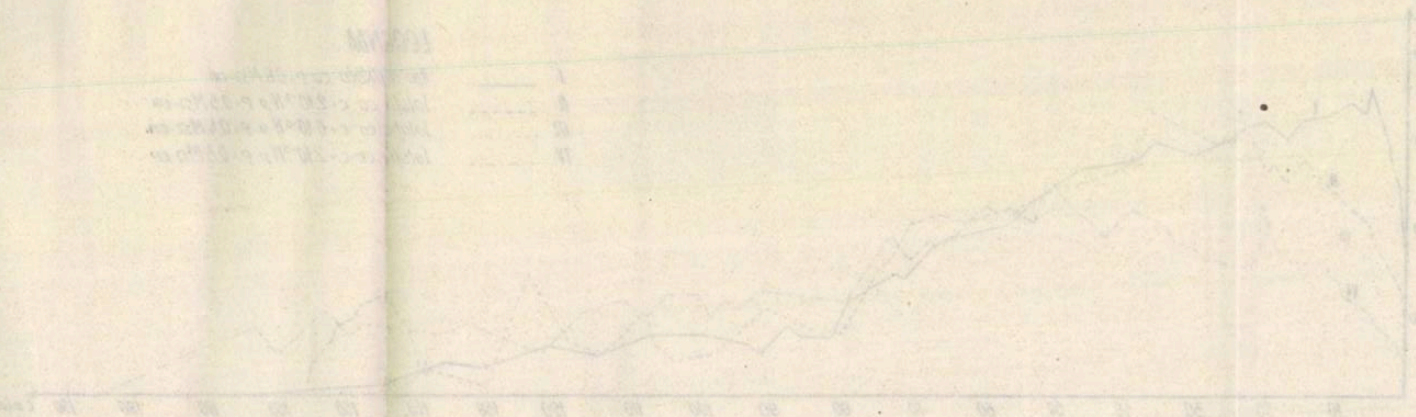
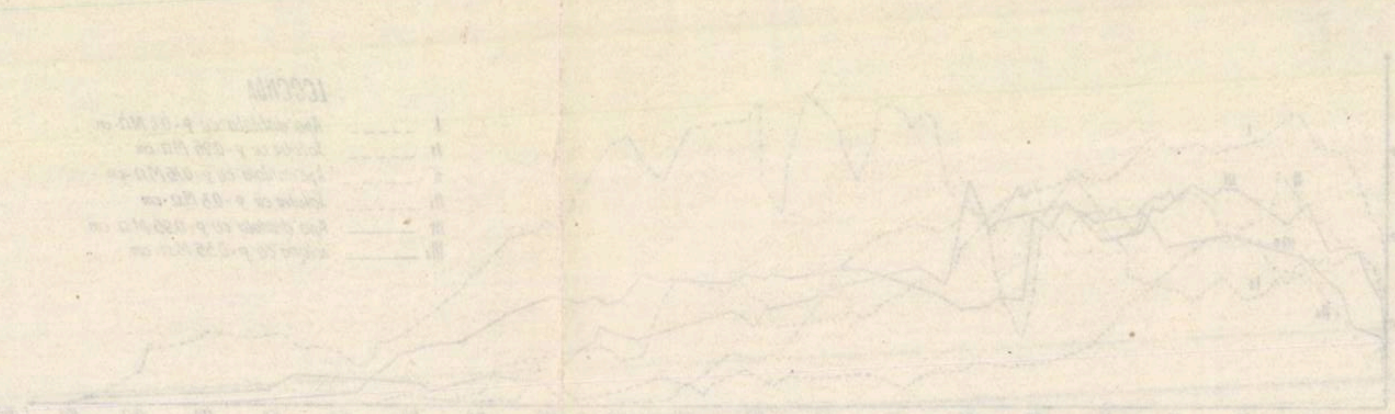
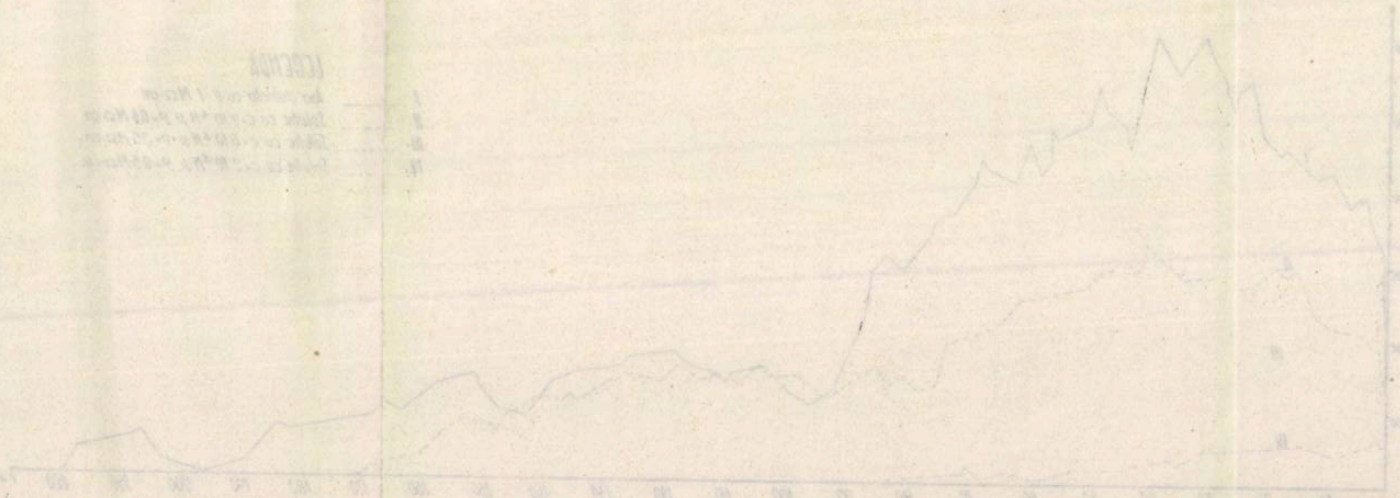
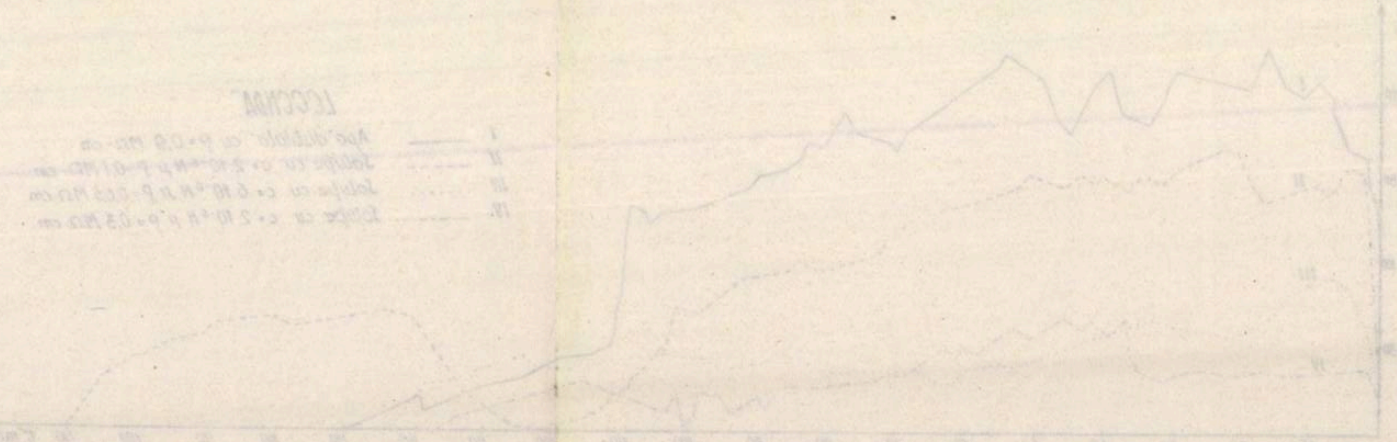


Fig. 5. — Curba variaţiei diferenţei de potenţial în funcţie de timp, pentru soluţii de oxalat de amoniu.









nimă de −30 V, la soluții de oxalat de amoniu, în concentrație de 2.10^{-5} N în apă cu rezistența specifică de 1 MΩ cm.

Tabelul 2

Diferențe de potențial maxime la cîteva soluții cu diferite concentrații

Nr. crt.	Substanța	D. d. p. maximă între cele două faze V	D. d. p. maximă la capetele coloanei de gheață V	Concentrația 10^{-6} N	Rezistența specifică MΩ cm.	Viteza de înghețare cm³/h.
1	Apă de trei ori distilată	−175	−40	—	0,8	4,5
2	Soluție de $SCNNH_4$ cu apă de ϱ=0,8 MΩ cm.	−170	−70	2	0,5	4,8
3	Soluție de $SCNNH_4$ cu apă de ϱ=0,8 MΩ cm.	−155	−80	6	0,4	5
4	Soluție de $SCNNH_4$ cu apă de ϱ=0,8 MΩ cm.	−125	−45	20	0,3	3,1
5	Apă de patru ori distilată	−223	−42	—	0,9	3,35
6	Soluție de $C_6H_5O_7(NH_4)_3$ în apă cu ϱ=0,9 MΩ cm.	−166	−70	2	0,7	3,36
7	Soluție de $C_6H_5O_7(NH_4)_3$ în apă cu ϱ=0,9 MΩ cm.	− 90	−45	6	0,65	5,2
8	Soluție de $C_6H_5O_7(NH_4)_3$ în apă cu ϱ=0,9 MΩ cm.	− 65	−25	20	0,3	3,84
9	Apă de patru ori distilată	−300	−85	—	1	4,08
10	Soluție de $C_2O_4(NH_4)_2$ în apă cu ϱ=1 MΩ cm.	−155	−80	2	0,6	4,6
11	Soluție de $C_2O_4(NH_4)_2$ în apă cu ϱ=1 MΩ cm.	−120	−70	6	0,5	5,2
12	Soluție de $C_2O_4(NH_4)_2$ în apă cu ϱ=1 MΩ cm.	− 30	−10	20	0,3	6

Variația în timp a diferențelor de potențial la soluții, față de cele ale apei, se pot observa în fig. 3, 4 și 5.

De asemenea diferențe de potențial ridicate, de ordinul −80 V, s-au obținut la capetele stratului de gheață în formare, atît la apă cît și la unele soluții apoase cu săruri de amoniu.

Mecanismul creșterii cristalilor de gheață este foarte complex, din cauză că se produce fenomenul unei așezări ordonate ale moleculelor. Creșterea rețelei cristaline se face pe calea formării pe suprafața de rețea a unor „germeni" care provoacă o creștere a stratului nou. Gheața se prezintă ca un cristal heteropolar, iar molecula sa este un dipol. Distribuirea moleculelor în cristalul elementar este astfel încît momentele dipolilor se orientează în direcția axei principale a cristalului. Forma cristalină a gheții este aceea a prismei hexagonale.

În procesul înghețării faza lichidă se încarcă probabil printr-o absorbție selectivă a ionilor de către gheață [2].

Viteza de încărcare depinde, în mare, de viteza creșterii cristalilor de gheață. La o creștere înceată, suprafața ce înaintează nu se deosebește mult, prin însușirile sale electrice, de fața opusă și creșterea încărcării este neînsemnată. La o creștere rapidă a cristalilor, diferența între însușirile suprafețelor este însemnată și se produce o creștere rapidă a încărcărilor, pe seama captării ionilor. Dacă creșterea cristalului s-ar realiza simetric, în cele două direcții ale axei principale, încărcarea electrică nu ar apare. Totuși, la creșteri foarte rapide a cristalilor, la viteze foarte mari de înghețare, există

probabilitatea ca să apară cristali în număr predominant, orientaţi haotic, care vor da un efect electric neglijabil.

La încărcarea cristalilor poate juca un rol important şi interacţiunile dintre ei.

În procesul de îngheţare s-a observat, în urma fisurării instantanee a gheţii, o variaţie bruscă de potenţial cuprinsă între 3...10 V. Aceste fisuri apar datorită tensiunilor mecanice apreciabile ce iau naştere în procesul de îngheţare, fisuri ce se pun în evidenţă prin pîrîituri caracteristice.

3. Aplicaţii practice

Studiul amănunţit şi multilateral al acestor fenomene electrice, ce însoţesc îngheţarea unei cantităţi de apă sau a unei soluţii apoase foarte diluate, poate sta la baza unor explicaţii a mecanismului formării electricităţii în norii atmosferici.

Totodată cu ajutorul acestor fenomene electrice se pot detecta cantităţi extrem de reduse ale unor substanţe din apă, făcîndu-se în prealabil un studiu asupra diferenţei de potenţial, ce apare în decursul procesului de îngheţare.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Workman E. J., Reynolds S. E., Phys. Rev., 1950, **78**, p. 254.
2. * * * УФН, 1953, **50**, стр. 640.

ИЗУЧЕНИЕ РАЗНОСТИ ПОТЕНЦИАЛА МЕЖДУ ТВЕРДОЙ И ЖИДКОЙ ФАЗАМИ ПРИ ЗАМОРАЖИВАНИИ НЕКОТОРЫХ РАСТВОРОВ

(Резюме)

Указываются некоторые данные по фазовой структуре, для воды и некоторых очень разбавленных водяных растворов аммонийных солей.

Объъснение рисунком

Рис. 1. — Экспериментальная схема.
Рис. 2. — Кривая вариаций разности потенциала в зависимости от времени у раз, второй раз и третии раз дестилированной воды по сравнению с растворами серносинеродистого аммония концентрации 2.10^{-5} *N*.
Рис. 3. — Кривая вариации разности потенциала в зависимости от времени у раствора серносинеродистого аммония.
Рис. 4. — Кривая вариации разности потенциала в зависимости от времени у растворов цитрата аммония.
Рис. 5. — Кривая вариации разности потенциала в зависимости от времени у растворов оксалато аммония.

ÉTUDE DE LA DIFFÉRENCE DE POTENTIEL ENTRE LA PHASE SOLIDE ET LIQUIDE DANS LA CONGÉLATION DES SOLUTIONS AQUEUSES

(Résumé)

On expose ici quelques dates concernant la structure de phase relative à l'eau et aux quelques solutions aqueuses très diluées de sels d'ammonium.

Explication des figures

Fig. 1. — Schéma du dispositif expérimental.
Fig. 2. — Courbe de la variation de la différence de potentiel en fonction de temps, pour l'eau distilée 1, 2 et 3 fois par rapport aux solutions de sulfocyanure d'ammonium ayant une concentration 2.10^{-5} *N*.
Fig. 3. — Courbe de la variation de la différence de potentiel en fonction de temps, pour des solutions de sulfocyanure d'ammonium.
Fig. 4. — Courbe de la variation de la différence de potentiel en fonction de temps, pour des solutions de citrate d'ammonium.
Fig. 5 — Courbe de la variation de la différence de potentiel en fonction de temps, pour les solution d'oxalate d'ammonium.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

541 53

ВЛИЯНИЕ ВОДОРОДНОЙ СВЯЗИ НА СТРОЕНИЕ И СВОЙСТВА НЕОРГАНИЧЕСКИХ ВЕЩЕСТВ

С. С. БАЦАНОВ

1. *Введение*

Данная тема охватывает множество вопросов, однако рамки журнальной статьи заставляют нас ограничиться только двумя, на наш взгляд, наиболее важными проблемами: влиянием водородной связи на растворимость и химические составы солей.

2. *Растворение и диссоциация неорганических веществ*

Растворение вещества в воде происходит, как известно, в тех случаях, когда свободная энергия системы убывает. Однако, поскольку энтропийный член в большинстве случаев не играет существенной роли, для качественного рассмотрения проблемы вполне можно оперировать понятием внутренней энергии.

Итак, растворение соли в воде происходит тогда, когда энергия сольватации превышает энергию кристаллической решетки. Поэтому образование водородных связей между молекулами растворителя и растворяющегося вещества должно способствовать растворению, а наличие более сильных водородных связей в одном из партнеров процесса растворения безусловно будет его затруднять.

Поскольку энергия кристаллических решеток солей с большой точностью может быть передана формулой типа $U = k\frac{\Sigma z_1 z_2}{r_a + r_x}$, где числитель представляет собой сумму произведений зарядов, а знаменатель —сумму радиусов ионов, то станет очевидным что, энергия решетки средних солей будет выше энергии соответствующих кислых солей. В самом деле, знаменатель формулы остается при этом без изменения, а числитель у средних солей будет значительно выше, чем у кислых.

Энергия гидратации средних солей также будет больше, чем у кислых, т. к. гидратация ионов сопровождается и усиливается образо-

ванием водородных связей между ионами и молекулами воды, а наличие водородных связей в кристаллических кислых солях препятствует образованию новых водородных связей и потому затрудняет растворение данного вещества.

Отмеченные эффекты действуют в противоположных направлениях и в силу такой компенсации с трудом поддаются раздельному учету. Однако влияние водородных связей может быть все-таки отчетливо прослежено.

Действительно, повышение температуры должно сопровождаться ослаблением водородных связей в воде и если их влияние на растворимость средних солей больше, чем в случае кислых, то нагревание должно сказаться менее всего именно на средних солях. В результате мы должны иметь меньшее повышение растворимости с температурой у средних солей, чем у кислых, т. к. нагрев будет у первых не только разрушать решетку, но и препятствовать образованию водородных связей в воде, т. е. действовать в противоположных направлениях.

Таблица 1

Температурные коэффициенты растворимости

Содержание					
K_3PO_4	0	77,6	45	148	0,91
KH_2PO_4	0	14,8	50	41,3	1,79
K_2CO_3	0	105	100	156	0,49
$KHCO_3$	0	22,7	60	60	1,64
$K_2C_2O_4$	0	25,4	106	79,2	2,12
KHC_2O_4	0	2,2	100	51,5	22,4
K_2SO_3	0	106	97	114	0,07
$KHSO_3$	0	28,5	94	125	3,39
KF	0	96,3	80	150	0,56
KHF_2	0	41	80	114	1,78
Na_3PO_4	15	10,5	100	77	6,73
Na_2HPO_4	15	5,6	100	104,1	17,6
$Na_2C_2O_4$	20	3,7	100	6,33	0,71
$NaHC_2O_4$	15	1,7	100	21	11,3
Na_2SO_4	30	50,4	100	42,5	—1,59
$NaHSO_4$	25	28,6	100	100	25
NaF	0	4	100	5	0,25
$NaHF_2$	0	3,7	100	10	1,70

В таблице 1 сопоставлены растворимости (L) в г на 100 г воды некоторых кислых и средних калиевых и натриевых солей при различных температурах по данным справочника Гмелина и таблиц Ландольта-Бернштейна.

Из таблицы 1 видно, что в данном случае растворимость кислых солей меньше, чем средних, причем (что гораздо более важно!) относительное различие уменьшается по мере нагревания раствора. Температурный коэффициент растворимости $K_t = \Delta L / L_1$ средних солей, в общем, на порядок меньше, чем у кислых, что полностью согласуется с требованием влияния водородных связей.

Представляет интерес также сопоставление растворимостей аналогичных аммониевых и калиевых солей. Из приведенной выше формулы Капустинского следует, что энергия кристаллической структуры аммониевых солей будет меньше, чем у соответствующих калиевых, т.к. заряды ионов аммония и калия одинаковы, а радиус иона NH_4^+ (1,43Å)

больше, чем радиус иона K^+ (1,33Å). Энергия гидратации растворенных в воде ионов аммония также больше, чем ионов калия, т. к. первые образуют водородные связи N — H ... O. Поэтому аммонийные соли растворяются лучше, чем соответствующие калиевые.

В таблице 2 сопоставлены растворимости аналогичных аммониевых и калиевых солей в г на 100 г воды при одинаковой температуре.

Приведенные данные действительно показывают, что растворимость калиевых солей заметно ниже аммониевых.

Однако имеются случаи, когда в кристаллическом состоянии ион аммония образует равные по силе (или даже большие) водородные связи. Это должно привести к уменьшению растворимости аммониевой соли.

Таблица 2

Сравнение растворимостей калиевых и аммониевых солей

Анион	$t°$	K	NH_4
Cl	0	28,0	29,7
Br	0	54,00	60,6
I	0	128,0	154,2
NO_3	0	13,3	118,5
SO_4	0	7,3	71,0
SeO_4	7	111	117
ClO_4	0	0,75	12,2
Cr_2O_7	28	17,3	44,0
$Co(NO_2)_6$	10	0,8	1,0

В качестве количественного критерия для сравнительной оценки энергий связи N—H ... O в различных соединениях можно воспользоваться рефракциями этих связей, поскольку величины последних изменяются симбатно их энергии.

Рефракция связи N—H...O в водном растворе равна 0,12 см³ [1], в фосфате, арсенате, азиде, роданиде и оксалате аммония больше этой величины. Следовательно, можно ожидать, что указанные аммониевые соли будут растворяться труднее, чем их калиевые аналоги.

Как видно из таблицы 3 именно те аммониевые соли, которые имеют рефракции водородных связей в кристаллическом состоянии большие, чем в водных растворах, растворяются меньше калиевых.

Таблица 3

Сравнение растворимостей

Анион	$t°$	K	NH_4
PO_4	25	97	23,5
AsO_4	29	114,6	32
C_2O_4	0	25,4	2,3
N_3	0	41,4	16,0
SCN	0	177	115

С рассмотренными выше вопросами растворимостей очень тесно увязаны процессы электролитической диссоциации, в которых водородные связи играют также важную роль.

В самом деле, гидроокись какого-либо элемента может отщепить в растворе ион OH^- или H^+ только при условии, если последние образуют с молекулами H_2O водородные связи прочнее тех, которые имелись в кристаллическом состоянии. Последние условия всегда практически реализовываются при растворении вещества в воде, т. к. в растворе ионы, как правило, окружены большим количеством молекул H_2O, чем в кристаллической структуре. И в общем случае можно сказать, что наличие сильных водородных связей в веществе может лишь снижать силу кислоты или основания. Поэтому оценка сил водородных связей должна давать нам информацию об относительной способности молекул к электролитической диссоциации.

Это положение можно проиллюстрировать рядом кислот, чьи силы уменьшаются в последовательности $HNO_3 > H_2SO_4 > HIO_3 > H_3PO_4$

в полном соответствии с усилением водородных связей в том же направлении.

Силу оснований можно было бы охарактеризовать упрочнением водородных связей молекул воды с гидроксил-ионом. Длины связей $H_2O \ldots OH$ располагаются в следующую последовательность: $Sr(OH)_2 \cdot 8H_2O \ldots 2.93$ Å, $LiOH.H_2O \ldots 2.65$ Å, $NaOH.H_2O \ldots 2.65$ Å и $KOH.H_2O \ldots 2.93$ Å, ([2] ... [5]). В этом же ряду, как известно, растет и степень электролитической диссоциации указанных веществ.

3. *Химическое строение неорганических веществ*

Сопоставление составов кристаллогидратов средних и кислых солей показывает, что количество молекул кристаллизационной воды уменьшается при переходе от средних к кислым солям. В самом деле при обычных температурах стабильны соли следующих составов:

$K_3AsO_4 \cdot 7 \ldots 10H_2O$	$K_3PO_4 \cdot 7H_2O$	$K_2SO_3.2H_2O$	$K_2CO_3.6H_2O$	$KF.2;4H_2O$
$K_2HAsO_4 \cdot H_2O$	$K_2HPO_4 \cdot 3H_2O$	$KHSO_3$	$KHCO_3$	KHF_2
KH_2AsO_4	KH_2PO_4			
$Na_3AsO_4 \cdot 12H_2O$	$Na_3PO_4 \cdot 12H_2O$	$Na_2SO_4.10H_2O$	$Na_2SO_3.7H_2O$	$Na_2CO_3.10H_2O$
$Na_2HAsO_4 \cdot 7 \ldots 12H_2O$	$Na_2HPO_4 \cdot 7 \ldots 12H_2O$	$NaHSO_4$	$NaHSO_3$	$NaHCO_3$
$NaH_2AsO_4 \cdot H_2O$	$NaH_2PO_4 \cdot 2H_2O$			

Примеры можно было бы еще увеличить, но общая тенденция уже совершенно ясна: при одинаковых условиях кислые соли содержат меньшее число молекул кристаллизационной воды, чем соответствующие средние соли. Эта закономерность обусловлена тем, что вхождение атомов водорода во внутреннюю сферу иона уменьшает возможности образования водородных связей. Тем же самым свойством насыщаемости водородных связей обусловлен еще один факт неорганической химии, именно, различие количества молекул кристаллизационной воды у аналогичных аммониевых и калиевых солей. Ниже выписаны некоторые примеры:

KF	NH_4F	$KBO_2.H_2O$	NH_4BO_2
$K_2MnF_5.H_2O$	$(NH_4)_2MnF_5$	$K_2CO_3.1 \ldots 6H_2O$	$(NH_4)_2CO_3$
$K_2SO_3.1;2H_2O$	$(NH_4)_2SO_3.H_2O$	$K_3PO_4.3 \ldots 7H_2O$	$(NH_4)_3PO_4.3H_2O$
$K_2S.2;5;12H_2O$	$(NH_4)_2S$	$K_2HPO_4.1 \ldots 6H_2O$	$(NH_4)_2HPO_4$
$K_2S_5.H_2O$	$(NH_4)_2S_5$	$K_3AsO_4.7H_2O$	$(NH_4)_3AsO_4$
$K_2S_2O_3\ 1;2H_2O$	$(NH_4)S_2O_3$	$K_4Fe(CN)_6.3H_2O$	$(NH_4)_4Fe(CN)_6.1{,}5H_2O$
. . . . .		. . . . .	

Приведенные данные позволяют высказать положение, что аммониевые соли имеют равное или меньшее количество молекул кристаллизационной воды, чем аналогичные калиевые соли.

В ходе исследования водородных связей рефрактометрическим методом [6] ... [10] было замечено, что водородная связь имеет тем большую рефракцию (и энергию), чем больший отрицательный заряд несет партнер такой связи. Интересную иллюстрацию этому дают гексацианиды калия.

Соли двухвалентных металлов кристаллизуются с тремя молекулами воды: $K_4Fe(CN)_6.3H_2O$, $K_4Ru(CN)_6.3H_2O$, $K_4V(CN)_6.3H_2O$, $K_4Os(CN)_6.3H_2O$. Повышение положительного заряда центрального атома комплекса, например, $[Fe(CN)_6]^{-n}$ резко снижает энергию водородной связи с аддендами этого комплекса. Соответственно этому красная кровяная соль $K_3Fe(CN)_6$ кристаллизуется уже без воды.

Следовательно, прочность связи молекул кристаллизационной воды в солях с кислородосодержащим анионом будет пропорциональна энергии водородной связи O—N...O в этих веществах. Поскольку энергии таких связей не всегда известны, в качестве количественной характеристики можно использовать силу соответствующих кислот, последняя уменьшается по мере увеличения энергии ее водородных связей.

На примерах солей одного и того же металла, но разных кислородосодержащих кислот видно, что вместе с уменьшением силы кислот растет тенденция к кристаллизации с большим количеством молекул воды:

$$KNO_3,\ KClO_4,\ K_2SO_4,\ K_2CO_3.1...6H_2O,\ K_3PO_4.3..7H_2O,\ K_3AsO_4.3...10H_2O$$

← увеличение силы кислоты.

На примерах магниевых солей это же правило проверено в отношении температур полного удаления кристаллизационной воды:

Увеличение силы кислоты

$Mg(NO_3)_2$ и $Mg(ClO_4)_2$	теряют кристаллизационную воду при 230...250°
$MgCO_3$	теряет кристаллизационную воду при 320°
$Mg_3(PO_4)_2$	теряет кристаллизационную воду при 400°
$Mg_3(AsO_4)_2$	теряет кристаллизационную воду при 800°

Отмеченные выше закономерности можно без труда обосновать большим количеством фактического материала, однако и без этого принципиальная сторона дела не вызывает сомнений.

Автор надеется, что детальное изучение природы и проявлений водородных связей окажет существенную помощь в понимании и развитии неорганической химии.

Поступила 3 XII 1959 г.

Сибирское Отделение
Академии Наук СССР,
Новосибирск

ЛИТЕРАТУРА

1. Бацанов С. С., Пахомов В. И., Журн. физ. хим., 1957, **31**, стр. 171.
2. Smith H., Acta Crystallographica, 1953, **6**, p. 604.
3. Rabaud H., Gay R., Cah. phys., 1956, *74*, p. 26.
4. Wunderlich I, Acta Crystallographica, 1957, **10**, p. 432
5. Clastre I., Ibid., 1954, **7**, p. 638.
6. Бацанов С. С., Вестник МГУ, 1954, *9*, стр. 95.
7. Бацанов С. С., Сонин А. С., Кристаллография, 1956, **1**, стр. 321,
8. Бацанов С. С., Ibid., 1956, **1**, стр. 328.
9. — Журн. неорг. хим., 1957, **2**, стр. 628.
10. — Вестник МГУ, 1958, *3*, стр. 177.

THE INFLUENCE OF THE HYDROGENEOUS BONDS ON THE STRUCTURE AND PROPERTIES OF INORGANIC SUBSTANCES

(Summary)

Comparative study of structure of acid and middle salts shows that in latter case hydrogeneous bonds are of more vital importance in the process of solution. On connection with this, it is predicted and experimentally corroborated that the temperature coefficient of solution of middle salts is a range less than that of acid salts because of the destruction of hydrogeneous bonds by heating.

An analogical case is observed at comparison of ammonium solutions and those of corresponding potassium salts.

The lesser number of molecules of crystallization water of acid and ammonium salts as compared with middle and analogical potassium salts is caused by the saturation of hydrogeneous bonds.

The distinction in strength of hydrogeneous bonds accounts for the decreasing combination solidity of crystallization water molecules and those of salts of acids disposed in a range according to increasing of its strength.

INFLUENŢA LEGĂTURILOR DE HIDROGEN ASUPRA STRUCTURII ŞI PROPRIETĂŢILOR SUBSTANŢELOR ANORGANICE

(Rezumat)

Studiul comparativ al solubilităţilor sărurilor acide şi neutre analoage a pus în evidenţă rolul preponderent al încălzirii în cazul celor dintîi. Formarea legăturilor de hidrogen între solvent şi substanţa de solvit contribuie la solvatare şi prin urmare şi la dizolvare. Întrucît anionii sărurilor neutre nu formează mai multe legături H decît cele acide, încălzirea soluţiei, mergînd în paralel cu ruperea legăturilor de hidrogen, face să se ridice solubilitatea sărurilor acide de circa 10 ori. Compararea energiilor legăturilor de hidrogen N–H...*X* din sărurile cristaline de amoniu precum şi din soluţiile lor apoase, explică deosebirea în solubilitate a sărurilor analoage de amoniu şi de kaliu

Cantitatea şi stabilitatea legăturilor între moleculele apei de cristalizare şi sărurile unuia şi aceluiaşi metal se micşorează pe măsura creşterii acidităţii corespunzătoare; aceasta întrucît o astfel de aciditate caracterizează energia legăturii de hidrogen O–H...O.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

546.175;546.621

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ НИТРАТОВ ЩЕЛОЧНЫХ МЕТАЛЛОВ С ОКИСЬЮ АЛЮМИНИЯ

Е. С. ПЕТРОВ

До последнего времени для получения алюминатов щелочных металлов в основном использовалось взаимодействие карбонатов щелочных металлов с окисью алюминия при длительном прокаливании при температурах около 1000° [1]...[5]. Такой метод, обладающий рядом достоинств, имел и существенные недостатки, заключающиеся в трудности получения алюминатов в чистом виде, без примеси исходных веществ. Кроме того, высокая гигроскопичность карбонатов калия, рубидия и цезия осложняют экспериментальное проведение синтеза алюминатов. Между тем эти недостатки могут быть устранены при применении в качестве исходных веществ нитратов щелочных металлов. Последние при нагревании выше температур их плавления легко диссоциируют с образованием летучих соединений, а нитраты калия, рубидия и цезия являются веществами негигроскопичными.

В настоящей работе было проведено изучение процессов образования алюминатов щелочных металлов при совместном нагревании их нитратов с окисью алюминия. Для исследования были применены методы термического, микроскопического, химического и ионизационного рентгенофазового анализов. В качестве исходных веществ были использованы нитраты щелочных металлов и тонкоизмельченая окись алюминия.

Данные термического анализа показывают, что взаимодействие между веществами происходит выше температур плавления нитратов щелочных металлов. На всех термограммах обнаружены эффекты полиморфных превращений и плавления нитратов щелочных металлов, температуры которых совпадают с литературными данными. Кроме того на термограммах имеются эндотермические эффекты, отражающие взаимодействие нитратов щелочных металлов с окисью алюминия в широком интервале температур. На кривых охлаждения полученных продуктов взаимодействия никаких эффектов не обнаружено, что указывает на

необратимый характер взаимодействия. Температуры эффектов взаимодействия вместе с температурами полиморфных превращений и плавления нитратов приведены в таблице 1.

Таблица 1

	Температура полиморфного превращения	Температура плавления	Температура начала взаимодействия с Al_2O_3
$LiNO_3$	—	258	603...623
$NaNO_3$	—	308	750...780
KNO_3	132	330	850...880
$RbNO_3$	166, 220, 234	312	840...880
$CsNO_3$	165	412	880...940

Сопоставление температуры начала взаимодействия нитратов щелочных металлов с окисью алюминия с температурами плавления аналогичных нитратов показывает полную аналогию в их изменении при переходе от лития к цезию. Изменение температур плавления нитратов щелочных металлов в той же последовательности, как известно, хорошо согласуется с термической устойчивостью нитратов, выводимой из поляризационных представлений.

По данным микроскопического анализа полученные при взаимодействии алюминаты щелочных металлов являются спекшимися порошками, состоящими из мелких анизотропных кристаллов, плохо образованных, ввиду высоких температур плавления алюминатов щелочных металлов. Длительная выдержка при температурах около 1 000° приводит к укрупнению кристаллов. Полученные данные по показателям преломления алюминатов лития и натрия совпадают со значениями, приведенными в справочной литературе. Показатели преломления алюминатов калия, рубидия и цезия определить не удалось, ввиду их высокой гигроскопичности и агрегирования в комки при приготовлении препаратов для исследования под микроскопом. Гигроскопичность алюминатов в ряду литий—цезий резко увеличивается. Если алюминат лития является негигроскопичным веществом, то алюминат цезия на воздухе быстро поглощает влагу и расплывается, переходя в раствор.

Обработка спеков водой приводит к практически полному растворению образовавшихся алюминатов, за исключением алюмината лития, только частично переходящего в раствор. Результаты химического анализа продуктов выщелачивания спеков нитратов щелочных металлов с окисью алюминия при молярном соотношении M_2O к Al_2O_3 в исходной шихте 1:1 приведены в таблице 2.

Приведенные в таблице 2 данные показывают, что при взаимодействии происходит частичное разложение нитратов щелочных металлов с образованием летучих продуктов диссоциации. Если учесть плохую растворимость алюмината лития и связанное с этим частичное нахождение в осадке окиси лития, можно придти к выводу, что потери окисей щелочных металлов при взаимодействии возрастают при переходе от лития к цезию.

В процессе растворения алюминатов щелочных металлов наблюдается гидралитическое разложение солей с выделением в осадок

части окиси алюминия в гидратированной форме. Полнота гидролиза в ряду литий—цезий резко уменьшается (каустический модуль растворов в той же последовательности приближается к единице).

Таблица 2

Исходная шихта	Содержание в шихте в граммах			Найдено в растворе в граммах и % к исходному		Молярное отношение M_2O к Al_2O_3 в растворе
	M_2O	N_2O_5	Al_2O_3	M_2O	Al_2O_3	
$LiNO_3 + Al_2O_3$	0,19	0,67	0,64	0,06 32%	0,13 20%	1,57 : 1
$NaNO_3 + Al_2O_3$	0,34	0,60	0,56	0,33 97%	0,37 66%	1,47 : 1
$KNO_3 + Al_2O_3$	0,46	0,54	0,50	0,35 76%	0,32 64%	1,19 : 1
$RbNO_3 + Al_2O_3$	0,71	0,41	0,38	0,55 77%	0,26 68%	1,16 : 1
$CsNO_3 + Al_2O_3$	1,15	0,43	0,42	0,61 53%	0,19 45%	1,16 : 1

Учитывая факт частичного гидролиза алюминатов щелочных металлов при выщелачивании и данные микроскопического анализа, можно сделать вывод, что при спекании нитратов щелочных металлов с окисью алюминия происходит образование метаалюминатов щелочных металлов с общей формулой $M_2O.Al_2O_3$.

Ввиду полного отсутствия литературных данных по условиям образования и свойствам алюмината цезия, упомянутое соединение было изучено более подробно. С этой целью были произведены спекания нитрата цезия с окисью алюминия с соотношением Cs_2O к Al_2O_3 в шихте 2 : 1; 1 : 1 и 1 : 2.

По данным термического анализа во всех случаях на кривых нагревания обнаружены эффекты полиморфного превращения при 165° и плавления при 412°. Взаимодействие в разных шихтах происходило при несколько отличных друг от друга температурах, в среднем приближающихся к 900...950°. На кривых охлаждения эффекты отсутствовали, что указывало на необратимый характер происходящего взаимодействия.

По внешнему виду все продукты реакции являются порошкообразными веществами, слегка спекшимися и чрезвычайно гигроскопичными. На воздухе спеки быстро поглощают влагу и расплываются. Последнее свойство должно быть полностью отнесено к алюминату цезия, так как оба исходных вещества являются негигроскопичными и на воздухе не расплываются.

Микроскопический анализ продуктов взаимодействия указывает на их сложный состав. Основная часть препарата состоит из агрегированных кристаллов, оптически анизотропных, со слегка желтоватым оттенком в проходящем свете. Средний показатель преломления этих агре-

гатов оказался близким к 1,58. В препаратах, полученных при спекании шихт 1:1 и 1:2, всегда присутствовали кристаллы непрореагировавшей окиси алюминия. Свободными от нее были только спеки шихты 2:1. Нитрат цезия во всех спеках отсутствовал.

При обработке спеков водой поведение их было различным: спек шихты 2 : 1 практически весь растворялся, в то время как спеки шихт 1 : 1 и 1 : 2 растворялись только частично. Микроскопическое исследование остатков выщелачивания показало присутствие в них двух веществ: гидратированной окиси алюминия, являющейся продуктом гидролиза при выщелачивании, и не вступившей в реакцию окиси алюминия, последняя в остатках от выщелачивания шихты 2 : 1 отсутствовала.

Результаты химического анализа водных вытяжек продуктов спекания приведены в таблице 3.

Таблица 3

Молярное отношение Cs_2O к Al_2O_3 в исходной шихте	Содержание в шихте в граммах			Найдено в растворе в граммах и % к исходному		Молярное отношение Cs_2O к Al_2O_3 в растворе
	Cs_2O	N_2O_5	Al_2O_3	Cs_2O	Al_2O_3	
2 : 1	1,28	0,49	0,23	0,67 52%	0,22 95%	1,10 : 1
1 : 1	1,15	0,43	0,42	0,61 53%	0,19 45%	1,16 : 1
1,2	0,95	0,35	0,69	0,64 67%	0,22 32%	1,05 : 1

Приведенные данные указывают на образование при взаимодействии только одного метаалюмината цезия состава $Cs_2O.Al_2O_3$. Избыток нитрата цезия разлагатеся при нагревании с образованием летучих соединений. Потери окиси цезия от улетучивания при взаимодействии равняются разнице между содержанием ее в исходной шихте и полученном при выщелачивании растворе, поскольку алюминат цезия и гидроокись цезия являются хорошо растворимыми в воде соединениями. Как видно из таблицы, эти потери уменьшаются при увеличении содержания окиси алюминия в исходной шихте.

Частичный гидролиз алюмината цезия при растворении подтверждается данными химического анализа продуктов выщелачивания. Каустический модуль растворов во всех случаях несколько отличается от единицы, что связано с частичным выделением образовавшейся при гидролизе гидроокиси алюминия в твердую фазу.

Кристаллическая структура алюмината цезия была подтверждена данными рентгенофазового анализа на ионизационной установке [6]. С этой целью алюминат цезия был получен при 4-х часовом спекании нитрата цезия с окисью алюминия при температуре 1 000° и исходном

отношении окислов в шихте 2 : 1. Снятые рентгенограммы полученного таким образом алюмината цезия характеризуются следующими параметрами:

d_0/n	3,28	3,13	2,88	2,47	2,04	1,86	1,88	1,43	1,28	1,08
y/y_0 (%)	15	15	100	45	16	23	57	25	19	31

Выводы

1. Свободные от примеси исходных веществ алюминаты щелочных металлов могут быть получены при взаимодействии нитратов щелочных металлов с окисью алюминия.

2. Взаимодействие происходит выше температур плавления нитратов с образованием алюминатов щелочных металлов состава $M_2O.Al_2O_3$.

3. Условия взаимодействия и свойств получающихся алюминатов закономерно изменяются при переходе от лития к цезию.

4. Кристаллическая структура алюмината цезия подтверждена данными рентгенофазового анализа.

Поступила 30 III 1960 г.

Сибирское Отделение
Академии Наук СССР,
Новосибирск

ЛИТЕРАТУРА

1. Jaeger, Simek AK. Amst Vessel., 1914—15, **23**, S. 149.
2. Schaffgotsch, Pogg. Ann., 1938, **43**, S. 120.
3. Cobb, J. Soc. chem. Ind., 1910, **29**, p. 403.
4. Zulkowski, Ch. Ind., 1899, **22**, S. 285.
5. Glaessner, Ibid., 1902, **25**, S. 189.
6. Торопов Н. А., Коновалов П. Ф., Ефремов А. И. и Ананьева Г. В. Цемент, 1954, *3*, стр. 11.

ÜBER DIE GEGENWIRKUNG ZWISCHEN ALKALINITRATEN UND ALUMINIUMOXID

(Zusammenfassung)

Es wird eine Methode zur Gewinnung von Alkalialuminaten, die keinen Zusatz von Ausgangsstoffen haben, durch Erwärmen der Mischung von Alkalinitraten mit Aluminiumoxyd beschrieben.

Es werden ferner die Bildungsbedingungen und die Eigenschaften von Aluminaten der Reihe Lithium—Cäsium verglichen.

ASUPRA INTERACŢIUNII ÎNTRE NITRAŢII ALCALINI ŞI OXIDUL DE ALUMINIU

(Rezumat)

Se descrie o metodă de obţinere a nitraţilor alcalini, fără reziduuri, ce foloseşte încălzirea amestecurilor de nitraţi alcalini cu oxid de aluminiu. Se compară apoi condiţiile de formare şi proprietăţile aluminaţilor din seria Li-Ce.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

541 9

CÎTEVA CONSIDERAŢIUNI ASUPRA POZIŢIEI ELEMENTELOR TRANZIŢIONALE ÎN TABLOUL PERIODIC

DE

TIBERIU GOLGOŢIU, JULIETA LINDE şi ANGELA LUCA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

Tabloul periodic al lui Mendeleev este o reprezentare grafică în plan a elementelor în funcţie de numărul atomic şi de legea periodicităţii. În tablou se disting grupe principale şi grupe secundare.

Structura atomului a verificat şi întărit concepţia de bază a tabloului lui Mendeleev. În acest sens se constată că perioadele coincid cu numărul cuantic principal atît la grupele principale cît şi la cele secundare; numărul grupei coincide cu numărul electronilor periferici la grupele principale, iar la grupele secundare se atribuie alte coordonate faţă de grupele principale.

În grupele principale, prin variaţia numărului atomic găsim elemente ce sînt împărţite în metale şi metaloide, funcţie de caracterul lor electric. În grupele secundare, la o aceeaşi variaţie a numărului atomic nu mai găsim diferenţiere de proprietăţi ca la grupele principale ; aceste elemente din grupele secundare poartă denumirea generală de *elemente tranziţionale*. Elementele tranziţionale nu pot accepta electroni, nici unul din ele nu poate forma ioni negativi şi de aceea toate sînt metale. Caracterul lor general se manifestă nu atît în grupă cît mai ales în perioadă. Se citează în acest sens grupa VIII-a (familia fierului, familia platinei). De asemenea este cunoscut faptul că reniul în comportarea sa chimică prezintă analogii cu elementele vecine — wolframul şi osmiul, acelaşi lucru observîndu-se şi la alte elemente mai grele ca: wolframul cu tantalul, molibdenul cu niobiul. Este de remarcat faptul că între elementele grupei principale şi elementele grupei secundare din aceeaşi grupă sînt diferenţieri foarte mari. C. Neniţescu [1] afirmă că elementele din subgrupa I (cuprul, argintul şi aurul) se aseamănă cu elementele din grupa I, prin aceea că sînt monovalente, în unele dintre combinaţiile lor. În afară de aceste combinaţii, ele mai formează însă combinaţii şi în stări de valenţă mai înalte. Starea monovalentă este cea mai stabilă numai la argint, care numai excepţional este şi bivalent. Starea de valenţă cea mai stabilă a cuprului este II, iar a aurului III. În comportarea lor chimică elementele subgrupei I se deosebesc mult de elementele grupei principale I. Cuprul, argintul şi aurul au o tendinţă redusă de a forma ioni pozitivi şi se găsesc, în consecinţă, la marginea pozitivă a seriei tensiunilor; din contra, metalele alcaline, cu mare tendinţă de ionizare, se găsesc la marginea negativă. Afinitatea pentru oxigen a metalelor subgrupei este mică sau foarte mică iar a metalelor grupei principale este mare. Metalele subgrupei au însă o afinitate pronunţată pentru sulf.

Un alt caracter important al elementelor din subgrupa I, inexistent la metalele din grupa principală I dar comun cu al altor metale tranziţionale, este marea tendinţă de a forma complecşi.

În grupa VII-a, în subgrupa principală, se găsesc elemente cu caracter puternic electronegativ, pe cînd în subgrupa secundară se găsesc elemente cu caracter de metale.

Se pune problema justificării din punct de vedere electronic a elementelor din grupa VIII-a cît și asupra faptului că la grupa zero nu avem subgrupe.

Este cunoscut faptul că toate lantanidele se grupează într-o singură familie. O tendință analoagă de grupare o manifestă actinidele.

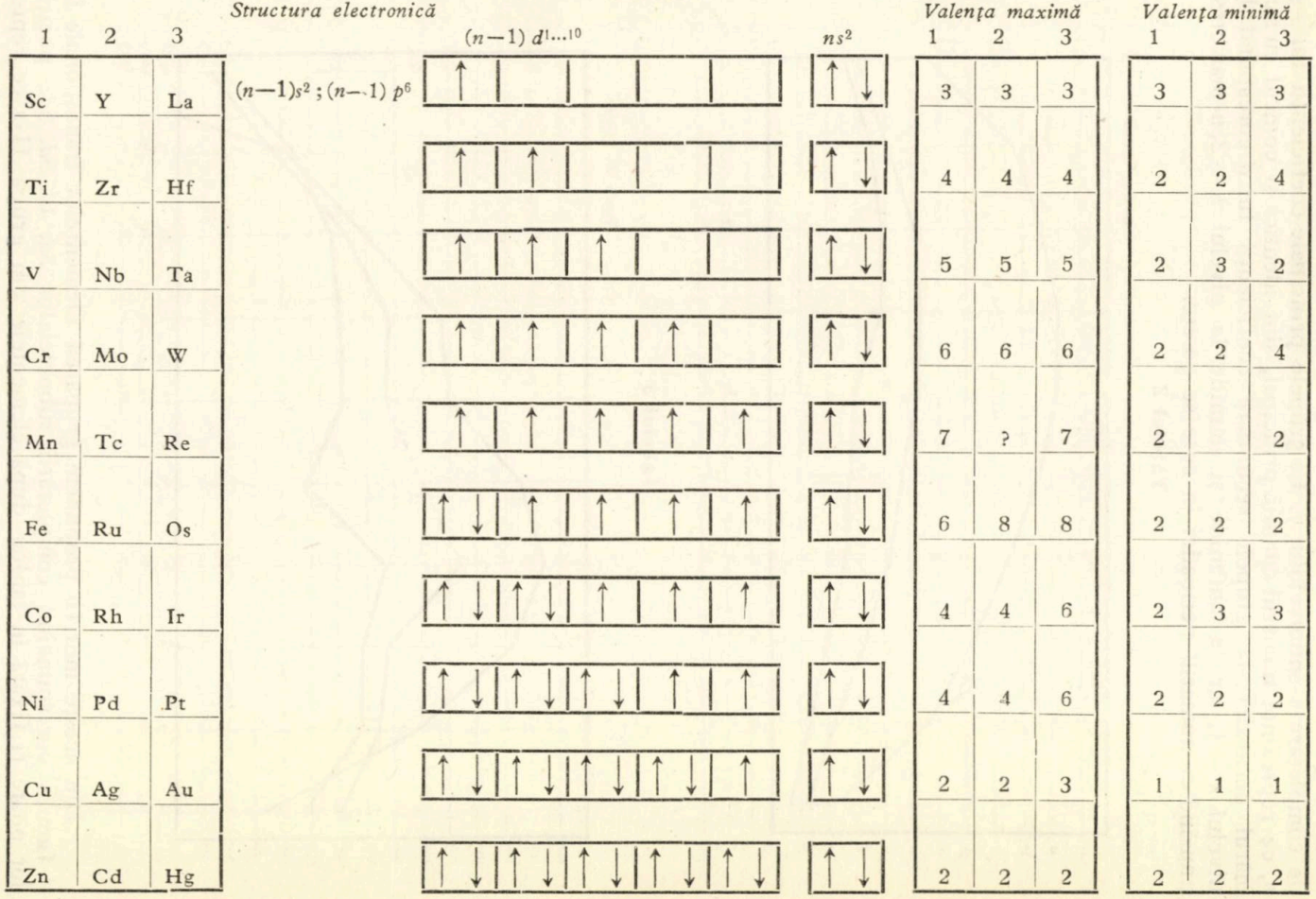
Analizînd caracteristicile fundamentale ale grupelor principale în tabloul periodic al elementelor, în lumina structurii atomice, se poate afirma că ordonata o constituie numărul cuantic principal n, iar abscisa— electronii periferici ce se completează (s și p). La grupele secundare caracteristic este faptul că ordonata corespunde la $n-1$, iar abscisa în completarea penultimului nivel $(n-1)\,d$ existînd complet subnivelul ns^2. La grupele secundare se constată că proprietățile lor variază în special în funcție de numărul cuantic principal și mai puțin în funcție de creșterea numărului de electroni.

La grupele principale se constată o variație relativ treptată a proprietăților pe grupe pe baza creșterii numărului atomic, în timp ce la grupele secundare, o dată cu creșterea numărului atomic nu se mai produce aceeași variație a proprietăților elementelor. Proprietățile elementelor tranziționale (din subgrupele secundare) sînt totodată și rezultatul poziției electronilor în atom. Această caracteristică face posibilă analogia elementelor tranziționale în subgrupă, dar care nu coincide cu caracterele grupei principale. În tabelele 1, 2 și 3 se prezintă structura electronică a elementelor tranziționale cît și variația greutăților specifice și a punctelor de topire, funcție de această structură.

Greutățile atomice cît și numărul de ordine au un aspect cantitativ la elementele tranziționale fără ca prin aceste constante să se reflecte și aspectul calitativ deoarece ar trebui să se observe o dată cu creșterea numărului de ordine o variație ritmică și treptată a proprietăților pe grupe, ca la grupele principale. Dar proprietățile elementelor sînt și rezultanta mișcării particulelor din atom. Particulele din atom nu trebuie considerate aparte și independent unele de altele. Toate particulele componente ale atomului trebuie privite și studiate în continua lor mișcare și condiționare reciprocă. Ca urmare a existenței acestor mișcări apar o serie de trăsături comune la un grup de elemente, trăsături ce nu sînt oglindite de numărul atomic sau greutatea atomică. Ca urmare a acestui fapt, la elementele tranziționale, datorită electronilor s vom avea un grup de proprietăți comune, iar completarea la subnivelul $(n-1)\,d$ va da diferențieri de proprietăți mult mai puțin accentuate ca la grupele principale. În mod asemănător se consideră și elementele din familia lantanidelor și actinidelor, unde ecranarea este dată de electronii s și d, față de electronii f, ce constituie subnivelul caracteristic. Reprezentînd grafic acest mod de completare apare schema din tabelul 4.

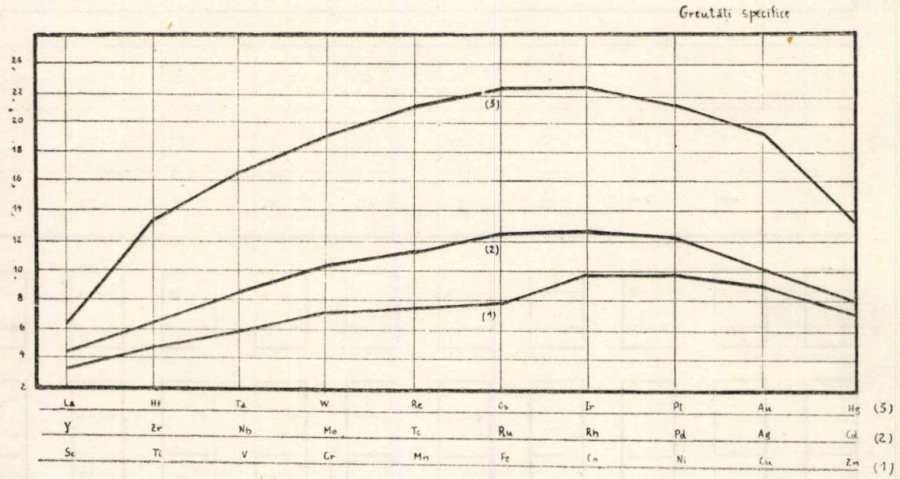
În tabloul periodic nu se putea explica apariția perioadelor mari numai pe baza numărului atomic și a legii periodicității; acest lucru este pe deplin lămurit în lumina structurii atomice unde subgrupele secundare, în număr de 4, conțin cîte 10 elemente, ceea ce corespunde întocmai capacității de completare a subnivelului d; elementele din familia lantanidelor și actinidelor, în număr de 14, sînt o urmare a capacității

Tabelul 1

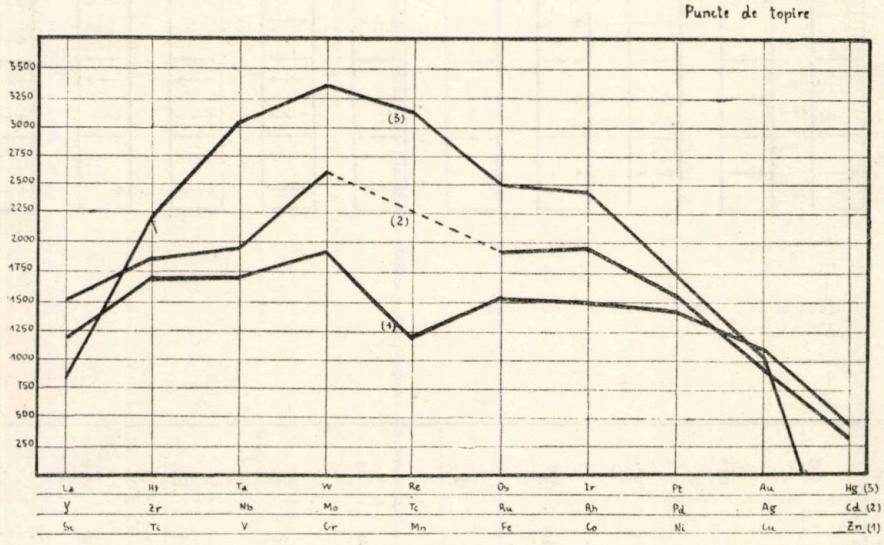

Structura electronică
(n—1) d¹...¹⁰
ns²
Valența maximă
Valența minimă
1 2 3
(n—1)s² ; (n—1) p⁶
Sc Y La
Ti Zr Hf
V Nb Ta
Cr Mo W
Mn Tc Re
Fe Ru Os
Co Rh Ir
Ni Pd Pt
Cu Ag Au
Zn Cd Hg
3 3 3
4 4 4
5 5 5
6 6 6
7 ? 7
6 8 8
4 4 6
4 4 6
2 2 3
2 2 2
3 3 3
2 2 4
2 3 2
2 2 4
2
2 2 2
2 3 3
2 2 2
1 1 1
2 2 2

de completare a subnivelului *f*. La grupele principale coeficienții lui *s* și *p*, ce reprezintă numărul cuantic principal, sînt identici și coincid cu numărul perioadei; la grupele secundare coeficienții lui *d* corespund la nivelul $n-1$, iar la lantanide și actinide la nivelul $n-2$, nemaicorespunzînd cu numărul perioadei în care se găsesc.

Tabelul 2



Tabelul 3



Din aceste motive propunem gruparea elementelor tranziționale în 4 familii corespunzînd completării subnivelelor $3d$, $4d$, $5d$, $6d$; poziția lor poate fi fixată în tablou după elementele din grupa II-a ce repre-

Tabelul 5

	Grupa I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
Subnivel *s*	ns^1	ns^2							
p			np^1	np^2	np^3	np^4	np^5	np^6	Completarea electronilor în perioade
d		$(n-1)\,d^{1-10}$							
f		$(n-2)\,f^{1-14}$							
Perioada 1	1. H	2. He							$1s^2$
2	3. Li	4. Be	5. B	6. C	7. N	8. O	9. F	10. Ne	$2s^2\ 2p^6$
3	11. Na	12. Mg	13. Al	14. Si	15. P	16. S	17. Cl	18. Ar	$3s^2\ 3p^6$
4	19. K	20. Ca 21. Sc 22. Ti 23. V 24. Cr 25. Mn 26. Fe 27. Co 28. Ni 29. Cu 30. Zn	31. Ga	32. Ge	33. As	34. Se	35. Br	36. Kr	$4s^2 3d^{10} 4p^6$
5	37. Rb	38. Sr 39. Y 40. Zr 41. Nb 42. Mo 43. Tc 44. Ru 45. Rh 46. Pd 47. Ag 48. Cd	49. In	50. Sn	51. Sb	52. Te	53. I	54. Xe	$5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6$
6	55. Cs	56. Ba 57. La → 71. Lu 72. Hf 73. Ta 74. W 75. Re 76. Os 77. Ir 78. Pt 79. Au 80. Hg 58. Ce 59. Pr 60. Nd 61. Pm 62. Sm 63. Eu 64. Gd 65. Tb 66. Dy 67. Ho 68. Er 69. Tu 70. Yb	81. Tl	82. Pb	83. Bi	84. Po	85. At	86. Rn	$6s^2 5d^1\ 4f^{14} 5d^9\ 6p^6$
7	87. Fr	88. Ra 89. Ac → 103. 104. EHf → 112. EHg 90. Th 91. Pa 92. U 93. Np 94. Pu 95. Am 96. Cm 97. Bk 98. Cf 99. E 100. F m 101. Mv 102. No	113. ETl	114. EPb	115. EBi	116. EPo	117. EAt	118. ERn	$7s^2 6d^1 5f^{14} 6d^9 7p^6$

Таблица 2

zintă completarea subnivelului *ns* (v. tabelul 5). În mod asemănător se grupează lantanidele şi actinidele ca derivînd din subgrupele secundare 5*d* şi 6*d*. Modul cum prezentăm această regrupare s-ar putea reflecta mai bine prin reprezentări spaţiale cu 3 şi 4 dimensiuni.

În tabloul modificat ce-l prezentăm dispar grupele secundare, dispare grupa VIII-a în sensul vechi şi apar gazele inerte începînd cu neonul. Heliul, în baza structurii electronice, este capul grupei a II-a, după cum hidrogenul este capul grupei I-a. Datorită faptului că la heliu avem completarea unui nivel cu 2 electroni rezultă proprietăţile comune cu elementele din grupa VIII-a (gazele inerte). În tablou se poate de asemenea prezenta caracterul general al grupei şi al perioadei ţinînd seama de structura electronică.

Tabelul 4

$n-2$	$f^1 \ldots\ldots f^{14}$	Lantanide şi actinide
$n-1$	$d^1 \ldots\ldots d^{10}$	Grupe secundare
n	$s^1 s^2 \longrightarrow p^1 \ldots\ldots p^6$	Grupe principale

Ca urmare a acestei propuneri se vor studia elementele plecînd de la grupa VIII-a la grupa I-a, după aceea elementele *d* şi apoi elementele *f*.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie generală

BIBLIOGRAFIE

1. Neniţescu C., *Chimie generală*, Buc., 1949, pp. 762, 791—792.
2. Nekrasov B. V., *Chimie generală*, Edit. tehn., Buc., 1955, (trad. din l. rusă).
3. Glinka N. L., *Chimie generală*, Edit. tehn , Buc., 1958, (trad. din l. rusă).
4. Goldanski V. I., *Elemente noi în sistemul periodic al lui Mendeleev*, Edit. tehn., Buc., 1957, (trad. din l. rusă).
5. Cernătescu R., *Tratat elementar de chimie generală*, Iaşi, Lit. Inst. polit., 1948.
6. Pascal P., *Chimie générale*, t. I, Paris, Masson & Cie, 1949.
7. Gallais F., *Chimie minérale théorique et expérimentale*, Paris, Masson & Cie, 1957.
8. Spolski R. V., *Fizica atomică*, t. I şi II, Edit. tehn., Buc., 1954.
9. Erdey-Grüz T. şi Schay G., *Chimie fizică teoretică*, t. I, Edit. tehn. Buc., 1957, (trad. din l. maghiară).
10. Remy H., *Lehrbuch der anorganischen Chemie*, Bd. I, Geest & Portig, Leipzig, 1940.
11. Ephraim's, *Inorganic Chemistry*, Oliver a. Boyd, London-Edinburgh, 1954.
12. Sanielevici A. şi Bogdan D, *Structura nucleului atomic şi tranziţiile radioactive*, Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1958.

О РАСПОЛОЖЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ ПЕРЕХОДА В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ЭЛЕМЕНТОВ

(Резюме)

В работе предлагается изменение в расположении элементов перехода в периодической системе Менделеева. Эти элементы группируются по способу их образования, что дает возможность распределения их по четырем семействам *d* (3*d*, 4*d*, 5*d*, 6*d*). Подобным образом предлагается группировка лантанидов и актинидов на два семейства *f* (4*f* и 5*f*) происходя от 5*d* и 6*d*.

Преимущество этого изменение заключается в том, что элементы перехода, благодаря отражению производящемуся известными двумя электронами *s* обладают одинаковыми свойствами. Изменения их основных свойств зависят не столько от числа электронов, сколько от способа их группировки. Так, например, удельный вес (табл. 1), температура плавления (табл. 2), максимальная и минимальная валентности (табл. 3) — меняются в зависимости от группы *d* или группы *f* и непарного числа электронов.

Эти свойства особенно ясно проявляются в семействе лантанидов, которое и группируется на основании общих свойств подчеркнутых более сильным эффектом отражения.

Эти группы элементов располагаются после элементов группы II, будучи направлены другими координатами нежели элементы главных групп *p*.

SUR LA POSITION DES ÉLÉMENTS DE TRANSITION DANS LE SYSTÈME PÉRIODIQUE

(Résumé)

On propose une modification de position des éléments de transition dans le système périodique de Mendéléjeff. Le ragroupement de ces éléments selon leur mode de constitution conduit quatre familles *d* (3*d*, 4*d*, 5*d* et 6*d*). D'une manière analogue on propose de grouper les lanthanides et les actinides en deux familles *f* (4*f* et 5*f*) qui dérivent de 5*d* et 6*d*.

Quant à l'avantage qu'on en déduit, celui-ci consiste dans le fait que les éléments de transition possèdent les mêmes propriétés grâce à la reflexion causée par les deux électrons connus *s*. Les modifications de leurs propriétés fondamentales dépendent du mode de ragroupement de leurs éléctrons beaucoup plus que du nombre de ceux-ci.

Par exemple, le poids spécifique (tabl. 1), la température (tabl. 2), les valences maximale et minimale (tabl. 3) varient en fonction du groupe *d* on bien *f* de même que du nombre impaire d'électrons. C'est pour la famille de lanthanides, qu'on ragroupent selon les propriétés connues renforcées par le phénomène de reflexion plus intense, que s'extériorisent ces propriétés d'une manière des plus nettes.

On situe ces groupes d'éléments à la suite des éléments du groupe II et on les indique par d'autres coordonnées que celles des éléments des groupes principaux *p*.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

620.193.7

STUDIUL AGRESIVITĂŢII SOLULUI PE TRASEUL CONDUCTEI DE ADUCŢIUNE A APEI ÎN ORAŞUL IAŞI

Nota II

DE

TIBERIU GOLGOŢIU, SIMION SAVENCU, JULIETA LINDE, IANCU HÎNCU, ANGELA LUCA şi I. ANTONESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 26—29 iunie 1958

Pe măsura dezvoltării tehnicii, problemele coroziunii şi protecţiei metalelor capătă o importanţă deosebită din punct de vedere al economiei naţionale.

Dintre primii cercetători în domeniul coroziunii citäm pe V. A. Kistiakovski şi N. A. Izgarîşev, care au studiat activitatea metalelor încă din anul 1913.

Printre contribuţiile cele mai importante în domeniul coroziunii metalelor se situează lucrările lui G. A. Akimov, N. D. Tomaşev, I. N. Franţevici, V. A. Pritula şi alţii.

Ca o continuare a lucrării anterioare [1] colectivul şi-a propus să studieze problema coroziunii conductelor subterane, în condiţiile de sol şi climaterice din ţara noastră. Studiile au fost întreprinse asupra conductei de alimentare cu apă a oraşului Iaşi.

În condiţiile noastre de lucru, în vederea stabilirii gradului de coroziune a solului pe traseul conductei, înainte de montarea acesteia, cercetările au fost rezumate la următoarele determinări: a) rezistivitatea, respectiv conductibilitatea solului, b) agresivitatea solului, c) pH-ul solului, d) analize chimice parţiale efectuate asupra anionilor ce pot da produşi solubili.

Determinările de potenţial nu s-au putut face întrucît lucrarea prezentă s-a executat înainte de montarea conductei, în scopul indicării mijloacelor optime de protecţie. Se va urmări în timp valoarea potenţialului pe traseul conductei.

Determinarea mărimii acestor factori se face prin metode specifice şi numai un ansamblu de asemenea date poate permite fixarea unor concluzii cît mai apropiate de realitate.

Pentru determinarea acestor valori s-au luat probe de sol de la adîncimea conductei la distanţe ce variază între 50 şi 300 m; determi-

nările de rezistivitate a solului au fost executate la distanțe variind între 20 și 200 m.

Pentru determinarea agresivității corozive a solului, pe traseul conductei, s-a folosit metoda A. Bibillo [2], întrebuințînd eprubete confecționate din materialul conductei prin returnare, cu următoarele dimensiuni: lungimea = 100 mm, diametrul exterior = 19 mm și diametrul interior = 9 mm.

Metoda folosită pentru stabilirea rezistivității solului a fost aceea a lui Chépard [3], care constă în determinarea rezistenței unei porțiuni de sol cuprinsă între doi electrozi așezați la o distanță de 20 cm unul față de celălalt (distanță constantă pentru toate determinările) și avînd o suprafață bine determinată; electrozii, de formă conică, prelungiți cu tije metalice, izolate, de 1,5 m, s-au înfipt în sol la adîncimea necesară, adăugîndu-se și cîte 50 ml apă distilată cu 30 secunde înaintea fiecărei determinări. Pentru măsurători s-a folosit o punte R.F.T. de proveniență germană. În funcție de rezistența măsurată s-a calculat apoi valoarea rezistivității solului în $\Omega m^2/m$, folosind formula $\varrho = RA/l$. pH-ul s-a determinat potențiometric cu un aparat de tip L.P. 5, făcîndu-se o suspensie formată din 40 g pămînt fin măcinat cu 100 ml soluție KCl 0,1*N*.

Ca analize chimice s-a dozat sulful total după metoda Lunge [2], acizii humici după metoda indicată de C. Macarovici [5] și clorul [2].

Rezultatele sînt prezentate în tabelul 1.

Folosind clasificările solurilor după Al. Bibillo (*loc. cit.*), funcție de rezistivitate și agresivitate, se obțin următoarele zonificări:

între punctele 1 A	...11	agresivitate periculoasă,
între punctele 11	...23	agresivitate medie,
între punctele 23	...32	agresivitate periculoasă,
între punctele 32	...46	agresivitate periculoasă,
între punctele 46	...52	agresivitate medie,
între punctele 52	...57	agresivitate periculoasă,
între punctele 57	...73B	agresivitate foarte periculoasă — periculoasă,
între punctele 73 B	...82	agresivitate periculoasă,
între punctele 82	...90	agresivitate foarte periculoasă.

Prin compararea și a celorlalte rezultate obținute (pH, acizi humici, sulf total) se constată, funcție de valorile rezistivității și agresivității, următoarele:

a) procentul de sulf total nu urmărește fidel valorile rezistivității; determinarea lui s-a făcut ținînd seama de influența ce o poate avea asupra instalațiilor ce au necesitat folosirea cimentului;

b) procentele de acizi humici de asemenea nu dau o indicație precisă și concordantă cu celelalte date;

c) valoarea pH-ului nu a dat rezultate concludente în condițiile normale de sol;

d) s-a efectuat și determinarea potențialului linie tramvai — sol pe porțiunile paralele cu traseul conductei, ale cărui valori variază între — 0,4 și + 3 V; aceste date vor fi verificate, urmărite în timp și interpretate o dată cu studiul potențialului conductei, ce se va efectua pe tot traseul, funcție de timp și umiditatea solului.

Tabelul 1

Nr. crt.	Proba sol	Adîncimea m	Rezistivitatea Ω m²/m	Pierderea în greutate 100 E/S	pH	Sulful %	Acizi humici gr. sol. %
1	1A	0,2	9,0	5,42	7,15	—	—
2	1B	1,2	7,4	4,26	7,40	—	—
3	1C	4,5	4,0	9,62	6,7	0,011	—
4	1D	5,0	3,1	—	—	—	—
5	2	1,5	8,9	—	—	—	—
6	3	1,5	8,2	—	—	—	—
7	4	1,5	5,3	—	—	—	—
8	5	1,5	7,5	5,85	7,55	0,014	—
9	6	1,5	7,4	—	—	—	—
10	7	1,5	8,8	5,36	7,55	0,036	—
11	8	1,5	13,7	—	—	—	—
12	9	1,5	15,0	—	—	—	—
13	10	1,5	12,0	—	—	—	—
14	11	1,5	10,2	2,77	7,40	0,011	0,1936
15	12	1,5	9,8	—	—	—	—
16	13	1,5	10,0	—	—	—	—
17	14	1,5	6,0	4,94	7,65	0,017	—
18	15	1,5	5,0	—	—	—	—
19	16	1,5	9,3	—	—	—	—
20	17	1,5	5,5	—	—	—	—
21	18	1,5	5,4	—	—	—	—
22	19	1,5	7,9	2,50	7,70	0,016	—
23	20	1,5	9,0	2,30	7,60	—	—
24	21	1,5	6,8	—	—	—	—
25	22	1,5	6,8	—	—	—	—
26	23	1,5	7,8	3,61	7,65	0,023	—
27	24	1,5	7,8	—	—	—	—
28	25	1,5	7,9	—	—	—	—
29	26	1,5	11,3	7,54	7,30	0,043	—
30	27	1,5	6,0	—	—	—	—
31	28	1,5	10,0	—	—	—	—
32	29	1,5	9,5	—	—	—	—
33	30	1,5	3,0	5,28	7,30	0,035	—
34	31	1,5	6,7	—	—	—	—
35	32	1,5	6,2	5,32	7,50	0,023	—
36	33	2,5	5,5	—	—	—	—
37	34	2,5	3,2	—	—	—	—
38	35	2,5	3,3	—	—	—	—
39	36	2,5	15,2	8,61	7,30	0,024	0,0635
40	37	2,5	8,0	—	—	—	—
41	38	2,5	5,5	—	—	—	—
42	39	1,5	2,66	5,78	7,35	0,0143	0,0878
43	40	1,5	3,5	—	—	—	—
44	41	1,5	3,7	—	—	—	—
45	42	2,0	3,8	6,90	7,20	0,015	1,6691
46	43	2,0	2,1	—	—	—	—
47	44	2,0	4,1	—	—	—	—
48	45	2,0	5,1	6,86	7,15	0,016	0,2320
49	46	2,0	7,4	4,55	7,30	0,012	0,1772
50	47	2,0	7,6	4,65	7,30	0,019	0,07038
51	48	2,0	11,2	—	—	—	—
52	49	2,0	14,0	4,37	7,10	0,034	0,3656
53	50	2,0	15,6	—	—	—	—
54	51	2,0	10,8	—	—	—	—
55	52	2,25	14,0	3,87	7,50	0,019	0,1412
56	53	2,0	12,0	—	—	—	—
57	54	2,0	7,0	—	—	—	—
58	55	2,0	6,8	5,70	7,10	0,011	2,1392
59	56	2,0	14,8	—	—	—	—
60	57	2,0	15,2	5,079	7,50	0,012	0,0123
61	58A	4,5	5,4	5,92	7,60	—	—
62	58B	2,5	2,8	5,52	7,60	0,04531	0,1766
63	58C	1,0	—	—	7,40	—	—
64	58D	0,2	8,0	4,71	7,30	—	—
65	59	1,5	2,7	—	—	—	—
66	60	1,5	3,9	11,44	6,90	0,06866	—
67	61	1,5	2,9	—	—	—	—
68	62	1,5	3,5	—	—	—	—
69	63	1,5	5,3	9,01	7,20	0,0901	—
70	64	1,5	3,8	—	—	—	—
71	65	1,5	3,2	9,42	7,10	0,0453	0,1527
72	66	1,5	4,6	—	—	—	—
73	67	1,5	2,9	—	—	—	—
74	68	1,5	5,2	—	—	—	—
75	69	1,5	4,8	—	—	—	—
76	70	1,5	8,6	8,80	7,70	0,0453	—
77	71	1,5	7,9	—	—	—	—
78	72	1,5	3,5	7,28	7,80	—	—
79	73A	3,4...5	6,4	5,25	7,80	0,025206	—
80	73B	1,0...1,2	—	4,22	7,9	—	—
81	74A	3,0	9,6	6,13	7,35	0,157	0,0908
82	74B	0,6	—	6,56	7,45	—	0,0262
83	74C	0,2	—	5,75	7,80	—	0,0477
84	75	3,0	0,8	—	—	—	—
85	76	3,0	18,8	—	—	—	—
86	77	3,0	6,5	—	—	—	—
87	78	2,5	6,5	6,31	7,20	0,03987	0,0314
88	79	2,5	9,4	—	—	—	—
89	80	2,5	6,5	—	—	—	—
90	81	2,5	5,6	9,41	7,60	0,1002	0,0881
91	82	2,5	4,7	—	—	—	—
92	83	2,5	5,6	9,13	7,35	0,1181	0,1496
93	84	2,75	2,4	9,92	7,75	0,1524	0,3099
94	85	2,5	3,5	—	—	—	—
95	86	2,2	2,2	8,33	7,60	0,06315	0,0820
96	87	2,5	6,7	—	—	—	—
97	88	2,0	6,0	6,75	6,75	0,0110	0,1190
98	89	3,0	4,0	7,62	6,20	0,0143	0,0031
99	90	4,0	6,2	7,53	6,30	0,0250	0,0315

Tabelul 1

Nr. crt.	Proba nr.	Adîncimea metri	Reziduu %	Pierderea la greutate %	pH	Sodiu	Acizi humici gr. sol. %
1	1A	0,2	80	5,12	7,35	—	—
2	1B	1,2	—	1,87	7,30	—	—
3	1C	2,4	—	0,92	7,2	0,011	—
4	1D	3,0	—	—	—	—	—
5	1E	3,2	—	—	—	—	—
6	1F	4,0	—	—	—	—	—
7	1G	5,0	—	—	—	—	—
8	1H	6,0	—	—	—	—	—
9	1I	7,0	—	5,0	7,25	0,014	—
10	1J	8,0	—	5,81	7,25	0,020	—
11	1K	9,0	—	—	—	—	—
12	1L	10,0	—	—	—	—	—
13	2	1,0	90	4,77	7,30	—	—
14	2A	1,2	10,2	3,77	7,40	0,011	0,031
15	2B	2,0	—	—	—	—	—
16	2C	3,0	—	—	—	—	—
17	2D	4,0	—	—	—	—	—
18	2E	5,0	—	—	—	—	—
19	2F	6,0	—	—	—	—	—
20	2G	7,0	—	—	—	—	—
21	2H	8,0	—	—	—	—	—
22	2I	9,0	—	—	—	—	—
23	2J	10,0	—	—	—	—	—
24	2K	11,0	—	—	—	—	—
25	2L	12,0	—	—	—	—	—
26	3	1,0	100	4,77	7,30	0,023	—
27	3A	1,2	—	—	—	—	—
28	3B	2,0	—	—	—	—	—
29	3C	3,0	—	—	—	—	—
30	3D	4,0	—	—	—	—	—
31	3E	5,0	—	—	—	—	—
32	3F	6,0	—	—	—	—	—
33	3G	7,0	—	—	—	—	—
34	3H	8,0	—	—	—	—	—
35	3I	9,0	—	—	—	—	—
36	3J	10,0	—	—	—	—	—
37	3K	11,0	—	—	—	—	—
38	3L	12,0	—	—	—	—	—
39	4	1,0	80	5,12	7,35	—	—
40	4A	1,2	—	—	—	—	—
41	4B	2,0	—	—	—	—	—
42	4C	3,0	—	—	—	—	—
43	4D	4,0	—	—	—	—	—
44	4E	5,0	—	—	—	—	—
45	4F	6,0	—	—	—	—	—
46	4G	7,0	—	—	—	—	—
47	4H	8,0	—	—	—	—	—
48	4I	9,0	—	—	—	—	—
49	4J	10,0	—	—	—	—	—
50	4K	11,0	—	—	—	—	—
51	4L	12,0	—	—	—	—	—
52	5	1,0	90	4,77	7,30	0,020	—
53	5A	1,2	—	—	—	—	—
54	5B	2,0	—	—	—	—	—
55	5C	3,0	—	—	—	—	—
56	5D	4,0	—	—	—	—	—
57	5E	5,0	—	—	—	—	—
58	5F	6,0	—	—	—	—	—
59	5G	7,0	—	—	—	—	—
60	5H	8,0	—	—	—	—	—
61	5I	9,0	—	—	—	—	—
62	5J	10,0	—	—	—	—	—
63	5K	11,0	—	—	—	—	—
64	5L	12,0	—	—	—	—	—
65	6	1,0	100	5,0	7,30	0,023	—
66	6A	1,2	—	—	—	—	—
67	6B	2,0	—	—	—	—	—
68	6C	3,0	—	—	—	—	—
69	6D	4,0	—	—	—	—	—
70	6E	5,0	—	—	—	—	—
71	6F	6,0	—	—	—	—	—
72	6G	7,0	—	—	—	—	—
73	6H	8,0	—	—	—	—	—
74	6I	9,0	—	—	—	—	—
75	6J	10,0	—	—	—	—	—
76	6K	11,0	—	—	—	—	—
77	6L	12,0	—	—	—	—	—
78	7	1,0	80	5,12	7,35	—	—
79	7A	1,2	—	—	—	—	—
80	7B	2,0	—	—	—	—	—
81	7C	3,0	—	—	—	—	—
82	7D	4,0	—	—	—	—	—
83	7E	5,0	—	—	—	—	—
84	7F	6,0	—	—	—	—	—
85	7G	7,0	—	—	—	—	—
86	7H	8,0	—	—	—	—	—
87	7I	9,0	—	—	—	—	—
88	7J	10,0	—	—	—	—	—
89	7K	11,0	—	—	—	—	—
90	7L	12,0	—	—	—	—	—
91	8	1,0	90	5,12	7,35	—	—
92	8A	1,2	—	—	—	—	—
93	8B	2,0	—	—	—	—	—
94	8C	3,0	—	—	—	—	—
95	8D	4,0	—	—	—	—	—
96	8E	5,0	—	—	—	—	—
97	8F	6,0	—	—	—	—	—
98	8G	7,0	—	—	—	—	—
99	8H	8,0	—	—	—	—	—
100	8I	9,0	—	—	—	—	—
101	8J	10,0	—	—	—	—	—
102	8K	11,0	—	—	—	—	—
103	8L	12,0	—	—	—	—	—
104	9	1,0	80	5,12	7,35	—	—
105	9A	1,2	—	—	—	—	—
106	9B	2,0	—	—	—	—	—
107	9C	3,0	—	—	—	—	—
108	9D	4,0	—	—	—	—	—
109	9E	5,0	—	—	—	—	—
110	9F	6,0	—	—	—	—	—
111	9G	7,0	—	—	—	—	—
112	9H	8,0	—	—	—	—	—
113	9I	9,0	—	—	—	—	—
114	9J	10,0	—	—	—	—	—
115	9K	11,0	—	—	—	—	—
116	9L	12,0	—	—	—	—	—
117	10	1,0	90	5,12	7,35	—	—
118	10A	1,2	—	—	—	—	—
119	10B	2,0	—	—	—	—	—
120	10C	3,0	—	—	—	—	—
121	10D	4,0	—	—	—	—	—
122	10E	5,0	—	—	—	—	—
123	10F	6,0	—	—	—	—	—
124	10G	7,0	—	—	—	—	—
125	10H	8,0	—	—	—	—	—
126	10I	9,0	—	—	—	—	—
127	10J	10,0	—	—	—	—	—
128	10K	11,0	—	—	—	—	—
129	10L	12,0	—	—	—	—	—

În baza clasificării agresivităţii solului pe traseul conductei s-au propus mijloacele de protecţie, folosind metoda electrozilor solubili de aluminiu şi zinc, funcţie de potenţialul normal al acestor elemente.

Se dau următoarele date pentru protecţia cu electrozi de aluminiu sau de zinc:

Agresivitate	f. periculoasă	periculoasă	medie
Aluminiu			
distanţa între electrozi (m)	7	20	50
distanţa conductă-electrod (m)	3	4	6
Zinc			
distanţa între electrozi (m)	5	15	40
distanţa conductă-electrod (m)	3	3,5	5

În continuare datele de mai sus se vor completa cu studii ce se vor efectua şi după acoperirea conductei cu pământ şi vor consta în determinarea potenţialului conductei şi a curenţilor vagabonzi. Aceasta va permite fixarea acelor metode de determinare a agresivităţii solului care se verifică de către valorile potenţialului conductei faţă de sol sau faţă de alte repere, valori ce reflectă în modul cel mai precis intensitatea acţiunii corozive a solului, cu scopul indicării mijloacelor optime de protecţie înainte de montarea conductei.

Aceste concluzii vor permite ca o dată cu proiectarea conductei să se proiecteze şi instalaţiile de protecţie adecvate.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie generală

BIBLIOGRAFIE

1. Savencu S., Golgoţiu T., Luca A., Linde J., Bucur A. şi Hîncu I., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1956, II (VI), *3—4*, pp. 101—104.
2. Bibillo Al., *Probleme de coroziune a reţelelor metalice subterane*, I. D. T., Buc. 1955, pp. 66—76, 59—61.
3. Pritula V. A., *Protecţia catodică contra coroziunii conductelor în pămînt*, I. D. T., Buc., p. 15, (trad. din l. rusă).
4. Macarovici C., *Manual de chimie analitică cantitativă*, Edit. tehn., Buc, 1956, pp. 242—243.

ИЗУЧЕНИЕ АГРЕССИВНОСТИ ПОЧВЫ ПО ТРАССЕ ПИТАЮЩЕГО ВОДОПРОВОДА ГОРОДА ЯСС

Заметка II

(Резюме)

Используя классификацию почв А. Бибилло [2] в зависимости от ее электрического сопротивления и агрессивности, исследуемая трасса была разделена на несколько зон, в которых были произведены соответствующие исследования.

Сравнивая с сопротивлением и агрессивностью почвы полученные опытные данные как например: pH, гуминовые кислоты, серу, хлор, авторы приходят к следующим заключениям:

а) Сопротивление почвы не всегда совпадает с процентным содержанием серы, определение которого было произведено с целью установления агрессивного влияния на металлическую установку водопровода, что, как следствие этого, потребовало в некоторых местах цементную обшивку.

б) То же положение наблюдается и в отношении гуминовых кислот, процентное содержание которых не дает точных указаний совпадающих с другими данными.

в) Значение pH также не привело к окончательным результатам в условиях нормальных почв.

Был также определен и потенциал линии трамвая — почва на участках параллельных трассе водопровода, значения которых вариируют между — 0,4 и + 3 V.

Эти данные будут проверяться в дальнейшем и интерпретироваться одновременно с изучением потенциала водопровода, которое будет производиться на протяжении всей трассы в зависимости от времени и влажности почв.

ÉTUDE DE L'AGRÉSIVITÉ DU SOL LE LONG DU CONDUIT D'EAU DE LA VILLE DE JASSY

Note II

(Résumé)

On a partagé le sol, le long du conduit d'eau, en zones d'après leur degré de résistivité et d'agressivité tout en tenant compte de la clasification des sols selon Bibillo [2]. On a établi les résultats suivants concernant la dépendance des valeurs du pH, des acides humiques, du soufre total et du chlore, de celles de la résistivité et de l'agressivité:

a) Le pourcentage du soufre total ne coïncide pas fidèlement aux valeurs de la résistivité; sa détermination a été faite en tenant compte de l'influence qu'il peut avoir sur les installations qui nécessitent l'emploi du ciment.

b) La valeur du pH n'a pas donné des résultats concluants dans les conditions normales du sol.

c) On a déterminé aussi le potentiel entre les rails de tramway et le sol pour des portions parallèles au conduit d'eau; ses valeurs varient de —0,4 V à +3 V.

On se propose de faire vérifier et d'interpréter dans l'avenir ces données tout en poursuivant l'étude entreprise quant à la variation du potentiel du conduit d'eau en fonction de temps et de l'humidité du sol. On a proposé enfin, tout en tenant compte de la classification de l'agressivité du sol le long du conduit d'eau, l'introduction des moyens de protection, élaborés dans le cadre de la méthode des electrodes solubles d'aluminium et de zinc, fonction de potentiel normal de ces éléments.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

549.75

GEOCHIMIA FOSFORULUI ÎN R.P.R.

Nota III

FOSFORUL ÎN ROCILE DIN FLIŞUL CARPAŢILOR ORIENTALI (VALEA TARCĂULUI ŞI VALEA HUMORULUI)

DE

CORNELIA BOTEZ şi LIVIU IONESI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

În studiul geochimiei fosforului în R.P.R., M. Savul şi C. Botez [1], [2] s-au ocupat de procesele de concentrare şi circulaţie a fosforului în rocile magmatice şi biolite.

Deoarece numeroase concentraţii de fosfor sînt de natură sedimentară am căutat să cercetăm dacă nu se găsesc astfel de concentraţii şi în rocile de acest fel din Carpaţii orientali. Totodată am urmărit să găsim o serie de regularităţi ce stau la baza distribuţiei şi concentraţiei fosforului în rocile din Fliş, ce ar putea fi importante pentru prognoza acumulărilor mai însemnate de fosfor în aceste tipuri de roci.

În acest scop în lucrarea de faţă am luat în studiu Flişul Carpaţilor orientali şi anume, depozitele paleogene din valea Tarcăului şi depozitele cretacice şi paleogene din valea Humorului.

2. Consideraţiuni geologice

Materialul petrografic cercetat provine din Flişul medio-marginal al Carpaţilor orientali şi anume, din valea superioară a Tarcăului şi din valea Humorului.

În alcătuirea Carpaţilor orientali Flişul ocupă suprafaţa cea mai mare, formînd o unitate structurală importantă, care se dezvoltă la est de unitatea centrală cristalino-mezozoică, pînă la marginea reliefului muntos, unde ia contact cu zona neogenă.

Flişul reprezintă sedimente acumulate în geosinclinalele de la marginea lanţurilor muntoase pe cale de formare, adică sedimente depuse concomitent cu fenomenele de oro-

geneză. Depozitele de Fliş prezintă o serie de caracteristici care le deosebesc de sedimentele formate pe platformele înecate. Se formează în primul rînd depozite detritice, reprezentate prin argile, marne, gresii şi conglomerate, dispuse în succesiuni repetate de strate pelitice şi grezoase, foarte uniforme pe grosimi de sute sau chiar mii de metri (de exemplu gresia de Tarcău, Fusaru, Kliva). Uneori repetarea este foarte deasă, în sensul că alternează marno-argile şi gresii în strate subţiri centimetrice (de exemplu stratele de Plopu, stratele de Bisericani). De asemenea depozitele de Fliş se caracterizează prin prezenţa hieroglifelor, a texturilor curbicorticale şi mai ales a stratificărilor fracţionate (sortate), determinate de curenţi de turbiditate.

Ca vîrstă rocile provenite din valea superioară a Tarcăului, de pe pîrîul Bolovăniş, aparţin Paleogenului (Eocen şi Oligocen) în facies de Tarcău şi Fusaru, iar cele din valea Humorului, Cretacicului superior şi Paleogenului, în facies marginal. Dacă în timpul Cretacicului superior, în cuprinsul Flişului medio-marginal, sedimentarea a fost relativ uniformă, în acest timp depunîndu-se stratele cu Inocerami (strate de Hangu), în timpul Paleogenului apar deosebiri importante de facies, se separă arii de sedimentare diferite, una în partea vestică, în care se formează mai ales depozite grezoase ce conţin multă mica (gresia de Tarcău şi gresia de Fusaru) şi o altă arie în est, în care se depun în acelaşi timp depozite grezo-calcaroase, diferite de cele din partea vestică. Între aceste două faciesuri, cunoscute sub numele de m e d i a n (în vest) şi m a r g i n a l (în est), există o zonă de influenţe dintr-o parte şi alta, adică un facies i n t e r m e d i a r.

Rocile provenite din valea superioară a Tarcăului, anume de pe pîrîul Bolovăniş, se situează în faciesul vestic sau m e d i a n (Tarcău-Fusaru), iar ca vîrstă aparţin Eocenului şi Oligocenului.

E o c e n u l apare dezvoltat în faciesul gresiei de Tarcău. În stiva depozitelor atribuite Eocenului se pot separa trei serii litologice distincte: în bază — seria gresiei de Tarcău masive, urmată de seria argiloasă a stratelor de Plopu, iar la partea superioară — stratele de Ardeluţa.

Seria gresiei de Tarcău are o grosime de cca 1 500 m, fiind formată din strate de gresii de Tarcău pînă la 3...4 m grosime. Ca intercalaţii între stratele de gresii se găsesc argile verzui, de la cîţiva centimetri pînă la cîţiva metri grosime. În afară de aceste intercalaţii reduse mai apar şi 3...4 zone argiloase pînă la 20...30 m grosime. Spre baza gresiei de Tarcău apare un nivel de cca. 20 m, de argile roşii, verzi şi pătate, cu intercalaţii de gresii glauconitice.

În continuarea de sedimentare peste gresia de Tarcău masivă, urmează un pachet de argile verzui-cenuşii cu intercalaţii subordonate de gresii subţiri, avînd o grosime de cca 200 m. Aceste argile, denumite de I. B ă n c i l ă [3] strate de Podu Secu, sînt echivalente cu stratele de Plopu [4], [5].

Peste stratele de Podu Secu (Plopu) urmează din nou gresii calcaroase micacee, cu intercalaţii de marne şi marno-calcare verzui cu Globigerine, ce formează un orizont de cca 70 m grosime. Acest complex de roci, denumite strate de Ardeluţa [6], sînt echivalentul gresiei de Lucăceşti.

Cele trei serii litologice corespund la trei faze de sedimentare diferite. Sedimentarea seriei grezoase corespunde unei eroziuni intense, provocată de o activizare orogenetică iar abundenţa micei denotă că materialul terigen provenea în special dintr-un relief de şisturi cristaline. Sortarea materialului în stratele de gresii (*graded bedding*), era determinată de apariţia periodică a curenţilor turbulenţi în urma cărora materialul detritic se deplasa din zona de acumulare spre larg. Mediul marin, în general, nu era prielnic dezvoltării vieţii (lipsa de urme fosile în gresii). Existenţa unor Foraminifere aglutinate găsite în unele intercalaţii argiloase denotă o mare relativ adîncă, cu o temperatură scăzută — la nivelul de sedimentare — şi săracă în carbonat de calciu.

Sedimentarea seriei argiloase (strate de Plopu), presupune crearea unui echilibru de eroziune, menţinerea aceleiaşi adîncimi şi a unei temperaturi scăzute — la nivelul de sedimentare — cît şi lipsa de carbonat de calciu.

O dată cu sedimentarea stratelor de Ardeluţa se produce o schimbare în mediul marin, adîncimea devine mai mică, temperatura se ridică, carbonatul de calciu poate precipita, fapt ce duce la apariţia de marne şi marno-calcare. De asemenea apar Foraminifere cu test calcaros (Numuliţi şi Discocycline şi numeroase Globigerine).

În baza O l i g o c e n u l u i se întîlnesc roci cu caracter uşor bituminos, cum sînt marnele cenuşii bituminoase şi argilele disodiliforme. Formarea acestor roci presupune apariţia unui facies nou geochimic în domeniul de sedimentare a Flişului, prin crearea

unui mediu mai mult sau mai puţin anaerob. În faciesul median, mai apropiat de ţărm, procesul de bituminizare era incomplet, datorită unei aerări parţiale a fundului marin, ce producea o oxidare în mare parte a substanţei organice. Aşa se poate explica formarea argilelor disodiliforme, care faţă de disodilele din faciesul marginal sînt numai în mică parte bituminoase, în rest apar ca argile şistoase cu abundenţi oxizi de fier. Abundenţa bioxidului de carbon rezultat de pe urma oxidării substanţelor organice a dus probabil la formarea carbonaţilor de fier, adică la apariţia lentilelor de calcare sideritice intercalate în argilele disodiliforme.

După depunerea acestor roci, în general pelitice, cu intercalaţii cu totul reduse de gresii, urmează o perioadă de sedimentare cu un caracter detritic nisipos, din care vor rezulta gresiile micacee, uşor calcaroase, de Fusaru, în grosime de peste 500 m. Ca intercalaţii între stratele de gresii de Fusaru, în partea inferioară a orizontului se găsesc argile disodiliforme şi rar concreţiuni sideritice, ceea ce presupune existenţa aceluiaşi facies geochimic reducător. Spre partea superioară apar însă intercalaţii de marne cenuşii-albicioase între stratele de gresii.

Rocile provenite de pe valea Humorului şi anume de pe pîrîul Larga, Lunga şi Stoineasa Mică, aparţin faciesului m a r g i n a l iar ca vîrstă reprezintă Cretacicul superior (Senonianul), Eocenul şi Oligocenul.

În timpul C r e t a c i c u l u i s u p e r i o r (Senonian) sedimentarea este relativ uniformă; în acest timp s-au format aşa numitele strate cu Inocerami sau stratele de Hangu, reprezentate prin gresii calcaroase glauconitice, gresii micacee, argile şi mai ales marne cu Fucoide. Se presupune că în acest timp geosinclinalul Flişului era sub influenţa apelor boreale reci. Prezenţa unor organisme cum sînt Inoceramii ar confirma acest lucru, denotînd de asemenea şi existenţa unor adîncimi reduse.

Sedimentarea în E o c e n a fost mult mai variată, se formează roci de tipuri diferite, ceea ce duce la separarea în depozitele eocene a mai multor serii litologice distincte (v. tabelul 2). Totuşi, în procesul de sedimentare din Eocen se desting două faze diferite. Prima fază durează începînd cu orizontul microconglomeratelor cu Lithothamnium şi pînă la gresiile glauconitice de la partea superioară a calcarelor de Pasieczna. În acest interval de timp sedimentarea are un caracter grezo-calcaros. Faţă de Cretacic apele devin mult mai calde, ceea ce favorizează depunerile de calcar. Prezenţa Lithothamniumului şi a Foraminiferelor mari, pe lîngă că confirmă existenţa apelor calde, denotă şi o adîncime redusă a geosinclinalului.

A doua fază de sedimentare, reprezentată prin orizontul de argile roşii, verzi şi stratele de Bisericani, se caracterizează, în contrast cu prima, printr-un caracter net argilos. Este posibil ca sedimentarea acestor depozite să corespundă unei afundări nu prea mari a geosinclinalului şi unei sedimentări mai liniştite.

La începutul O l i g o c e n u l u i se produce o schimbare în geosinclinalul Flişului, apar condiţii de sedimentare particulare, deoarece se formează un mediu de acumulare neoxidat, puternic reducător, cu mult hidrogen sulfurat. Mediul anaerob permite transformarea materiei organice provenite din microorganisme, în substanţe bituminoase. Sedimentarea este liniştită şi bazinul nu prezintă o adîncime mare. În aceste condiţii se formează marnele bituminoase şi şisturile disodilice, roci mame de petrol.

Spre partea superioare a Oligocenului se depune gresie de Kliva, gresie net silicioasă, lipsită de mica.

3. Date experimentale

Pentru cercetarea conţinutului de fosfor în depozitele din Fliş am folosit 122 probe luate din diferite orizonturi. Acestor probe li s-a determinat conţinutul în P_2O_5, Fe_2O_3, CO_2, parţial cel în SiO_2, Al_2O_3 şi CaO, cît şi unele constante fizico-chimice, ca de exemplu pH-ul, care pot explica o serie de procese în legătură cu geochimia fosforului în aceste formaţii.

Ca metodă de analiză pentru dozarea fosforului în rocile silicioase ne-am servit de metoda colorimetrică indicată de V. F l e p s, B. S i m o şi L. E r d e y [7] şi modificată de D. N. F o g g şi N. T. W i l k i n s o n [8], folosind pentru reducerea fosfomolibdatului, acid ascorbic solid.

Colorimetrarea s-a făcut la un fotocolorimetru sovietic FEK-M cu filtru roşu. Pentru probele cu conţinut mai ridicat de Fe_2O_3 s-a folosit metoda gravimetrică indicată de A. I. Ponomarev [9].

Fierul s-a determinat atît colorimetric, prin metoda recomandată de P. I. Vasiliev [10] cu acid sulfosalicilic, cît şi volumetric, după metoda clasică cu permanganat.

Bioxidul de carbon s-a determinat gravimetric prin metoda directă indicată de E. V. Alexeevski, R. K. Golţ şi A. P. Musakin [11], iar pH-ul s-a determinat electrometric, în suspensii apoase.

Rezultatele determinărilor sînt date în tabelele 1 şi 2.

Din aceste date analitice se constată că fosforul are, în general, o distribuţie clarkeică, conţinutul variind între 0,01 % şi 0,352 % P_2O_5. O valoare cu totul excepţională apare la o argilă marnoasă din valea Humorului (pîrîul Larga), unde conţinutul de fosfor atinge concentraţiile din fosforite şi anume, de 11,82 % P_2O_5.

Conţinutul de CO_2, exprimat în $CaCO_3$, determină tipul de rocă, ţinînd seama de schema clasificării rocilor carbonatate grezoase şi carbonatate argiloase dată de I. G. Vişneakov, cît şi de aspectul macroscopic. Din valorile obţinute se constată că gresiile de Tarcău şi Fusaru sînt foarte sărace sau aproape lipsite de $CaCO_3$, pe cînd cele din valea Humorului sînt gresii slab calcaroase (de exemplu eşantionul *30* cu 11,52 % $CaCO_3$), calcaroase (de exemplu eşantionul *10* cu 32,70 % $CaCO_3$) şi gresii fără $CaCO_3$ (gresia de Kliva).

Marnele sînt destul de variate în ce priveşte conţinutul de $CaCO_3$, acesta variind între 28,70 % şi 85,19 % $CaCO_3$.

Argilele din valea Tarcăului, mai omogene, sînt lipsite de $CaCO_3$, avînd conţinuturi apropiate de SiO_2 şi Al_2O_3, după cum rezultă din tabelul 3.

Argilele din valea Humorului sînt de diferite tipuri, conţinutul în $CaCO_3$ variind între limitele 0,0 % şi 23,17 %.

Tabelul 3

Nr. probei	SiO_2 %	Al_2O_3 %	$CaCO_3$ %
3	59,84	15,57	—
5	54,30	19,78	—
6	56,31	20,50	—
10	56,91	19,64	—
12	55,08	18,78	—
17	55,69	18,48	—
21	54,95	20,47	0,41
26	56,55	17,12	—

Conţinutul de Fe_2O_3 depinde de tipul de rocă. Astfel, la gresii variază între 0,77 % şi 3,72 % Fe_2O_3 cu două cazuri excepţionale la o gresie glauconitică din valea Tarcăului (eşantionul *11*) cu un conţinut de 6,15 % Fe_2O_3 şi o gresie tot din valea Tarcăului, însă din zona argiloasă, cu 8,10 % Fe_2O_3. La marne conţinutul de Fe_2O_3 este cuprins între 2,24 % şi 6,21 % Fe_2O_3, cu valori mai mari, (8,49 % Fe_2O_3) la o marnă vernil din valea Humorului (eşantionul *60*) şi 7,95 % Fe_2O_3 la o marnă din acelaşi orizont cu prima (eşantionul *62*) —orizontul gresiei de Lucăceşti. Argilele se situează în raport cu gresiile şi marnele, la conţinuturi maxime de Fe_2O_3, între 3,32 % şi 9,76 % Fe_2O_3.

Tabelul 1

Valea Tarcăului

Vîrsta depozitului	Orizontul	Nr. orizontului	Nr. probei	Poz. în scara gros. dep.	Denumirea rocii	Locul de colectare	P_2O_5	Fe_2O_3	CO_2	$CaCO_3$	pH
							conţinutul %				
Oligocen superior	Orizontul gresiei de Fusaru	VIII	40	2700	gresie de Fusaru	p. Bolovăniş	0,128	2,50	0,51	1,16	8,48
			39	2600	gresie de Fusaru	idem	0,122	2,55	1,64	3,75	8,55
			38	2500	marnă	idem	0,152	3,45	23,03	52,35	8,65
			37	2500	marnă	idem	0,204	4,25	12,90	29,32	8,60
			36	2400	gresie de Fusaru	idem	0,100	2,52	1,73	3,93	8,03
			35	2300	marno-calcar	idem	0,213	6,21	32,79	74,53	8,80
			34	2300	marnă	idem	0,178	5,00	16,60	37,87	8,30
			33	2200	marnă	idem	0,206	6,00	12,63	28,70	8,35
			32	2150	gresie din zona marnoasă	idem	0,114	2,95	3,78	8,59	8,30
			31	2000	marno-calcar sideritic	idem	0,138	3,70	35,17	79,94	8,90
			30	1950	gresie de Fusaru	idem	0,140	2,15	4,25	8,66	8,05
Oligocen inferior şi mediu	Orizontul argilelor disodiliforme	VII	29	1900	gresie intercalată în argile disodiliforme	p. Bolovăniş	0,130	3,22	2,55	5,79	8,02
			28	1840	marno-calcar sideritic	p. Căşăria	0,134	4,85	37,48	85,19	8,62
			27	1820	gresie intercalată în argilă disodiliformă	p. Bolovăniş	0,118	3,73	—	—	6,55
			26	1800	argilă disodiliformă	idem	0,216	8,00	—	—	3,45
	Orizontul marnelor bituminoase	VI	25	1730	menilit	p.Merişor	0,032	1,25	—	—	7,90
			24	1740	marnă cenuşie bituminoasă	idem	0,147	2,70	18,74	42,59	8,15
Eocen superior	Stratele de Ardeluţa	V	23	1670	microconglomerat	p. Căşăria	0,074	1,10	24,12	54,82	8,65
			22	1680	marno-calcar cu Globigerine	p.Merişor	0,114	2,30	28,81	65,49	8,48
	Stratele de Secu	IV	21	1550	argilă verde	p.Bolovăniş	0,114	6,45	0,18	0,41	8,10
			20	1550	gresie grosieră	idem	0,056	2,00	5,00	11,37	8,80
			19	1500	gresie	idem	0,064	1,70	12,65	28,75	8,65
Eocen inferior şi mediu	Orizontul superior al gresiei de Tarcău	III	18	1400	gresie	p.Bolovăniş	0,064	1,25	0,25	0,57	8,20
			17	1350	argilă verde	idem	0,150	7,60	—	—	8,05
			16	1350	gresie curbicorticală	idem	0,090	4,61	0,97	2,20	8,28
			15	1170	gresie	idem	0,116	2,70	0,51	1,16	7,90
			14	1000	gresie	idem	0,110	2,55	0,58	1,32	8,28
			13	850	gresie în zona argiloasă	idem	0,162	8,10	0,20	0,45	8,42
			12	850	intercalaţie argiloasă	idem	0,176	7,90	—	—	8,05
			11	750	gresie	idem	0,108	2,20	0,09	0,20	8,70
			10	730	intercalaţie argiloasă	idem	0,158	7,60	—	—	7,82
			9	730	gresie din zona argiloasă	idem	0,056	2,70	—	—	7,93
			8	550	gresie de Tarcău	idem	0,117	2,50	0,03	0,07	8,82
			7	350	gresie de Tarcău	idem	0,070	2,05	0,08	0,18	8,99
	Orizontul argilelor roşii şi verzi	II	6	240	argilă verde	p. Bolovăniş	0,144	7,10	—	—	7,95
			5	235	argilă roşie	idem	0,148	8,82	—	—	7,70
			4	230	gresie glauconitică	idem	0,144	6,15	—	—	8,54
	Orizontul inferior al gresiei de Tarcău	I	3	150	intercalaţie argiloasă	p. Bolovăniş	0,162	6,75	—	—	8,22
			2	120	gresie de Tarcău	idem	0,093	2,30	0,72	1,63	8,80
			1	70	gresie de Tarcău	idem	0,070	1,40	9,15	20,79	9,10

Tabelul 2

Valea Humorului

Vîrsta depozitului	Orizontul	Nr. orizontului	Nr. probei	Poz. în scara gros. dep.	Denumirea rocii	Locul de colectare	P_2O_5	Fe_2O_3	CO_2	$CaCO_3$	pH
							conţinutul %				
Oligocen superior	Orizontul gresiei de Kliva	XIII	88	1370	argilă grezoasă	p. Lunga	0,118	7,69	—	—	5,70
			87	1370	gresie de Kliva	idem	0,028	0,89	—	—	4,68
			85	1315	disodile brune	idem	0,128	6,02	—	—	5,35
			84	1280	gresie de Kliva	idem	0,020	0,77	—	—	5,87
			83	1275	argile disodilice negre	idem	0,118	6,07	—	—	3,00
			81	1180	disodile	idem	0,108	3,84	—	—	3,57
			80	1175	gresie de Kliva	idem	0,024	1,15	—	—	6,28
Oligocen inferior şi mediu	Orizontul şisturilor disodilice	XII	79	1145	gresie de Kliva	p. Lunga	0,030	1 11	—	—	4,20
			78	1145	disodile	idem	0,176	4,57	—	—	3,25
			77	1110	argilă marnoasă	idem	0,153	6,30	10,2	23,17	6,82
			75	1085	disodile şistoase	idem	0,200	6,92	—	—	2,70
			73	1060	argile disodilice negre	idem	0,248	7,94	—	—	6,40
			72	1050	disodile cu impresiuni de peşti	idem	0,110	5,85	—	—	2,70
	Orizontul marnelor bituminoase	XI	70	1010	marnă argiloasă bituminoasă	p. Larga	0,344	2,24	20,50	46,59	8,40
	Orizontul menilitelor	X	69	995	argilă silicefiată	p. Larga	0,128	4,99	—	—	3,35
			67		menilit negru	idem	0,044	0,89	—	—	8,25
			66		gresie de Kliva	idem	0,016	1,49	—	—	3,38
			65		argilă marnoasă	idem	0,352	2,07	8,84	20,09	7,63
Eocen superior	Orizontul gresiei de Lucăceşti	IX	64	970	gresie de Lucăceşti	p. Larga	0,010	0,83	—	—	4,42
			63		marnă argiloasă	idem	0,116	4,61	16,10	36,59	7,42
			62		marnă	idem	0,135	7,95	30,10	68,42	8,30
			61		gresie slab calcaroasă glauconitică	idem	0,043	2,13	4,88	11,09	8,40
			60	950	marnă vernil	idem	0,133	8,49	30,90	70,23	8,38
	Strate de Bisericani	VIII	59	940	argilă verde	p. Larga	0,183	6,48	—	—	8,02
			58	905	argilă marnoasă	idem	11,820	3,32	10,10	22,95	8,00
			57	900	argilă	idem	0,168	7,40	—	—	8,10
			56	850	argilă marnoasă	idem	0,072	4,77	4,29	9,75	7,98
			55	820	gresie micacee	idem	0,058	3,72	2,07	4,70	7,85
			54	815	argile slab calcarcase	idem	0,073	4,90	3,35	7,61	7,98
			53	795	argile casante cu pete de oxizi	idem	0,074	5,65	—	—	8,07
			52	775	gresie micacee	idem	0,063	3,32	0,85	1,93	8,20
			51	775	argilă verzuie	idem	0,063	4,95	0,41	0,93	8,15
			50	750	argilă cenuşie	idem	0,098	6,92	—	—	8,30
			49	750	gresie micacee	idem	0,072	3,59	—	—	8,22
			48	735	argile albăstrui	idem	0,078	6,48	—	—	8,22
	Orizontul argilelor roşii şi verzi	VII	47	730	microconglomerat	p. Larga	0,152	2,23	10,74	24,41	8,80
			46		argilă roşie şi verde	idem	0,183	8,88	—	—	8,47
			45		marnă vernil	idem	0,140	2,69	24,57	55,84	8,20
			44		argilă roşie vişinie	idem	0,206	9,76	—	—	8,15
	Orizontul gresiilor glauconitice	VI	43	710	gresie slab calcaroasă glauconitică	p. Larga	0,075	2,32	9,35	21,25	8,32
			42		gresie	idem	0,083	2,86	7,19	16,32	8,40
			41		gresie calcaroasă	idem	0,119	3,28	18,87	42,83	8,30
			40		argilă verde	idem	0,088	4,59	—	—	8,38
Eocen inferior şi mediu	Orizontul calcarului de Pasieczna	V	39	700	microconglomerat	p. Larga	0,218	2,91	14,39	32,66	8,20
			38		schailluri menilitice	idem	0,038	1,05	5,13	11,64	8,99
			37		calcar	idem	0,068	1,97	16,71	37,93	8,50
			36		calcar	idem	0,044	1,07	27,11	61,53	8,70
			35		argilă verde	idem	0,098	4,81	—	—	8,38
			34	675	calcar	idem	0,043	1,07	26,17	59,20	8,85
	Orizontul calcaro-grezos	IV	33	667	gresie slab calcaroasă micacee	p. Stoineasa Mică	0,060	2,73	3,08	7,00	8,70
			32	655	gresie kliviformă	idem	0,056	1,97	1,06	2,40	9,40
			31	630	calcar grezos	idem	0,066	1,81	31,17	70,75	8,90
			30	630	gresie slab calcaroasă	idem	0,059	1,64	5,07	11,52	8,77
			29	605	calcar slab grezos	idem	0,066	1,54	37 42	85,09	8,65
			28	570	argilă verde	idem	0,148	6,78	—	—	8,00
			27	555	calcar grezos glauconitic	idem	0,063	2,41	26,35	59,01	8,62
			26	555	gresie calcaroasă	idem	0,198	3,72	18,08	41,07	8,59
			25	500	gresie kliviformă slab calcaroasă	idem	0,058	1,51	3,42	7,77	8,75
			24	495	gresie glauconitică	idem	0,059	1,98	0,32	0,72	8,58
			23	465	calcar slab grezos	idem	0,062	1,71	36,41	82,79	8,88
			22	465	gresie glauconitică	idem	0,073	1,83	1,82	4,13	8,62
	Strate de Straja	III	21	450	argilă verde	p. Stoineasa Mică	0,113	5,06	0,05	0,11	8,40
			20	450	gresie calcaroasă glauconitică	idem	0,030	2,15	15,49	35,73	8,70
			19	440	calcar silicefiat	idem	0,070	1,29	7,47	16,68	8,70
			18	420	argilă roşie	idem	0,078	6,24	0,47	1,06	8,27
			17	420	marnă	idem	0,143	3,44	15,47	35,17	8,40
			16	410	argilă roşie	idem	0,103	7,25	0,21	0,48	8,10
			15	410	gresie silicioasă slab calcaroasă	idem	0,106	2,67	6,91	15,71	8,08
	Orizontul microconglomeratelor cu Lithothamnium	II	14	355	argilă verde	p. Humor	0,123	5,49	0,42	0,96	7,90
			13	345	gresie slab calcaroasă glauconitică	idem	0,098	1,76	6,20	14,10	8,70
			12	330	microconglomerat	idem	0,163	3,77	13,42	27,60	8,42
Senonian	Complexul marno-calcarelor cu Fucoide (Strate de (Hangu)	I	11	290	argilă slab calcaroasă	p. Stoineasa Mică	0,131	5,27	4,88	10,99	8,10
			10	290	gresie calcaroasă micacee	idem	0,103	2,37	14,38	32,70	8,52
			9	285	marnă vernil	idem	0,223	2,65	29,08	66,08	8,28
			8	285	marnă	idem	0,153	3,01	28,47	64,74	8,07
			7	225	marnă argiloasă	idem	0,178	3,87	18,41	41,86	8,22
			6	220	marnă	idem	0,160	2,69	31,10	70,72	8,20
			5	195	argilă verde	idem	0,158	6,03	2,26	5,14	8,05
			4	190	gresie calcaroasă glauconitică	idem	0,056	1,72	12,60	28,64	8,50
			3	180	marnă	idem	0,258	2,54	30,45	68,26	8,25
			2	175	gresie slab calcaroasă micacee	idem	0,088	2,80	8,54	19,41	8,40
			1	125	calcar grezos	idem	0,123	2,58	29,04	66,04	8,55

Cele mai mari conţinuturi de Fe_2O_3 se întîlnesc în orizontul de argile roşii şi verzi din baza stratelor de Bisericani.

pH-ul nu variază în limite mari; se constată însă o oarecare deosebire între depozitele din valea Tarcăului şi cele din valea Humorului. În primele, valorile se apropie mai mult de pH = 8...9, cu excepţia argilelor disodiliforme (pH = 3,45), la ultimele existînd orizonturi cu caracter net acid (pH = 2,7...6,82) — acelea din Oligocen — şi orizonturi cu caracter alcalin (pH = 7,42...9,40) — pentru cele din Eocen. Schimbarea de pH corespunde limitei dintre Eocen şi Oligocen.

În valea Tarcăului însă, în Oligocenul superior, pH-ul nu mai este acid ca în faciesul marginal, ci revine la un pH alcalin.

A. D. Sultanov şi I. S. Mustafaev [15] au arătat că valorile pH-ului pot preciza geneza rocilor sedimentare. Astfel, A. D. Sultanov constată că, pretutindeni în rocile sedimentare studiate, la creşterea pH-ului creşte şi conţinutul în carbonat. Pentru calcare se indică un pH = 9...10, iar pentru argile carbonatate pH = 8...9.

În rocile din Flişul medio-marginal se constată de asemenea că pH-ul este mai mare de 8 pentru rocile carbonatate — gresii, marne, argile, calcare — şi că el este în jurul valorii 8 pentru argile pure. Rocile cu conţinut de substanţe bituminoase, care s-au depus în condiţii reducătoare, în prezenţa hidrogenului sulfurat, au caracter net acid, cu pH-ul mai mic decît 7.

4. Consideraţiuni geochimice

a) Distribuţia clarkeică

Pentru a cerceta dacă există o distribuţie regulată a fosforului în cuprinsul profilului geochimic studiat s-au construit diagrame (fig. 1 şi 2) în care s-a trecut pe abscisă concentraţia procentuală de P_2O_5, iar pe ordonată poziţia în scara grosimii depozitelor, exprimată în metri, a fiecărui strat din care s-a luat proba. În diagrame s-au notat prin cifre romane orizonturile la care aparţin probele analizate.

În aceste diagrame se recunoaşte uşor raportul de concentrare al fosforului în tipurile principale de roci: gresii, marne, argile, calcare, ce alcătuiesc depozitele Flişului medio-marginal — valea Tarcăului şi valea Humorului.

Distribuţia fosforului reiese mai evident din diagramele statistice de frecvenţă (fig. 3), în care pe abscisă s-a notat conţinutul de P_2O_5, iar pe ordonată frecvenţa.

După cum se constată din fig. 3 curbele statistice de frecvenţă sînt de tipul asimetric şi corespund unei distribuţii clarkeice pentru conţinutul de P_2O_5.

În ceea ce priveşte maximele de frecvenţă, acestea se situează diferit, existînd totuşi o aceeaşi regularitate evidentă atît pentru valea Tarcăului cît şi pentru valea Humorului, pentru gresii, marne şi argile. Maximele de frecvenţă pentru gresii sînt situate la conţinutul cel mai mic de P_2O_5, urmează apoi argilele, la un conţinut ceva mai ridicat şi marnele, la un conţinut şi mai ridicat.

Cercetînd curbele obţinute pentru valea Humorului (I), se observă că pentru gresii maximul de frecvenţă apare pentru un conţinut de 0,05% P_2O_5, pentru argile—la un conţinut de 0,09% P_2O_5 şi pentru marne

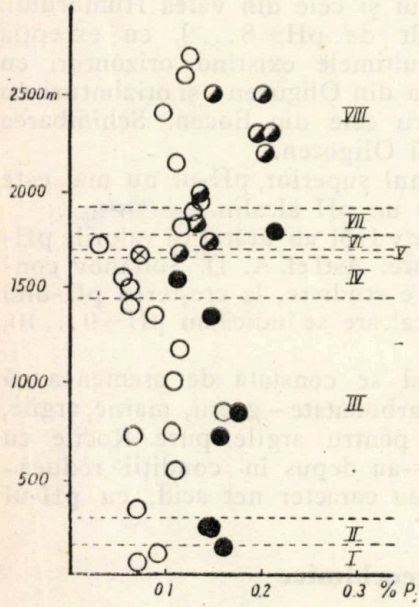


Fig. 1 — Profilul geochimic pentru P_2O_5 (Flişul median).
◑ marne, ○ gresii, ● argile, ⊗ microconglomerate.

la un conţinut de 0,14% P_2O_5. Aceste maxime de frecvenţă nu coincid cu media aritmetică a conţinutului de fosfor pentru fiecare tip de rocă. La gresii media aritmetică este de 0,067% P_2O_5, pentru argile—0,136% P_2O_5, iar pentru marne—0,180% P_2O_5. În general mediile aritmetice au valori mai mari decît acelea corespunzătoare maximelor de frecvenţă.

Cercetînd aceleaşi curbe pentru valea Tarcăului (II) se observă că la gresii maximul de frecvenţă este la un conţinut de 0,11% P_2O_5, la argile este la 0,15% P_2O_5, iar la marne este la un conţinut de 0,20% P_2O_5. Mediile aritmetice pentru cele trei tipuri de roci: gresii, argile şi marne sînt, respectiv, 0,103% P_2O_5, 0,158% P_2O_5 şi 0,165%

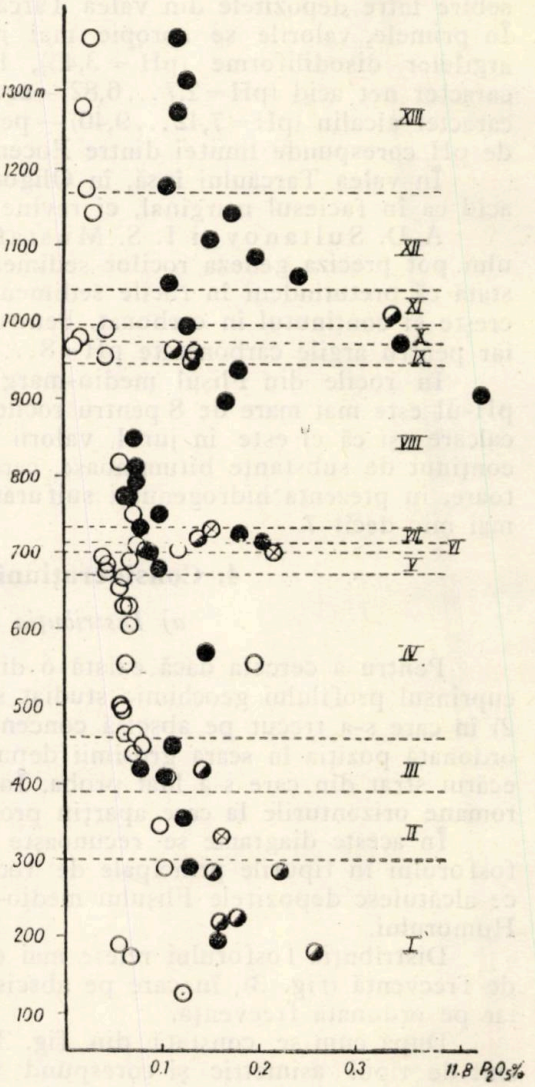


Fig. 2 — Profilul geochimic pentru P_2O_5 (Flişul marginal).
⊙ calcare, ◑ marne, ○ gresii, ● argile, ⊗ microconglomerate.

P_2O_5. Se constată că pentru valea Tarcăului, la gresii şi argile maximele de frecvenţă aproape coincid cu mediile aritmetice; la marne maximul de frecvenţă este situat la valori mult mai mari decît media aritmetică.

În aceeaşi diagramă (fig. 3) s-au construit şi curbele statistice de frecvenţă pentru totalitatea gresiilor, argilelor şi marnelor din cele două porţiuni din Fliş (III). Se constată că maximul de frecvenţă pentru gresii apare la un conţinut de 0,06% P_2O_5, pentru argile la un conţinut de 0,12% P_2O_5, iar pentru marne la un conţinut de 0,13% P_2O_5.

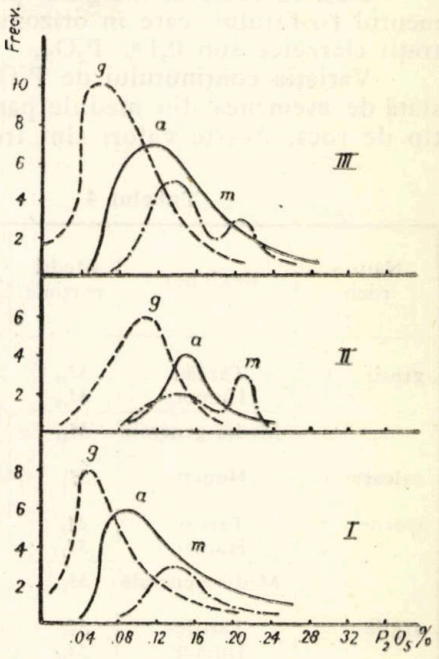


Fig. 3.— Distribuţia clarkeică a fosforului în gresii, marne, argile.
I — valea Humorului, *g* — gresii,
II — valea Tarcăului, *a* — argile,
III — curbe generale, *m* — marne.

Deci, în general, se constată că pentru valea Tarcăului maximele de frecvenţă pentru conţinutul de P_2O_5 în cele trei tipuri de roci se întîlnesc la valori mai ridicate decît pentru valea Humorului. Conţinutul mai mare în carbonat de calciu în unele orizonturi din valea Humorului arată condiţiuni neprielnice pentru concentrarea clarkeică de fosfor. Valorile pH-ului confirmă această ipoteză. După W. C. Krumbein şi R. M. Garrels [12], fosforitul precipită la pH = 7...8, asociat fiind cu silicea, glauconitul etc., pe cînd calcita precipită la un pH mai mare ca 8. În probele analizate de noi se constată valori coborîte pentru fosfor, (sub 0,1% P_2O_5), la acelea care aparţin orizontului calcaro-grezos, orizontului calcarului de Pasieczna, orizontului gresiilor glauconitice calcaroase şi slab calcaroase, stratelor de Bisericani — cu excepţia probei *58* — toate din valea Humorului, unde pH-ul este mai mare ca 8.

K. Rankama şi Th. G. Sahama [13], V. M. Goldschmidt [14], precizează că atît depunerea de $CaCO_3$ cît şi a ionului fosfat nu sînt influenţate de schimbarea potenţialului de oxido-reducere, în limitele în care acesta se întîlneşte în mod practic în natură, însă sînt influenţate de valoarea pH-ului. Solubilitatea fosfaţilor în apa de mare descreşte o dată cu creşterea pH-ului, iar curba lor de solubilitate este în principiu paralelă cu aceea a carbonatului de calciu, cu toate că valorile absolute sînt mult mai mici.

În apa de mare ionul carbonat şi ionul fosfat sînt în echilibru cu acelaşi ion de calciu. Deoarece solubilitatea absolută a fosfatului de calciu este mai mică decît aceea a carbonatului de calciu şi deoarece curbele de solubilitate în funcţie de pH sînt aproape paralele, urmează că, prin

precipitarea cauzată de o creştere a pH-ului în apa de mare saturată cu ambii componenţi va rezulta un sediment compus aproape în întregime din $CaCO_3$, avînd numai urme de fosfat.

Deci în faciesul marginal precipitarea de $CaCO_3$ s-a făcut în detrimentul fosfatului, care în orizonturile calcaroase se întîlneşte în concentraţii clarkeice sub 0,1 % P_2O_5.

Variaţia conţinutului de P_2O_5 în rocile sedimentare din Fliş se constată de asemenea din mediile parţiale şi generale, calculate pentru fiecare tip de rocă. Aceste valori sînt trecute în tabelul 4.

Tabelul 4

Natura rocii	Regiunea	Medii parţiale	P_2O_5 %	Fe_2O_3 %
gresii	Tarcău	M_{21} *)	0,103	2,94
	Humor	M_{26}	0,067	2,17
	Media generală	M_{47}	0,085	2,55
calcare	Humor	M_8	0,067	1,77
marne	Tarcău	M_9	0,165	4,49
	Humor	M_{11}	0,180	4,01
	Media generală	M_{20}	0,172	4,25
argile	Tarcău	M_8	0,158	7,55
	Humor	M_{30}	0,136	5,94
	Media generală	M_{38}	0,147	6,74
silicolite	Tarcau	M_1	0,032	1,25
	Humor	M_3	0,050	1,07
	Media generală	M_4	0,041	1,16
microcon-glomerate	Tarcău	M_1	0,074	1,10
	Humor	M_3	0,177	2,97
	Media generală	M_4	0,125	2,03

*) M_n — medii parţiale, unde n este numărul probelor.

Din tabelul 4 se constată că pentru toate tipurile de roci întîlnite în valea Tarcăului şi valea Humorului, unele ce predomină—gresii, marne şi argile — altele ce sînt mult mai puţin întîlnite — calcare, microconglomerate, silicolite —, mediile aritmetice pentru conţinutul de P_2O_5 sînt foarte apropiate pentru unul şi acelaşi tip de rocă. Media generală pentru gresii (M_{47}) este de 0,085 % P_2O_5, pentru marne (M_{20}) este de 0,172 % P_2O_5, pentru argile (M_{38}) este de 0,147 % P_2O_5, deci valori medii mai ridicate pentru marne şi argile. Aceste valori sînt apropiate de cele indicate de către K. Rankama şi Th. G. Sahama (*loc. cit.*), c re dau următoarele conţinuturi:

gresii . . . . . 0,08% P_2O_5
argile . . . . . 0,17% P_2O_5
calcare . . . . . 0,04% P_2O_5

Între rocile mai puţin întîlnite în depozitele cercetate sînt şi calcarele. După cum se vede şi acestea au valori apropiate de cele arătate mai sus şi anume, de 0,067 % P_2O_5.

Valorile mai ridicate ale conţinutului clarkeic de P_2O_5 în marne şi argile arată, după cum indică N. M. Strahov, N. G. Brodskaia şi alţii [15] că fosforul a migrat de pe continent în mare măsură în formă solubilă. Acest fapt a determinat o deplasare spre zonele mai adînci ale bazinului marin şi apoi precipitarea în depozitele argiloase şi marnoase pelagice. Clarkul fosforului, la fel cu al manganului şi fierului, creşte o dată cu trecerea materialului detritic la nisipuri, aleurite, mîluri

fine, deci creşte la depărtarea de litoral. Fosforul poate avea un conţinut mai ridicat în sedimentele argiloase şi atunci cînd el migrează sub formă adsorbită pe particulele coloidale sau suspensiile de $Fe(OH)_3$. Aşa cum se precizează în [1], procesul de adsorbţie s-a putut face în drumul particulelor coloidale spre locul de sedimentare. Acolo hidroxidul feric coloidal, intrînd într-un mediu nou, bogat în substanţe organice (CO_2, H_2S) cu alte valori pentru pH, s-a putut transforma în carbonat sau sulfură. În acest mod fosforul este eliberat şi poate precipita ca fosfat în condiţiile unui pH slab alcalin, cuprins între 7...8

Această migrare a fosforului, o dată cu $Fe(OH)_3$, ar putea fi explicată prin relaţia care apare între Fe_2O_3 şi P_2O_5 la rocile cercetate. Această relaţie reiese evident din diagrama reprezentată în fig. 4, unde în abscisă s-au notat tipurile de roci, iar în ordonată conţinutul mediu general (în procente) atît pentru Fe_2O_3 cît şi pentru P_2O_5.

Această diagramă arată valori medii mai coborîte pentru Fe_2O_3 şi P_2O_5 la gresii şi calcare şi mai ridicate la argile şi marne. Curbele ce indică distribuţia acestor elemente în gresii, argile, marne şi calcare sînt de acelaşi tip. Desigur nu poate fi vorba de un paralelism perfect, parte din Fe poate fi şi de altă natură, iar conţinutul de P este şi de natură biogenă.

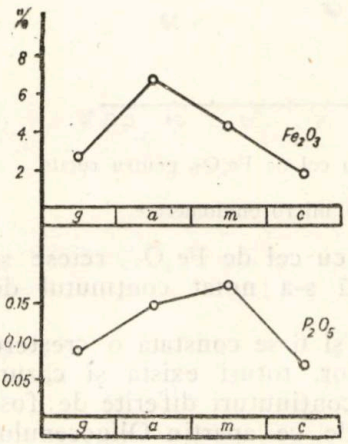


Fig. 4.— Distribuţia valorilor medii pentru P_2O_5 şi Fe_2O_3 în gresii, argile, marne şi calcare.
g — gresii, *a* — argile, *m* — marne, *c* — calcare.

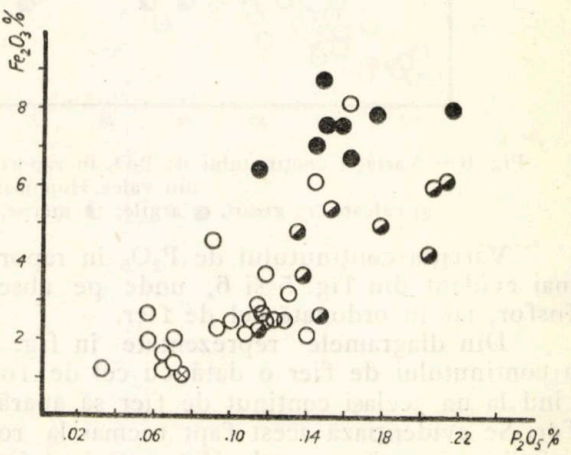


Fig. 5 — Variaţia conţinutului de P_2O_5 în raport cu cel de Fe_2O_3 pentru rocile din valea Tarcăului. ○ gresii, ◑ marne, ● argile, ⊗ microconglomerate.

Cantitatea principală de fosfor ce se află în mări este adusă de rîuri. Conţinutul fosfaţilor solubili în rîuri variază obişnuit în limitele 20...100 mg/m³ apă. G. I. Buşinski [16] arată după datele lui K. V. Bruievici că apele Volgăi conţin în medie 70...80 mg P_2O_5 la m³ apă. În mare fosforul are un circuit destul de complicat. În stratele superioare de apă, începînd de la suprafaţă şi pînă la adîncimi la care ajung razele solare, adică 150...200 m, aproape tot fosforul este consumat

de fitoplancton şi acesta, la rîndul său, de către animalele marine. Atît primele cît şi ultimele, după moarte, cad la fund şi în felul acesta fosforul este transportat din stratele superioare ale apei în cele inferioare. Prin descompunerea lor, în drumul spre fund, fosforul este eliberat din nou. Ca rezultat stratele superioare de apă au un conţinut obişnuit de 5...20 mg P_2O_5 la m^3 apă; cu adîncimea, la 150...200 m, conţinutul de fosfaţi creşte pînă la 100...200 şi chiar pînă la 300 mg, iar în soluţia de fund ajunge la 2500 mg P_2O_5 la m^3 apă.

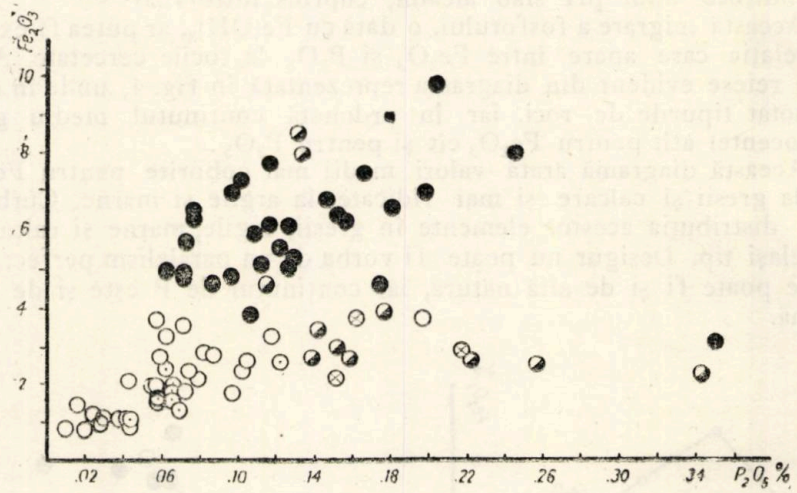


Fig. 6 — Variaţia conţinutului de P_2O_5 în raport cu cel de Fe_2O_3, pentru rocile din valea Humorului.
⊙ calcare, ○ gresii, ● argile, ◑ marne, ⊗ microconglomerate,

Variaţia conţinutului de P_2O_5 în raport cu cel de Fe_2O_3, reiese şi mai evident din fig. 5 şi 6, unde pe abscisă s-a notat conţinutul de fosfor, iar în ordonată cel de fier.

Din diagramele reprezentate în fig. 5 şi 6 se constată o creştere a conţinutului de fier o dată cu cel de fosfor, totuşi există şi cazuri cînd la un acelaşi conţinut de fier să apară conţinuturi diferite de fosfor. Se evidenţiază acest fapt tocmai la rocile ce aparţin Oligocenului inferior şi mediu — vaela Humorului — (fig. 6), unde rocile sînt bogate în substanţe bituminoase, de natură organogenă. La acestea conţinutul de fosfor este ceva mai ridicat, însă tot de ordin clarkeic. Conţinutul clarkeic de fosfor în rocile cu substanţă bituminoasă poate fi explicat prin ipoteza emisă de A. V. Kazakov [17], anume, că în mediu reducător, prin acţiunea bacteriilor anaerobe se produce o eliberare a fosfatului sub formă de PH_3, astfel că reziduul rămas poate avea un conţinut minim de fosfor, comparativ celui din gresii sau silicolite.

b) *Faciesul minereic*

În cele 122 probe analizate fosforul prezintă o distribuţie clarkeică, avînd în general valori mai ridicate în argile şi marne.

O valoarea cu totul diferită se întîlneşte la o argilă marnoasă (eşantionul *58*) din valea Humorului (pîrîul Larga), unde conţinutul de fosfor este de 11,82% P_2O_5, adică este de ordinul conţinutului minim de fosfor ce poate să apară în fosforite. Această rocă are următoarea compoziţie chimică:

SiO_2	34,40%	CaO	27,04%
Al_2O_3	15,28%	P_2O_5	11,82%
Fe_2O_3	3,32%	CO_2	10,10%

La microscop roca apare pelitică, compactă, cu sferolite foarte mici, ceea ce ar putea indica prezenţa fosfaţilor metacoloidali frankolit sau stafelit. Această rocă este o argilă marnoasă cu conţinut de fosfaţi.

În ceea ce priveşte geneza sedimentului, el s-a depus la sfîrşitul unei perioade de sedimentare lentă şi continuă, întîlnindu-se în partea superioară a stratelor de Bisericani sub forma unui strat de cca 30 cm grosime. Este posibil să existe şi alte asemenea strate, însă probele s-au luat la intervale mari, de 20...50 m. Cercetările ulterioare în culcuşul şi acoperişul stratului fosforitic vor preciza dacă este vorba de un accident sau de o zonă mai largă.

A. D. Arhanghelski [16] arată că fosforitele în sedimentele marine apar în special în apele puţin adînci (50...200 m), în regiunile unde apare o rupere de echilibru în procesul de sedimentare.

La aceeaşi concluzie asupra legăturii dintre stratele de fosforite şi schimbarea sedimentării a ajuns şi A. V. Kazakov (*loc. cit.*), autorul teoriei chimice a formării fosforitelor. După A. V. Kazakov apele de adîncime conţin rezerve însemnate de fosfaţi dizolvaţi, atît de provenienţă minerală cît şi biogenă, care se află la limita de saturare. Solubilitatea fosfatului de calciu în apa de mare se consideră că este egală cu 2000...3000 mg P_2O_5 la m^3 de apă. Aceste valori sînt apropiate şi de cele care se cunosc şi pentru soluţiile din pămînt, adică de 1000...2000 mg P_2O_5 la m^3 apă. În acele locuri unde aceste ape sînt aduse către suprafaţa mării se produce o micşorare a acidităţii ca urmare a degajării unei părţi de CO_2. În acest mod solubilitatea fosfaţilor în noul mediu devine mai mică şi excesul lor va trece din soluţie în sediment. Aceasta poate avea loc aproape de suprafaţă, adică la o adîncime de 50...200 m.

Se poate ca acest fenomen să fi avut loc şi în cazul acumulării de fosfat întîlnite de noi, deoarece stratul cu fosfat apare aproximativ la limita între stratele de Bisericani şi gresia de Lucăceşti, cînd se produce întreruperea echilibrului de sedimentare. Acest fapt poate fi constatat şi din schimbarea organismelor. Astfel, în timpul depunerii argilelor roşii şi verzi şi a părţii inferioare a stratelor de Bisericani, s-au dezvoltat Foraminifere cu test aglutinat, încît la nivelul gresiei de Lucăceşti şi sub acest orizont să abunde Foraminifere cu test calcaros (Globigerine şi Numuliţi), iar în gresia de Lucăceşti să apară chiar unele moluşte (Lamelibranhiate şi Gasteropode). Acest fapt denotă că sedimentarea gresiei de Lucăceşti s-a făcut la o adîncime relativ mică. S-a trecut deci de la o sedimentare de mare mai adîncă (strate de Bisericani), spre o sedimentare de mare mai puţin adîncă (orizontul Lucăceşti).

5. Concluzii

Din cercetarea distribuţiei fosforului în depozitele din Flişul Carpaţilor orientali — valea Tarcăului şi valea Humorului — se desprind următoarele concluzii generale:

1. Fosforul are, în general, în tipurile de roci cercetate, o distribuţie clarkeică, cu valori cuprinse între 0,01% şi 0,352% P_2O_5.

2. Variaţia distribuţiei clarkeice a fosforului poate fi exprimată prin curbe de frecvenţă de acelaşi tip, asimetric, pentru diversele tipuri de roci. Maximul acestor curbe depinde de natura rocii. Pentru gresii maximul se situează la valori mai mici a conţinutului de fosfor (0,06% P_2O_5), pentru argile la valori ceva mai ridicate (0,12% P_2O_5), iar pentru marne la valori apropiate de ale argilelor însă, ceva mai mari (0,13% P_2O_5).

3. Mediile aritmetice pentru conţinutul de fosfor în tipurile de roci cercetate sînt: la gresii — 0,085% P_2O_5, la argile — 0,147% P_2O_5, la marne — 0,172% P_2O_5, la calcare — 0,067% P_2O_5, la silicolite — 0,041% P_2O_5, deci mai mari la argile şi marne.

4. Se constată o creştere a conţinutului clarkeic de fosfor spre rocile cu caracter pelitic.

5. Conţinutul de P_2O_5 creşte o dată cu creşterea conţinutului de Fe_2O_3.

6. În Flişul marginal din valea Humorului au existat condiţii favorabile pentru acumulări mai însemnate de fosfor, în facies minereic.

7. Faciesul minereic apare într-un strat de argilă marnoasă (fosforit cu conţinut minim de fosfat), în care conţinutul de fosfat de calciu este de 25,81% (eşantionul *58*).

Asupra extinderii acestei concentraţii minereice de fosfor vom reveni după cercetarea acestui orizont pe probe luate la intervale mai mici.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie generală,
Universitatea „Al. I. Cuza", Iaşi,
Catedra de Geologie

BIBLIOGRAFIE

1. Savul M. şi Botez C., St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1955, **VI**, *3—4*, pp. 149—187.
2. — Ibid., Chimie, 1956, **VII**, *2*, pp. 33—88.
3. Băncilă I., Bul. şt. Acad. R.P.R., 1955, **VII**, *4*, p. 1201
4. Atanasiu I., An. Inst. Geol. Rom., 1943, **XXII**, pp. 149—170.
5. — An. Com. Geol., 1952, **XXIV**, pp. 29—35.
6. Ionesi L., An. şt. Univ. Iaşi, Secţ. II, 1957, **III**, *1—2*, p. 376
7. Fleps V., Simò B., Erdey L., Acta Chim. Ung., 1954, **5**, *1—2*, p. 81.
8. Fogg D. N., Wilkinson N. T., The Analyst, 1958, **83**, *988*, pp 406—414.
9. Пономарев А. И., *Методы химического анализа минералов и горных пород*, Изд. АН СССР, М., 1951, стр. 194-206.
10. Васильев П. И., *Методы ускоренного анализа карбонатных пород*, Госгеолиздат, М., 1951, стр. 33—25.
11. Alexeevski E. V., Golţ R. K., Musakin A. P., *Analiza cantitativă*, 1955, Ed. Tehn., Buc., pp. 507—508, (trad. din l. rusă).
12. Krumbein W. C., Garrels R. M., J. of Geol., 1952, **60**, *1*, pp. 1—33
13. Rankama K., Sahama Th. G., *Geochemistry*, Chicago, 1955.
14. Goldschmidt V. M., *Geochemistry*, Oxford, 1958.
15. * * * *Методы изучения осадочных пород*, т. **II**, Госгеотехиздат, М., 1957, стр. 123, 180.
16. Бушинский Г. И., *Апатит, фосфорит, вивианит*, Изд. АН СССР, М., 1952.
17. Казаков А. В., Изв. АН СССР, геол. с., 1950, *5*, стр. 42.

ГЕОХИМИЯ ФОСФОРА В РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКЕ

Заметка III

Фосфор в породах флиша восточных Карпат

(долины реки Таркэу и реки Хумор)

(Резюме)

Исследуются процессы скопления и циркуляция фосфора в породах средней и краевой зоны флиша восточных Карпат, с целью установления закономерностей распределения фосфора, закономерности которые могли-бы быть использованы при разведке более важных скоплений фосфора в этих породах.

Изучались отложения Палеогена из долины реки Таркэу и меловые и палеогеновые отложения из долины реки Хумор, представленные осадочными породами — песчаниками, мергелями, глинами, известняками, конгломератами и силицитами.

Для установления содержания фосфора анализировалось 122 образца из различных горизонтов и дозировались P_2O_5, Fe_2O_3, CO_2, частично SiO_2, Al_2O_3 и CaO, и определялся pH.

По аналитическим данным видно, что фосфор в анализируемых породах имеет кларковую концентрацию, колеблясь между 0,01% и 0,352% P_2O_5. По реке Ларга, в одной мергелистой глине, фосфор достигает концентрации фосфоритов, а именно 25,81% фосфата кальция.

Вариация кларкового распределения фосфора может быть представлена при помощи асимметричного типа кривых частот, для различных видов пород. Максимум этих кривых зависит от вида горной породы. Для песчаников располагается у малых значений содержания фосфора (0,06% P_2O_5); для глин у более повышенных значений (0,12% P_2O_5); для мергелей у значений схожих с глинами, но несколько больших (0,13% P_2O_5). Арифметические средние содержания фосфора в анализируемых видах пород следующие: для песчаников — 0,085% P_2O_5, для мергелей — 0,172% P_2O_5, для глин — 0,147 % P_2O_5, для известняков — 0,067% P_2O_5, для силицитов — 0,041% P_2O_5, следовательно более повышенные для глин и мергелей.

Замечается повышение кларкового содержания фосфора по мере перехода к пелитовым породам.

Замечается также повышение содержания фосфора с повышением содержания железа.

В краевой зоне флиша по долине реки Хумор, наблюдается наличие благоприятных условий для более значительных скоплений фосфора в рудных фациях.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Геохимический разрез для P_2O_5 (средняя зона флиша). ○ песчаники, ◑ мергели, ● глины, ⊗ микроконгломераты.

Рис. 2. — Геохимический разрез для P_2O_5 (краевая зона флиша). ⊙ известняк, ○ песчаники, ◑ мергели, ● глины, ⊗ микроконгломераты.

Рис. 3. — Кларковое распределение фосфора в песчаниках, мергелях и глинах. I — долина реки Хумор, II — долина реки Таркэу, III — общие кривые, *g* — песчаники, *a* — глины, *m* — мергели.

Рис. 4. — Распределение средних значений для P_2O_5 и Fe_2O_3 в песчаниках, глинах, мергелях и известняках. *g* — песчаники, *a* — глины, *m* — мергели, *c* — известняки.

Рис. 5 — Изменение содержания P_2O_5 в зависимости от Fe_2O_3 в породах долины реки Таркэу. ○ песчаники, ◑ мергели, ● глины, ⊗ микроконгломераты.

Рис. 6 — Изменение содержания P_2O_5 в зависимости от Fe_2O_3 в породах долины. реки Хумор. ⊙ известняки, ◑ мергели, ○ песчаники, ● глины, ⊗ микроконгломераты.

LA GÉOCHIMIE DU PHOSPHORE DANS LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

Note III

Le phosphore dans les roches du Flysch des Carpathes Orientales (la vallée du Tarcău et de l'Humor)

(Résumé)

Les Auteurs étudient les processus de la concentration et de la circulation du phosphore dans les roches du flysch médio-marginal des Carpathes Orientales, en poursuivant la découverte de quelques régularités, se trouvant à la base de la distribution du phosphore. Ces régularités pourraient être importantes pour la prognose des accumulations du phosphore dans ces types de roches.

En ce but ont été considérés les dépôts paléogènes de la vallée du Tarcău et les dépôts crétacés et paléogènes de la vallée de l'Humor, qui sont formés de roches sédimentaires représentées par les grès, les marnes, les conglomérats, les argiles, les calcaires et les silicolithes.

Pour l'étude du contenu de phosphore des dépôts mentionnés ont été utilisés 122 échantillons pris de différents horizons, pour lesquels on a déterminé le contenu en P_2O_5, Fe_2O_3, CO_2 et, partiellement celui en SiO_2, Al_2O_3 et CaO, aussi bien que le pH.

Les données analytiques montrent que le phosphore a, en général, dans les types des roches étudiées, une distribution clarkéique, son contenu variant entre 0,01% et 0,352% P_2O_5. Pour une argile marneuse du ruisseau Larga, le phosphore atteint les concentrations du phosphorite (25,81% phosphate de calcium).

La variation de la distribution clarkéique du phosphore peut être exprimée par des courbes de fréquence, d'un même type, asymétrique, pour les divers types de roches. Les maxima de ces courbes dépendent de la nature de la roche, de la manière suivante: pour les grès le maximum est situé vers les valeurs les plus petites du contenu de phosphore (0,06% P_2O_5), pour les argiles vers les valeurs un peu plus élevées (0,12% P_2O_5), pour les marnes vers les valeurs approchées à celles des argiles, mais un peu plus élevées (0,13% P_2O_5).

Les moyennes arithmétiques pour le contenu du phosphore, pour les types des roches étudiées, sont: pour les grès — 0,035% P_2O_5, pour les marnes — 0,172% P_2O_5, pour les argiles — 0,147% P_2O_5, pour les calcaires — 0,067% P_2O_5 et pour les silicolithes — 0,041% P_2O_5. On remarque qu'elles sont plus grandes dans le cas des argiles et des marnes.

On constate l'augmentation du contenu du phosphore vers les roches qui présentent un caractère pélitique. On constate aussi l'augmentation du contenu de phosphore en mêmes temps que l'augmentation du contenu de fer.

Dans le Flysch marginal de la vallée de l'Humor on constate l'existence de quelques conditions favorables pour les accumulations les plus importantes du phosphore, en facies minéréique.

Explication des figures

Fig. 1. — Profil géochimique pour P_2O_5 (Flysch médian). ○ grès, ◔ marnes, ◍ argiles, ⊕ micro conglomérats.

Fig. 2. — Profil géochimique pour P_2O_5 (Flysch marginal). ⊙ calcaires, ○ grès, ◔ marnes, ◍ argiles, ⊗ microconglomérats.

Fig. 3. — Distribution clarkéique du phosphore en grès, marnes et argiles. I — vallée de Humor, II — vallée du Tarcău, III — courbes générales, *g* — grès, *a* — argiles, *m*—marnes,

Fig. 4. — Distribution des valeurs moyennes pour P_2O_5 et Fe_2O_3 pour les grés, les argiles, les marnes et les calcaires. *g* — grès, *a* — argiles, *m* — marnes, *c* — calcaires.

Fig. 5. — Variation du contenu de P_2O_5 par rapport à celui de Fe_2O_3, pour les roches de la vallée du Tarcău. ○ grés, ◔ marnes, ● argiles, ⊗ microconglomérates.

Fig. 6. — Variation du contenu de P_2O_5 par rapport à celui de Fe_2O_3, pour les roches de la vallée de l'Humor. ⊙ calcaires, ◔ marnes, ○ grès, ◍ argiles, ⊗ microconglomérats.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

620.197

OBŢINEREA DE STRATURI PROTECTOARE CU FOSFAŢI ALCALINI PE SUPRAFEŢE DE OŢEL

Nota I

DE

C. BRANIŞTE, DAVID PERETZ şi SILVIA ŞERBAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Pentru protecţia contra coroziunii metalelor se folosesc straturi protectoare, obţinute prin diferite procedee de fosfatare şi oxidare.

Cercetările efectuate în ultimul timp se referă la obţinerea de straturi protectoare prin fosfatare la rece [1], cu care pînă în prezent nu s-au obţinut rezultatele cele mai bune. Alţi cercetători [2] caută să înlocuiască fosfatul de mangan, fier şi zinc cu fosfaţi alcalini şi alcalino-teroşi, deoarece se pot obţine mai uşor şi sînt mai ieftini. În literatura de specialitate se dau unele indicaţii sub formă de brevete [3] în legătură cu folosirea fosfaţilor alcalini, pentru obţinerea de straturi protectoare, însă părerile asupra obţinerii straturilor de fosfat alcalin nu sînt unitare [4].

În prezenta lucrare s-a urmărit obţinerea unui strat protector prin folosirea fosfatului alcalin şi azotatului de sodiu ca oxidant, la temperatura camerei.

2. Metoda de lucru

Pentru probele de laborator s-a folosit tablă de oţel OL 34 B de dimensiunile $45 \times 20 \times 0{,}5$ mm. Plăcile au fost supuse mai întîi operaţiei de curăţire cu şmirghel 100 şi 180, apoi au fost spălate. Degresarea s-a făcut la temperatura de 40...50°C cu o soluţie alcalină, timp de 5...10 minute. Plăcile degresate au fost apoi din nou spălate şi uscate.

Plăcile astfel pregătite s-au introdus în soluţia de fosfat alcalin unde au fost ţinute timp de o oră în poziţie verticală prin intermediul unui fir de fibră textilă, la temperatura de 18...20°C (temperatura camerei).

3. Partea experimentală

Soluţiile folosite pentru depunerea stratului protector au fost de diferite concentraţii în fosfat alcalin şi azotit de sodiu, urmărindu-se totodată şi un anumit raport între oxidant şi fosfat.

După scoaterea plăcilor din soluţia de fosfat ele au fost spălate şi uscate, după aceea s-a încercat stratul de fosfat prin metoda picăturii.

Soluţiile de fosfat alcalin s-au adus la concentraţiile de 20 g/l, 50 g/l, 100 g/l, 130 g/l şi 200 g/l. În soluţiile de fosfat s-au adăugat cantităţi de azotit în funcţie de raportul urmărit; soluţia a fost lăsată în repaus 24 ore pentru stabilirea echilibrului şi apoi a fost introdusă în vasul de lucru unde se corectează pH-ul cu acid fosforic.

4. Date experimentale

Prin experienţele făcute s-a căutat să se stabilească factorii de bază ce influenţează depunerea stratului de fosfat şi anume: concentraţia în fosfat alcalin, pH-ul soluţiei precum şi raportul între oxidant şi fosfat. Pentru a stabili factorii amintiţi s-au făcut o serie de determinări, rezultatele fiind redate în tabelul 1.

Din datele tabelului 1 rezultă că la concentraţii în fosfat alcalin de 20 g/l, pentru diferite rapoarte între oxidant şi fosfat are loc, la valori ale pH-ului relativ ridicate (6, 5 şi 4), numai o curăţire a plăcii, fără să se formeze fie o peliculă pasivizantă, fie un strat de fosfat. Rezistenţa la picătură a filmului fin ce se formează nu poate fi luată în consideraţie, fiind de ordinul secundar. Totuşi la pH = 3 şi la rapoarte mai mari între oxidant şi fosfat (1/3) are loc pasivizarea oţelului şi pelicula pasivizantă formată are o rezistenţă la picătură de cca 1 minut. Acest fapt ne-a condus la o mărire a concentraţiei în fosfat alcalin (50 g/l), menţinînd aceleaşi valori pentru pH-uri şi rapoartele oxidant/fosfat. Se poate constata că la pH = 6 are loc tot numai o curăţire a oţelului, însă la această concentraţie formarea filmului pasivizant se deplasează la valori ale pH-lui mai mari decît în primul caz (4 ... 5); astfel, la rapoarte oxidant/fosfat mari, (1/3), se obţin straturi protectoare ce rezistă la picătură 1 minut şi 30 secunde. În ceea ce priveşte rezultatele obţinute la pH=3, acestea diferă de cele anterioare, deoarece pe lîngă fenomenele de pasivizare apar şi cele de fosfatare. Aceste fenomene se manifestă la rapoarte mici între oxidant şi fosfat (1/10 ... 1/18), cînd pelicula formată are o rezistenţă la picătură de cca 4 minute, valoare care se încadrează într-o fosfatare bună. În continuare s-a mărit concentraţia în fosfat alcalin la 100 g/l, cînd fenomenul de pasivizare începe să apară la pH = 6, menţinîndu-se şi la pH = 5; la pH = 4 şi la rapoarte oxidant/fosfat mici, începînd cu 1/10, apare şi fenomenul de fosfatare, rezistenţa peliculei la picătură fiind de cca 3 minute. Pentru pH=3 şi rapoarte oxidant/fosfat mici (1/10 ... 1/20), rezultatele obţinute confirmă pe cele anterioare. Rezistenţa la picătură a peliculei este de peste 4 minute. Prin mărirea concentraţiei la 130 g/l fosfat nu se observă o îmbunătăţire esenţială a stratului protector, în comparaţie cu rezultatele obţinute pentru concentraţia de 100 g/l fosfat, însă aceste determinări scot în evidenţă faptul

Tabelul 1

Concentrația în fosfat alcalin 20 g/l

Oxidant g/l	pH = 6						pH = 5						pH = 4						pH = 3								
	2	3	4	5	6	6,66	2	3	4	5	6	6,66	2	3	4	5	6	6,66	1	1,11	1,33	2	3	4	5	6	6,66
Raportul oxidant/fosfat	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/20	1/18	1/15	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3
Rezistența la picătură secunde	—	—	—	25	25	37	26	26	28	28	30	30	24	24	30	30	30	32	24	25	25	30	30	45	45	60	62

Concentrația în fosfat alcalin 50 g/l

Oxidant g/l	pH = 6						pH = 5						pH = 4						pH = 3								
	5	7,5	10	12,5	15	16,5	5	7,5	10	12,5	15	16,5	5	7,5	10	12,5	15	16,5	2,5	2,77	3,33	5	7,5	10	12,5	15	16,5
Raportul oxidant/fosfat	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/20	1/18	1/15	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3
Rezistența la picătură secunde	—	—	—	35	35	48	60	65	65	70	75	80	65	80	80	85	85	90	110	228	220	200	110	110	95	95	95

Concentrația în fosfat alcalin 100 g/l

Oxidant g/l	pH = 6						pH = 5						pH = 4						pH = 3								
	10	15	20	25	30	33,3	10	15	20	25	30	33,3	10	15	20	25	30	33,3	5	5,54	6,66	10	15	20	25	30	33,3
Raportul oxidant/fosfat	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/20	1/18	1/15	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3
Rezistența la picătură secunde	—	92	85	90	90	90	108	98	98	85	85	80	170	100	100	95	95	90	250	265	240	210	110	110	90	90	90

Concentrația în fosfat alcalin 130 g/l

Oxidant g/l	pH = 6						pH = 5						pH = 4						pH = 3								
	13	19,5	26	32,5	39,0	43,3	13	19,5	26	32,5	39,0	43,3	13	19,5	26	32,5	39,0	43,5	6,5	7,22	8,66	13	19,5	26	32,5	39,0	43,3
Raportul oxidant/fosfat	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/20	1/18	1/15	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3
Rezistența la picătură secunde	—	—	60	60	70	75	135	100	98	95	95	80	190	140	135	120	100	100	250	280	280	265	150	150	110	100	100

Concentrația în fosfat alcalin 200 g/l

Oxidant g/l	pH = 6						pH = 5						pH = 4						pH = 3								
	20	30	40	50	60	66,6	20	30	40	50	60	66,6	20	30	40	50	60	66,6	10	11	13,3	20	30	40	50	60	66,6
Raportul oxidant/fosfat	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3	1/20	1/18	1/15	1/10	1/6,66	1/5	1/4	1/3,33	1/3
Rezistența la picătură secunde	40	30	30	30	25	25	45	30	30	40	50	50	185	75	75	60	50	40	280	300	210	130	130	75	72	40	40

Tabelul 1

Concentrația în total alcalin 20 g/l

Oxidant g/l	pH = 6						pH = 5						pH = 4						pH = 3					
	2	3	4	5	6	8,00	2	3	4	5	6	8,00	2	3	4	5	6	8,00	2	3	4	5	6	8,00
Raportul oxidant/total	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3
Rezistența la picătură secunde	—	—	—	35	25	20	30	25	20	15	10	8,00	40	30	25	20	15	10	50	40	30	25	20	15

Concentrația în total alcalin 50 g/l

Oxidant g/l	pH = 6						pH = 5						pH = 4						pH = 3					
	5	7,5	10	12,5	15	10,5	5	7,5	10	12,5	15	10,5	5	7,5	10	12,5	15	10,5	5	7,5	10	12,5	15	10,5
Raportul oxidant/total	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3
Rezistența la picătură secunde	—	—	—	35	25	18	60	45	30	20	15	10	80	60	40	30	20	15	100	80	60	40	30	20

Concentrația în total alcalin 100 g/l

Oxidant g/l	pH = 6						pH = 5						pH = 4						pH = 3					
	10	15	20	25	30	33,3	10	15	20	25	30	33,3	10	15	20	25	30	33,3	10	15	20	25	30	33,3
Raportul oxidant/total	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3
Rezistența la picătură secunde	—	92	85	80	70	60	95	85	80	70	60	50	100	95	90	80	70	60	110	100	90	90	80	70

Concentrația în total alcalin 150 g/l

Oxidant g/l	pH = 6						pH = 5						pH = 4						pH = 3					
	15	20	25	30	32,5	30,0	15	20	25	30	32,5	30,0	15	20	25	30	32,5	30,0	15	20	25	30	32,5	30,0
Raportul oxidant/total	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3
Rezistența la picătură secunde	—	—	60	70	75	65	95	90	80	70	60	50	110	100	95	90	80	70	130	120	110	110	100	90

Concentrația în total alcalin 200 g/l

Oxidant g/l	pH = 6						pH = 5						pH = 4						pH = 3					
	20	30	40	50	60	66,6	20	30	40	50	60	66,6	20	30	40	50	60	66,6	20	30	40	50	60	66,6
Raportul oxidant total	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3	1,10	1,0,86	1,5	1,4	1,3,33	1,3
Rezistența la picătură secunde	40	30	30	25	25	20	50	40	30	25	20	15	75	60	50	40	30	20	130	110	90	75	60	40

că la rapoarte oxidant/fosfat mici și valoriri dicate ale pH-ului (5 și 4) rezistența peliculei este mai bună față de rezistența peliculei corespunzătoare concentrației anterioare. Deci fenomenul de pasivizare și fosfatare la concentrații mai mari în fosfat alcalin se deplasează spre valori relativ ridicate ale pH-ului, fapt ce ne-a determinat să întreprindem și experiențe pentru pH = 4 la rapoarte oxidant/fosfat mici. Rezultatele obținute sînt redate în tabelul 2.

Tabelul 2

Concentrația fosfatului alcalin 130 g/l, pH = 4			
Oxidant (g/l)	8,66	7,2	6,5
Raport oxidant/fosfat	1/15	1/18	1/20
Rezistența la picătură (sec.)	220	240	230
Concentrația fosfatului alcalin 200 g/l, pH = 4			
Oxidant (g/l)	13,3	11,1	10
Raport oxidant/fosfat	1/15	1/18	1/20
Rezistența la picătură (sec.)	220	220	200

Din tabelul 2 rezultă că pentru valori ale rapoartelor oxidant/fosfat cuprinse între 1/15 și 1/20 și pH = 4 rezistența stratului protector (de cca 4 minute) este puțin inferioară față de cea obținută în cazul cînd pH=3.

Pentru a ne convinge că într-adevăr fenomenul de pasivizare și fosfatare la concentrații mai mari în fosfat se deplasează spre valori ridicate ale pH-ului, s-au făcut determinări și la concentrații de 200 g/l fosfat. Din aceste determinări se constată că la valori mari ale raportului oxidant/fosfat predomină fenomenele de pasivizare și numai la valori mici ale rapoartelor au loc simultan cele două fenomene ; astfel la pH=3 cele mai bune rezultate se obțin la rapoartele 1/18 și 1/20, rezistența peliculei atingînd 5 minute. Pentru pH = 4 rezultatele confirmă pe cele obținute la concentrația de 130 g/l. Creșterea concentrației pînă la 200 g/l în fosfat alcalin nu aduce o îmbunătățire esențială a stratului protector față de concentrația anterioară, dat fiind că diferența în ce privește rezistența la picătură este numai de ordinul a 20 secunde.

Din discutarea datelor experimentale se poate trage concluzia că concentrația optimă în fosfat alcalin este cuprinsă înte 50 g/l și 130 g/l. La concentrații mai mari procesele de pasivizare și fosfatare nu sînt influențate decît în mică măsură.

Pasivizarea se explică prin acoperirea suprafeței metalului cu un strat de oxid care împiedică dizolvarea sau oxidarea în continuare a metalului. Metalul se află în stare activă în cazul cînd pelicula de oxid are pori prin care pătrunde mediul agresiv. Pentru a aduce metalul în stare pasivă este necesar ca pelicula să fie continuă, fapt ce se realizează cu fosfatul alcalin. Acesta formează cu ionii metalului de la anod un fosfat feric insolubil, care se depune în porii peliculei se oxid. Viteza

de depunere a fosfatului creşte datorită azotitului, acesta împiedicînd şi o îmbogăţire neadmisă a soluţiei în fier, iar fosfatul de fier solubil (feros) se oxidează la fosfat insolubil (feric).

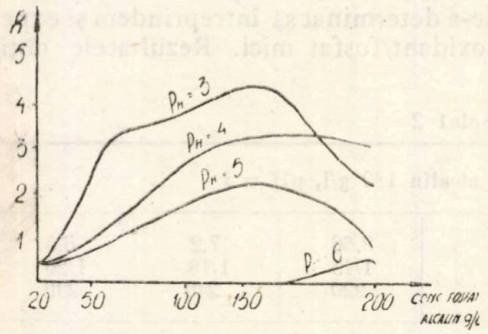


Fig. 3.— Variaţia rezistenţei stratului protector în funcţie de concentraţia în fosfat alcalin şi pH-ul soluţiei.

Pentru a ilustra cele expuse s-au făcut două microfotografii prezentate în fig. 1 şi 2.

În fig. 1 se redă microfotografia stratului pasivizat. Stratul are o structură fină, uniformă şi cu mici porţiuni albe, care sînt probabil porţiuni de metal slab acoperite cu pelicula de oxid. Stratul este foarte subţire, cantitatea de oxid depusă pe suprafaţa oţelului fiind de 0,3 g/m^2.

Fig. 2 reprezintă microfotografia stratului de oxid şi de fosfat. Stratul are, de asemenea, o structură fină, uniformă; însă spre deosebire de primul, majoritatea porţiunilor din metal care nu erau acoperite cu stratul de oxid, sînt acoperite în acest caz, probabil cu fosfatul de fier insolubil, ce este figurat prin cristali mai mari, de culoare cenuşie. Stratul este subţire, cantitatea de oxid şi fosfat depusă pe suprafaţa tratată fiind de 2,1 g/m^2.

Analiza acestor microfotografii confirmă faptul că pe lîngă procesul de oxidare a avut loc şi cel de fosfatare, la valori mici ale rapoartelor oxidant/fosfat şi la concentraţii medii în fosfat alcalin (50...130 g/l).

Pentru a pune în evidenţă unii factori ce intervin în procesul de pasivizare şi fosfatare s-a trasat diagrama din fig. 3 în funcţie de concentraţia în fosfat alcalin şi pH-ul soluţiei, menţinîndu-se constantă valoarea raportului oxidant/fosfat (1/10). S-a ales această valoare a raportului oxidant/fosfat fiindcă de la această valoare începe să apară fenomenul de fosfatare.

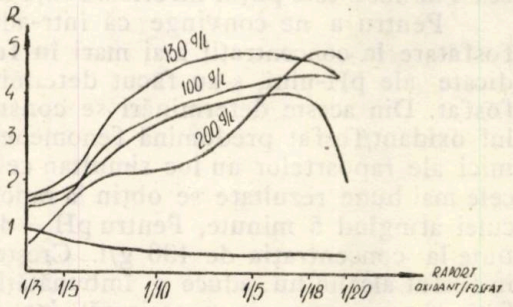


Fig. 4. — Variaţia rezistenţei stratului protector în funcţie de concentraţia în fosfat alcalin şi raportul oxidant/fosfat.

Din diagramă rezultă că la concentraţii mici în fosfat alcalin (pînă la 50 g/l) şi la pH = 6 are loc numai o curăţire a suprafeţei oţelului; la pH-uri mai acide apare şi fenomenul de pasivizare.

Dacă se măreşte concentraţia în fosfat alcalin între 50 g/l şi 130 g/l şi pH-ul rămîne mai acid, pe lîngă fenomenul de pasivizare apare şi cel de fosfatare (rezistenţa la picătură a stratului protector trece de 4

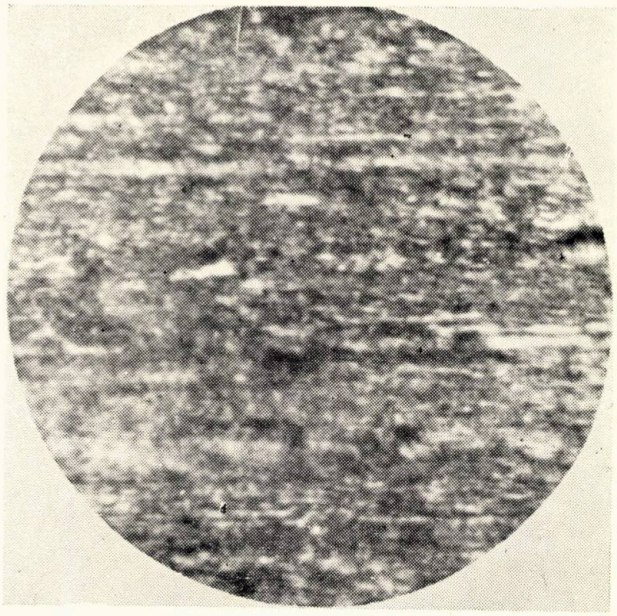


Fig. 1. — Microfotografia stratului pasivizat.

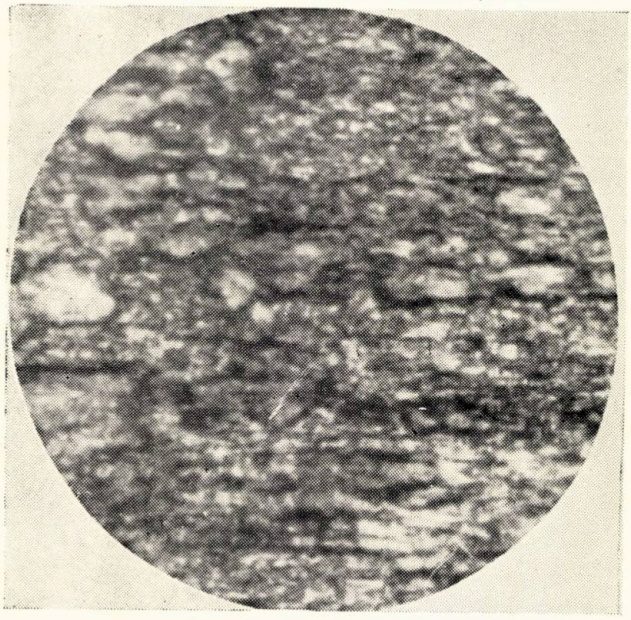


Fig. 2. — Microfotografia stratului de oxid și fosfat.

minute la pH=3). Cînd concentrația fosfatului acalin trece de 130...150 g/l rezistența la picătură a stratului protector scade și procesul se reduce la cel de pasivizare.

Diagrama indică faptul că în condițiile noastre de lucru valoarea optimă a pH-ului este 3, iar concentrația optimă în fosfat alcalin este cuprinsă între 50 g/l și 130 g/l.

Pentru a cerceta un alt factor ce intervine în procesul de fosfatare și pasivizare s-a trasat diagrama din fig. 4 pentru pH = 3, variindu-se raportul între oxidant și fosfat, precum și concentrația în fosfat alcalin.

S-a menționat constant pH-ul (= 3), fiindcă după cum am văzut în diagrama din fig. 3, la acest pH s-au obținut rezultatele cele mai bune.

Diagrama arată că atunci cînd se lucrează cu valori mari ale rapoartelor și concentrații mici în fosfat alcalin (20 g/l) are loc numai fenomenul de pasivizare.

Pe măsură ce concentrația în fosfat alcalin crește și valorile rapoartelor oxidant/fosfat devin mai mici; pe lîngă fenomenul de pasivizare apare și cel de fosfatare (rezistența peliculei la picătură atinge 5 minute).

Cînd concentrația în fosfat alcalin este mare (200 g/l) și valorile rapoartelor oxidant/fosfat sînt mari (1/3, 1/5) are loc mai mult fenomenul de pasivizare; pe măsură ce valorile rapoartelor devin mai mici începe să apară și procesul de fosfatare, care devine important pentru valori ale rapoartelor mult mai mici. Dacă valorile rapoartelor trec de o anumită limită (1/18, 1/20), atunci predomină procesul de pasivizare.

Deci diagrama scoate în evidență faptul că în condițiile noastre de lucru valorile optime ale rapoartelor oxidant/fosfat sînt cuprinse între 1/10 și 1/18, cînd se lucrează cu concentrații medii de fosfat alcalin, și între 1/18 și 1/20 cînd se lucrează cu concentrații mari.

5. Concluzii

În această primă parte a lucrării s-a căutat să se stabilească factorii de bază ce intervin în procesul de fosfatare la rece (concentrația soluției în fosfat alcalin, pH-ul soluției precum și valoarea raportului oxidant/fosfat).

În a doua parte a lucrării se vor cerceta și alți factori în procesul de fosfatare ca: compoziția și structura oțelului, adaosurile ce se referă la inhibarea procesului anodic și la accelerarea procesului de fosfatare precum și adaosurile de soluții tampon pentru menținerea pH-ului în limitele de lucru; de asemenea se va stabili și timpul optim de fosfatare.

Pentru prima parte a lucrării și în condițiile de lucru menționate se pot desprinde următoarele concluzii:

a) Concentrația optimă a soluției în fosfat alcalin este cuprinsă între 50 g/l și 130 g/l.

b) pH-ul optim de lucru pentru concentrațiile menționate este de 3.

c) Valoarea optimă a raportului oxidant/fosfat este cuprinsă între 1/10 și 1/18, cînd se lucrează cu soluții de concentrați și pH susmenționate.

d) Stratul protector obținut rezistă la picătură, între 4 și 5 minute, este aderent, uniform și cu aspect frumos.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de industrii anorganice

BIBLIOGRAFIE

1. Lapatuhin V. S., *Cercetări sovietice în domeniul coroziunii*, Ed. Acad. R.P.R., 1955, *34*, pp. 153–167.
2. Parker Rust Proof Co., Detroit, S.U.A., (citat după Chem. Zbl., 1958, *31*, S. 8755).
3. P. A. 2.784.124, 1/7 1953, (citat după Chem. Zbl., 1958, *40*, S. 11367).
4. Demesse J., Métaux-Corrosion-Industrie, 1957, **XXXII**, *380*, pp. 172–175.

ПОЛУЧЕНИЕ ЩЕЛОЧНЫМИ ФОСФАТАМИ ПРЕДОХРАНИТЕЛЬНЫХ ПЛЕНОК НА ПОВЕРХНОСТИ СТАЛИ

Заметка I

(Резюме)

Проводятся испытания фосфатирования на холоде при помощи щелочных фосфатов. Были установлены основные факторы, влияющие на процесс фосфатирования: концентрация щелочного фосфата в растворе, pH раствора и отношение окислитель/фосфат.

Оптимальные результаты получены в интервале концентраций щелочного фосфата, находящихся между 50 и 130 г/л, при pH = 3 и при отношении окислитель/фосфат равный 1/10...1/18.

Предохранительная пленка обладает сопротивлением к капанию, соответствующем хорошему фосфатированию (4...5 мин)., прилипает хорошо и равномерно, красива на вид.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Микрофотография пассивирующего слоя.
Рис. 2. — Микрофотография слоя окислителя и фосфата.
Рис. 3. — Изменение сопротивления предохранительного слоя в зависимость от концентрации щелочного фосфата и pH раствора.
Рис. 4. — Изменение сопротивления слоя в зависимость от концентрации щелочного фосфата и отношения окислитель/фосфат.

SCHUTZSCHICHTEN MIT ALKALIPHOSPHAT AUF STAHLOBERFLÄCHEN

I. Mitteilung

(Zusammenfassung)

Die vorliegende Arbeit umfasst Versuche über eine Phosphatierung mit Alkaliphosphat bei Zimmertemperatur. Aus den experimentellen Ergebnissen konnten die Hauptfaktoren, die den Phosphatierungsprozess beeinflussen, festgestellt werden, und zwar: die Konzentration der Lösung in Alkaliphosphat, der pH-Wert derselben sowie das Verhältnis zwischen dem Oxydiermittel und Phosphat. Die besten Ergebnisse werden erzielt, wenn die Lösung einen Gehalt von 50...130 g/l an Alkaliphosphat, bei einen pH-Wert = 3 und einem Verhältnis zwischen Oxydiermittel und Phosphat von 1/10...1/18 aufweist.

Die Schutzschicht besitzt bei Prüfung durch die Tropfmethode einen Schutzwert, der einer guten Phosphatierung entspricht (4...5 Minuten); sie ist adhärent, gleichmässig und von angenemen Aussehen.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. — Die Mikrophotographie der pasivierenden Schicht.
Abb. 2. — Die Mikrophotographie der Oxyd- und Phosphatschicht.
Abb. 3. — Der Schutzwert der Schicht in Abhängigkeit von der Konzentration an Alkaliphosphat und dem pH-Wert der Lösung.
Abb. 4. — Der Schutzwert der Schicht in Abhängigkeit von der Konzentration an Alkaliphosphat und dem Verhältnis Oxydiermittel/Phosphat.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

662.6

RELAŢII ÎNTRE CAPACITATEA DE SCHIMB A SCHIMBĂTORILOR DE IONI PREPARAŢI DIN CĂRBUNI ŞI VÎRSTA CĂRBUNILOR

Nota I

DE

ELEONORA DIACONESCU şi M. DIMA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 26—29 iunie 1958

1. Introducere

Îndată ce, acum mai bine de o sută de ani, în 1850, J. T. Way [1] a descoperit cu ocazia cercetărilor sale asupra solurilor, proprietatea acestora de a face schimb de cationi (Ca, Mg putînd fi schimbaţi cu K şi NH_4 etc.), iar în 1858 H. Einchhorn [1] a găsit de asemenea că anumiţi zeoliţi naturali, ca de pildă glauconitul sau nisipul verde, posedă într-o măsură încă mai mare proprietatea de a face schimb de cationi şi că această proprietate poate avea şi utilizări practice ca de exemplu în dedurizarea apelor, la purificarea zemurilor de sfeclă în industria zahărului etc., pe baza încercărilor lui Way de a obţine silicoaluminaţi prin acţiunea de precipitare a unei soluţii de silicat de sodiu, s-a trecut la prepararea de zeoliţi artificiali care să posede o mai mare capacitate de schimb decît zeoliţii naturali.

Această idee a schimbului stoechiometric a cationilor combinaţi la silicoaluminaţi emisă de Way nu a fost uşor acceptată de unii chimişti din vremea aceea, printre care şi Liebig. Acesta s-a opus ideii schimbului de ioni, negînd pur şi simplu schimbul de ioni în general, şi în acest mod, prin greutatea opiniilor sale, evoluţia în domeniul chimic al acestui proces a fost împiedicată timp de aproape jumătate de secol.

Studiile lui R. Gans în acest domeniu, efectuate la începutul secolului al XX-lea, dau un nou impuls lucrărilor asupra schimbului de ioni. El reuşeşte în 1905 [2], [3], [4] să prepare un zeolit artificial, şi anume, un silicoaluminat cunoscut de asemenea sub denumirea de permutit, cu o capacitate de schimb mult mai mare ca a zeoliţilor naturali, utilizat apoi cu succes la dedurizarea apelor.

În această perioadă, începută de Gans, apar şi o serie de lucrări, printre care menţionăm aceea care se referă la corelaţia ce există între variaţia compoziţiei schimbătorului şi variaţia compoziţiei soluţiei saline ionice cu care el vine în contact [5], sau aceea care indică marea diferenţă a fenomenului de schimb de ioni cînd schimbul se face cu ioni de hidrogen în loc de ioni metalici [6].

Într-adevăr, schimbul de baze făcut de către permutitul servind la înlocuirea unui cation cu un alt cation şi a cărei aplicaţie se limita la dedurizarea apelor, nu satisfăcea unele necesităţi ale industriei, ca de exemplu eliminarea totală a ionilor metalici din apă şi nu înlocuirea lor cu ionul metalic al schimbătorului.

Această posibilitate a fost indicată de lucrările lui Fischer şi Fuchs [7], care, cu ocazia studiului asupra unor cărbuni, au dovedit că practic se pot schimba cationii metalici cu cationii de hidrogen.

În acest mod, prin preajma anului 1930 apar schimbători de ioni pe bază de cărbuni naturali, care au fost primele substanţe pe bază organică cu proprietăţi cationitice şi care au fost pentru prima dată întrebuinţate pentru schimbul de hidrogen, spre deosebire de absorbanţii de schimb naturali şi sintetici de natură silicioasă (zeoliţi, glauconiţi, permutiţi), care nu se pretau la schimbul ionilor de hidrogen.

În anul 1935, studiile întreprinse de către B. A. Adams şi El. Holmes în acest domeniu [1] au dus la descoperirea de schimbători de ioni pe bază de răşini de sinteză, substanţe care după modul de preparare pot avea în structura lor şi grupe funcţionale schimbătoare de ioni de hidrogen.

Schimbătorii pe bază de cărbuni, denumiţi şi „sulfocarboni" sau „zeocarboni", au cîştigat o importanţă tehnică şi ştiinţifică însemnată, datorită proprietăţilor lor specifice. În special structura lor deosebită faţă de adsorbanţii pe bază de răşini fenolice şi polivinilice imprimă acestor schimbători o mare importanţă, atît în cazul purificării apelor cît şi în cazul industriei alimentare, a practicii de laborator, în cercetarea medicală şi farmaceutică.

Sulfocarbonii se obţin prin tratarea cărbunilor naturali (turbe, ligniţi, cărbuni bruni, huile etc.) sau chiar a lemnului şi a altor substanţe organice, cu ajutorul acidului sulfuric concentrat (eventual în prezenţa unor catalizatori), a acidului sulfuric fumans, a trioxidului de sulf sau a acidului clorsulfonic.

O deosebită atenţie se dă în U.R.S.S. preparării sulfocarbonilor ca agenţi schimbători de ioni. Metode de obţinere a schimbătorilor de ioni prin sulfonarea cărbunilor din diferite regiuni carbonifere sovietice au fost studiate încă din 1940. Lucrările au fost executate de Institutul Unional Termotehnic (VII) [8].

Mai recent V. S. Demin [9] dă caracteristicile unui cărbune sulfonat preparat de către cercetătorii sovietici.

F. G. Prohov şi K. H. Iankovski [10] utilizează cărbunele sulfonat la dedurizarea apei, iar G. V. Feodorova [11] în chimia analitică.

S. G. Broderick şi D. Bogard [12] întreprind un studiu mai amplu asupra sulfonării diferitelor sorturi de cărbuni cu ajutorul acidului sulfuric şi a trioxidului de sulf, ajungînd la concluzia că nu ar exista nici o relaţie între proprietăţile fizico-chimice ale diferitelor varietăţi de cărbuni şi capacitatea de schimb obţinută la sulfonare şi de asemenea că la sulfonarea cu SO_3 se obţin schimbători cu o capacitate de schimb mai mare.

B. M. Roy [13] prepară sulfocarboni din cărbunele de Assam (India), studiind condiţiile optime de obţinere a unei capacităţi maxime de sulfonare, funcţie de cantitatea de acid sulfuric, de trioxidul de sulf şi de diverşii catalizatori utilizaţi şi de asemenea determină grupele capabile de schimb prin diferite metode.

Într-un studiu mai recent H. Stach şi M. Teichmüller [14] expun concluziile unor studii întreprinse asupra schimbătorilor de ioni din cărbuni germani. Cercetări petrografice făcute simultan asupra cărbunilor iniţiali cît şi asupra produselor activate în sensul schimbului cationic, au condus la indicaţii preţioase pentru tehnica obţinerii acestor schimbători, pentru determinarea capacităţii lor de activare şi a schimbărilor chimice presupuse în timpul activării.

Obţinerea schimbătorilor de ioni prin tratarea cărbunilor cu acid sulfuric a făcut obiectul a mai multe patente [15], [16], [17], [18], dintre care unele recomandă utilizarea trioxidului de sulf şi a substanţelor catalizatoare.

În ţara noastră, în anul 1955, un colectiv de la uzina de tractoare „Ernst Thälmann" (oraşul Stalin) [19] a utilizat la dedurizarea apelor ligniţii de Căpeni, care prezintă în mod natural o capacitate apreciabilă de schimb.

În anul 1956, M. Dima şi colaboratorii [20] publică un studiu asupra condiţiilor de sulfonare a şase varietăţi de cărbuni de provenienţă românească, în vederea obţinerii de sulfocarboni.

M. Zapan şi E. Vrăbiescu prepară un cationit prin tratarea cocsului de petrol românesc fumans [21].

De asemenea, prin tratarea rumeguşului de lemn cu acid sulfuric, M. Zapan, Gh. Oprescu şi El. Vrăbiescu, obţin un cationit cu o bună capacitate de schimb [22].

N. Zorio şi B. Calmanovici, în anul 1957 [23], arată calităţile superioare a cărbunilor de Căpeni şi Ilieni sulfonaţi, ca materiale schimbătoare de ioni la purificarea zemurilor din industria zahărului, faţă de Wofatit P. şi K. P. S. 200 (produse străine).

2. Chimia schimbului de ioni din cărbuni. Schimbul de ioni în general

Schimbătorii de ioni sînt substanţe de moleculă mare, insolubile în apă, soluţii etc., avînd în moleculă grupe funcţionale capabile de schimb ca de exemplu: — COOH, $-SO_3H$, $-PO_3H_2$, = NH, — SH şi $-O-Si(-O-)_2-O-Na$, în cazul schimbătorilor de cationi sau grupele: NH_2, $-N(R)_2$, $-N(R)(HO)-R$, $-N(R)(Cl)-R$, în cazul schimbătorilor de anioni.

În mod schematic schimbătorii de ioni se reprezintă în modul următor:

$$M-SO_3H \rightleftarrows [M-SO_3]^- + H^+$$
$$M-SO_3Na \rightleftarrows [M-SO_3]^- + Na^+$$
$$M-COOH \rightleftarrows [M-COO]^- + H^+$$
$$M-COONa \rightleftarrows [M-COO]^- + Na^+$$
$$M-N(R)_3-OH \rightleftarrows M-N(R)_3^+ + (OH)^-$$

unde M reprezintă substanţa macromoleculară purtătoare de grupe de atomi schimbătoare de ioni şi constituie anionul macromolecular în cazul schimbătorilor de cationi şi cationul macromolecular în cazul schimbătorilor de anioni.

Schimbătorii de ioni puternic disociabili ($-SO_3H$), schimbă ionii atît din sărurile acizilor tari cît şi din sărurile acizilor mai slabi, pe cînd schimbătorii de ioni mai puţin disociabili (— COOH) sînt capabili de a face schimb mai cu seamă cu cationii acizilor slabi. De aceea schimbătorii de ioni carboxilaţi servesc, bunăoară, la îndepărtarea bicarbonaţilor din apă, pe cînd schimbătorii cu grupe sulfonice îndepărtează şi celelalte săruri care formează duritatea apei.

Schimbul de ioni este în fond un proces chimic şi nu unul fizic, adică io ii conţinuţi în soluţie nu sînt adsorbiţi, deci fixaţi prin forţe de natura celor van der Waals, ci sînt schimbaţi într-un raport stoechiometric cu ionii schimbătorului.

Capacitatea de schimb, care se exprimă în miliechivalenţi, milivali sau grame cationi sau anioni, schimbaţi de unitatea de greutate sau volum de schimbător, creşte cu cantitatea procentuală a grupelor capabile ce se găsesc în masa acestuia

3. Partea experimentală

În lucrarea ce o prezentăm şi care constituie o primă parte a temei, ne referim la studiul a şase cărbuni romîneşti şi anume: doi ligniţi, doi cărbuni bruni, o huilă şi un antracit, la care urmărim capacitatea de schimb naturală şi de asemenea capacitatea de schimb după introducerea prin tratare cu acid sulfuric, de grupe de atomi capabile de schimb de ioni.

Cărbunii folosiţi în acest studiu prezintă datele analitice prezentate în tabelul 1.

A. *Activitatea de schimb naturală a cărbunilor studiaţi*

Activitatea de schimb naturală a cărbunilor se datoreşte prezenţei de grupe carboxilice în substanţa humică ce o conţin. Din acest punct de vedere la cărbunii mai noi, cum sînt ligniţii şi cărbunii bruni, aproximativ 80% din substanţa lor uscată este constituită din substanţe humice [7].

Tabelul 1

Caracteristicile cărbunilor folosiţi la prepararea de sulfocarboni

Denumirea cărbunilor	Umidit. g%	Subst. volatile combust. g%	Cocs g%	Cenuşă g%	Sulf total g%
Lignit Căpeni nr. 1	19,29	27,57	53,14	10 52	1,25
Lignit Căpeni nr. 2	22,42	28,85	48,73	8,54	1,91
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	12,68	25,02	63,30	11,24	0,72
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	8,08	26,51	65,41	11,38	0,55
Huilă Anina mina „Ponor"	3,03	15,89	81,08	2,81	0,609
Antracit-Gherla-Gorj	2,93	1,21	95,86	3,69	0,392

Acizii humici sînt substanţe macromoleculare insolubile în apă, care conţin atît grupe carboxilice cît şi grupe fenolice. Din acestea, grupele carboxilice sînt capabile de schimb cationic.

Transformarea cărbunelui brun în huilă se caracterizează printr-o pierdere aproape totală a grupelor carboxilice funcţionale.

Încarbonizarea este însoţită de o decarboxilare şi o deshidratare extramoleculară, adică o policondensare. Prin acest fenomen compuşii humici din huilă, pe măsura încarbonizării, suferă o creştere a greutăţii moleculare, ajungînd la dimensiuni macromoleculare, care fac ca substanţa humică să ajungă un foarte bun purtător pentru grupe de atomi ion-active introduse artificial; astfel, aceşti cărbuni devin o materie primă ieftină pentru obţinerea de schimbători de ioni [14].

În vederea stabilirii capacităţii de schimb naturale a cărbunilor studiaţi s-au cercetat acizii humici, substanţă căreia cărbunii îi datoresc eventuala proprietate de schimb de ioni. Pentru separarea acizilor humici cărbunii au fost supuşi în prealabil debituminizării prin extracţie cu amestec de alcool-benzen în proporţie de 1 : 1 în aparatul Soxhlet. Proporţia de substanţe bituminoase extrase este redată în tabelul 2.

Tabelul 2

Substanţe bituminoase extrase din cărbuni cu amestec de alcool : benzen 1 : 1

Denumirea cărbunilor	Subst. bitum. extrase g%
Lignit Căpeni nr. 1	4,22
Lignit Căpeni nr. 2	4,76
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	2,42
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	2,58
Huilă Anina mina „Ponor"	0,00
Antracit Gherla-Gorj	0,00

Pentru separarea acizilor humici din ligniţi şi cărbunii bruni s-a folosit metoda dată de Stadnikoff [24], după care cărbunele se tratează repetat cu soluţie de hidroxid de sodiu 1 % într-un balon cu refrigerent, în curent de azot. Extractul alcalin se separă de substanţele nesolvite după 12 ore şi se descompune cu acid clorhidric diluat. Acizii humici precipitaţi sînt separaţi prin filtrare la vid şi

se spală apoi cu apă pînă cînd în apele de spălare concentraţia în electrolit este mică. Acizii humici adunaţi pe filtru sînt uscaţi în etuvă de vid la 70°C şi se spală complet de clorura de sodiu. Prin uscare acizii humici pierd proprietatea de a forma cu apa curată soluţii coloidale. Acizii humici obţinuţi se prezintă, în stare uscată, ca o masă amorfă de culoare brun-închis pînă la negru.

S-a determinat aciditatea totală [24] şi aciditatea datorită grupelor carboxilice a acizilor humici separaţi [25]. Rezultatele sînt redate în tabelul 3.

Tabelul 3

Conţinutul în grupe carboxilice şi fenolhidroxilice, raportate la acizii humici separaţi

Acizi humici obţinuţi din	Grupe carboxilice la 1 g acizi humici		Grupe fenolhidroxilice la 1 g acizi humici		Aciditate totală la 1 g acizi humici	
	ml 0,1 *N* NaOH	mval.	ml 0,1 *N* NaOH	mval.	ml 0,1 *N* NaOH	mval.
Lignit Căpeni nr. 1	25,14	2,514	6,36	0,636	31,5	3,15
Lignit Căpeni nr. 2	27,58	2,758	9,42	0,942	37,0	3,70
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	24,59	2,459	9,91	0,991	34,5	3,45
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	25,94	2,594	6,54	0,654	32,48	3,248
Huilă Anina mina „Ponor"	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Antracit Gherla-Gorj	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Pentru a cunoaşte conţinutul în acizi humici liberi, în humaţi de calciu şi în humaţii altor metale ai cărbunilor luaţi în studiu, s-a trecut la determinarea lor după metoda indicată de W. Fuchs [7].

Rezultatele sînt date în tabelul 4 şi se referă la cărbunii fără umiditate şi fără cenuşă.

Tabelul 4

Conţinutul în acizi humici liberi, în humaţi de calciu şi humaţii altor metale

Probe de cărbuni	Acizi humici liberi %	Humaţi de calciu %	Humaţi ai altor metale %	Acizi humici totali %
Lignit Căpeni nr. 1	10,19	16,30	45,54	72,03
Lignit Căpeni nr. 2	7,53	14,30	40,15	61,98
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	3,88	1,80	7,41	13,09
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	1,18	3,13	14,20	18,51
Huilă Anina mina „Ponor"	0,2043	0,9370	0,2660	1,4073
Antracit Gherla-Gorj	0,00	0,00	0,00	0,00

Valorile obţinute pentru acizii humici liberi ca şi pentru acizii humici totali pot constitui un criteriu de apreciere a gradului de metamorfozare şi deci a vîrstei geologice a cărbunilor. Un conţinut ridicat de

acizi humici dintr-un cărbune arată că avem de-a face cu un cărbune mai nou şi invers, un conţinut redus al acizilor humici, ca urmare a metamorfozării mai avansate, datorită fie vîrstei sau condiţiilor speciale din zăcămînt (factori geochimici mai energici), denotă un cărbune mai evoluat.

Astfel, cărbunii de la Căpeni, care au un conţinut de acizi humici de peste 60%, se clasează, pe baza acestui criteriu, în grupa cărbuni bruni mai noi (adevăraţii cărbuni bruni), pe cînd cărbunii de la Codlea (minele „1 Mai" şi „Breitbach"), datorită conţinutului scăzut (sub 20%) al acizilor humici, pot fi consideraţi ca fiind cărbuni bruni mai evoluaţi, intraţi în faza de huilificare.

Conţinutul foarte scăzut în acizi humici ai cărbunilor de la Anina-Ponor arată că avem de-a face cu huile adevărate.

Prezenţa în masa cărbunilor de la Căpeni a unei cantităţi mari de acizi humici, substanţă capabilă de schimb de ioni, s-a putut pune în evidenţă şi prin încercările de schimb de ioni ce am efectuat direct cu aceşti cărbuni.

În acest scop cărbunii de la Căpeni, aduşi prin sfărîmare şi cernere la o granulaţie de 1...2 mm, au fost trataţi cu soluţii de 5% bicarbonat de sodiu, de 7% clorură de sodiu şi de 5% acetat de sodiu, în scopul de a trece acizii humici în ciclul de sodiu.

După spălarea cu apă pînă la îndepărtarea completă a electroliţilor reţinuţi mecanic de cărbune s-a trecut la schimbul de ioni cu o soluţie etalon de 0,14 g $CaCl_2$ la litru sau 5 mval.

Prin dozarea ionilor de calciu neadsorbiţi prin schimb, din soluţia trecută, s-a calculat cantitatea de ioni de calciu fixată de cărbuni.

Rezultatele determinărilor capacităţii de schimb naturale a cărbunilor astfel trataţi sînt date în tabelul 5.

Tabelul 5

Capacitatea de schimb naturală a ligniţilor de Căpeni

Denumirea cărbunilor	Tratat cu	mval.	Reg. I mval.	Reg. II mval.	Reg. III mval.
		la 1 g cărbune complet uscat			
Lignit Căpeni nr. 1	5% HCO_3Na	1,24	1,24	1,24	1,26
Idem	5% $NaOOCCH_3$	0,62	0,93	1,24	1,24
Idem	7% NaCl	0,275	0,352	0,42	0,42
Lignit Căpeni nr. 2	5% HCO_3Na	0,775	0,775	0,775	0,775
Idem	5% $NaOOCCH_3$	0,775	0,93	1,08	1,085
Idem	7% NaCl	0,295	0,31	0,345	0,345

Din datele cuprinse în tabelul 5 se poate remarca capacitatea de schimb naturală a cărbunilor de la Căpeni, ca urmare a conţinutului lor ridicat în acizi humici. De asemenea se constată că capacitatea de schimb a ligniţilor Căpeni nr. 2 este ceva mai scăzută, datorită conţinutului mai mic în acizi humici a acestui cărbune.

La regenerarea cărbunilor trecerea din ciclul de calciu în ciclul

sodic cu ajutorul soluţiilor de bicarbonat de sodiu, respectiv de clorură sau acetat de sodiu, se remarcă în general o îmbunătăţire a capacităţii de schimb, în special la cărbunii trataţi cu acetat de sodiu.

La schimbul de cationi cu soluţiile de acetat şi bicarbonat de sodiu participă probabil şi grupele fenolice din cărbuni.

B. *Activitatea schimbului de ioni a cărbunilor studiaţi, în urma introducerii de grupe active*

Pentru obţinerea de schimbători de ioni cu o mai mare capacitate de schimb, plecînd de la cărbunii luaţi în studiu, am procedat la introducerea de grupe sulfonice în substanţa humică a cărbunilor. Această activare s-a făcut prin tratarea cărbunilor cu acid sulfuric concentrat (95%, $d = 1{,}84$). În acest scop cărbunii uscaţi şi sortaţi cu o granulaţie de 0,75...1,2 mm, se tratează cu acid sulfuric în vase de sticlă menţinute în baie de ulei la temperatura de sulfonare. Sulfonarea s-a făcut la temperaturi diferite: 100, 150 şi 175°C, timpul de sulfonare variind de la 3 la 7 ore. Cantitatea de acid sulfuric întrebuinţată la sulfonare faţă de aceea a cărbunilor este de cinci părţi acid sulfuric la o parte cărbune (în greutăţi). După terminarea activării se aduce masa de reacţie în porţiuni mici, cu multă apă, pe o pîlnie Büchner şi se spală atît pînă cînd apa de spălare are un pH $\cong$ 5.

Pentru obţinerea sulfocarbonului sodic o parte din produsul astfel spălat a fost tratat cu o soluţie de 2% carbonat de sodiu pînă la neutralizarea grupelor funcţionale acide şi a excesului de acid sulfuric. Timpul necesar acestei reacţii a fost de cca. 50 ore, după care a urmat spălarea pînă la pH = 7...7,5 [20]. Restul probei, netratat cu soluţie de Na_2CO_3, a fost spălat în continuare cu apă pînă la neutru şi a constituit sulfocarbonul în ciclul de hidrogen. Sulfocarbonul uscat în aer, la umiditatea relativă a aerului, este eliberat prin cernere de praful mai fin, rezultat în urma operaţiilor de sulfonare şi se sortează obţinîndu-se granule cu dimensiuni de 0,5...1,0 mm.

Tabelul 6

Greutatea volumetrică a sulfocarbonilor obţinuţi

Felul sulfocarbonilor	Temp. de sulfonare °C	Timp de sulfonare ore	Greutatea volumetrică kg/litru
În ciclul de sodiu			
Căpeni nr. 1	175	3	0,671
Căpeni nr. 2	175	3	0,577
Codlea mina „1 Mai"	175	3	0,705
Codlea mina „Breitbach"	175	3	0,698
Anina mina „Ponor"	175	3	0,623
În ciclul de hidrogen			
Căpeni nr. 1	175	3	0,650
Căpeni nr. 2	175	3	0,575
Codlea mina „1 Mai"	175	3	0,697
Codlea mina „Breitbach"	175	3	0,669
Anina mina „Ponor"	175	3	0,620

În tabelul 6 se dă greutatea volumetrică a sulfocarbonilor preparaţi ca mai sus.

C. *Cercetarea schimbului de ioni a cărbunilor, obţinut prin sulfonare.*

Cu probele astfel pregătite au fost făcute determinări asupra capacităţii de schimb, folosind pentru sulfocarbonii în ciclul de hidrogen atît procedeul dinamic cît şi procedeul static.

Procedeul dinamic constă în trecerea unei soluţii de clorură de calciu, de concentraţie cunoscută, printr-un strat de schimbător care se găseşte într-o coloană de sticlă cu diametrul interior de 10 mm, avînd în partea inferioară o pătură de vată de sticlă.

S-au făcut determinări concomitente folosind mai multe coloane. Cantitatea de sulfocarboni luată în lucru de fiecare dată este de 2 g, iar soluţia de clorură de calciu a avut concentraţia de 5 mval.

Pentru a evita adeziunea bulelor de aer la suprafaţa granulelor de schimbător acesta din urmă a fost introdus în coloană peste o cantitate de soluţie de $CaCl_2$ pusă în prealabil aici, după care s-a trecut la determinarea propriu-zisă. Concentraţia soluţiei de clorură de calciu a fost stabilită prin titrare cu o soluţie alcoolică de săpun de potasiu, care a fost folosită de asemenea şi la determinarea conţinutului în ioni de calciu rămaşi în soluţie după efectuarea schimbului de ioni.

Capacitatea de schimb a fost exprimată sub formă de capacitate utilă de schimb, care reprezintă numărul de ml soluţie etalon complet dedurizată de 1 g de schimbător uscat, respectiv în mval (CaO) reţinuţi de 1 g sulfocarbon pînă la dedurizarea completă a soluţiei etalon.

De asemenea capacitatea de schimb s-a exprimat şi sub formă de capacitate maximă de schimb, care reprezintă capacitatea de săruri alcalino-teroase, (exprimată ca milivali de CaO), reţinută de 1 g schimbător pînă la completa lui blocare.

Trecerea soluţiei etalon prin stratul de schimbător s-a făcut cu un debit de 1 ml/min./g sulfocarbon, culegîndu-se fracţiuni de cîte 50 ml, cărora li s-a titrat conţinutul în ioni de calciu. Rezultatele sînt date în tabelul 7.

Din datele cuprinse în tabelul 7 se constată că ligniţii de Căpeni, sulfonaţi la temperaturile de 150 şi 175°C, timp de 5 şi 7 ore, prezintă cea mai ridicată capacitate de schimb. Sulfocarbonii obţinuţi din cărbunii bruni de la Codlea prezintă o capacitate de schimb mai scăzută, pe cînd schimbătorii proveniţi din huila de la Anina au de asemenea o bună capacitate de schimb, atît utilă cît şi maximă.

Pentru o apreciere a capacităţii de schimb a sulfocarbonilor în ciclul de hidrogen am utilizat ambele metode: statică şi dinamică. Ca procedeu static s-a folosit proprietatea ionilor de hidrogen din grupele funcţionale ale schimbătorului de a elibera dintr-o soluţie de iodat-iodură de potasiu, iodul, care a fost titrat cu o soluţie de tiosulfat şi amidon.

La determinarea capacităţii de schimb pe cale iodometrică s-a luat în lucru 0,5 ... 1 g sulfocarbon, de granulaţie 0,5...1 mm, spălat la neutru, la care se adaugă 10 ml soluţie iodat-iodură de potasiu de 0,1 moli concentraţie şi 2 g iodură de potasiu neutră, sub formă de cristali. După un timp determinat al reacţiei la întuneric (30') se titrează iodul pus în libertate. Aceste determinări nu dau adevărata capacitate

Tabelul 7

Capacitatea de schimb a schimbătorilor în ciclul sodic

Sulfocarboni obținuți din	Temperatura de sulfonare	Timpul de sulfonare	Capacitatea de schimb utilă		Capacitatea de schimb maximă
			ml sol. etalon complet dedurizați de	mval. la	mval. la
	°C	ore	1 g sulfocarbon uscat		
Lignit Căpeni nr. 1	100	3	489	2,490	2,865
	100	5	495	2,495	2,975
	100	7	529	2,645	3,145
	150	3	503	2,515	3,140
	150	5	526	2,630	3,130
	150	7	532	2,660	3,035
	175	3	483	2,415	2,960
	175	5	500	2,500	3,125
	175	7	558	2,790	3,290
Lignit Căpeni nr. 2	100	3	427	2,135	2,490
	100	5	490	2,450	2,825
	100	7	488	2,440	2,942
	150	3	461	2,305	2,683
	150	5	465	2,327	2,700
	150	7	497	2,485	2,835
	175	3	454	2,270	2,875
	175	5	465	2,325	2,375
	175	7	497	2,485	2,887
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	100	3	225	1,125	1,675
	100	5	230	1,150	1,525
	100	7	218	1,090	1,502
	150	3	265	1,325	1,660
	150	5	282	1,410	1,785
	150	7	250	1,250	1,745
	175	3	242	1,210	1,707
	175	5	246	1,230	1,727
	175	7	282	1,410	1,910
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	100	3	232	1,160	1,682
	100	5	242	1,410	1,742
	100	7	234	1,170	1,694
	150	3	218	1,090	1,492
	150	5	250	1,250	1,810
	150	7	252	1,260	1,820
	175	3	238	1,190	1,924
	175	5	252	1,260	1,845
	175	7	248	1,240	1,858
Huilă Anina mina „Ponor"	100	3	282	1,410	1,787
	100	5	310	1,550	1,925
	100	7	308	1,540	1,867
	150	5	306	1,530	1,909
	150	3	342	1,710	2,085
	150	7	332	1,660	1,935
	175	3	332	1,660	1,915
	175	5	362	1,810	1,062
	175	7	338	1,690	1,924
A tracit Gherla-Gorj	175	5	0,00	0,000	0,000

Tabelul 8

Capacitatea de schimb determinată prin metoda statică iodometrică, a cîtorva sulfocarboni hidrogenici, obţinuţi din cărbuni indigeni, în funcţie de temperatură şi de durata de sulfonare

Sulfocarboni obţinuţi din	Temperatura de sulfonare	Timpul de sulfonare	Capacitatea de schimb determinată iodometric	
			Cantitatea de iod eliberată de 1 g sulfocarbon din amestecul iodat-iodură, la timp de reacţie 0,5 ore. Titrarea se face cu sol. 0,1 *N* $Na_2S_2O_3$	
	°C	ore	ml sol. 0,1 *N* iod	mval. iod
Lignit Căpeni nr. 1	100	3	4,45	0,445
	100	5	4,91	0,491
	100	7	5,80	0,580
	150	3	6,04	0,605
	150	5	6,37	0,637
	150	7	6,39	0,639
	175	3	6,22	0,622
	175	5	6,90	0,690
	175	7	5,86	0,586
Lignit Căpeni nr. 2	100	3	3,02	0,302
	100	5	3,89	0,389
	100	7	4,36	0,436
	150	3	4,74	0,474
	150	5	4,87	0,487
	150	7	5,27	0,527
	175	3	6,09	0,609
	175	5	6,21	0,621
	175	7	6,37	0,637
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai“	100	3	2,86	0,286
	100	5	2,94	0,294
	100	7	3,15	0,315
	150	3	3,40	0,340
	150	5	3,43	0,343
	150	7	3,86	0,386
	175	3	3,12	0,312
	175	5	4,57	0,457
	175	7	4,44	0,444
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach“	100	3	2,48	0,248
	100	5	2,53	0,253
	100	7	2,65	0,265
	150	3	3,51	0,351
	150	5	3,71	0,371
	150	7	3,83	0,383
	175	3	3,05	0,305
	175	5	4,88	0,488
	175	7	4,47	0,447
Huilă Anina mina „Ponor“	100	3	4,54	0,454
	100	5	7,12	0,712
	100	7	4,75	0,475
	150	3	4,76	0,476
	150	5	6,02	0,602
	150	7	3,63	0,363
	175	3	4,45	0,445
	175	5	7,67	0,767
	175	7	6,41	0,641
Antracit Gherla-Gorj	175	5	0,00	0,00

de schimb a schimbătorului, ci numai cantitatea de cationi schimbată într-un timp de reacţie determinat. Comparînd rezultatele obţinute, pentru un acelaşi timp de reacţie, cu sulfocarboni preparaţi în diverse condiţii, se poate aprecia capacitatea de schimb pentru timpul de reacţie dat. Rezultatele sînt prezentate în tabelul 8.

Pentru a urmări modul cum decurge reacţia în funcţie de timpul de contact între sulfocarboni şi reactivii din această reacţie iodometrică de schimb de ioni, s-au făcut determinări iodometrice variind timpul de reacţie de la 10 min. la 18 ore. Iodul pus în libertate a fost titrat cu soluţie 0,1 *N* tiosulfat de sodiu şi amidon. Unele din rezultatele obţinute sînt date în tabelul 9. Încercările au fost însoţite de determinări de probe în alb.

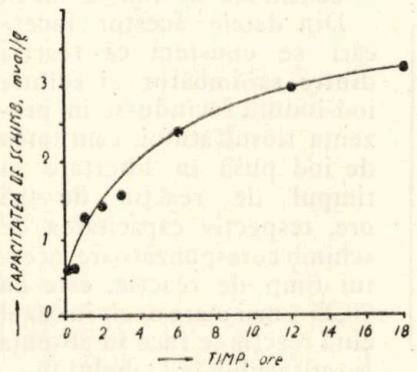


Fig. 1

Tabelul 9

Activitatea de schimb, determinată pe cale iodometrică, a sulfocarbonului în ciclul de hidrogen, provenit din lignit de Căpeni nr. 1, temperatura de sulfonare 175°C, timpul de sulfonare 3 ore

Timp de reacţie ore	Titrare cu sol. 0,1 *N* $Na_2S_2O_3$	
	ml 0,1 *N* iod	mval.
	la 1 g sulfocarbon uscat	
1/6	6,08	0,608
0,5	6,22	0,622
1,0	12,73	1,273
2,0	14,35	1,435
3,0	15,69	1,569
6,0	23,93	2,393
12,0	30,05	3,005
18,0	32,39	3,239

Din datele cuprinse în tabelul 9 se constată că cantitatea de iod eliberată prin schimb de ioni creşte cu timpul de contact al schimbătorului cu reactivii şi că echilibrul se atinge într-un timp foarte îndelungat. Acest fapt se poate constata şi din diagrama din fig. 1, în care pe abscisă este trecut timpul de reacţie între schimbător şi reactiv, iar pe ordonată—cantitatea de iod eliberată şi exprimată în mval.

Pe lîngă metoda amintită, în care iodul pus în libertate se titrează după un timp determinat de reacţie cu soluţie de tiosulfat, s-a mai folosit de asemenea o metodă exprimentată de noi într-o lucrare anterioară [20], în care soluţia de tiosulfat s-a pus de la început în exces, o dată cu soluţia iodat-iodură.

În acest caz iodul pus în libertate conform reacţiilor:

a) $6R-SO_3H + 5KI + KIO_3 = 6R-SO_3K + 3I_2 + 3H_2O$

b) $6R-COOH + 5KI + KIO_3 = 6R-COOK + 3I_2 + 3H_2O$

este scos din reacţie — pe măsură ce apare în soluţie — de către tiosulfatul în prezenţă. Acest fapt determină punerea în libertate de noi cantităţi de iod şi deci deplasarea reacţiei spre dreapta, spre reacţia totală.

Excesul de tiosulfat este titrat cu o soluţie de 0,1 *N* iod în prezenţă de amidon.

Pentru a stabili cantitatea optimă de tiosulfat de sodiu adăugată în reacţie, care să determine obţinerea unei cantităţi maxime de iod pentru timpul de reacţie de 30 min., s-au făcut încercări la care s-a variat cantitatea de soluţie de tiosulfat adăugată. La retitrarea cu soluţie 0,1 *N* iod s-au obţinut rezultatele redate în tabelul 10.

Se constată de aici că pentru timpul de reacţie de 30 min. cantitatea optimă de tiosulfat de sodiu 0,1 *N* ce trebuie adăugată ca să se obţină schimbul maxim, este de 30 ml.

Tabelul 10

Variaţia capacităţii de schimb, determinată pe cale iodometrică, a sulfocarbonului în ciclul de hidrogen, provenit din lignit de Căpeni nr. 1, temperatura de sulfonare 175°, timpul de sulfonare 3 ore, funcţie de cantitatea de sol. 0,1 N $Na_2S_2O_3$ *adăugată în exces*

ml sol. 0,1 *N* $Na_2S_2O_3$	Timpul de reacţie min.	ml sol. 0,1 *N* iod	mval. iod
		la 1 g sulfocarbon uscat	
5	30	8,65	0,865
10	30	9,52	0,952
15	30	9,64	0,964
20	30	10,45	1,045
25	30	10,48	1,048
30	30	10,59	1,059
35	30	10,34	1,034
40	30	10,16	1,016

Acest lucru este redat în diagrama din fig. 2, unde pe abscisă este înscrisă cantitatea de soluţie de tiosulfat luată în lucru, iar pe ordonată — cantitatea de iod în mval.

Din datele acestor încercări se constată că reacţia dintre schimbător şi soluţia iod-iodură făcîndu-se în prezenţa tiosulfatului, cantitatea de iod pusă în libertate în timpul de reacţie de 0,5 ore, respectiv capacitatea de schimb corespunzătoare acestui timp de reacţie, este cu 70,25 % mai mare decît în cazul cînd reacţia se face în absenţa tiosulfatului (v. tabelul 9).

În baza acestor date, folosind exces de soluţie de tiosulfat (30 ml) şi timpul de reacţie de 30 min., s-a trecut la determinarea iodometrică a capacităţii de schimb a sulfocarbonilor obţinuţi din cărbunii studiaţi. Rezultatele sînt date în tabelul 11.

Din compararea datelor din tabelul 11 cu acelea din tabelul 8 (în care iodul pus în libertate de către schimbătorul de ioni nu era în prezenţa tiosulfatului), se constată că folosind metoda iodometrică indicată de noi se obţin, pentru capacitatea de schimb, valori mai mari şi care sînt mai aproape de capacitatea de schimb reală a schimbătorului de ioni.

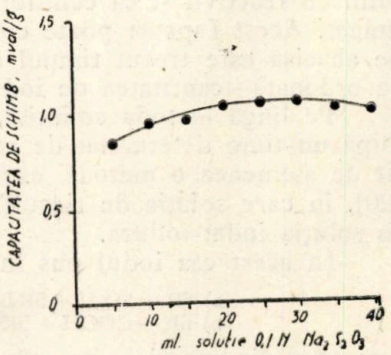


Fig. 2

Determinarea capacităţii de schimb pe cale dinamică a fost efectuată prin trecerea unei soluţii de $CaCl_2$ 2 % peste 5 g sulfocarbon în ciclul de hidrogen, în granule de 0,5...1 mm, aşezate într-o coloană. S-a trecut atîta soluţie de $CaCl_2$, cu un debit de 50 ml/oră, pînă ce sulfocarbonul a fost complet blocat cu ioni de calciu, adică pînă ce soluţia, după trecerea peste sulfocarbon, are aceeaşi concentraţie de ioni

Tabelul 11

Activitatea de schimb, determinată iodometric, a sulfocarbonilor în ciclul de hidrogen, în funcție de temperatura de sulfonare și durata reacției de sulfonare

Sulfocarboni obținuți din	Temperatura de sulfonare	Timpul de sulfonare	Reacție iodometrică în prezența a 30 ml sol. 0,1 *N* $Na_2S_2O_3$	
			Titrarea cu sol. 0,1 *N* iod	
			ml sol. 0,1 *N* iod	mval.
	°C	ore	la 1 g sulfocarbon uscat	
Lignit Căpeni nr. 1	100	3	9,26	0,926
	100	5	10,14	1,014
	100	7	12,05	1,205
	150	3	10,84	1,084
	150	5	12,65	1,265
	150	7	11,23	1,123
	175	3	10,51	1,051
	175	5	9,64	0,964
	175	7	9,60	0,960
Lignit Căpeni nr. 2	100	3	6,04	0,604
	100	5	7,66	0,766
	100	7	8,42	0,842
	150	3	8,48	0,848
	150	5	9,09	0,909
	150	7	7,75	0,775
	175	3	8,62	0,862
	175	5	8,33	0,833
	175	7	8,24	0,824
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	100	3	4,86	0,486
	100	5	4,92	0,492
	100	7	5,08	0,508
	150	3	6,58	0,658
	150	7	6,63	0,663
	150	5	6,43	0,643
	175	3	7,13	0,713
	175	5	8,86	0,886
	175	7	7,82	0,782
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	100	3	4,31	0,431
	100	5	4,36	0,436
	100	7	4,85	0,485
	150	3	5,42	0,542
	150	5	5,81	0,581
	150	7	5,24	0,524
	175	3	6,95	0,695
	175	5	7,95	0,795
	175	7	7,48	0,748
Huilă Anina mina „Ponor"	100	3	10,92	1,092
	100	5	12,42	1,242
	100	7	10,29	1,029
	150	3	9,82	0,982
	150	5	10,89	1,089
	150	7	7,80	0,780
	175	3	8,87	0,887
	175	5	11,82	1,182
	175	7	9,88	0,988
Antracit Gherla—Gorj	175	5	0,00	0,000

de calciu ca şi soluţia de $CaCl_2$ iniţială. Soluţia era prinsă într-un balon cotat, din care se doza apoi calciul. Dozarea ionilor de calciu a fost făcută prin metoda complexometrică (complexon III şi negru de eriochrom *T* ca indicator).

Din concentraţia în ioni de calciu a soluţiei, după trecerea peste sulfocarbon, şi concentraţia soluţiei iniţiale în ioni de calciu, se calculează capacitatea de schimb a sulfocarbonului exprimată în mval. la 1 g sulfocarbon complet uscat.

Sulfocarbonul în ciclul de calciu, rezultat de la trecerea de mai sus, a fost complet spălat cu apă distilată, pînă la eliminarea totală a ionilor de calciu din soluţia reţinută mecanic de către sulfocarbon, apoi s-a făcut eluarea (desorbţia) ionilor de calciu din sulfocarbon cu ajutorul unei soluţii 0,1 *N* de HCl, pînă ce soluţia acidă ce rezulta nu mai conţinea ioni de calciu. În soluţie se dozează ionii de calciu din care se calculează de asemenea capacitatea de schimb a sulfocarbonului.

Sulfocarbonul în ciclul de hidrogen astfel obţinut este tratat din nou, ca mai înainte, cu soluţie de $CaCl_2$, repetîndu-se în felul acesta determinările de mai sus. Rezultatele sînt date în tabelul 12.

Tabelul 12

Activitatea de schimb, determinată complexometric, a sulfocarbonilor în ciclul de hidrogen

Sulfocarboni obţinuţi din	Temperatura de sulfonare	Timpul de sulfonare	Prima tratare cu sol. $CaCl_2$	Desorbţia cu HCl 0,1 *N*	A doua tratare cu sol. $CaCl_2$
	°C	ore	mval la 1 g sulfocarbon uscat		
Lignit Căpeni nr. 1	175	5	1,602	1,54	1,73
	175	7	1,254	1,221	1,43
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	175	5	1,060	1,054	1,21
	175	7	0,908	0,895	1,16
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	175	5	0,857	0,845	0,903
	175	7	0,796	0,771	0,843
Huilă Anina mina „Ponor"	175	5	0,760	0,760	0,787
	175	7	0,653	0,629	0,732

Trebuie menţionat faptul că folosind ca soluţie de schimb soluţia de $CaCl_2$ nu se obţine capacitatea totală a schimbătorilor deoarece grupele carboxilice nu fac cu sărurile acizilor tari un schimb efectiv de cationi.

Capacitatea cărbunilor trataţi cu acid sulfuric de a schimba ionii se datoreşte grupelor sulfonice introduse în macromolecula cărbunelui, gru-

pelor carboxilice existente în cărbuni şi grupelor carboxilice create în timpul sulfonării din acţiunea oxidantă a acidului sulfuric asupra substanţei cărbunelui.

Diferenţierea calitativă şi cantitativă a acestor grupări de atomi, cu proprietăţi de schimb de ioni, se poate face prin deosebirea de comportare a acestora, faţă de soluţiile sărurilor utilizate pentru schimb.

Astfel grupa sulfonică din macromolecula schimbătorului fiind un rest de acid tare, este puternic disociabilă şi poate scinda atît sărurile acizilor slabi cît şi sărurile minerale ale acizilor tari, conform ecuaţiilor chimice:

$$M\begin{matrix}SO_3H\\SO_3H\end{matrix} + (CH_3{-}COO)_2Ca \rightleftarrows M\begin{matrix}SO_3H\\SO_3H\end{matrix} + 2CH_3{-}COOH$$

$$M\begin{matrix}SO_3H\\SO_3H\end{matrix} + CaSO_4 \rightleftarrows M\begin{matrix}SO_3\\SO_3\end{matrix}Ca + H_2SO_4$$

Pe cînd grupele carboxilice, care sînt slab disociabile, nu vor putea descompune decît sărurile acizilor slabi, conform ecuaţiei chimice:

$$M\begin{matrix}COOH\\COOH\end{matrix} + (CH_3{-}COO)_2Ca \rightleftarrows M\begin{matrix}COO\\COO\end{matrix}Ca + 2CH_3{-}COOH$$

Pe această deosebire în comportare, a grupelor sulfonice şi a grupelor carboxilice dintr-un schimbător, se bazează determinarea lor cantitativă şi anume, peste 2 g de schimbător în ciclul de hidrogen, adus într-o coloană de sticlă, se trece o soluţie de clorură de calciu *N*, pînă ce soluţia ce rezultă după trecere este practic neutră. Filtratele se adună la balon cotat şi într-o cotă parte se titrează aciditatea cu o soluţie de 0,1 *N* NaOH în prezenţa metiloranjului.

Numărul de ml sol. NaOH utilizaţi, multiplicat cu 5, dă capacitatea de schimb maximă, în mval. la 100 g schimbător, atribuită grupelor sulfonice.

Schimbătorul se tratează în continuare cu o soluţie normală de acetat de calciu. În acest caz are loc schimbul între ionii de calciu din soluţie şi hidrogenul din grupele carboxilice ale schimbătorului.

În filtratele rezultate de aici se titrează cu o soluţie 0,1 *N* NaOH, în prezenţa fenolftaleinei, acidul acetic eliberat din reacţia de schimb.

Numărul de ml sol. 0,1 *N* NaOH utilizaţi, multiplicat cu 5, dă capacitatea de schimb maximă, în mval. la 100 g schimbător, atribuită grupelor carboxilice.

Suma ambelor capacităţi dă capacitatea totală de schimb maximă, exprimată în mval. la 100 g schimbător.

În tabelul 13 sînt date capacităţile de schimb pe grupe funcţionale şi capacităţile totale ale cărbunilor sulfonaţi.

Din analiza datelor cuprinse în tabelul 13 se constată următoarele.

În schimbătorii de ioni proveniţi din sulfonarea cărbunilor există atît grupe sulfonice cît şi grupe carboxilice, care iau parte la schimbul de ioni.

Numărul de grupe carboxilice este mai mare la cărbunii mai noi şi scade cu gradul de metamorfozare a cărbunilor.

În acest mod raportul $\frac{\text{grupe sulfonice}}{\text{grupe carboxilice}}$ [14] dintre grupele funcţionale dintr-un cărbune sulfonat, creşte cu gradul de încărbunare, cu vechimea cărbunilor.

Tabelul 13

Capacitatea de schimb, diferenţiată pe grupe sulfonice şi grupe carboxilice, existentă în sulfocarbonii în ciclul de hidrogen, proveniţi din cărbunii sulfonaţi la 175°C, timp de sulfonare 5 ore.

Sulfocarboni obţinuţi din	Capacitatea de schimb în mval. la 100 g schimbător		
	$-SO_3H$	—COOH	$-SO_3H+$ —COOH
Lignit Căpeni nr. 1	94	167	261
Lignit Căpeni nr. 2	99,4	145,4	244,8
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai“	108,2	93,8	202,0
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach“	101,9	86,4	188,3
Huilă Anina mina „Ponor“	116,5	16,10	132,60
Antracit Gherla-Gorj	0,00	0,00	0,00

Măsura în care, în urma procesului de sulfonare, apar noi grupe carboxilice, se poate stabili prin calcul, din diferenţa dintre grupele carboxilice ale cărbunilor după sulfonare şi acelea ale cărbunilor iniţiali. Datele astfel obţinute, referitoare la probele de cărbuni pe care le cer-

Tabelul 14

Conţinutul în grupe carboxilice al cărbunilor iniţiali şi al acelorași cărbuni după sulfonare

Denumirea cărbunilor	Grupe —COOH (tabelul 13) mval.	Grupe —COOH (tabelul 14) mval.	Creşterea grupelor —COOH % mval.
Lignit Căpeni nr. 1	167	164,8	1,33
Lignit Căpeni nr. 2	145,4	142,15	2,03
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai“	93,8	37,30	151,75
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach“	86,4	53,12	62,6
Huilă Anina mina „Ponor“	16,10	3,50	260,1

cetăm, sînt redate în tabelul 14, unde în coloana 2 figurează grupele carboxilice totale ale cărbunilor sulfonaţi (v. tabelul 13), în coloana 3 —grupele carboxilice ale cărbunilor iniţiali (v. tabelul 4), iar în coloana 4—grupele carboxilice rezultate în urma sulfonării.

Se constată de aici o creştere a conţinutului grupelor carboxilice, ca urmare a acţiunii oxidante a acidului sulfuric în timpul tratamentului de sulfonare a cărbunilor. Acţiunea oxidantă se remarcă la cărbunii mai vechi, unde creşterea de grupe carboxilice este mult mai pronunţată.

4. Concluzii

1. Cărbunii studiaţi în cadrul acestei lucrări posedă o oarecare capacitate de schimb naturală, ca urmare a conţinutului în grupe carboxilice ce se găsesc în construcţia masei humice a acestor cărbuni. Această capacitate de schimb scade cu vîrsta geologică a cărbunilor, de la lignit la huile, ca urmare a scăderii conţinutului în grupe carboxilice, cu gradul de metamorfozare a cărbunilor.

2. Cărbunii de vîrstă geologică mai nouă, cu un conţinut mai ridicat în substanţe humice, pot da, prin tratare cu acid sulfuric concentrat, schimbători de ioni cu o bună capacitate de schimb.

3. Cărbunii naturali de vîrstă geologică mai veche (cărbunii bruni şi huilele), deşi au un conţinut mai redus în acizi humici totuşi, datorită unei încarbonizări mai avansate a substanţei humice, aceasta suferind procese de policondensări, — fiind transformată în substanţe macromoleculare, — este mai aptă de a fixa grupe ion-active, introduse prin tratamente chimice. Ca o consecinţă a acestor fapte rezultă, şi aceasta s-a confirmat experimental, că numărul de grupe sulfonice introduse prin tratare cu acid sulfuric este mai mare în cărbunii vechi decît în cei noi, iar raportul $\frac{-SO_3H}{-COOH}$, între grupele sulfonice şi cele carboxilice, din cărbunii astfel trataţi, creşte cu gradul de încarbonizare al cărbunilor.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de industrii anorganice

BIBLIOGRAFIE

1. Dickel G. u. Titzmann C. K., Angew. Chem., 1951, **63**, *19*, S. 450—457.
2. Gans R., C., 1905, **II**, S. 928; Ibid., 1906, **II**, S. 1731; Pat. german 174047.
3. Кухаренко Т. А., Колл. Ж., 1949, *4*, стр. 244.
4. Сысков К. И., Ibid, 1937, *2*, стр. 677.
5. Rottmund u. Kornfeld, Z. anorg. Chem., 1918, S. 136.
6. Jeny, Kolloidchemie Beihefte, 1927, **23**, S. 1013.
7. Fischer u. Fuchs, Brennstoff-Chemie, 1927, **8**, S. 337; Ibid., 1930, **11**, S. 333; Ibid., 1924, **5**, S. 245.
8. Scrob M. S., *Pregătirea apei*, Buc., EES, 1954, p. 289.
9. Демин Е., Пром. энерг., 1949, **7**, стр. 14.
10. Prohorov G. V. şi Iancovski K. H., Soc. Pat. 64446, (citat după C. A., 1946, S. 4830 -s).
11. Федорова Г. В., Изв. В. Т. И., **15**, *2*, стр. 28—29, (citat după C. A., 1946, S. 4479-b).
12. Broderick S. G. a. Bogard D., Ind. and Eng. Chem. Ind., 1941, **33**, *10*, pp. 1286—1291.
13. Roy B. M., J. of appl. chem., 1956, **6**, *8*, pp. 335—341.
14. Stach H. u. Teichmüller, M., Brennstoff-Chemie, 1953, **34**, S. 275—281.
15. Amer. Pat., 2.191.068, C II, 1940, p. 1339.
16. — 2 170.065, C II, 1940, p. 1402.
17. — 2.260.971, C II, 1944, p. 1414.

18. D.R.P., 755.515 K., 85b, C., 1953, S. 9596.
19. Stanislavievici L., Tehnica nouă, 1955, *14*, p. 8.
20. Dima M. şi colab., St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Chimie, 1956, **VII**, *1*, pp. 31—62.
21. Zapan M. şi Vrăbiescu E., Revista de Chimie, 1956, **VII**, *11*, p. 654.
22. Zapan M., Oprescu Gh. şi Vrăbiescu E., Celuloză şi Hîrtie, 1957, *8*, p. 278.
23. Zorio N. şi Calmanovici, B., Revista de Chimie, 1957, **VIII**, *12*, pp. 760—762.
24. Ubaldini I., Brennstoff-Chemie, 1937, **18**, *14*, S. 274.
25. Kreulen D. J. W. u. Kreulen-van-Selms F. G., Ibid., 1957, **38**, *3—4*, S. 50.

УСТАНОВЛЕНИЕ СООТНОШЕНИЙ МЕЖДУ ОБМЕННОЙ СПОСОБНОСТЬЮ СУЛЬФОУГЛЕЙ И ВОЗРАСТОМ

Заметка I

(Резюме)

В работе изучают условия получения сульфоуглей, обработкой концентрированной серной кислотой (уд. вес 1,84), шести разновидностей румынских углей (2 лигнита, 2 бурых угля, каменного угля и антрацита). С этой целью наблюдают влияние температуры и продолжительности сульфирования.

Определяют:

а) Обменную способность статическим (иодометрическим) и динамическим (в колонке) методами.

б) Содержание сульфогрупп; содержание карбоксильных групп в исходном и сулфированном материалах.

в) Природную обменную способность исходных углей в результате наличия гуминовых веществ.

г) Соотношение между геологическим возрастом углей и природной обменной способностью, а также и между обменной способностью, приобретенной в результате сернокислотной обработки.

SUR LA RÉLATION ENTRE LA CAPACITÉ D'ÉCHANGE DES ÉCHANGEURS D'IONS PRÉPARÉS DES CHARBONS ET LEUR ÂGE GÉOLOGIQUE

Note I

(Résumé)

On étudie les conditions d'obtention des sulfocharbons à la suite du traitement par de l'acide sulfurique concentré ($d = 1{,}84$) des six variétés de charbon de terre roumaines, (2 lignites, 2 charbons bruns, 1 houil e et 1 anthracite). On examine surtout l'influence de la température et de la durée de sulfonation.

On a exécuté les déterminations suivantes concernant les sulfocharbons obte..us en cycle d'hydrogène et en cycle de sodium :

a) La capacité d'échange par voie statique (iodometrique) et par voie dynamique (en colonne).

b) Le contenu en groupes sulfoniques introduites par la sulfonation, on bien en groupes carboxyliques existantes dans les charbons non traités (non sulfonés) et enfin le contenu en groupes carboxyliques formées sous l'action de l'acide sulfurique.

c) La capacité d'échange des carbons non traités (initiaux) due aux groupes carboxyliques existantes dans la substance humique des charbons

d) On a établi ensuite la rélation qui existe entre l'âge géologique des charbons et leur capacité naturelle d'échange, ainsi que la rélation entre l'âge géologique et la capacité d'échange de ces charbons après leur traitement par de l'acide sulfurique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

660

STUDIUL SUPRAFEŢEI UDATE ÎN COLOANE CU UMPLUTURĂ

DE

TEODOR SĂVEANU şi RADU TUDOSE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

O condiţie esenţială în buna funcţionare a coloanelor de absorbţie este ca întreaga suprafaţă a umpluturii să fie udată. Aceasta depinde în primul rînd de uniformitatea udării straturilor superioare ale umpluturii. Chiar dacă dispozitivul de stropire udă uniform partea superioară, experimental se constată că se produce o neuniformizare, pe măsura curgerii lichidului în jos [1].

Udarea suprafeţei umpluturii depinde în mare măsură de densitatea de stropire şi creşte o dată cu ea.

Gradul de udare a suprafeţei corpurilor de umplere poate fi caracterizat prin aşa-numita reţinere a absorbantului, prin care se înţelege cantitatea de lichid reţinută de unitatea de volum de umplutură. Această reţinere este formată din reţinerea statică, determinată de forţele capilare şi reţinerea dinamică, cauzată de curgerea lichidului prin umplutură. Datorită acestor fenomene lichidul se adună în punctele de contact ale corpurilor de umplere, stratul de lichid se îngroaşă în direcţia părţilor inferioare ale corpurilor, se prelinge de pe un corp pe altul şi o parte din lichid se scurge în şuviţe şi picături [2].

N. M. Javoronkov [1] plecînd de la mărimea reţinerii găsită experimental, grosimea peliculei $\delta_e = \Delta V/a$ şi grosimea teoretică a peliculei de lichid calculată cu formula:

$$\delta_t = \sqrt[3]{(u/a)^2\,(b/g)} \quad \text{şi} \quad b = \zeta/(8 \sin \alpha), \tag{1}$$

a determinat gradul de udare al umpluturii ca fiind raportul acestora şi anume: $f = \delta_e/\delta_t$. Rezultatele obţinute pe această cale sînt destul de contradictorii.

Suprafaţa udată a fost determinată experimental, în mod direct, de către Mayo, Hunter şi Nash, cu inele de hîrtie şi cu apă în care s-a dizolvat un colorant [3]. Ei au găsit că numai 1/3... 1/2 din suprafaţa umpluturii (aşezată neregulat) este umezită. Este însă foarte puţin probabil ca aceste rezultate să poată fi extinse la umpluturile folosite în practică.

În mod indirect se poate stabili suprafaţa umpluturii efectiv udată [1]) prin compararea coeficienţilor de transfer de masă, obţinuţi experimental pentru pelicula de gaz, cu

1) Prin suprafaţă efectiv udată se înţelege suprafaţa interfeţei dintre două faze prin care are loc transferul de masă, iar prin suprafaţă udată, fracţiunea din suprafaţa geometrică a umpluturii, udată de lichid.

coeficienţii determinaţi în operaţiile de evaporare, sublimare etc., ai unor materiale solide, la care se ştie precis că participă întreaga suprafaţă la transferul de masă. Sherwood şi Pigford [4] au folosit o metodă indirectă. Ei au comparat coeficienţii de transfer de masă şi au găsit pentru inele ceramice de 25 mm, la densităţi de stropire cuprinse între 1 000 şi 10 000 lb./ft².h., că se udă respectiv 35%...75% din suprafaţa umpluturii.

Pratt, folosind aceeaşi metodă indirectă, a stabilit că maximul de umezire a suprafeţei se obţine în apropierea punctului de înec.

Shulman şi de Gauff [5] au calculat fracţiunea de suprafaţă udată într-o coloană de absorbţie cu inele de naftalină. Din raportul dintre debitul de sublimare al umpluturii de naftalină udată şi cel al umpluturii uscate, la un anumit debit de gaz, au găsit fracţiunea de suprafaţă uscată, iar prin diferenţă—fracţiunea de suprafaţă udată.

Weisman şi Bonilla [6] au făcut încercări cu sfere de alamă de 0,5 in. şi sfere de sticlă de 0,511 in. Făcînd raportul între înălţimea unităţii de transfer, determinată experimental, şi cea determinată din datele lui Gamson, Thodes şi Hauger pentru umplutură total udată, au determinat fracţiunea de suprafaţă udată. Rezultatele obţinute le-au corelat în ecuaţia:

(2) $$f = 0{,}044\ G^{0{,}31}\ U^{0{,}07},$$

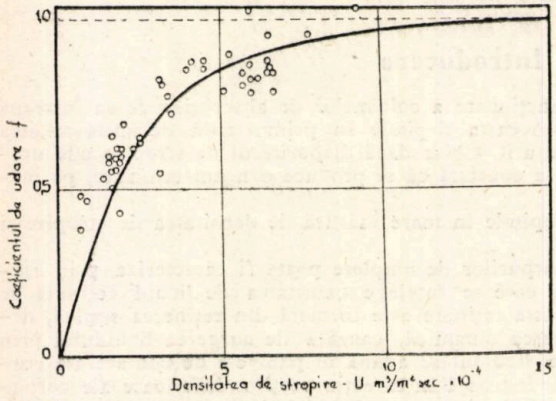


Fig. 1—Rezultatele obţinute de van Krevelen ş. a. (reprezentare în coordonate carteziene).

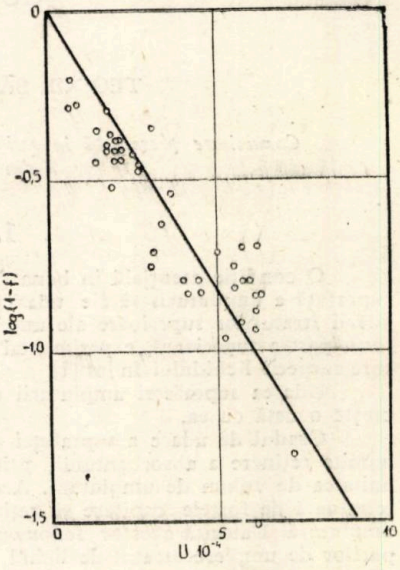


Fig. 2.— Rezultatele obţinute de van Krevelen ş. a. (reprezentare în coordonate semilogaritmice).

valabilă pentru G=350...1000 p. mol./h.sq.ft. şi U=540 ... 2600 p. mol./sq.ft., unde G—densitatea de stropire (lb./hsq.ft).

Interesant este faptul că autorii au introdus în ecuaţie şi viteza gazului.

Cercetătorii Hikita şi Kataoka [7] au studiat influenţa tensiunii superficiale asupra suprafeţei udate şi au stabilit următoarea ecuaţie:

(3) $$f = 0{,}0464\,[U(\sigma/20)^{3m}]^{1/3},$$

unde $m = 1{,}42\ d^{-0{,}70}$, d — diametrul umpluturii (cm), σ—tensiunea superficială (dyne/cm), U — densitatea de stropire (kg/m².h.).

Ei au tras concluzia că viteza gazului nu exercită vreo influenţă, pînă la înec, asupra suprafeţei udate.

Fujita [8], lucrînd cu inele ceramice Raschig, a stabilit o ecuaţie pentru fracţiunea suprafeţei udate, în care a ţinut seama şi de vîscozitatea lichidului:

(4) $$f = 1 - 1{,}02\ \exp\,[-0{,}278\ (U/a\mu)^{0{,}4}],$$

unde U — densitatea de stropire (kg/m². h.), μ — vîscozitatea dinamică (în unități tehnice), a — suprafața specifică a umpluturii (m²/m³).

O metodă originală a fost folosită de Grimley [6], care a determinat suprafața udată la umplutura de inele ceramice, asigurînd o curgere laminară verticală a lichidului și măsurînd rezistența lui electrică. El a găsit pentru $U=22...300$, $f=0{,}11$, iar pentru $U=300...15000$, f crește proporțional cu $U^{0{,}63}$, după care rămîne constant ($=1{,}03$).

Coeficientul de udare a fost determinat prin analiza curbelor variației coeficientului total de absorbție K_g funcție de Re_g^m. Întrucît coeficientul parțial de absorbție K_g nu depinde de Re_l, reprezentarea lui $1/K_g$ funcție de $1/\mathrm{Re}_g^m$, pentru diferite valori ale lui Re_l, va da un fascicul de drepte paralele. La densități mici de stropire se obține un fascicul divergent de drepte, ceea ce s-ar explica prin variația lui K_g funcție de Re_l. Explicația însă este dată prin interpretarea rezultatelor experimentale, cînd K_g se raportează la întreaga suprafață a umpluturii și nu la suprafața udată.

În această ordine de idei van Krevelen, Hoftizer și van Hooren [9], prelucrînd o serie de rezultate experimentale de absorbție și reprezentînd variația fracțiunii de suprafață udată funcție de densitatea de stropire, au determinat curba din fig. 1. Prin reprezentarea acelorași rezultate în coordonate semilogaritmice, au obținut o dreaptă (fig. 2) și expresia ei analitică:

$$f = 1 - \exp(\beta U), \tag{5}$$

unde U — densitatea de stropire (m³/m². h.), β — coeficient ce depinde de felul umpluturii și care variază între limitele 1 ... 1,6 h./m.

După datele lui van Krevelen rezultă că s-ar ajunge la o udare completă a suprafeței la o densitate de stropire de 5 m³/m².h.

Părerile despre cantitatea minimă de absorbant cu care trebuie stropită umplutura unei coloane de absorbție, pentru ca udarea să se facă complet, sînt mult diferite.

M. E. Pozin, după datele culese din literatura de specialitate, indică mărimi de densități de stropire cuprinse între 1 și 5 m³/m².h.

Morris și Jackson [10] au trasat o scară funcțională dublă din care se poate citi coeficientul de udare funcție de densitatea de stropire. În condițiile noastre de experimentare densitatea minimă de stropire (după Morris ș.a.) ar fi 14,5 m³/m².h.

Ca un rezultat a celor de mai sus în lucrarea de față ne-am propus să studiem experimental această problemă, folosind mărimi ușor măsurabile.

2. Considerații teoretice asupra lucrării

Din conținutul § 1 rezultă că diverși cercetători au folosit, pentru determinarea coeficientului de udare a umpluturii (fracția de suprafață udată), coeficientul de transfer de masă, înălțimea unității de transfer, cantitatea de lichid reținută de umplutură sau alte mărimi, în general greu măsurabile.

În prezenta lucrare am utilizat pentru studiul propus căderea de presiune prin umplutură, mărime ce poate fi citită direct la un manometru diferențial.

La trecerea unui gaz printr-o coloană cu umplutură are loc o cădere de presiune proporțională cu viteza gazului, cădere de presiune exprimată prin relația:

$$\Delta p = \lambda\,(l/d_e)\,[v_0^2/(2g)]\,\gamma. \tag{3}$$

Încercările făcute cu umplutură uscată și umezită, cu inele Raschig

de diferite dimensiuni, arată o creştere importantă a căderii de presiune în cazul umpluturii umezite faţă de cea uscată.

Dacă în timpul experienţei se lucrează cu două faze, adică se stropeşte umplutura, căderea de presiune creşte mult cu creşterea densităţii de stropire [11].

Pornind de la constatarea că la punctul de înec al unei coloane de absorţie are loc o udare completă a suprafeţei umpluturii, s-au făcut determinări pentru aceleaşi densităţi de stropire, în două condiţii diferite. În primul rînd s-a determinat căderea de presiune plecînd de la umplutura complet uscată, funcţie de densitatea de stropire. Aceleaşi încercări s-au repetat în aceleaşi condiţii, plecînd de data aceasta de la umplutura umezită complet în prealabil prin aducerea coloanei la înec. Rezultatele încercărilor făcute cu inele ceramice de $15 \times 15 \times 2$ mm şi $25 \times 25 \times 3$ mm, aşezate neregulat, în condiţii uscate, umezite sau stropite cu diferite debite de apă, sînt reprezentate în fig. 3 şi 4.

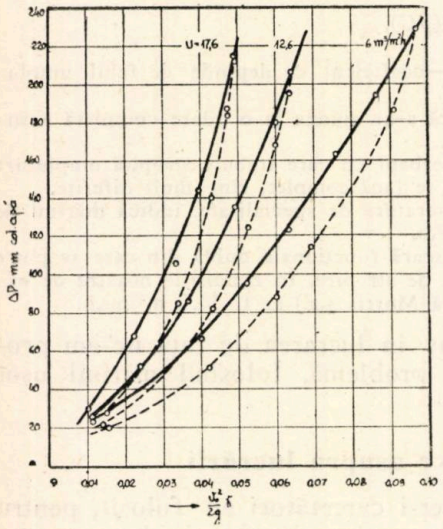


Fig. 3.— Căderea de presiune, în mm coloană apă pe 0,8 m înălţime umplutură, pentru inele de $15 \times 15 \times 2$ mm.

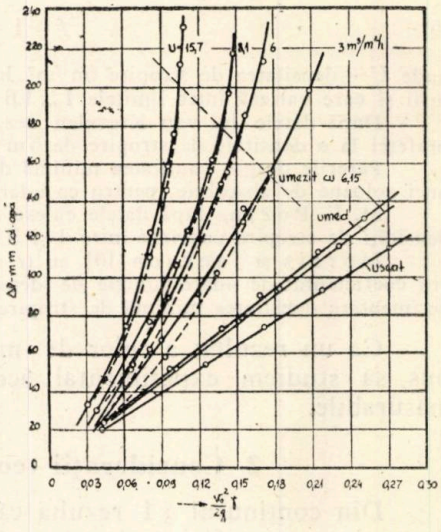


Fig. 4.— Căderea de presiune în mm coloană apă pe 0,8 m înălţime umplutură, pentru inele de $25 \times 25 \times 3$ mm.

În grafice s-au pus în ordonată căderile de presiune (în kgf/m^2), măsurate pe o înălţime de 0,8 m umplutură, şi în abscisă—energia dinamică a gazului (în kgf/m^2).

Din grafice rezultă că pentru o aceeaşi densitate de stropire căderea de presiune este mai mare în cazul umpluturii umezite în prealabil (curbele trasate cu linii continui) decît în cazul în care s-a plecat de la umplutura uscată (curbele trasate cu linii întrerupte). Această diferenţă de cădere de presiune scade cu creşterea energiei dinamice a gazului şi la o anumită valoare a acesteia devine egală cu zero, iar cele două

curbe se confundă. La densităţi mai mari de stropire se constată aceeaşi scădere a diferenţei de cădere de presiune.

Din rezultatele obţinute se poate trage concluzia că atunci cînd se pleacă cu o anumită densitate de stropire, de la umplutură uscată, are loc o cădere de presiune mai mică datorită udării incomplete a suprafeţei corpurilor de umplere. Pe măsura creşterii densităţii de stropire diferenţa de cădere de presiune obţinută în cele două condiţii scade din cauza creşterii fracţiunii de suprafaţă udată. Creşterea energiei dinamice a gazului, respectiv creşterea vitezei, duce la o mărire a suprafeţei şi deci la o scădere a diferenţei de cădere de presiune,—fapt ce rezultă din grafice—, din apropierea celor două curbe trasate pentru aceeaşi densitate de stropire.

Rezultate asemănătoare se obţin dacă se determină căderea de presiune prin umplutura uscată, umezită complet în condiţii de înec şi umezită la diferite densităţi de stropiri—fără trecerea aerului—(fig. 4). Căderea de presiune prin umplutura umezită cu un oarecare debit de apă este mai mare decît în cazul umpluturii uscate şi mai mică decît în cazul umpluturii umezite la punctul de înec, cînd întreaga suprafaţă a umpluturii este umezită. Cu cît umezirea se face la o densitate mai mare de stropire cu atît căderea de presiune creşte şi se apropie de cea corespunzătoare suprafeţei complet umezite.

În acest caz se poate scrie pentru umezirea făcută la o anumită densitate de stropire, cînd suprafaţa nu este complet umezită, relaţia

$$f\Delta p_{umt} + (1-f)\,\Delta p_{usc} = \Delta p_{ump},$$

de unde

$$f = (\Delta p_{ump} - \Delta p_{usc}) / (\Delta p_{umt} - \Delta p_{usc}). \tag{7}$$

Această relaţie s-a folosit pentru determinarea coeficientului de udare (fracţia de suprafaţă udată).

Coeficientul de udare a umpluturii depinde de: condiţiile de curgere a lichidului şi a gazului şi de umplutură, adică de densitatea de stropire, modul de distribuire a lichidului, viteza gazului, proprietăţile fizice ale lichidului şi gazului, tipul de umplutură, mărimea, forma, natura materialului, starea suprafeţei şi modul de aranjare.

Studiul tuturor acestor factori n-a putut conduce deocamdată la o soluţie generală a problemei, ci numai la soluţii parţiale.

În lucrarea de faţă ne propunem să studiem variaţia coeficientului de udare a umpluturii funcţie de densitatea de stropire şi de viteza gazului, folosind ca parametru variabil căderea de presiune.

3. Aparatura utilizată

Experienţele s-au făcut în laborator pe o coloană cu umplutură, cu diametrul de 191 mm şi înălţimea de 1800 mm.

Ca umplutură s-au folosit inele ceramice Raschig de $15 \times 15 \times 2$ mm şi $25 \times 25 \times 3$ mm.

Înălţimea de coloană ocupată de umplutură a fost de 920 mm.

Toate încercările s-au făcut cu aer care avea la intrare temperatura de $28 \pm 2°C$ şi la ieşire $27 \pm 2°C$ şi cu apă cu temperatura iniţială de $11 \pm 1°C$ şi finală de $13 \pm 1°C$. Atunci cînd s-a lucrat cu ambele faze, temperatura aerului la ieşire a fost $15 \pm 1°C$.

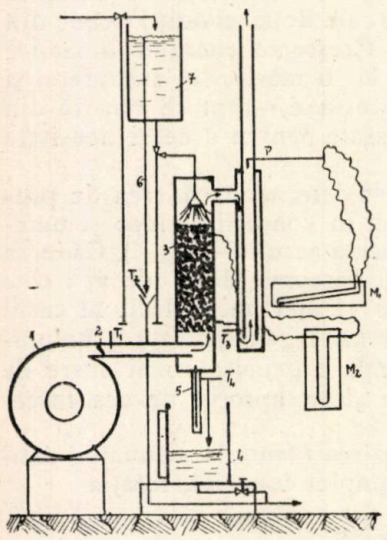


Fig. 5.— Schema instalaţiei

Aerul trimis de ventilatorul *1* (fig. 5), reglat cu ajutorul clapetei *2*, pătrunde la partea inferioară a coloanei *3*. Temperatura aerului la intrarea şi ieşirea din coloană s-a citit cu ajutorul termometrelor T_1 şi T_3. Debitul de aer s-a măsurat la ieşirea din coloană cu ajutorul tubului Pitot-Prandtl *P* pus în legătură cu un manometru diferenţial înclinat M_1.

Apa de la reţea intră în rezervorul *7*, prevăzut cu preaplinul *6*, din care prin cădere liberă pătrunde în coloană, unde este stropită cu ajutorul unui duş. Apa iese de la partea inferioară a coloanei prin sifonul *5*, trece în vasul *4*, prevăzut cu sticlă de nivel pentru determinarea debitului şi de aici merge la canal. Temperatura apei la intrare şi ieşire s-a măsurat cu termometrele T_2 şi T_4.

Căderea de presiune s-a măsurat cu ajutorul manometrului diferenţial M_2, pe o înălţime de umplutură de 0,8 m.

4. Modul de lucru

Experienţele s-au făcut cu umplutură uscată, umezită şi stropită, şi în fiecare caz s-a măsurat variaţia căderii de presiune cu variaţia debitului de aer.

Pornind de la umplutura uscată s-a reglat un anumit debit de apă, s-a pornit ventilatorul şi s-a măsurat căderea de presiune începînd de la un debit minim de aer către un debit maxim. Operaţia s-a reluat udînd iniţial umplutura cu o densitate de stropire de aproximativ 20 m^3/m^2. h. şi o viteză a aerului corespuzătoare înecului, s-a reglat din nou densitatea de stropire iniţială şi s-a citit variaţia căderii de presiune cu variaţia debitului. Rezultatele obţinute s-au reprezentat în fig. 3 şi 4 (cu linii întrerupte pentru primul caz şi cu linii continui pentru cazul al doilea).

Un număr foarte mare de încercări s-au făcut cu umplutură uscată şi umezită.

Pentru a fi siguri că umplutura este complet umezită s-a folosit o densitate de stropire de 20 m^3/m^2. h., în condiţii de înec ale coloanei, s-a oprit ventilatorul şi apoi s-a lăsat 5 min. ca apa să se scurgă, s-a pornit din nou ventilatorul şi s-a determinat căderea de presiune. În

timpul determinărilor s-a reîmprospătat umezirea pentru a evita uscarea umpluturii.

O altă serie de încercări s-au făcut în următoarele condiții: s-a stropit umplutura, s-a lăsat 5 min. să se scurgă apa, s-a pornit ventilatorul și s-a determinat căderea de presiune. Cîteva din rezultatele ultimelor încercări s-au reprezentat în fig. 6 și 7.

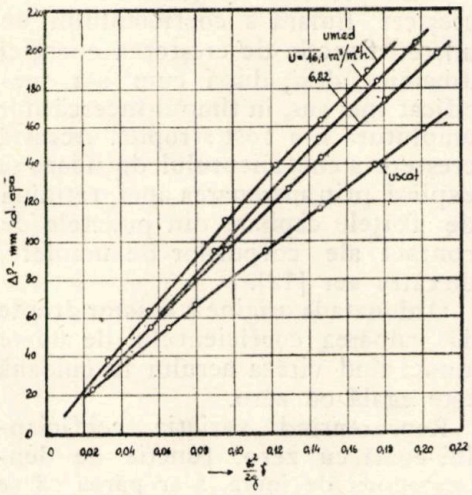


Fig. 6. — Variația căderii de presiune cu energia dinamică, pentru inele Raschig de 15×15×2 mm, uscate și umezite parțial și total.

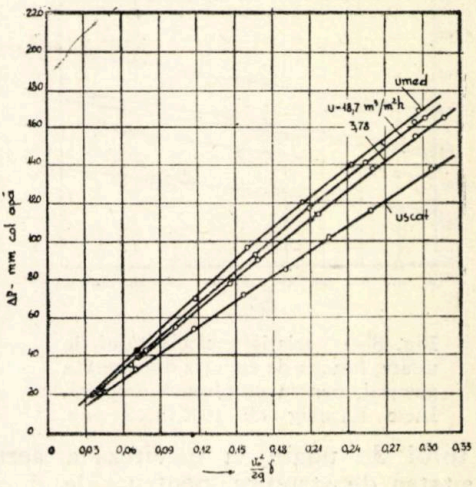


Fig. 7.— Variația căderii de presiune cu energia dinamică, pentru inele Raschig de 25×25×3 mm, uscate și umezite parțial și total.

Întrucît după un număr oarecare de încercări valoarea căderii de presiune, pentru aceleași condiții, suferă o creștere, datorită unor depuneri din fazele cu care se lucrează, la fiecare două sau trei determinări, pentru condiții de umezire parțială, s-au determinat și variațiile căderilor de presiune pentru umplutura uscată și umezită complet. Repetarea experiențelor pentru condițiile limită a permis să se obțină valori comparabile ale căderii de presiune și rezultate reproductibile.

Curbele căderii de presiune, pentru diferite densități de stropire, sînt situate între curbele limită, corespunzătoare umpluturii uscate și umpluturii umezite complet, în condiții de înec, și se apropie de ultima pe măsura creșterii densității de stropire. Acest fapt se explică prin umezirea incompletă a suprafeței corpurilor de umplere. La creșterea densității de stropire coeficientul de udare a suprafeței crește, ceea ce duce la o creștere a căderii de presiune.

5. Prelucrarea rezultatelor experimentale

Datele experimentale obținute pentru umplutură uscată și umezită, din care o parte sînt reprezentate în fig. 6 și 7, s-au prelucrat pentru

stabilirea unei relaţii de calcul. Specificăm că aceste date au fost obţinute cu umplutură umezită în prealabil, fără ca în timpul experienţelor să se mai stropească cu apă.

Cu ajutorul relaţiei (7) s-a calculat variaţia coeficientului de udare pentru o anumită densitate de stropire, funcţie de variaţia energiei dinamice. Rezultatele obţinute s-au reprezentat în fig. 8 şi 9.

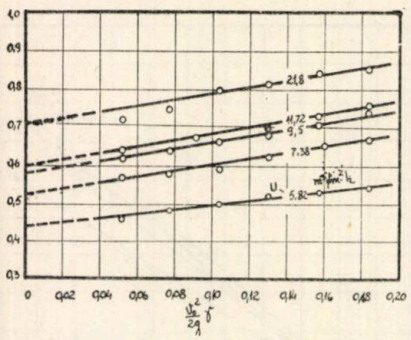


Fig. 8.— Variaţia coeficientului de udare, funcţie de energia dinamică a gazului, pentru umplutură umezită. Inele Raschig de 15×15×2 mm.

Din reprezentările grafice rezultă o creştere liniară a coeficientului de udare, funcţie de creşterea energiei dinamice, deşi, după cum s-a specificat mai sus, în timpul încercărilor umplutura n-a fost stropită. Această creştere a coeficientului de udare se explică prin antrenarea apei, reţinută de forţele capilare din punctele de contact ale corpurilor de umplere, de către aer [12].

Ordonata la origine a acestor drepte dă valoarea coeficientului de udare atunci cînd viteza aerului în coloană este egală cu zero.

Reprezentînd variaţia coeficientului de udare, la o viteză a aerului egală cu zero, funcţie de densitatea de stropire, pentru cele două categorii de inele, s-ar părea că se obţin două curbe exponenţiale care tind asimptotic către dreapta $f=1$ (fig. 10). În acest caz rezultatele ar fi întrucîtva concordante cu cele obţinute de van Krevelen şi colaboratori [9]. Totuşi, încercări de a prezenta $\log(1-f)$ în funcţie de U nu ne-au dat o dreaptă, după cum ne aşteptam. Pentru domeniul de densitate de stropire cuprins între 1 şi 5 $m^3/m^2.h$. curba reprezentată în coordonate semilogaritmice ar putea fi asimilată cu o dreaptă şi atunci ecuaţia stabilită de van Krevelen s-ar verifica. În domeniul de densităţi de stropire, în care s-au făcut experienţele (cuprinse între 3 şi 20 $m^3/m^2.h$.), asimilarea curbei cu o dreaptă nu mai este posibilă. În acelaşi timp trebuie scos în evidenţă faptul că în reprezentările din fig. 1 şi 2 cercetătorii citaţi mai sus, ca şi alţi mulţi cercetători, nu au ţinut seama de influenţa vitezei aerului asupra coeficientului de udare.

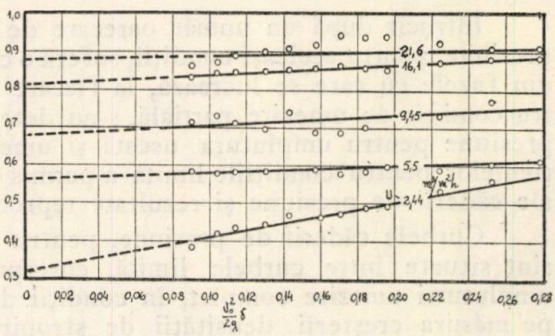


Fig. 9.— Variaţia coeficientului de udare, funcţie de energia dinamică a gazului, pentru umplutură umezită. Inele Raschig de 25×25×3 mm.

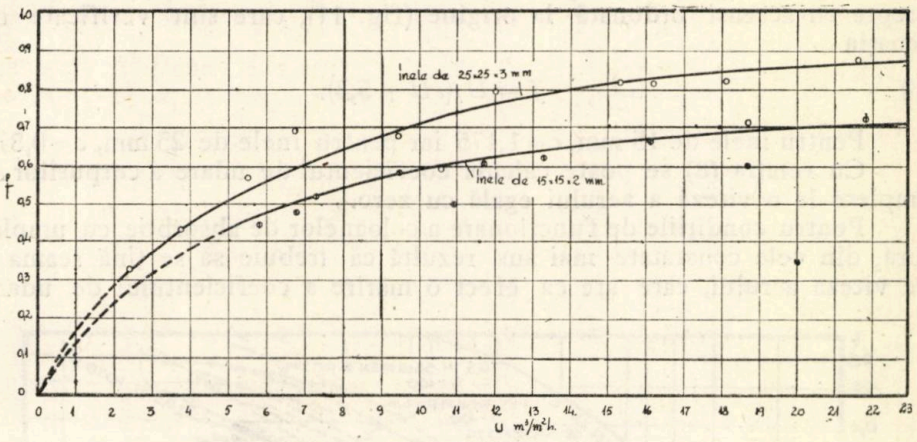


Fig. 10.— Variația coeficientului de udare, funcție de densitatea de stropire, pentru $v_0 = 0$ (reprezentare în coordonate f, U).

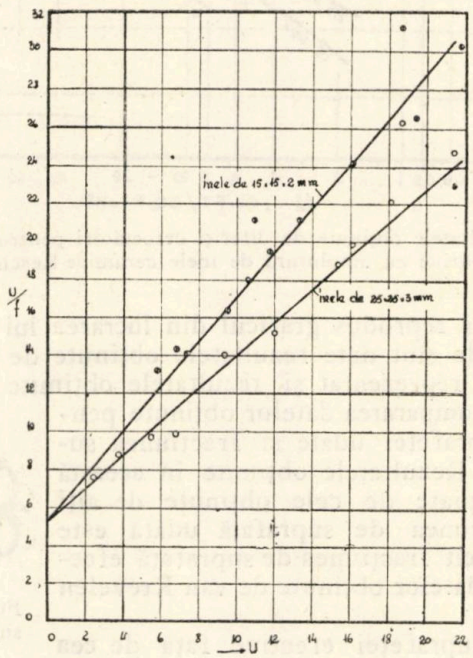


Fig. 11.— Variația coeficientului de udare, funcție de densitatea de stropire, pentru $v_0 = 0$ (reprezentare în coordonate $U/f, U$).

Datele din fig. 10, reprezentate în coordonate U/f şi U, dau două drepte cu aceeaşi ordonată la origine (fig. 11), care sînt verificate de ecuaţia

$$f = U/(cU + 5{,}3). \tag{8}$$

Pentru inele de 15 mm, $c = 1{,}175$ iar pentru inele de 25 mm, $c = 0{,}877$.

Cu relaţia (8) se poate calcula coeficientul de udare a corpurilor de umplere la o viteză a aerului egală cu zero.

Pentru condiţiile de funcţionare a coloanelor de absorbţie cu umplutură, din cele constatate mai sus rezultă că trebuie să se ţină seama şi de viteza aerului, care are ca efect o mărire a coeficientului de udare.

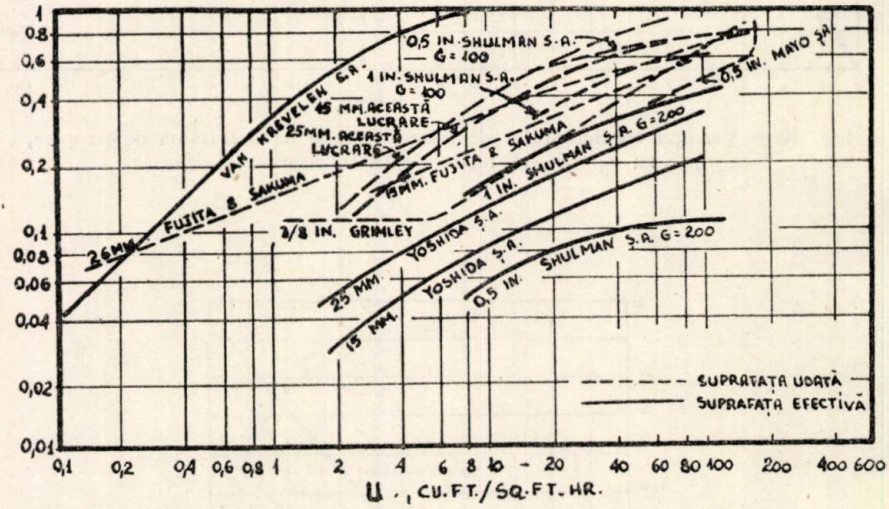


Fig. 12.— Rezultatele obţinute de diferiţi cercetători pentru suprafaţa udată şi efectivă, în coloane cu umplutură de inele ceramice Raschig, udate cu apă.

În fig. 12 s-a reprodus graficul din lucrarea lui Yoshida şi Koyanagi [13], unde sînt date rezultatele obţinute de mai mulţi cercetători şi în care am reprezentat şi rezultatele obţinute în această lucrare. Graficul permite compararea datelor obţinute pentru fracţiunea suprafeţei udate şi fracţiunea suprafeţei efective. Rezultatele obţinute în această lucrare sînt apropiate de cele obţinute de alţi cercetători. Fracţiunea de suprafaţă udată este mult mai mare decît fracţiunea de suprafaţă efectivă, cu excepţia datelor obţinute de van Krevelen şi colaboratorii.

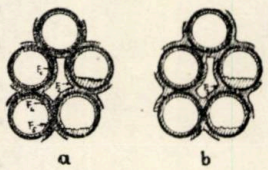


Fig. 13.—Diferenţa dintre suprafaţa geometrică şi suprafaţa efectivă.

Micşorarea suprafeţei efective faţă de cea udată s-ar putea explica în felul următor: suprafaţa filmului de lichid F_2, formată în spaţiul liber al unui grup de inele (fig. 13 a), este mai mică decît suprafaţa F_1 corespunzătoare inelelor.

Aceeaşi explicaţie se poate da şi pentru udarea suprafeţei interioare a inelelor cînd F_4 este mai mare decît F_5. Dacă se iau în considerare şi forţele capilare existente în punctele de contact ale inelelor (fig. 13 b), rezultă că suprafaţa efectivă F_3, este mai mică decît F_2. În acelaşi timp, unele goluri formate de inele pot fi umplute complet cu apă, ceea ce duce la micşorarea suprafeţei efective.

6. Concluzii

În lucrare s-a studiat coeficientul de udare a suprafeţei din coloanele cu umplutură, la sistemul aer-apă, folosind ca parametru variabil căderea de presiune.

S-a scos în evidenţă influenţa vitezei aerului asupra coeficientului de udare.

S-a stabilit o ecuaţie de calcul a coeficientului de udare la două categorii de inele ceramice, pentru sistemul aer-apă.

Notaţii

V — volumul de lichid reţinut de umplutură (m^3/m^3),
a — suprafaţa specifică a umpluturii (m^2/m^3),
G — viteza masică a gazului ($kg/m^2.h.$),
σ — tensiunea superficială (dyne/cm),
μ — vîscozitatea dinamică (kg. sec./m^2),
f — fracţia de suprafaţă udată (coeficient de udare),
γ — greutatea specifică (kg/m^3),
Re_l — regimul de curgere a lichidului,
Re_g — regimul de curgere a gazului,
λ — coeficient de frecare,
l — lungimea pe care s-a măsurat căderea de presiune (m),
d_e — diametrul echivalent al umpluturii (m),
v_0 — viteza fictivă a gazului (m/sec.),
p_{umt} — căderea de presiune prin umplutura umezită total (kg/m^2),
p_{usc} — căderea de presiune prin umplutura uscată (kg/m^2),
p_{ump} — căderea de presiune prin umplutura umezită parţial (kg/m^2).

Institutul politehnic Iaşi,
Catedra de chimie fizică,
Laboratorul de aparate şi procedee în industria chimică

BIBLIOGRAFIE

1. Рамм В. М., *Абсорбционные процессы в химической промышленности*, Госхимиздат, М., 1951.
2. Позин М. Е., *Методы и процессы химической технологии*, сб. **I**, Изд. АН СССР, М., 1955, стр. 103—134.
3. Mayo F., Hunter T. G. a. Nash A. W., J. Soc. Chem. Ind. Lond., 1935, **44**, p. 375 T (citat după Kremer H. W. a. Davies T., *Chemical Engineering Practice*, Butterworths, 1958, vol. **6**, p. 57).
4. Sherwood T. K. a. Pigford R. L., *Absorbtion and extraction*, Mc. Graw-Hill, N. Y., 1952.

5. Shulman H. L. a. de Gauff J. J., Ind. Engng. Chem., 1952, **44**, *8*, pp. 1915—1922
6. Weisman J. a. Bonilla Ch., Ibid., 1950, **42**, *6*, pp. 1099—1105.
7. Hikita H. a. Kataoka T., Chem. Eng. (Japan), 1956, **20**, p. 528 (citat după Рамм В. М. и Закгеим А. И., Хим. наука и пром, 1958, **3**, *6*, стр. 718—719).
8. Fujita S. et al., Ibid., 1954, **18**, p. 64 (citat după Kakusaburo Onda et al., A. I. Ch. E. J., 1959, **5**, *2*, pp. 235—239).
9. van Krevelen D. W., Hoftijzer P. J. a. van Hooren C. J., Rec. Trav. Chim., 1947, **66**, *7—8*, p. 513.
10. Morris G. A. a. Jackson J., *Absorbtion towers*, Butterworths, London, 1953, (citat după Kremer H. W. a. Davies P., *Chemical Engineering Practice*, Butterworths, 1958, vol. **6**, pp. 49—51).
11. Săveanu T., Ibănescu I. şi Tudose R., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **4** (**8**), *1—2*, pp. 161—166.
12. Brauer H., Chemie Ing. Techn., 1957, **29**, *8*, S. 520—530.
13. Yoshida F. a. Koyanagi T., Ind. Engng. Chem., 1958, **50**, *3*, pp. 365—374.

СМАЧИВАЕМАЯ ПОВЕРХНОСТЬ В НАСАДОЧНЫХ КОЛОННАХ

(Резюме)

В отличие от различных исследователей, использовавших для определения смачиваемости насадки коэффициент массопередачи, высоту единицы передачи, количество жидкости оставшейся в насадке и другие трудно измеряемые величины, в настоящей работе использовали падение давления, легко измеряемое дифференциальным манометром.

Для определения коэффициента смачивания насадки использовали уравнение

$$f = (\Delta p_{ucм} - \Delta p_{сух}) / (\Delta p_{пcм} - \Delta p_{сух}),$$

где: f — коэффициент смачивания насадки (равный долям смачиваемой поверхности), $\Delta p_{пcм}$ — падение давления при полном смачивании, $\Delta p_{ucм}$ — падение давления при частичном смачивании, $\Delta p_{сух}$ — падение давления в сухой насадке.

Опытная установка представлена на рис. 5.

Измеряли падения давления в зависимости от скорости газа в керамических кольцах Рашига 25 × 25 × 3 мм и 15 × 15 × 2 мм в сухой насадке, в частично смачиваемой насадке при разных плотностях разбрызгивания и в полностью смачиваемых насадках (рис. 6 и 7).

Коэффициент смачивания f определен при помощи уравнения (8) и дан на рис. 7 и 8 в зависимости от динамической энергии, а также в координатах (L/f, U) — на рис. 11. Для сравнения с данными, полученными другими исследователями, наши опытные данные указаны на рис. 12, заимствованном из работ Иошида и Кайанаги [13].

Полученные нами результаты совпадают с данными других исследователей, т. е. использование падения давления для определения долей смачиваемой поверхности оправдывается.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Результаты, полученные ван Крэвеленом и сотр. (представлены в декартовых координатах).
Рис. 2. — Результаты, полученные ван Кревэленом и сотр. (представленные в полулогарифмических координатах).
Рис. 3. — Падение давления в мм вод. ст. на 0,8 м высоты насадки для колец в 15×15×2 мм.
Рис. 4. — Падение давления в мм вод. ст. на 0,8 мм высоты насадки для колец в 25×25×3 мм.
Рис. 5. — Схема установки.

Рис. 6. — Изменения падения давления в зависимости от динамической энергии для сухих, частично или абсолютно смоченых колец Рашига в 15×15×2 мм.
Рис. 7. — Изменение падения давления в зависимости от динамической энергии для сухих, частично или абсолютно смоченных колец Рашига в 25×25×3 им.
Рис. 8. — Изменения коэффициента смачивания в зависимости от динамической энергии газа для смоченной насадки. Кольца Рашига в 25×25×2 мм.
Рис. 9. — Изменения коэффициента смачивания в зависимости от динамической энергии газа для смоченной насадки. Кольца Рашига в 15×15×3 мм.
Рис. 10. — Изменения коэффициента смачивания в зависимости от плотности опрыскивания для $v_0=0$ (представлены в координатах f, U).
Рис. 11. — Изменение коэффициента смачивания в зависимости от плотности опрыскивания для $v_0=0$ (представлены в координатах $U/f, U$).
Рис. 12. — Результаты, полученные различными исследователями для эффективной смоченной поверхности в колонке с насадкой из керамических колец Рашига, смоченных водой.
Рис. 13. — Разность между геометрической и эффективной поверхностями.

DIE BENETZTE OBERFLÄCHE IN FÜLLKÖRPERSÄULEN

(Zusammenfassung)

Als Unterschied von anderen Forschern, die für die Bestimmung des Benetzungskoeffizientes der Füllkörperoberfläche die Stoffübergangszahl, die Höhe der Übergangseinheit oder andere Grössen die schwer zu messen sind, benutzt haben, hat man in dieser Arbeit den Druckabfall benutzt, welcher leicht mit einen Differentialmanometer gemesst werden kann.

Für die Bestimmung des Benetzungskoeffizientes des Füllkörperoberfläche hat man die folgende Gleichung gebraucht:

$$f = (\Delta p_t - \Delta p_{tr})/(\Delta p_v - \Delta p_{tr}),$$

in welcher: f — der Benetzungskoeffizient der Füllkörperoberfläche (gleich mit dem Teil der benetzten Oberfläche), Δp_v — der Druckabfall bei voller Benetzung, Δp_p — der Druckabfall bei teilweiser Benetzung der Oberfläche, Δp_{tr} — der Druckabfall durch trockene Füllkörpersäule. Die benutzte Apparatur ist in Abb. 5 dargestellt.

Man hat den Druckabfall als Funktion der Gasgeschwindigkeit bei keramischen Raschigringen von 25×25×3 und 15×15×2 mm in drei Umständen gemesst und zwar: trockene, bei verschiedenen Berieselungsdichten teilweise benetzte und voll benetzte Ringe (Abb. 6 und 7).

Der Benetzungskoeffizient f wurde durch die Gleichung (8) berechnet und als Funktion der dynamischen Energie in Abb. 7 und 8 und in der Koordinaten $(U/f, U)$ in Abb. 11 dargestellt.

Zum Vergleich mit den Angaben anderer Forscher wurden unsere Ergebnisse in Abb. 12 dargestellt; das Abb. 12 ist nach Yoshida und Koyanagi wiedergegeben [13].

Man sieht das unsere Ergebnisse mit den Ergebnissen anderer Forscher gut übereinstimmen, das heisst dass die Benutzung des Druckabfalls für die Bestimmung des Bruchteils der benetzten Oberfläche sich demnach vollkommen bestätigt.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. — Erzielte Engebnisse von van Krevelen u. a. (Darstellung in kartesischen Koordinaten).
Abb. 2. — Erziele Ergebnise von van Krevelen u. a. (Darstellung in halblogaritmischen Koordinaten).
Abb. 3. — Druckverlust, in mm WS, auf 0,8 m Höhe der Füllung, für Raschigringe von 15×15×2 mm.
Abb. 4. — Druckverlust, in mm WS, auf 0,8 m Höhe der Füllung, für Raschigringe von 25×25×3 mm.

Abb. 5. — Schema der Installation.
Abb. 6. — Veränderung des Druckverlustes mit der dynamischen Energie für trockenen und teilweise und voll-benetzten Raschigringe von $15\times15\times2$ mm.
Abb. 7. — Veränderung des Druckverlustes mit der dynamischen Energie für trockenen und teilweise und voll-benetzten Raschigringe von $25\times25\times3$ mm.
Abb. 8. — Veränderung des Benetzungskoeffizientes mit der dynamischen Energie des Gases für benetzte Füllung. Raschigringe von $15\times15\times2$ mm.
Abb. 9. — Veränderung des Benetzungskoeffizientes mit der dynamischen Energie des Gases für benetzte Füllung. Raschigringe von $25\times25\times3$ mm.
Abb. 10. — Veränderung des Benetzungskoeffizientes mit der Berieselungsdichte für $v_0=0$. (Darstellung in Koordinaten f,U).
Abb. 11. — Veränderung des Benetzungskoeffizientes mit der Berieselungsdichte für $v_0=0$. (Darstellung in Koordinaten $U/f, U$).
Abb. 12. — Resultate von verschiedenen Forschern für die benetzte und effektive Oberfläche für Füllungskolonnen mit wasserbenetzten Raschigringen.
Abb. 13. — Unterschied zwischen geometrischen und effektiven Oberfläche.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

547.678.2

CONDENSAREA ACENAFTENCHINONEI CU AMINOFENOLI

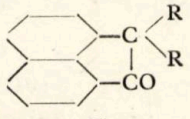
DE

ILIE MATEI
membru corespondent al Academiei R.P.R.
TATIANA LIXANDRU şi EUGENIA COMANIŢĂ

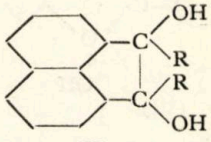
Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Cercetări anterioare [1] au arătat că fenolul, pirocatehina, rezorcina şi hidrochinona se condensează cu acenaftenchinona, conducînd la acenaftenone substituite de forma (I) în care R este radicalul fenolului corespunzător.



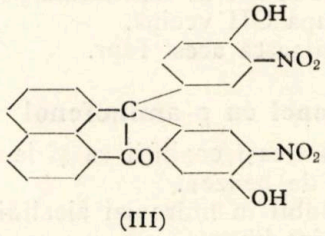
(I)



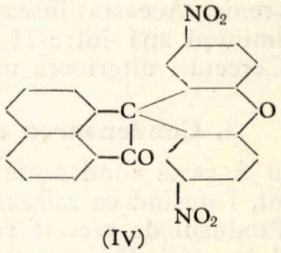
(II)

Alte cercetări [2] de condensare a acenaftenchinonei cu crezoli, xilenoli şi naftoli dau produse cu structură pinaconică de tipul (II).

Încercîndu-se condensarea acenaftenchinonei cu orto- şi paranitrofenol [3] s-au obţinut, cu orto-nitrofenol, di-o-nitrofenol acenaftenonă (III), iar cu para-nitrofenol un derivat xantenic (IV), ce este anhidro-(di-p-nitrofenol-acenaftenonă).



(III)



(IV)

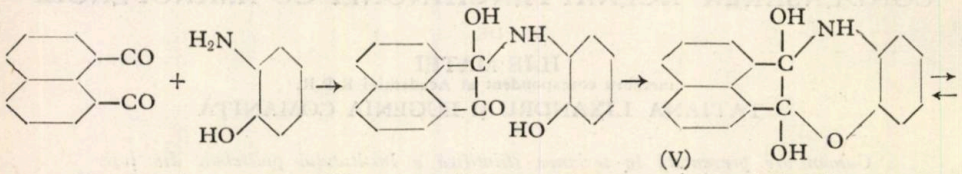
În lucrarea de faţă ne-am propus cercetarea reacţiei de condensare a *acenaftenchinonei cu orto- şi para-aminofenol*, în scopul de a stabili cum se comportă aceste două combinaţii cu *două grupe reactive* faţă de acenaftenchinonă.

2. Condensarea acenaftenchinonei cu o-aminofenol

Reacţia de condensare s-a făcut în *soluţie de benzen,* la încălzire pe baie de apă. Produsul de condensare începe să se separe chiar la cald. După prelucrarea masei de reacţie, prin recristalizări din amestec de alcool cu benzen, s-a obţinut un produs alb-gălbui de compoziţie $C_{18}H_{13}O_3N+2/3\ C_6H_6$ (benzen de cristalizare).

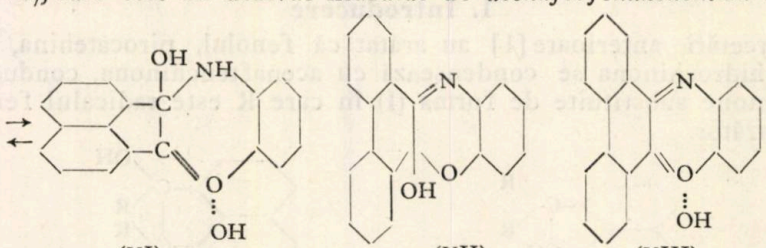
Nu este solubil nici în hidroxizi diluaţi nici în acizi diluaţi. Ca urmare nu are nici grupa $-NH_2$, nici grupa — OH liberă.

Acest produs s-ar forma printr-o adiţie în două faze a o-aminofenolului la acenaftenchinonă conform schemei:



(V)

Produsul rezultat (V) poate fi considerat ca pseudobază a produsului (VI), care este un derivat hidratat de *acenaftofenazoxonium hidroxid.*



(VI) (VII) (VIII)

Această interpretare concordă cu indicaţiile din literatură [4], privitoare la obţinerea pseudobazei (VII) a fenatrofenazoxoniumhidroxidului (VIII) ce se obţine la condensarea fenantrenchinonei cu o-aminofenol.

Produsele acenaftenice (V,) respectiv (VI) se solvă cu culoare brună în acid sulfuric concentrat, pe cînd cele fenantrenice (VII,) (VIII) se solvă cu culoare violetă. La diluare slabă soluţia se colorează galben, iar la diluare mai mare se separă un produs galben, ca şi în cazul derivatului fenantrenic. Aceasta înseamnă că acidul sulfuric ar deshidrata produsul (V) eliminînd apă între H de la N şi grupa OH vecină.

Cercetări ulterioare urmează să stabilească acest fapt.

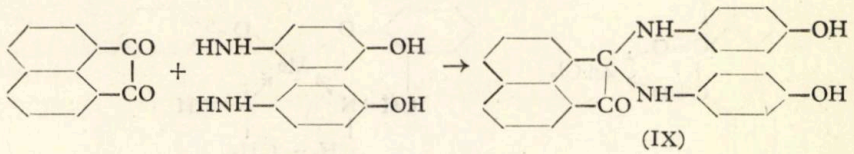
3. Condensarea acenaftenchinonei cu p-aminofenol

a) Această condensare s-a făcut în aceleaşi condiţii ca şi la o-aminofenol, folosind ca *solvent toluen* în loc de benzen.

Produsul de reacţie rezultat este solubil în hidroxizi alcalini şi insolubil în acizi. Ca urmare grupele OH sînt libere.

Analiza indică compoziţia $C_{24}H_{18}O_3N_2$, ceea ce arată că au reacţionat două molecule de p-aminofenol cu o moleculă de acenaftenchinonă, cu eliminarea unei molecule de apă.

Aceasta s-ar putea interpreta după schema:



(IX)

Acest produs poate fi considerat ca *di-p-oxifenilaminoacenaftenon.* Produsul este hidrolizat treptat la şedere cu HCl diluat şi mai repede la cald, cu separare de acenaftenchinonă.

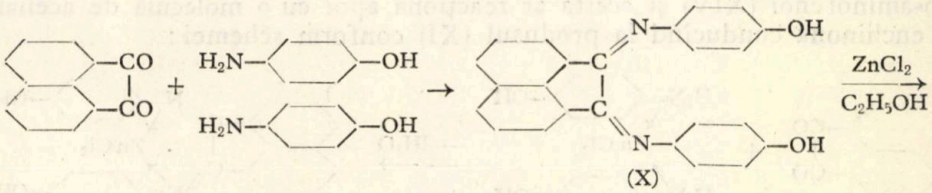
b) S-a urmărit apoi *condensarea acenaftenchinonei cu p-aminofenol* în mediu de *acid acetic glacial şi* $ZnCl_2$ anhidră.

Substanţele se solvă în acid acetic, soluţia devenind de culoare roş închis. După un scurt timp de încălzire se separă un produs cristalin roş închis, care pe măsura încălzirii devine tot mai abundent.

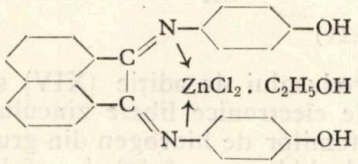
După răcire, filtrare şi spălare cu acid acetic glacial, produsul obţinut recristalizează din alcool absolut, obţinîndu-se cristali aciculari de culoare roşie. Produsul se descompune cu apa chiar la rece prin şedere îndelungată şi mai repede la cald. Acidul sulfuric şi acidul azotic diluat descompun produsul punînd în libertate acenaftenchinona. Este solubil în NaOH diluat, fapt ce indică prezenţa grupei OH.

Rezultatele analitice indică compoziţia $C_{24}H_{16}O_2N_2ZnCl_2+C_2H_5OH$. Aceasta arată că la formarea produsului participă *o moleculă de acenaftenchinonă, două molecule de p-aminofenol şi o moleculă de* $ZnCl_2$.

Reacţia *s*-ar putea interpreta în sensul că în prima fază se formează o dublă *bază Schieff* (X), care adiţionează coordinativ o moleculă de $ZnCl_2$ şi o moleculă de alcool de cristalizare, conducînd la produsul (XI).



(X)

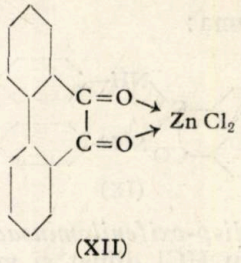


(XI)

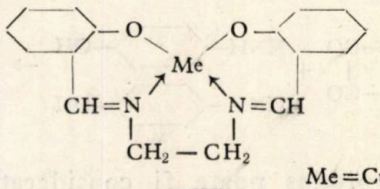
Compusul (XI) pierde la încălzire alcoolul de cristalizare devenin-roş mai intens.

Interpretarea structurii compusului (XI) o putem sprijini pe următoarele fapte:

Fenantrenchinona dă cu $ZnCl_2$ o combinaţie de adiţie roşie-violetă de forma (XII) [5]



(XII)



(XIII)

Me = Cu, Ni, Zn, Mg.

Salicilaldehida dă cu săruri metalice şi etilendiamină o combinaţie complexă de forma (XIII), a cărei stabilitate descreşte în ordinea Cu > Ni > Zn > Mg [6].

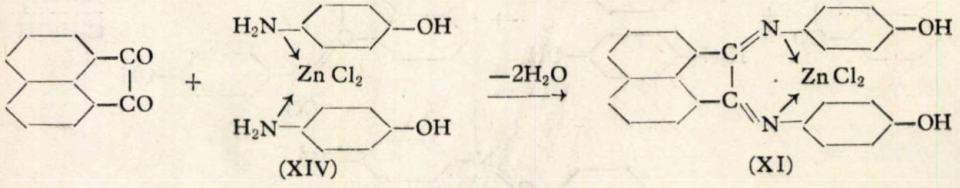
La formarea combinaţiilor complexe din combinaţii carbonilice şi săruri apariţia şi închiderea culorii aminteşte efectele de culoare ce apar la formarea combinaţiilor chinhidronice [5].

Ţinînd seama de formula (XII), care arată că chiar la adiţie de $ZnCl_2$ la combinaţii dicarbonilice apare culoare şi de formula (XIII) în care atomii de azot ai bazei Schieff, prin perechile electronice libere fac legătura cu metalul, putem considera că formula (XI), atribuită produsului roş este fundamentată.

În cazul nostru nici acenaftenchinona, nici p-aminofenolul singuri, nu dau complecşi coloraţi cu $ZnCl_2$, dar participarea lor împreună duc la formarea bazei Schieff (X), care dă complexul colorat (XI)cu $ZnCl_2$.

Totuşi, avînd în vedere că la condensarea acenaftenchinonei cu p-aminofenolul fără $ZnCl_2$ nu se obţine baza Schieff dublă, trebuie presupus că $ZnCl_2$ are un rol definit în formarea acestei baze.

În primul rînd s-ar forma un produs de adiţie între $ZnCl_2$ şi p-aminofenol (XIV) şi acesta ar reacţiona apoi cu o moleculă de acenaft enchinonă conducînd la produsul (XI) conform schemei:



(XIV) (XI)

Prin formarea produsului de adiţie (XIV) se pozitivează atomii de azot care dau perechile electronice libere zincului, ceea ce conduce la o labilizare crescută a atomilor de hidrogen din grupele aminice. Ca urmare a acestui fapt, atomii de hidrogen căpătînd astfel o mobilitate mai mare, pot reacţiona simultan cu atomii de oxigen de la ambele grupe carbonilice, conducînd în acest mod la formarea bazei Schieff.

Rezultatele obţinute în condensarea acenaftenchinonei cu p-aminofenol apar interesante din punct de vedere ştiinţific deoarece după cum vom arăta în altă lucrare şi alte săruri ca cele de Cu, Cd, Co, Fe, dau asemenea complecşi. Cu ajutorul acestora se pot interpreta structuri chimice şi explica mecanisme de reacţie.

4. Partea experimentală

1. *Acenafto-fenazoxonium-hidroxid, hidratat (V)*

5 g acenaftenchinonă şi 6,5 g o-aminofenol se solvă la cald în 50 cm^3 benzen. Se încălzeşte pe baie de apă timp de o jumătate de oră. Se solvă treptat, cu colorare în roş a soluţiei şi se separă chiar la cald un produs cristalin galben. Prin răcire cristalizează în cantitate mai mare. Se filtrează şi se spală cristalii pe filtre cu benzen. Produsul este galben închis. Se obţin 8 g produs brut.

Cristalizează în amestec de alcool şi benzen sau prin solvire în mult eter şi concentrare la volum mic. Cristalizarea este grăbită prin răcire cu ghiaţă. Punct de topire: 178°C. Produsul pur este galben deschis. Este insolubil în HCl diluat şi NaOH diluat. Este solubil în benzen, toluen, xilen, alcool metilic, alcool etilic, acetat de etil, acetonă. Este insolubil în sulfură de carbon, puţin solubil în cloroform.

Analize:

$C_{18}H_{13}O_3N + \frac{2}{3}C_6H_6$		C	H	N	C_6H_6
$M = 343$	Calc.	76,97	4,95	4,08	15,17
	Găsit	77,43	4,68	4,23	20,06
		7,27	4,23	4,69	

2. *Di-p-oxifenilamino-acenaftenon (IX)*

3 g acenaftenchinonă şi 2 g p-aminofenol se solvă în 30 cm^3 toluen şi se încălzeşte la temperatura de fierbere a toluenului timp de o jumătate de oră. Soluţia devine roşcată şi apoi separă chiar la cald un produs cărămiziu. Prin răcire produsul se separă mai abundent. Se filtrează şi se spală pe filtru cu toluen. Se obţine 4,5 g produs brut. Se recristalizează din benzen. Punct de topire: 224...225°C. Se solvă în NaOH diluat cu o coloraţie violetă. Este insolubil în HCl diluat care prin încălzire sau şedere îl descompune. Este solubil în alcool etilic, alcool metilic, eter, acetonă, acetat de etil, cloroform benzen, toluen, xilen.

Analize:		C	H	N
$C_{24}H_{18}O_3N_2$	Calc.	75,39	4,71	7,33
$M = 382$	Găsit	75,71	5,58	6,92
		76,19	5,44	6,64

3. *Complex din acenaftenchinonă, p-aminofenol şi $ZnCl_2$ (XI)*

5 g acenaftenchinonă se solvă în 50 cm^3 acid acetic glacial şi se adaugă 6,5 g p-aminofenol (în mic exces faţă de cantitatea teoretică). Soluţia devine de culoare roş închis. Se adaugă apoi 10 g $ZnCl_2$ anhidră. Se încălzeşte la temperatura de fierbere a acidului acetic timp de o oră. Puţin timp după adăugarea clorurii de zinc se separă un produs cristalin roş închis care pe măsura încălzirii devine mai abundent. După o oră de încălzire se răceşte şi se filtrează. Se spală cristalii pe filtru cu acid acetic glacial. Produsul este de culoare roş închis. Se obţine 11 g produs brut. Se poate recristaliza din alcool absolut. Punct de topire: 315° C. Produsul pur este de culoare roşie. Se descompune în prezenţa apei, chiar la rece, prin şedere mai îndelungată. Descompunerea este grăbită prin încălzire. Acidul sulfuric diluat şi acidul azotic diluat descompun de asemenea produsul, punînd în libertate acenaftenchinona. Este solubil în NaOH diluat şi în alcool metilic, alcool etilic, acetonă, acetat de etil. Este insolubil în benzen, toluen, xilen, cloroform, sulfură de carbon, eter.

Analize:

$C_{26}H_{22}O_3N_2ZnCl_2$		C	H	N	Zn	Cl
$M = 546,3$	Calc.	57,11	4,03	5,12	11,97	12,98
	Găsit	57,55	4,24	5,44	12,11	13,11
		57,01	3,91	5,26	11,35	13,11
		57,03	4,32			

Sovent de cristalizare (C_2H_5OH) = 5%.

5. Concluzii

1. Acenaftenchinona se condensează cu o-aminofenolul conducînd la un derivat hidratat de acenaftofenazoxoniumhidroxid (VI), sau pseudobaza sa (V).

2. Condensarea acenaftenchinonei cu p-aminofenol în toluen duce la un derivat de acenaftenonă (IX) şi anume, di-p-oxifenilaminoacenaftenon.

3. La condensarea acenaftenchinonei cu p-aminofenol, în mediu de acid acetic glacial şi clorură de zinc anhidră, se obţine un produs complex (XI) de culoare roşie, ce provine din reacţia acenaftenchinonei cu produsul de adiţie format între clorura de zinc şi două molecule de p-aminofenol. Reacţia de complexare este posibilă şi pentru alte săruri metalice. Se ridică astfel probleme interesante de structură chimică şi de explicare a unor mecanisme de reacţie.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de industrii organice

BIBLIOGRAFIE

1. Matei I., B., 1929, **62**, S. 2095.
2. Matei I. şi Bogdan El., Ibid., 1934, **67**, S. 1834.
3. Matei I. şi Cocea El., Rev. Şt. „V. Adamachi", 1944, **XXX**, *2—3*, p 3.
4. Kehrman F., B., 1905, **38**, S. 2952.
5. Hein Fr., *Chemische Koordinationslehre*, 1954, S. 384, 464.
6. * * * Ж. прикл. химии, 1939, **152**, стр. 145.

КОНДЕНСАЦИЯ АЦЕНАФТЕНХИНОНА АМИНОФЕНОЛАМИ

(Резюме)

Аценафтенхинон конденсируется с ортоаминофенолом с получением гидратированного аценафтофеназоксониумгидроксида (VI) или его псевдооснованием (V).

Конденсация аценафтенхинона с парааминофенолом в толуоле ведет к получению производного аценафтенхинона (IX), а именно дипараоксифениламиноаценафтенона.

Конденсацией аценафтенхинона парааминофенолом в ледяной уксусной кислоте и хлористом цинке (безводном) получают комплексный продукт (XI) красного цвета в результате реакции аценафтенхинона с продуктом присоединения хлористого цинка с двумя молекулами парааминофенола.

Комплексация возможна и в случае других металлических солей.

Реакции открывают интересные проблемы химического строения и некоторых механизмов химического взаимодействия.

LA CONDENSATION DE L'ACÉNAPHTENQUINONE AVEC DES AMINOPHENOLS

(Résumé)

Les Auteurs aboutissent aux conclusions suivantes:

1. L'acénaphtenquinone condense avec de l'ortho-aminophénol, conduisant à un derivé hydraté d'acénaphtophénazoxonium hydroxide (VI), ou une pseudobase (V).

2. La condensation de l'acénaphtenquinone avec de l'aminophénol, en présence du toluène, mène à un dérivé d'acénaphtenon (IX): le di-p-oxyphénilaminoacénaphtenon.

3. Lors de la condensation de l'acénaphtenquinone avec du p-aminophénol, en présence de l'acide acétique glacial et de la chlorure de zinc anhydre, on obtient un produit complexe (XI) de couleur rouge qui provient de la réaction de l'acénaphtenquinone avec le produit d'addition formé entre la chlorure de zinc et deux molécules de p-aminophénol.

On peut obtenir d'autres complexes en employant d'autres sels métalliques.

On relève ainsi quelques problèmes interéssantes quant à la structure chimique qui pourraient fournir des explications concernant divers mécanismes de réaction.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

668.8

NOI TIPURI DE COLORANŢI AZOICI STILBENICI

DE

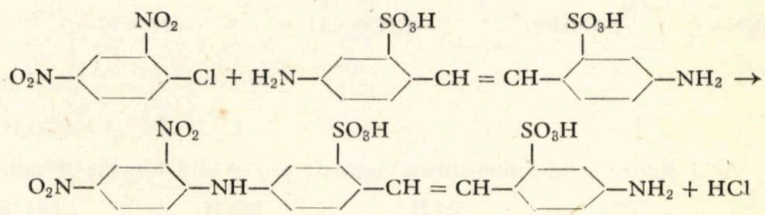
GH. LUPUŞOR şi TATIANA LIXANDRU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Într-o lucrare anterioară [1] s-a arătat că *acidul 4,4'—diaminostilben—2,2'—disulfonic* se poate condensa cu *2,4—dinitroclorbenzenul* în raport molar de 1 : 1 şi 1 : 2, obţinîndu-se produşii (I) şi (II) conform următoarelor scheme de reacţie:

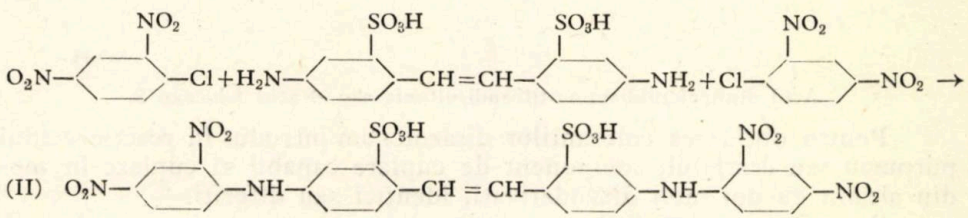
Raport molar 1 : 1



(I)

Acid N(2,4 — dinitrofenil) — 4,4' — diaminostilben — 2,2' — disulfonic.

Raport molar 1 : 2



(II)

Acid N. N' — Bis (2,4 — dinitrofenil) — 4,4' — diaminostilben — 2,2' — disulfonic.

În aceeaşi lucrare s-a menţionat că produsul (I) — acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic—avînd o grupă aminică liberă, este capabil

de a se diazota şi cupla mai departe cu diverse componente de cuplare.

Scopul lucrării de faţă l-a constituit prepararea unor coloranţi azoici de acest tip şi determinarea însuşirilor lor caracteristice.

Planul lucrării prevedea utilizarea unui număr cît mai mare de componente de cuplare şi într-o ordine cît mai raţională. În cele ce urmează dăm o parte din rezultatele obţinute.

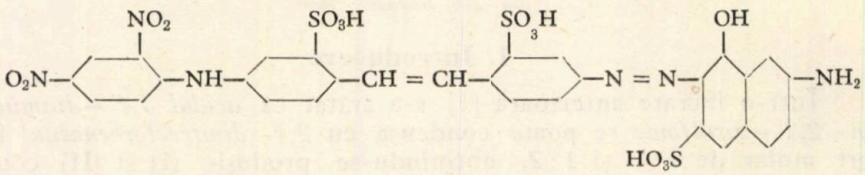
2. Partea teoretică

Coloranţii obţinuţi au comun reacţia de diazotare a acidului dinitrofenildiaminostilbendisulfonic, urmată de reacţii separate de cuplare în mediu alcalin. Am obţinut două tipuri de coloranţi: monoazoici şi disazoici.

Coloranţii monoazoici au rezultat din diazoderivatul acidului dinitrofenildiaminostilbendisulfonic prin cuplări separate cu: acidul gama, acidul Newille-Winther şi acidul Chicago S.

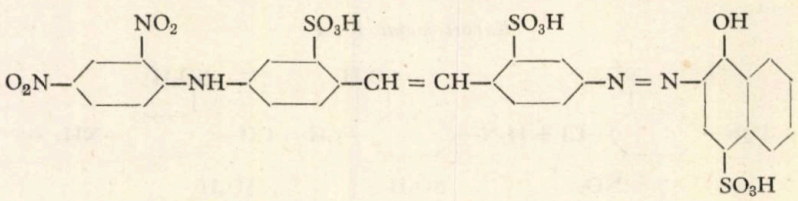
Coloranţilor respectivi le corespund structurile (III), (IV), (V).

(III)



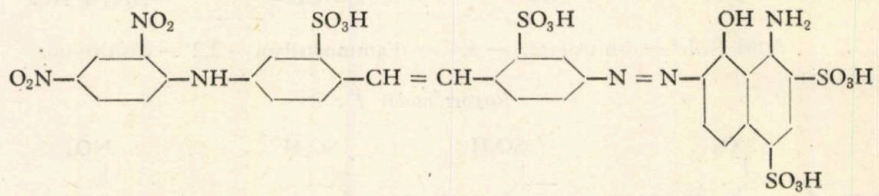
Acid dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → acid gama.

(IV)



Acid dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → acid Newille-Winther.

(V)



Acid dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → acid Chicago S.

Pentru obţinerea coloranţilor disazoici am introdus în reacţie acidul purpuriu sau ecarlatul, component de cuplare capabil să cupleze în mediu alcalin cu doi moli diazoderivaţi, identici sau diferiţi.

S-au făcut următoarele reacţii:

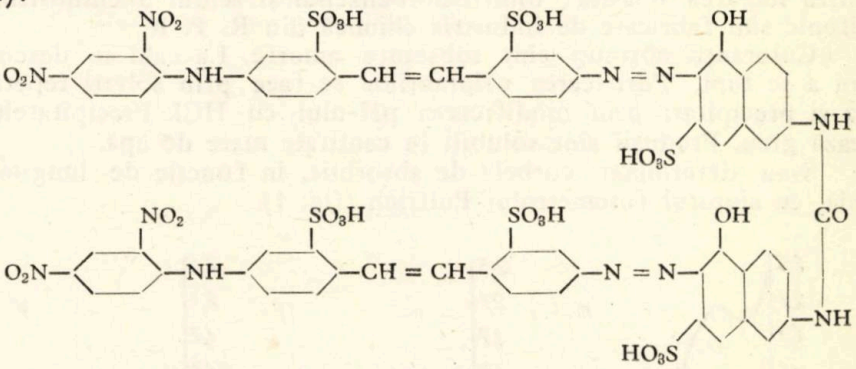
a) 1 mol ecarlat cu 2 moli diazodinitrofenildiaminostilbendisulfonic.

b) 1 mol ecarlat cu 1 mol diazodinitrofenildiaminostilbendisulfonic şi cu 1 mol anilină diazotată.

c) 1 mol ecarlat cu 1 mol diazodinitrofenildiaminostilbendisulfonic și cu 1 mol acid 1, 2, 4 — aminonaftolsulfonic diazotat.

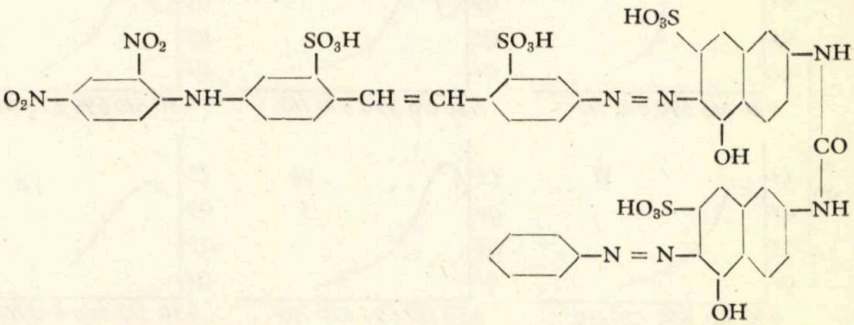
Se obțin astfel coloranții cu structurile respective (VI), (VII) și (VIII):

(VI)



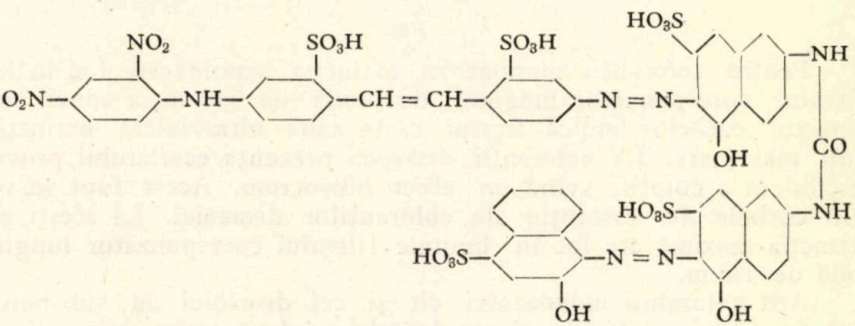
Bi-acid dinitrofenildiaminostilbendisulfonic disazo → ecarlat.

(VII)



Acid dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → ecarlat ← azoanilină.

(VIII)



Acid dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → ecarlat ← azoacid 1, 2, 4—aminonaftolsulfonic.

Partea dificilă a lucrării o constituie reacția de diazotare a acidului dinitrofenildiaminostilbendisulfonic. La cald acidul se dizolvă ușor în apă. La temperatura coborîtă a reacției de diazotare soluția se transformă în gel, care în prezența acidului mineral necesar diazotării repre-

cipită. Controlul reacţiei de diazotare nu este pe deplin stabilit deoarece nu s-au încercat toate variantele acestei reacţii. Sîntem înclinaţi a persevera în această direcţie, cu atît mai mult cu cît materiile prime de bază pentru lucrarea noastră: dinitroclorbenzenul şi acidul diaminostilbendisulfonic sînt fabricate de industria chimică din R. P. R.

Coloranţii obţinuţi sînt substanţe amorfe. La cald se descompun fără a se topi. Purificarea coloranţilor se face prin solviri repetate în apă şi precipitări prin modificarea pH-ului cu HCl. Precipitatele filtrează greu. Produşii sînt solubili în cantitate mare de apă.

S-au determinat curbele de absorbţie, în funcţie de lungimea de undă, cu ajutorul fotometrului Pulfrich (fig. 1).

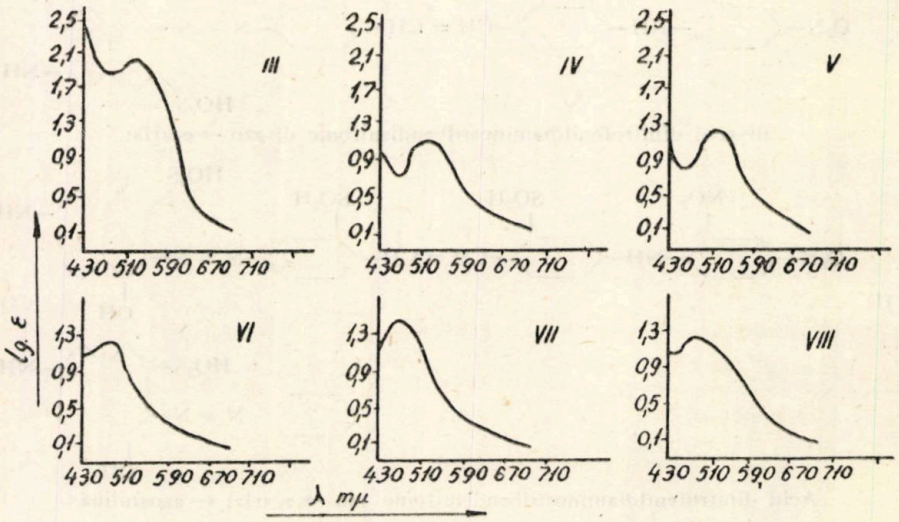


Fig. 1

Pentru coloranţii monoazoici extincţia maximă are loc în limitele filtrului corespunzător lungimii de undă de 533 m, a zonei vizibile. Aspectul curbelor indică faptul că în zona ultravioletă extincţia este mult mai mare. La coloranţii disazoici prezenţa ecarlatului provoacă o deschidere a culorii, avînd un efect hipsocrom. Acest fapt se verifică prin curbele de absorbţie ale coloranţilor disazoici. La aceşti produşi extincţia maximă are loc în limitele filtrului corespunzător lungimii de undă de 496 m.

Atît coloranţii monoazoici cît şi cei disazoici au substantivitate faţă de fibrele vegetale şi a celor de celuloză regenerată; aceasta se explică în primul rînd prin forma alungită a catenei.

Avînd grupe sulfonice în moleculă, aceşti coloranţi vopsesc în mediu acid fibrele animale în tonuri puţin diferite de cele obţinute pe fibrele vegetale. Acest fapt este o consecinţă a reacţiei ce are loc între colorant şi grupele aminice ale fibrei animale.

La vopsirea acidă a lînei, baia de vopsire este complet epuizată.

Problema vopsirii cu aceşti coloranţi nu a stat în atenţia cercetărilor noastre, ea rămîne o preocupare de viitor o dată cu îndeplinirea întregului plan al lucrării.

Încercările de vopsire s-au făcut cu lînă, piele, mătase în baie acidă şi cu bumbac şi celuloză regenerată, în baie alcalină.

3. Partea experimentală

A. *Diazoderivatul acidului N(2,4-dinitrofenil)-4,4'-diaminostilben-2,2'-disulfonic*

4 g acid diaminostilbendisulfonic se dizolvă cu 20 cm^3 soluţie de NaOH 2*n*. După solvire se adaugă 1,25 cm^3 H_2SO_4, $d = 1{,}84$, acidul diaminostilbendisulfonic precipită în stare foarte fină. Se adaugă gheaţă şi la 0...5° se introduce 0,5 g $NaNO_2$ (în soluţie 30%) şi se agită 1 oră. Pentru fiecare cuplare s-a lucrat cu diazoderivatul (I) obţinut din cantităţile arătate mai sus

B. *Acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → acid* gama (III)

Diazoderivatul (*D*) se introduce sub agitare peste soluţia alcalină formată din 1,8 g acid gama, solvit cu 3,5 g Na_2CO_3 în 50 cm^3 apă. Se agită circa 1 oră controlînd alcalinitatea amestecului. Precipitarea colorantului se face prin acidulare cu HCl şi filtrare. Purificarea pentru analiză se face prin solviri şi precipitări repetate pînă cînd la calcinare nu se observă cenuşă.

Analize :

$C_{50}H_{22}O_{14}N_6S_3$	C%	H%	N%
Calculat	45,91	2,80	10,71
Găsit	45,81	3,61	10,77

C. *Acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → acid Newille Winther* (IV)

Diazoderivatul (*D*) se introduce peste soluţia alcalină formată din 3,2 g acid Newille Winther (53%) solvit cu 3 g Na_2CO_3 în 50 cm^3 apă. Se agită 1 oră şi se precipită prin acidulare cu HCl.

Analize :

$C_{30}H_{21}O_{14}N_5S_3$	C%	H%	N%
Calculat	46,69	2,72	9 07
Găsit	47,06	3,36	9 65

D. *Acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → acid Chicago S* (V)

Diazoderivatul (*D*) se introduce peste soluţia alcalină formată din 2,38 g acid Chicago S solvit cu 3,5 g Na_2CO_3 în 50 cm^3 apă. Se agită 1 oră şi se precipită colorantul prin acidulare cu HCl.

Analize :

$C_{30}H_{22}O_{14}N_6S_3$	C%	H%	N%
Calculat	45,80	2 79	10,69
Găsit	45,95	3,23	10,71

E. *Bi-acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic disazo → ecarlat* (VI)

Diazoderivatul (*D*) se cuplează cu ecarlatul în raport de 2 moli diazoderivat la 1 mol ecarlat. Soluţia diazoderivatului (*D*) se introduce peste soluţia alcalină formată din 2,8 g ecarlat (67%) solvit cu 3 g Na_2CO_3 în 50 cm^3 apă. Se agită circa 2 ore şi se precipită cu HCl.

Analize :

$C_{61}H_{42}O_{29}N_{12}S_6$	C%	H%	N%
Calculat	45,83	2,56	10,52
Găsit	45,10	3,39	10,31

F. *Acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → ecarlat ← azoanilină* (VII)

Diazoderivatul (*D*) se introduce în soluţia alcalină formată din 5,6 g ecarlat (67%) solvit cu 5 g Na_2CO_3 în 50 cm^3 apă. După circa 2 ore de agitare colorantul monoazoic (*C*) obţinut se cuplează apoi cu 0,83 g anilină diazotată prin metoda cunoscută. Se verifică alcalinitatea amestecului. După circa 2 ore se precipită cu acid clorhidric.

Analize :

$C_{47}H_{33}O_{19}N_9S_4$	C%	H%	N%
Calculat	48,83	1,99	10,99
Găsit	48,79	2,49	10,72

G. *Acidul dinitrofenildiaminostilbendisulfonic azo → ecarlat ← azoacid 1,2,4-aminonaftolsulfonic*

Colorantul monoazoic (*C*) format ca mai sus se cuplează cu 1,8 g acid 1-amino-2-naftol-4-sulfonic diazotat în prezenţa sulfatului de cupru după metoda cunoscută cu HCl.

Analize :

$C_{51}H_{35}N_9S_5$	C%	H%	N%
Calculat	47,04	2,64	9,68
Găsit	47,05	3,31	9,16

4. Concluzii

a) S-a stabilit că acidul N(2,4-dinitrofenil)-4,4′-diaminostilben-2,2′-disulfonic se poate diazota şi folosi la obţinerea coloranţilor azoici.

b) S-au obţinut coloranţi monoazoici şi disazoici.

c) Coloranţii obţinuţi au substantivitate pentru fibrele vegetale.

d) În baie acidă coloranţii obţinuţi pot vopsi lîna, pielea şi mătasea.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de industrii organice

BIBLIOGRAFIE

1. Lupuşor Gh., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *3-4*, p. 197.

НОВЫЕ ВИДЫ СТИЛЬБЕНОВЫХ КРАСИТЕЛЕЙ

(Резюме)

Получены новые виды азокрасителей ((III)...(VIII)) диазотированием диаминостильбендисульфоновой кислоты с гамма-кислотой, алой кислотой, Невилль-Винтера кислотой, 1—амино — 2 — нафтол — 4 — сульфоновой кислотой и анилином.

Все полученные красители являются прямыми по отношению к растительным и гидратцеллюлозным волокнам и хорошо красят шерсть и шелк.

NOUVEAUX TYPES DE COLORANTS AZOÏQUES STILBÉNIQUES

(Résumé)

Les Auteurs ont obtenu quelques nouveaux types de colorants azoïques ((III)...(VIII)) en diazotant l'acide diaminostilbène-di-sulfonique et en réalisant la copulation en présence d'alcali avec : l'acide écarlate, l'acide Newille Winther, l'acide 1-amino-2-naphtol-4-sulfonique et l'aniline.

Tous les colorants obtenus ont des propriétés substantives pour les fibres végétaux et la cellulose régénérée, de même ils teintent la laine et la soie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

676.1

CERCETĂRI ÎN DOMENIUL CELULOZELOR DE MARE RANDAMENT

Nota II

ASPECTE ENERGETICE

DE

EMANUEL POPPEL, V. DIACONESCU, V. IZBĂŞESCU şi KIM SAN GHIL

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Într-o lucrare anterioară [1] am arătat necesitatea obţinerii semifabricatelor fibroase din materiale lemnoase, la randamente mai ridicate, cu scopul de a satisface într-o măsură cît mai mare cerinţele mereu crescînde ale industriei de hîrtie şi cartoane. În această direcţie sînt cunoscute în prezent semifabricatele de tipul celuloze de mare randament (C.M.R.), alături de paste chimico-mecanice şi mecano-chimice, care oferă largi posibilităţi de economisire şi de o mai raţională gospodărire a rezervelor de masă lemnoasă, mai ales a celor de răşinoase, atît pe plan mondial cît şi în ţara noastră.

Pe linia tehnologiei obţinerii unor asemenea semifabricate s-au efectuat numeroase cercetări ([2], [3]) avînd drept obiectiv stabilirea parametrilor optimi pentru diferite procedee de dezincrustare.

Dintre cele studiate s-a acordat o atenţie deosebită procedeului sulfat în obţinerea celulozelor de mare randament ([1], [4], [5]), acesta prezentînd reale avantaje dintre care menţionăm: scăderea consumului specific de materii prime, creşterea indicelui de folosire a utilajului (scurtarea turnusului), micşorarea consumului de substanţe chimice, la care se adaugă largi posibilităţi de trecere la fabricaţia după procedee continui.

Obţinerea semicelulozelor şi a celulozelor de mare randament comportă, în principiu, două faze: una chimico-tehnologică — pentru dezincrunstarea materialului şi alta de tehnologie fizico-mecanică — pentru rafinarea şi măcinarea pastelor, în vederea obţinerii produselor papetare corespunzătoare.

Studiile efectuate pînă în prezent, cu excepţia lucrării lui W. Riese [6] pentru semiceluloze SNS, au urmărit procesul chimico-tehnologic de obţinere a acestor semifabricate, compoziţia chimică a acestora, capacitatea lor de defibrare şi utilajul corespunzător ([7], [8]), fără să abordeze însă, în interdependenţă cu procesul chimico-tehnologic, studiul consumului de energie termică şi mecanică.

În lucrarea de faţă se urmăreşte, în condiţii de laborator, ca în cazul celulozei sulfat de mare randament să se stabilească, în strînsă le-

gătură cu calitatea produselor papetare rezultate, condiţiile cele mai favorabile de fabricare a acestor celuloze, atît sub aspectul chimico-tehnologic cît şi energetic, în sensul găsirii acelei tehnologii în care consumul de energie termică, în procesul de fierbere şi cel de energie mecanică, în procesul de rafinare şi măcinare, să fie cele mai avantajoase, la randamente maxime ale materialului.

2. Partea experimentală

Pentru stabilirea măsurii în care creşterea randamentului la celulozele sulfat influenţează consumul total de energie (fierbere şi prelucrare mecanică), precum şi raportul acestora, s-au efectuat fierberi de laborator într-o autoclavă cu capacitatea de 2 l, cu încălzire electrică şi izolată termic, în vederea reducerii pierderilor de căldură.

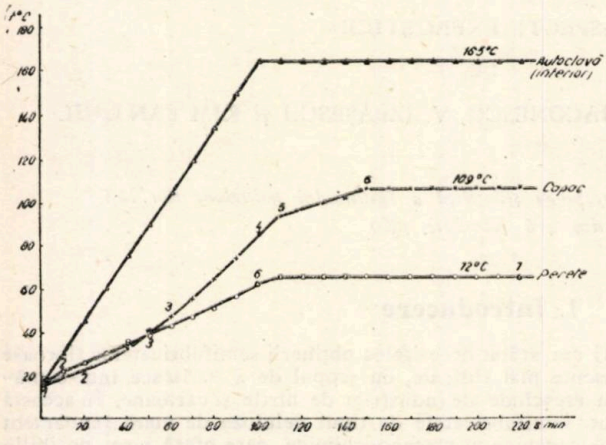


Fig. 1. — Variaţia temperaturii în timpul fierberii.

Surcelele de lemn de molid, cu dimensiuni în jur de 20×5×3 mm, au fost tratate chimic cu o leşie sulfat clasică, avînd causticitatea 76,40% şi sulfiditatea 25%.

În procesul de fierbere s-au păstrat la valori constante temperatura maximă de fierbere (165°C), timpul necesar petru a ajunge la această temperatură (100 min.) şi hidromodulul (6,4), variindu-se raportul alcalii/lemn şi durata fierberii la palier.

Dezincrustarea s-a condus după graficul din fig. 1, în două serii, corespunzătoare la 18% şi respectiv 20% alcalii active, raportate la lemn absolut uscat.

Consumul de energie electrică pe întreaga durată a procesului a fost înregistrat cu ajutorul unui contor electric, după care trecerea la energie calorică s-a făcut prin multiplicarea cu factorul 860 kcal/kwo.

Pierderile de căldură prin radiaţie au fost calculate pe baza temperaturilor măsurate pe peretele autoclavei (izolat) şi pe capacul acesteia, valorile corespunzătoare fiind reprezentate în fig. 1. Graficul de temperatură s-a menţinut, cu variaţii de ± 1°C, pentru toate fierberile executate.

Degazarea s-a efectuat de fiecare dată într-un interval de 20 minute, după care materialul a fost supus spălării pînă la îndepărtarea completă a alcalinităţii şi analizat din punct de vedere al compoziţiei chimice, urmărindu-se în principal conţinutul în lignină, acesta reflectînd calitatea dezincrustării, aşa după cum am semnalat în una din lucrările noastre anterioare [1].

Timpul de fierbere la temperatura maximă a fost respectiv de 25, 35, 45, 55, 70, 80 şi 120 minute, din care ultimul reprezintă durata unei fierberi sulfat normale cu randament de 52,75% şi luată drept fierbere de referinţă în cazul raportului alcalii/lemn = 20%.

Materialul fiert şi spălat pînă la reacţie neutră a fost destrămat într-un aparat tip Oppener cu 500 rot./min. timp de 15 minute, la consistenţa de 0,3%.

Energia consumată în această operaţie a fost calculată pe baza curentului absorbit de motorul de acţionare.

Destrămarea s-a continuat apoi timp de 20 minute într-o moară cu bile avînd lungimea 280 mm, diametrul interior 140 mm, la un număr de 80 rot./min. Bilele, de oţel, cu diametrul cuprins între 17 şi 23 mm, au reprezentat o greutate de 3 120 grame.

Energia consumată s-a măsurat şi de această dată cu ajutorul unui contor electric şi nu a variat de la o fierbere la alta.

Materialul destrămat a fost sortat în două trepte, pe sortatoare tip membran, la prima treaptă folosind plăci cu orificii de 3 mm diametru, iar la a doua, fante cu dimensiunile 0,3×30 mm. Refuzul la sortare a fost reluat de încă trei ori în aparatul de destrămare şi moara cu bile, cu excepţia fierberii nr. 1 la 20% alcalii şi a fierberilor nr. 1 şi 2 la 18% alcalii, care au necesitat o reluare în plus.

Valorile refuzurilor la sortare şi consumul de energie în această operaţie sînt prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Valorile refuzului şi consumul specific de energie la sortare

Nr. fierberii	Alcalii active %					
	18			20		
	Nr. de reluări	Refuz sortare %	Consum specific energie kwo/kg	Nr. de reluări	Refuz sortare %	Consum specific energie kwo/kg
1	4	6,5	5,8	4	4,8	5,8
2	4	5,8	5,8	3	4,6	4,9
3	3	6,1	4,9	3	4,1	4,9
4	3	5,4	4,9	3	3,6	4,9
5	3	5,1	4,9	3	3,1	4,9
6	3	4,2	4,9	3	2,8	4,9
7	3	2,1	4,9	3	2,1	4,9

Pasta rezultată de la sortare a fost măcinată într-un holendru tip Rieth, la consistenţă de 3,3%, pînă la 35°SR. A fost urmărită variaţia gradului de măcinare în timp şi consumul de energie pentru materialul rezultat de la fiecare fierbere. Reproductibilitatea măcinărilor a fost realizată prin menţinerea constantă a presiunii, distanţa dintre cuţite

fiind schimbată conform graficului din fig. 2, în care scop s-a adaptat holendrului un ceas comparator cu precizia de 1/100 mm.

Rezultatele experimentale privitoare la măcinare sînt redate în tabelul 2.

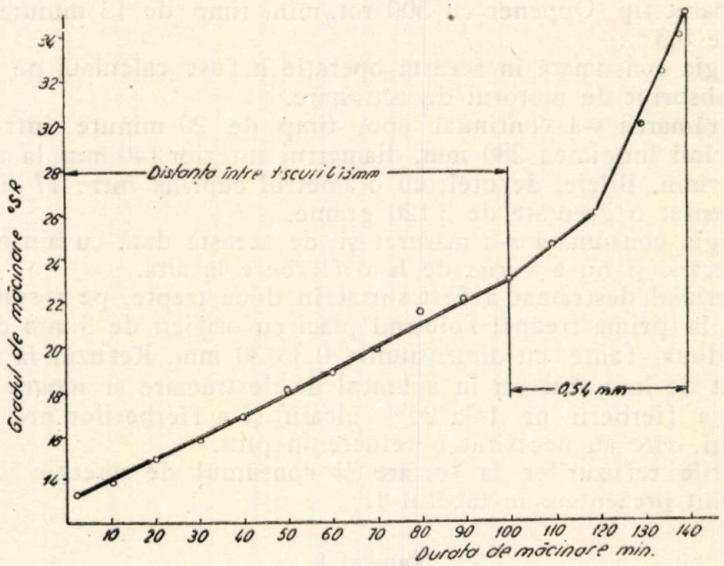


Fig. 2. — Diagrama desfăşurării măcinării.

Pasta obţinută a fost trasă în foi pe aparatul Rapid-Köthen, menţinîndu-se un gramaj în jur de 74 g/m^2.

Tabelul 2

Valorile obţinute în desfăşurarea procesului de măcinare

Nr. fierberii	Alcalii active %							
	18				20			
	°SR		Timp necesar min.	Consum spec. de energie kwo/kg	°SR		Timp necesar min.	Consum spec. de energie kwo/kg
	Iniţial	Final			Iniţial	Final		
1	13,2	35,2	140	2,850	13,4	35,1	120	2,450
2	13,5	35,2	136	2,770	13,2	35,0	117	2,385
3	14	35,0	132	2,690	14,1	35,0	113	2,300
4	14	34,8	131	2,670	14,4	34,9	112	2,284
5	15	34,5	130	2,650	15,0	35,2	108	2,200
6	16	35,0	125	2,500	16,3	35,0	103	2,100
7	17,5	35,2	95	1,935	17,5	35,3	95	1,935

După o prealabilă condiţionare la o umiditate relativă a aerului de 65% şi o temperatură de 20°C, foile obţinute au fost supuse încercări-

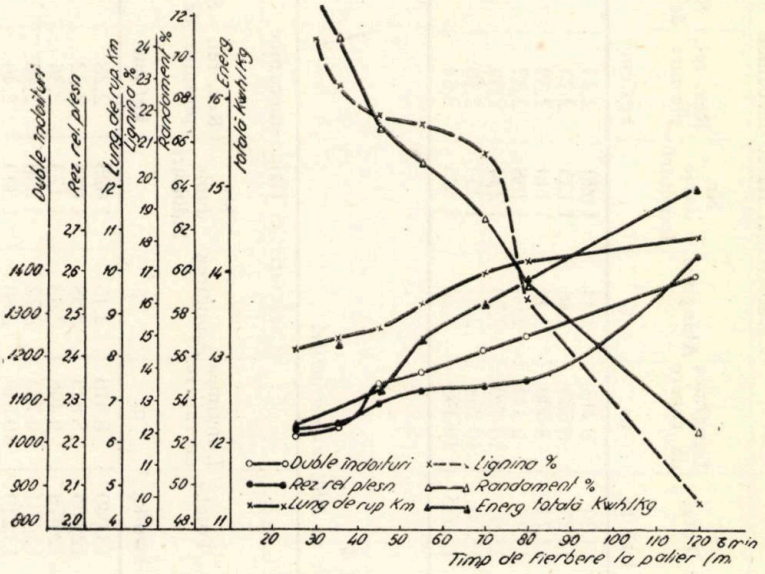


Fig. 3. — Rezultatele obţinute la fierberile cu 18% alcalii active.

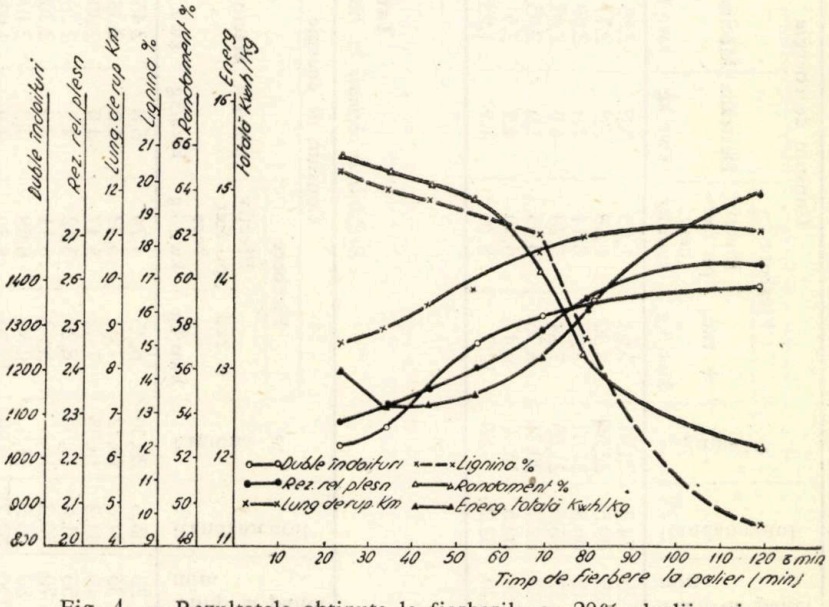


Fig. 4. — Rezultatele obţinute la fierberile cu 20% alcalii active.

lor fizico-mecanice, rezultatele pentru fiecare fierbere fiind cuprinse în tabelele 3 şi 4 şi respectiv graficele din fig. 3 şi 4, centralizate cu pa-

Tabelul 3

Rezultatele obținute la fierberile cu 18% alcalii active

Nr. fierberii	Timp la palier min.	Randamentul %	Lignina %	Consum de energie					Caracteristici fizico-mecanice				
				Fierbere		Desträm.	Măcinare	Total	Lungimea de rupere	Alungirea	Nr. duble îndoituri	Rez. rel. plesnire	Săgeata de boltire
				+ rad. kwo/kg	Efectiv pt. fierbere kwo/kg	kwo/kg	kwo/kg	kwo/kg	m	%		kgf/cm²	mm
1	25	74,5	23,91	5,93	4,55	5,8	2,85	13,20	8 213	2,33	1 020	2,23	6,78
2	35	69,5	22,56	6,30	4,68	5,8	2,77	13,25	8 555	2,46	1 135	2,25	6,81
3	45	66,8	21,94	7,00	5,14	4,9	2,69	12,73	8 650	2,46	1 149	2,30	6,81
4	55	65,2	21,55	7,84	5,70	4,9	2,67	13,27	9 334	2,66	1 168	2,32	6,85
5	70	62,7	20,71	8,75	6,05	4,9	2,65	13,60	10 020	2,76	1 234	2,39	6,87
6	80	59,5	16,17	9,47	6,50	4,9	2,5	13,90	10 258	2,87	1 259	2,48	6,93
7	120	52,75	9,89	12,7	8,20	4,9	1,935	15,035	10 350	3,20	1 385	2,64	7,31

Tabelul 4

Rezultatele obținute la fierberile cu 20% alcalii active.

Nr. fierberii	Timp la palier min.	Randamentul %	Lignina %	Consum de energie					Caracteristici fizico-mecanice				
				Fierbere		Desträm.	Măcinare	Total	Lungimea de rupere	Alungirea	Nr. duble îndoituri	Rez. rel. plesnire	Săgeata de boltire
				+ rad. kwo/kg	Efectiv pt. fierbere kwo/kg	kwo/kg	kwo/kg	kwo/kg	m	%		kgf/cm²	mm
1	25	65,5	20,30	6,35	4,79	5 8	2,450	13,040	8 510	2,45	1 025	2,28	6,81
2	35	64,8	19,72	7,07	5,32	4 9	2,385	12,605	8 825	2,58	1 058	2,32	6,90
3	45	64,2	19,55	7,42	5,47	4,9	2,300	12,670	9 496	2,63	1 173	2,36	6,94
4	55	61,6	19,05	8,20	5,52	4,9	2,284	12,704	9 709	2,72	1 250	2,40	7,05
5	70	60,3	18,5	8,92	6,11	4,9	2,200	13,210	10 540	2,80	1 300	2,49	7,10
6	80	56,5	14,5	9,85	6,68	4,9	2,100	13,680	10 800	2,93	1 350	2,55	7,15
7	120	52 75	9,89	12,70	8 20	4,9	1,935	15,035	11 350	3,2	1 385	2,64	7,31

rametrii de fierbere, randamente, conţinuturile de lignină şi consumurile specifice de energie, pentru seriile 18% şi 20% alcalii active.

Pentru urmărirea modului în care consumul de energie se repartizează pe cele două faze de obţinere a celulozelor de mare randament, în tabelul 5 şi graficul din fig. 5 sînt redate, pentru cele două serii de fierberi, raporturile dintre energia consumată la dezincrustare (energia termică cu şi fără pierderile prin radiaţii) şi aceea necesară prelucrărilor fizico-mecanice.

Tabelul 5

Situaţia consumurilor de energie la fierberile C. M. R.
Raportul energie termică/energie mecanică

Nr. fierberii / Seria fierberilor		1	2	3	4	5	6	7
18%	Cu radiaţie	0,77	0,97	1,03	1,14	1 25	1 40	
	Fără radiaţie	0,58	0,73	0,76	0,77	0,86	0,92	
20%	Cu radiaţie	0,68	0,73	0,92	1,03	1,15	1,27	1,85
	Fără radiaţie	0,52	0,54	0,67	0,75	0,80	0,87	1,20

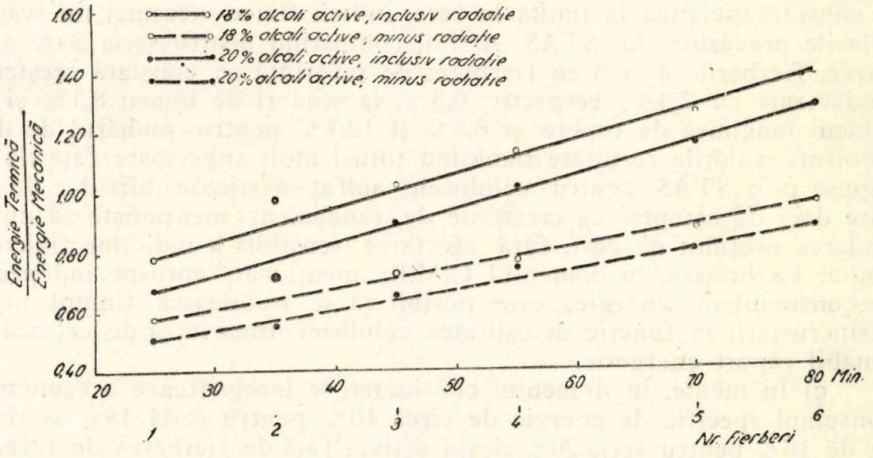


Fig 5. — Situaţia consumurilor de energie la fierberile C.M.R.

3. Concluzii

a) Prelungirea duratei de fierbere la temperatură maximă are drept urmare o scădere aproape liniară a randamentului, care se produce pe seama trecerii în soluţie a ligninei, în majoritate.

b) Concomitent cu mărirea duratei de fierbere, respectiv cu scăderea randamentului, se constată creşterea aproape liniară a caracteristicilor fizico-mecanice: lungimea de rupere, numărul de duble îndoituri, rezistenţa relativă la plesnire, alungirea.

c) În domeniul fierberilor, a căror durată este apropiată de aceea necesară pentru fierberi sulfat normale, se observă o creştere mai mică a indicilor fizico-mecanici decît în domeniul celulozelor de mare randament.

d) Consumul total de energie, incluzînd energia termică pentru fierbere şi energia mecanică pentru defibrare şi măcinare, creşte proporţional cu durata de fierbere, remarcîndu-se însă în zona celulozelor de mare randament, respectiv la o durată de fierbere de 35...70 minute, la temperatura maximă pentru 20% alcalii active (randament 60,3...64,8%) şi la 55...80 minute pentru 18% alcalii active (randament 59,5...65,2%), o variaţie mică a consumului de energie în raport cu creşterea randamentului.

e) Analiza curbelor din fig. 5 ilustrează faptul că raportul energie termică/energie mecanică, pentru toate cazurile, creşte liniar cu durata de fierbere, în condiţiile menţinerii constante a celorlalţi parametri. În domeniile considerate, pentru celuloze de mare randament este indicat să se folosească durata de fierbere corespunzătoare celui mai convenabil raport energetic.

f) Întrucît în domeniile menţionate (celuloze de mare randament 60...65%) nu apar variaţii sensibile ale consumului de energie, rezultă că orice creştere a randamentului se va concretiza printr-un plus efectiv de produs finit, cu echivalentul său valoric. Această situaţie poate fi luată în consideraţie pînă la limita în care indicii fizico-mecanici nu scad sub valorile prevăzute în STAS. Astfel, comparînd pentru seria 20% alcalii active, fierberile 4 şi 5 cu fierberea de referinţă se constată creşteri de randamente cu 7,3%, respectiv 9,3%, la scăderi de numai 8,1% şi 17% pentru lungimea de rupere şi 6,5% şi 12,7% pentru numărul de duble îndoituri, valorile rezultate rămînînd totuşi mult superioare faţă de cele impuse prin STAS pentru celulozele sulfat destinate hîrtiilor de saci. Este deci de aşteptat ca creşterile de randament menţionate să ducă la scăderea preţului de cost, fără afectarea sensibilă a indicilor fizico-mecanici. Ca urmare, în domeniul C.M.R. menţionat, aproape independent de consumul de energie, este posibil să se stabilească timpul necesar desincrustării în funcţie de calitatea celulozei urmărită şi de cel mai convenabil raport energetic.

g) În medie, în domeniul considerat, se înregistrează o economie în consumul specific de energie de circa 10% pentru seria 18% şi respectiv de 16% pentru seria 20% alcalii active, faţă de fierberea de referinţă.

h) La avantajele menţionate mai sus se adaogă şi faptul că ridicarea randamentului se efectuează prin scurtarea duratei de fierbere, ceea ce aduce după sine mărirea indicelui de folosire a autoclavei de fierbere. Spre exemplu, la fierberile nr. 5 (70 min.) indicele de utilizare a autoclavei creşte cu circa 23%, iar pentru fierberile nr. 4 — respectiv cu circa 30%, raportate la fierberea de referinţă. În acelaşi timp însă indicele de folosire a utilajului de măcinare scade şi anume, cu aproximativ 14% pentru

fierberile nr. 5 şi la 18% la fierberile nr. 4, ambele cazuri fiind pentru seria cu 20% alcalii active. Această scădere este pe deplin compensată de celelalte avantaje tehnologice şi energetice, ca şi de mărirea indicelui de folosire a utilajului de fierbere, semnalate mai înainte. În mod practic, din acest punct de vedere problema poate fi soluţionată prin alegerea unui utilaj de măcinare corespunzător, în raport cu durata crescută a măcinării.

i) În fine, rezultatele obţinute confirmă pe deplin cercetările anterioare ale colectivului nostru referitoare la obţinerea C.M.R. prin procedeul sulfat, în care s-a precizat că cel mai favorabil domeniu este acela al randamentului de 60...65%.

Rezultatele de faţă sînt în măsură să completeze studiile efectuate în domeniul obţinerii celulozelor de mare randament prin procedeul sulfat şi constituie indicaţii pentru trecerea la fabricarea acestora şi la noi în ţară.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de hîrtie, celuloză şi fibre artificiale

BIBLIOGRAFIE

1. Diaconescu V. şi colab., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **4**, (**8**), *1—2*, pp. 213—226.
2. Розенберг Н. А., Бум. Пром., 1954, *11*, стр. 8—12.
3. Kerr W. D. a. Harding S. A., Pulp a. Paper Mag. Can., 1955, **56**, *9*, pp. 103—108.
4. Poppel E., Celuloză şi hîrtie, 1957, *7*, pp. 236—238.
5. Limerich I., M., Paper Tr. J., 1956, *4*, pp. 20—23.
6. Riese W., Zellstoff u. Papier, 1958, *11*, S. 317—325.
7. Sutherland L. M., Pulp a. Paper Mag. Can., 1955, **56**, *3*, pp. 135—142.
8. Montmorency W. H. a. o., Ibid., 1953, **54**, *3*, pp. 128—135.

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ПОЛУЧЕНИЯ ЦЕЛЛЮЛОЗЫ ВЫСОКОГО ВЫХОДА

Заметка II

Энергетические аспекты

(Резюме)

В тесной связи с качеством получаемых волокнистых продуктов устанавливаются оптимальные условия производства сульфатных целлюлоз высокого выхода с технологической и энергетической точек зрения.

Констатируется повышение суммарного расхода энергии (включая термическую энергию для варки и механическую — для предварительного и собственного размолов), пропорционального продолжительности варки, причем отмечается, что в области целлюлозы высокого выхода происходит незначительное изменение расхода энергии под влиянием повышения выхода.

Принимая во внимание, что отношение тепловой энергии к механической повышается линейно с повышением продолжительности варки при максимальной температуре, то для целлюлозы высокого выхода целесообразно использование продолжительности соответствующей наиболее благоприятному энергетическому отношению.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Изменения температуры в период кипения.
Рис. 2. — Диаграмма процесса размола.
Рис. 3. — Результаты варки в 18% активной щелочи.
Рис. 4. — Результаты варки в 20% активной щелочи.
Рис. 5. — Расход энергии при варке целлюлозы большого выхода.

UNTERSUCHUNGEN IM BEREICHE DER ERZEUGUNG VON HOCHAUSBEUTE-SULFATZELLSTOFF

II. Mitteilung

Energetische Anschauungen

Im engen Zusammenhang mit der Qualität der erhaltenen Papierstoffe, wurden die günstigsten Herstellungsbedingungen, im Falle der Hochausbeute-Sulfatzellstoffs, (HAZ), sowohl in chemisch-technologischer, als auch in energetischer Beziehung, untersucht; dabei wurde getrachtet, jene Technologie ausfinding zu machen, bei welcher der Verbrauch an thermischer Energie im Kochprozess und jener der mechanischen Energie bei der Raffinierung und Mahlung die günstigsten sind, bei gleichzeitigem Hochausbeuten des Stoffes.

Der Gesamtenergieverbrauch, einschlieslich thermischer Energie für die Kochung, und mechanischer Energie für die Defibrierung und Mahlung, steigt proportionell der Kochzeit an, wobei aber im Gebiete der Hochausbeute-Zellstoffe eine kleine Änderung des Energieverbrauches im Verhältnis mit der Ausbeuteerhöhung betrachtet wird.

Es ergibt sich dass das Verhältnis der thermischen zur mechanischen Energie, in allen Fällen, gradlinig mit der Kochzeit ansteigt, wenn alle anderen Bedingungen konstant gehalten werden. In den studierten Bereichen ist es für die Hochausbeute-Zellstoffe angezeigt, Kochzeiten zu verwenden, welche dem günstigsten energetischen Verhältnis entsprechen.

Da in den erwähnten Bereichen (HAZ von 60...65%) keine fühlbaren Änderungen des Energieverbrauches auftreten, stellt man fest, dass jede Erhöhung der Ausbeute durch ein effektives Plus an Endprodukt, und dem valorischen Äquivalent ausgedrückt wird Diese Folgerung gilt bis zu den Grenzen, bei denen die physikalisch-mechanischen Kennwerte unter die in den betreffenden Standarden vorgesehenen Werte fallen. Demgemäss lässt sich im erwöhnten Bereiche der HAZ, fast unabhängig vom Energieverbrauch, die für den Aufschluss notwendige Zeit im Zusammenhang mit der gewünschten Zellstoffqualität und dem günstigsten energetischen Verhältnis festsetzen.

Im Durchschnit verzeichnet man im studierten Bereiche eine Einsparung im Energieverbrauch je Kg von ungefähr 10% für die Probengruppe von 18%, um 16% für die Gruppe von 20% Aktivalkali gegenüber den Vergleichskochungen.

Da die Ausbeuteerhöhung durch Verkürzung der Kochzeit erzielt wird, ergibt sich gleichzeitig eine Erhöhung des Nutzeffektes der Kochautoklave. Gleichzeitig fällt aber der Nutzeffekt der Mahlvorrichtungen; diese Verringerung wird vollkommen von den technologischen und energetischen Vorteilen kompensiert, sowie auch von den Erhöhung des Nutzeffektes der Kochapparatur, welche wir oben erwähnten. Praktisch kann von diesem Gesichtspunkte einer der verlängerten Dauer des Mahlvorganges entsprechenden Mahlvorrichtung gelöst werden.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. — Das Temperaturdiagramm der Kochungen.
Abb. 2. — Das Mahlungsdiagramm.
Abb 3. — Die Ergebnisse der Kochungen mit 18% Aktivalkali.
Abb. 4. — Die Ergebnisse der Kochungen mit 20% Aktivalkali.
Abb. 5. — Die Aufstellung der Energieverbrauche bei den Hochausbeute-Zellstoffkochungen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE DU TANNAGE COMBINÉ FORMOL-CHRÔME

PAR

GH. ALEXA, GH. CHIRIŢĂ et AGLAIA CHIRIŢĂ

Comunication présentée à la session scientifique de l'Institut Polytechnique de Jassy, de 4—6 Février 1960

1. Introduction

On connaît peu d'études concernant le tannage combiné formol-chrôme et par-delà les publications parues relatives au tannage formol-chrôme et chrôme-formol en sont encore insuffisamment systématisées [1].

On sait que dans le tannage formol-chrôme on observe une accélération de la pénétration des sels basiques de chrôme dans la peau [2], [3], mais la quantité de Cr_2O_3 fixée par la fibre dermique est moindre que dans le cas de la peau non formolée [3].

La diminution de la capacité d'absorbtion et de combinaison des sels basiques de chrôme avec la fibre dermique a été expliquée par l'inactivation des groupements aminiques par la formaldéhyde ainsi que par la réduction de l'hydrolyse des solutions basiques de chrôme à cause d'une moindre capacité de la peau formolée de fixer les acides qui résultent de cette même hydrolyse [4]. D'autre part, on considère que la fixation stable du chrôme nécessite la coordination tant avec les groupements carboxyliques qu'avec les groupements basiques du collagène, en d'autres mots, la fixation du complexe chrômique doit se produire en deux points de la molécule protéïque. Cette hypothèse a été emise pour expliquer la grande stabilité thermique des cuirs tannés au chrôme.

On obtient, par le tannage formol-chrôme, des cuirs moins extensibles par rapport aux cuirs simplement chrômés [4]. Ces cuirs tannés au formol-chrôme sont plus moeleux et possèdent une fleur un peu fragile. Tout en conservant le même pourcentage de Cr_2O_3 fixé par la fibre dermique, la température de contraction des cuirs tannés au formol-chrôme est plus grande que dans le cas du tannage au chrôme.

Le prétannage au formol permet la réalisation d'une importante économie de chrôme ; c'est ainsi que les peaux, convenablement prétannées au formol, sont complètement tannées avec 0,75% Cr_2O_3 rapporté au poids de la peau en tripe, tout en obtenant un cuir semblable au box-calf [5]. Mais ce cuir-ci à fleur très fine et un peu fragile n'est pas assez rempli, sa résistence à la traction est inférieure à celle du cuir tanné au chrôme.

Dans le présent travail nous nous sommes proposé d'étudier l'influence des différents facteurs qui interviennent dans le tannage combiné formol-chrôme quant à la fixation de la formaldéhyde et de l'oxyde de chrôme ainsi que les caractéristiques chimiques et physico-mécaniques des

cuirs obtenus. Nous nous fermerons ci-dessous à l'étude des facteurs suivants: a) l'influence du pH dans le tannage au formol, b) l'influence de la concentration en formaldéhyde, c) l'influence du picklage, d) l'influence de la concentration en chrôme.

2. L'influence du pH dans le tannage au formol

La formaldéhyde réactionne avec les groupements non ionisés du collagène; c'est ainsi que pour un pH $< 7{,}0$ la réaction des groupements aminiques avec la formaldéhyde est diminuée.

L'intensité de la combinaison de formol avec le collagène dépend de la valeur du pH du milieu dans lequel se produit cette combinaison; on a remarqué un optimum de combinaison pour les valeurs du pH situées entre 7 et 9. Jusqu'à pH $= 3$ la combinaison de la formaldéhyde avec le collagène est presque imperceptible, puis elle découle lentement jusqu'à pH $= 6$, ensuite elle devient très intense à pH $= 8{,}7$; au dessus de cette valeur la combinaison de la formaldéhyde avec le collagène reste aproximativement constante [13]...[16]. Au dessus de pH $= 9$ le gonflement de la peau est très marqué et la combinaison de la formaldéhyde avec le collagène se produit rapidement; on obtient un cuir dur et cassant.

La formaldéhyde réactionne avec le collagène, d'abord avec les groupements aminiques [17]...[21], les groupements guanidiniques et imidazoliques [25] et récemment on a decouvert que les groupements indoliques du tryptophane jouent aussi un rôle dans certaines circonstances.

Les nouvelles recherches concernant le tannage au formol, spécialement quant à l'influence du pH, ont admis trois modes différents de combinaison de la formaldéhyde avec le collagène, en fonction des valeurs du pH. Dans la zone fortement acide la réaction se produit plutôt avec les groupements iminiques [16] et aminiques [18], [20], avec la rupture des liaisons coordinatives des cathènes peptidiques, tandis que dans la zone neutre ou faiblement acide participent toutefois à la combinaison avec la formaldéhyde les groupements aminiques libres de la peau. Dans les deux cas il se forme des ponts méthyléniques, produisant une enchevêtrement des cathènes peptidiques du collagène: par conséquent il en résulte une grande résistance termique du cuir obtenu [16], [15].

Pour les valeurs du pH situées entre 7 et 8 la plus grande partie des groupements aminiques de la lysine réactionne avec la formaldéhyde [12], [24], [25]; l'augmentation du pH à 9 ou bien à 11 provoque un accroissement de la quantité de formaldéhyde combinée, due aux groupements guanidiniques libres de l'arginine qui commencent à apparaître, en état non disocié, pouvant ainsi se combiner avec la formaldéhyde [24].

La combinaison de la formaldéhyde avec la peau se produit avec une vitesse très grande dans la zone neutre ou faiblement alcaline; par conséquent on obtient une fixation plus intense de la formaldéhyde dans les couches extérieures de la peau, conduisant de cette manière à un cuir à fleur fragile ou même cassante. On sait que le prétannage

combiné au formol-tanin pour les cuirs à semelle se pratique habituellement à pH = 7...7,5.

Dans le présent travail, pour nous rendre compte de l'influence du pH dans le prétannage au formol dans le tannage au formol-chrôme, nous avons fait deux séries d'essais. Dans une première série d'essais le prétannage au formol a été fait à un pH acide pour assurer une fixation plus lente de la formaldéhyde, surtout à l'intérieur de la peau, afin d'obtenir un cuir ayant une fleur autant que possible moins fragile; dans la deuxieme série d'essais le prétannage au formole a été conduit à pH = 7,0...7,2.

Tous les essais de tannage ont été effectués sur des échantillons de peau de veau. Les opérations préliminaires, à savoir: la trempe, le chaulage, la décalcification et le confit ont été faites comme d'habitude.

Le prétannage au formol à un pH acide a été fait sur deux échantillons de peau en tripe, respectivement avec 2% et 3% de formol à 36% par rapport au poids de la peau. Le prétanage a été executé en flacons de 1 000 ml. Dans chaque flacon on a mis 200% d'eau calculé au poids de la peau et le pH a été établi à 5...5,2, avec une solution d'acide sulfurique à 1%; ensuite on a ajouté la solution de formol et l'échantillon de peau en tripe. Après avoir agité une heure, le pH de la solution a été établi à 4,5, après une heure la valeur du pH était de 3,2..3,5; ensuite on a agité encore 4 heures; enfin après avoir réajusté le pH à 3,2...3,5, les cuirs ont été laissées dans le bain encore 18 heures. Après 24 heures le pH de la solution était 5. Après le prétannage au formol les peaux ont été lavées pendant 20 minutes dans un courant d'eau, ensuite les échantillons de peau, prétannés avec 2% et 3% de formol à 36%, ont été tannés au chrôme avec 1,5% Cr_2O_3 ayant un basicité de 39,60% rapporté au poids de la peau en tripe, de la manière suivante: on a mis dans des flacons de 1 000 ml avec 120% d'eau, 2% ClNa et 1,5% Na_2Ca_3 cristalysé sous forme de solution 100% rapporté à la quantité de Cr_2O_3 ajoutée; enfin on a agité l'ensemble pendant 2 heures, et ensuite les peaux ont été laissées dans le bain pendant la nuit. Après le tannage au chrôme on a déterminé pour chaque échantillon l'indice de contraction. On a laissé les échantillons tannés en repos, pour la fixation du chrôme et ensuite on les a laissés sécher à la température ambiante.

Dans la deuxième série d'essais le prétannage au formol a été executé à pH=7,0... 7,2; après avoir porté la pH à cette valeur, avec une solution de Na_2CO_3 à 100%, on a agité l'ensemble pendant six heures en maintenant le pH à sa valeur initiale; après le prétannage au formol les morceaux de peau ont été lavés pendant 20 minutes dans un courant d'eau et ensuite ils ont été tannés avec 1,5% de Cr_2O_3, dans les mêmes conditions que dans le cas des échantillons de peau prétannés au formol à un pH acide.

Pour les échantillons de cuirs tannés au formol-chrôm en a exécuté les déterminations suivantes: l'indice de contraction, le Cr_2O_3 et la formaldéhyde. La formaldéhyde a été déterminée par voie colorimétrique en utilisant un électrophotocolorimètre F. E. K. M., soviétique.

La méthode de la détermination de la formaldéhyde est la suivante: le cuir tanné est desagrégé avec une solution d'acide sulfurique $4n$; la formaldéhyde mise en liberté, entrainée par un courant faible d'air, est absorbée dans une solution d'acide chromotropique en acide sulfurique. Après l'absorbtion complète le flacon contenant la solution d'acide chromotropique est détaché de l'appareil et on l'introduit dans un bain de parafine à 110°C, en y le laissant pendant 100 minutes, pour la révélation de la couleur. Ensuite, après la dilution de la solution, on détermine le contenu en formaldéhyde par voie colorimétrique.

En analysant les résultats obtenus on constate que la quantité de formaldéhyde fixée par la fibre dermique à un pH acide est plus petite qu'à pH = 7,0 ... 7,2; par contre la quantité de Cr_2O_3 fixée par la fibre dermique est plus grande à un pH acide.

L'accroissement de la quantité de formaldéhyde fixée par la fibre dermique produit une diminution de la quantité de Cr_2O_3 fixée (voir le tableau 1); on peut remarquer ainsi que la quantité de Cr_2O_3 fixée diminue très peu avec l'accroissement de la formaldéhyde fixée par la fibre dermique; on suppose que de tels cuirs présenteront une plus grande résistance à la traction. En analysant les résultats figurant dans le tableau 1 on voit aussi que l'indice de contraction est nul, les échantillons de peau tannés avec 1,5% Cr_2O_3 résistent à l'eau bouillante.

Tableau 1

Influence du pH dans le tannage au formol

No. de l'essai	Concentration en formol à 36%	Humidité %	Oxyde de chrôme %	Formaldéhyde en mg. %	Indice de contraction %
Prétannage effectué à un pH acide					
I	2 0	14,0	3,93	138,0	0,00
II	3 0	14 0	3,86	245,3	0,00
Prétannage effectué à pH = 7,0...7,2					
III	2,0	14,0	3,81	240,8	0,00
IV	3,0	14,0	3,55	290,2	0,00

3. Influence de la concentration en formaldéhyde

La quantité de formaldéhyde combinée avec la fibre dermique est aussi fonction de la concentration en formol de la solution de tannage. À une concentration de la solution tannique dépassant 1% en formol, il y a une plus grande quantité de formaldéhyde combinée que celle qui correspondrait à une combinaison d'une molécule de formaldéhyde pour une molécule d'acide aminique; à la combinaison participent probablement aussi et d'autres groupements que ceux iminiques [24] ou bien il s'agit d'une incorporation de molécules de formaldéhyde polymérisées.

L'étude de l'influence de la concentration en formol dans le tannage au formol-chrôme a été éffectué sur des échantillons de peau en tripe, prétannés préalablement au formol à un pH acide et à pH = 7,0 ... 7,2. Les concentrations des solutions en formol pour les échantillons prétannés à pH = 7,0 ... 7,2, étaient: 1; 1,5; 2 et 3% de formol à 36%, rapporté au poids de la peau en tripe. Pour les échantillons prétannés au formol à un pH acide, la concentration en formol de la solution a été variée dans des limites plus larges, compte tenu que la fixation de la formaldéhyde en milieu acide est moindre; c'est ainsi que les concentrations utilisées étaient de: 2; 3; 4; 5; 6; 7 et 8% de formol à 36%, rapporté au poids de la gélatine.

Le procédé technologique utilisé dans les deux séries d'essais a été deja mentionné dans le présent travail.

Les échantillons de peau tannés d'après le procédé formol-chrôme, ont été analysés, les résultats étant consignés dans le tableau 2. De l'analyse de ce tableau il en résulte que l'oxyde de chrôme fixé sur la

fibre dermique diminue au fur et à mesure que la concentration en formol s'accroit; ce fait est du, comme on l'a montré deja plus haut, à l'inactivation des groupements aminiques par la formaldéhyde, ainsi qu'à la diminution de l'hydrolyse des sels basiques de chrôme causée par la diminution de la capacité de la peau de se combiner avec les acides.

Tableau 2

Influence de la concentration en formaldéhyde

	Prétannage au formol à pH = 7,0...7,2				Prétannage au formol à un pH acide						
	Concentration au formol à 36%										
	1,0	1,5	2,0	3,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0
Humidité	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0
Oxyde de chrôme	4,57	4,53	3,81	3,55	3,93	3,86	3,87	3,87	3,57	3,62	3,79
Formaldéhyde (mg.)	175,2	226,2	240,8	290,2	138,0	245,0	—	504 9	514,7	550,0	—
Indice de contraction	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Si le prétannage au formol, lors du tannage au formol-chrôme, a lieu à un pH acide, la diminution de Cr_2O_3 fixé par la fibre dermique est peu influencée par l'accroissement de la quantité de formaldéhyde. Les données du tableau 2 montrent que l'indice de contraction est nul pour n'importe quelle concentration en formaldéhyde. Ce fait prouve que certaines groupes du collagène qui se combinent avec la formaldéhyde, même à un pH acide, donneraient la résistance thermique du cuir.

4. Influence du picklage

Dans le tannage au formol-chrôme le picklage serait necessaire lorsque le prétannage au formol se fait à un pH neutre, pour porter la peau à un pH convenable pour le tannage au chrôme. Dans ce but on a fait deux séries d'essais en variant la concentration en formol et en chrôme. Pour une série d'essais on a interposé l'opération de picklage après le prétannage au formol. Les échantillons de peau picklés ont été ensuite tannés au chrôme avec 1% et 1,5% Cr_2O_3; toutefois ont été tannés dans les mêmes conditions les échantillons non picklés.

Après le tannage au chrôme on a remarqué que la surface des échantillons était d'un vert plus foncé que celle des échantillons non picklés; en effet, le picklage produit un déformolage à la surface de la peau, facilitant de cette manière la fixation plus intense du Cr_2O_3 sur la fleur de la peau.

L'analyse des échantillons de cuir est donnée dans les tableaux 3 et 4.

Tableau 3

Influence du picklage.

Tannage au chrôme avec 1% Cr_2O_3

	Essais picklés				Essais non picklés			
	Concentration en formol à 36%							
	1,0	1,5	2,0	3,0	1,0	1,5	2,0	3,0
Humidité	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0
Oxide de chrôme	3,78	2,01	1,83	1,61	3,55	3,37	2,89	2,87
Formaldéhyde (mg.)	—	236,4	280,1	307,5	185,0	246,3	285,7	336,4
Indice de contraction	27,9	28,4	32,3	27,0	15,9	18,0	19,8	16,0

Tableau 4

Influence du picklage.

Tannage au chrôme avec 1,5% Cr_2O_3

	Essais picklés				Essais non picklés			
	Concentration en formol à 36%							
	1,0	1,5	2,0	3,0	1,0	1,5	2,0	3,0
Humidité	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0
Oxyde de chrôme	3,06	2,89	2,04	1,87	3,90	3,88	3,75	2,66
Formaldéhyde (mg.)	178,2	188,4	201,0	301,3	183,1	230,3	242,0	305,4
Indice de contraction	10,9	7,9	0,0	0,0	5,4	0,0	0,0	0,0

En examinant les données des tableaux 3 et 4 on constate que les échantillons picklés ont fixé des quantités de formaldéhyde et de Cr_2O_3 plus petites que les échantillons non picklés.

La fixation d'une quantité plus petite de formaldéhyde est due à l'action de l'acidité de la solution de picklage par un effet de déformolage.

La quantité plus réduite de Cr_2O_3, dans les échantillons picklés, serait due à l'acidité de la peau, qui dans la prémière phase du tannage au chrôme diminue la basicité des solutions de chrôme, dont l'hydrolise est ensuite diminuée par l'effet du blocage d'une partie des groupements basiques de la peau, incapables de fixer les acides.

Les échantillons non picklés se combinent avec une quantité plus grande de Cr_2O_3, compte tenu que ceux-ci entrent en tannage à un pH plus grand que celui des solutions de chrôme, et par conséquent la basicité des solutions chrômiques s'accroit. Ce fait n'empêche pas que la pénétration des solutions basiques se fasse facilement; compte tenu de l'effet

Tableau 5

Influence de la concentration en formaldéhyde et en oxide de chrôme.

Le tannage a été effectué à pH=7,0...7,2

	Tannage au chrôme avec 0,8% Cr_2O_3				Tannage au chrôme avec 1,0% Cr_2O_3				Tannage au chrôme avec 1,5% Cr_2O_3			
	Concentration en formol à 36%											
	1,0	1,5	2,0	3,0	1,0	1,5	2,0	3,0	1,0	1,5	2,0	3,0
Humidité	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0
Oxyde de chrôme	2,08	2,13	2,08	1,9	3,07	2,95	2,61	2,23	4,57	4,58	3,81	3,55
Formaldéhyde (mg)	204,3	278,8	346,7	401,3	196,2	261,5	302,4	352,6	175,2	226,4	240,8	290,2
Indice de contraction	33,0	35,5	35,6	35,2	26,9	11,7	20,8	29,8	0,0	0,0	0,0	0,0

Tableau 6

Influence de la concentration en formaldéhyde et en oxyde de chrôme.

Le tannage a été effectué à un pH acide

	Tannage au chrôme avec 1,0% Cr_2O_3							Tannage au chrôme avec 1,5% Cr_2O_3						
	Concentration en formol à 36%													
	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0
Humidité	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0
Oxyde de chrôme	3,35	3,24	3,29	3,03	3,15	3,31	3,02	3,93	3,86	3,87	3,87	3,57	3,62	3,79
Formaldéhyde (mg.)	196,3	269,7	—	562,5	602,2	689,3	—	138,0	245,3	—	504,9	514,7	550,0	—
Indice de contraction	20,1	18,8	18,1	17,8	17,1	7,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

du formolage antérieur de la peau, une quantité plus grande de Cr_2O_3 fixée sur la fibre dermique, dans le cas des peaux non picklées, a pour effet l'amélioration de l'indice de contraction.

5. Influence de la concentration en Cr_2O_3 dans le tannage au formol-chrôme

L'influence de la concentration en Cr_2O_3 a été étudiée en deux séries d'essais, en variant la concentration en Cr_2O_3.

Pour l'une des séries le prétannage au formol a été fait à pH = 7,0 ... 7,2 et l'autre à un pH acide.

Pour la première série d'essais le prétannage au formol a été fait avec des solutions contenant: 1,0; 1,5; 2,0 et 3% de formol à 36% rapporté au poids de la peau en tripe; pour la deuxième série d'essais (pH acide) la concentration des solutions de formol était: 2; 3; 4; 5; 6; 7 et 8% de formol à 36%. Le tannage au chrôme a été fait avec 0,8, 1 et 1,5% Cr_2O_3 rapporté au poids de la peau en tripe.

En analysant les résultats obtenus on remarque que pour les échantillons de la peau, prétannés au formol, l'épuisement des solutions chrômiques est plus grand et la pénétration du chrôme dans la peau plus rapide.

Le prétannage au formol permet que le tannage au chrôme se fasse avec des solutions chrômiques plus basiques [27].

Les résultats sont donnés dans les tableaux 5 et 6.

L'indice de contraction a été exécuté immédiatement après le tannage au chrôme.

En analysant les résultats consignés dans les tableaux 5 et 6 on voit que l'indice de contraction est nul seulement pour les échantillons tannés avec 1,5% Cr_2O_3 pour n'importe quelle quantité de formaldéhyde fixée par la fibre dermique. Cette constatation nous permet de conclure que la température de contraction élevée des cuirs obtenus serait due au blockage de certaines groupes du collagène par la formaldéhyde, même à un pH acide.

6. Conclusions

1. Dans le tannage au formol-chrôme la quantité de formaldéhyde fixée par la peau à un pH acide est plus petite que dans le prétannage au formol à un pH alcalin, sans que l'indice de contraction des cuirs obtenus soit influencé.

2. Avec l'augmentation de la concentration en formaldéhyde, dans la tannage au formol-chrôme, la quantité de formaldéhyde fixée par la fibre dermique s'accroit.

3. Dans le tannage au formol-chrôme les quantités de formaldéhyde et de Cr_2O_3 fixées par la fibre dermique sont plus petites si les peaux sont picklées. Le picklage aurait l'avantage de produire un déformolage, surtout dans les parties extérieurs de la peau, ce qui conduit à l'obtention des cuirs à fleur moins fragile.

4. Pour obtenir des cuirs tannés au formol-chrôme à indice de contraction nul, il est nécessaire de les tanner avec 1,5% Cr_2O_3 rapporté à la peau en tripe.

5. L'accroissement de la température de contraction des cuirs prétannés au formol serait due au blockage de certaines groupes de la peau avec lesquelles la formaldéhyde réactionne à un pH acide.

Institute Polytechnique, Jassy,
Chaire de la Technologie des Peaux,
des Fourures et des Matières tannantes

BIBLIOGRAPHIE

1. Herfeld H., *Grundlagen der Lederherstellung*, Verlag Theodor Steinkopff, Dresden u. Leipzig, 1950, S. 345.
2. Grasser G., Le Cuir Technique, 1923, *10*, pp. 230—231.
3. Gerngross O., Roser H., Collegium, 1921, *620*, S. 489—491.
4. Sthater F., *Gerbereichemie und Gerbereitechnologie*, Akad. Verlag, Berlin, 1957, S. 510—511.
5. Chambard P., Revue Technique des Ind. du cuir, 1958, *9*.
6. Gustavson K. H., J.S.L.T.C., 1947, p. 176.
7. Povarnin G., Kepelovici I., Eidlin A., Collegium, 1932, S. 355.
8. Михайлов Н. А., *Химия дубящих веществ и процессов дубления*, Гизлегпром, М., 1953, стр. 352.
9. Pensel G. R., Brevet fracez nr. 807577 din 15 I 1937.
10. Михайлов Н. А., *Физико-химические основы технологии кожы*, Гизлегпром, М.-Л., 1949.
11. Highberger I. H., Flahertz O., Le Cuir Technique, 1939, *1-2*, pp 288—292.
12. Highberger I. N., Retzsch G. E., J.A.L.C.A., 1939, p. 131.
13. Gerngross O., Rieheld G., Collegium, 1926, *667*, S. 398.
14. Andreson H., J.S.L.T.C., 1934, *4*, p. 197.
15. Theis E. R., Esterly A. R., J.A.L.C.A, 1940, pp. 563—576.
16. Theis E. R., Ottens E. F., Ibid., 1940, pp. 330—347.
17. Gerngross O., Loew H., Collegium, 1922, *628* S. 229—247.
18. Bergman M., Jacobson M., Schette H., Ibid., 1923, S. 235.
19. Gerngross O., Bach St., Ibid, 1923, S. 377.
20. Thomas A. W. Kelly M. W., Foster S. B., J.A.L.C.A., 1926, *2*, p. 126.
21. Wiloson J. A., Le Cuir Technique, 1929, *8*, pp. 161—165.
22. Fraenkel C., J. Amer. Chem. Soc., 1945, p. 950.
23. Theis E. R., Pristly W., J.A.L.C.A., 1939, p. 566.
24. Higberger I. H., Salcede I. S., Ibid, 1940, pp. 11—12.
25 Gustavson K. H., J.S.L.T.C., 1940, p. 377.
26. Forbes H. S., Hunter J, Lawrice P., Chem. a. Ind., 1956, *7*, pp. 129—131.
27. Alexa Gh., Chiriță Gh., Bul. Inst. Polit. Iași, 1957, **III (VII)**, *1-2*, pp. 77—90.

К ИЗУЧЕНИЮ КОМБИНИРОВАННОГО ФОРМАЛЬДЕГИД-ХРОМ ДУБЛЕНИЯ

(Резюме)

Изучаются различные факторы оказывающие влияние в процессе комбинированного формальдегид-хром дубления лицевой обувной кожи, а именно: а) влияние pH в формальдегидном дублении, б) влияние содержания окиси хрома, в) влияние концентрации формальдегида, г) влияние пикелевания.

Устанавливается, что при комбинированном формальдегид-хром дублении, количество формальдегида, фиксируемое гольем в предварительном дублении при pH—кис-

лом, меньше чем при pH—щелочном и, что показатель сокращения обрабатываемых кож, при этом, не изменяется.

Для получения кожи с нулевым показателем сокращения необходимо количество окиси хрома в 1,5% по отношению к голью.

CONTRIBUŢII LA STUDIUL TANAJULUI COMBINAT CU FORMOL-CROM

(Rezumat)

Se studiază diferiţii factori ce intervin în tanajul combinat cu formol-crom în vederea obţinerii pieilor pentru feţe de încălţăminte şi anume: a) influenţa pH-ului la tanajul în formol, b) influenţa concentraţiei în formol, c) influenţa piclajului, d) influenţa concentraţiei în crom.

Se constată că în tanajul formol-crom cantitatea de formol fixată pe piele la pretanajul în formol la un pH acid, este mai mică decît la pretăbăcirea în formol la un pH alcalin, fără ca indicele de contracţie a pieilor obţinute să fie influenţat.

Pentru a obţine piei tăbăcite cu formol-crom, cu indice de contracţie nul, este suficient un conţinut de 1,5% Cr_2O_3, raportat la pielea gelatină.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.317.42

CONSIDERAŢIUNI ASUPRA MĂSURĂRII CÎMPURILOR MAGNETICE SLABE, PRIN METODA SONDEI MAGNETICE

DE

GH. VASILIU, N. CALINICENCO, NINA POEATĂ, HUGO ROSMAN, N. GAVRILAŞ şi I. SUCHAR

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Măsurarea cîmpurilor magnetice cu ajutorul sondelor magnetice a constituit obiectul a numeroase cercetări. Interesul manifestat faţă de acest procedeu se datorează faptului că măsurarea cîmpului magnetic se efectuează în acest caz prin măsurarea unei f. e. m. de inducţie electromagnetică. Or, se ştie că procedeele de măsurare a f. e. m. sînt comode şi simplu de realizat, ceea ce constituie avantajul esenţial al metodei măsurării cîmpurilor magnetice cu ajutorul sondei magnetice, faţă de alte procedee cunoscute (de exemplu : metoda magnetometrică, metoda balistică etc.).

În literatura de specialitate (v. bibliografia) se citează realizarea unor sonde magnetice pentru măsurarea cîmpurilor magnetice continui, foarte slabe (de ordinul 10^{-3} Oe.). Realizarea acestor sonde s-a axat pe două direcţii. Una din ele constă în folosirea a două bobine identice, înfăşurate în sens contrar, cuplate inductiv aditiv, avînd miezul din permalloy. Sondele de acest tip poartă în mod curent denumirea de *sonde cu saturaţie magnetică*. Posibilitatea utilizării acestui procedeu a fost propusă pentru prima oară de Aschenbrenner [1], în 1936.

Folosirea practică a sondelor cu saturaţie magnetică este citată în [2, p. 523], unde se menţionează utilizarea în prospecţiuni magnetice terestre a unei astfel de sonde, de către P. A. Halileev (1942 ... 1943).

Teoria amănunţită a unei asemenea sonde a fost dată de Z. Trnka [3], în 1950.

Realizarea unui montaj pentru măsurarea celor trei componente ale intensităţii cîmpului magnetic, cu ajutorul a trei sonde magnetice, este citat de Markus şi Zeluff [4].

O a doua direcţie în care a evoluat realizarea sondelor magnetice de măsurare a cîmpurilor magnetice slabe a fost aceea bazată pe folosirea fenomenului Barkhausen circular, descoperit de Şt. Procopiu în anul 1930 [5].

O astfel de sondă, bazată pe principiul de funcţionare de mai sus, a fost realizată de Valle şi Tribulato [6] în 1939. Ulterior sonda a suferit diferite perfecţionări datorită contribuţiilor aduse de Gorelik şi Bernstein [7], Grabovskii şi Skorobogatov [7], Tutovan [8] ş. a.

Fenomenul Barkhausen circular, cunoscut în literatură sub denumirea de „efect Procopiu" [9], a constituit recent obiectul unui studiu teoretic şi experimental, întreprins de Gh. Vasiliu [10].

În cele ce urmează se efectuează un studiu teoretic şi experimental al fenomenelor

ce intervin în funcţionarea sondelor magnetice folosite în măsurarea cîmpurilor magnetice slabe.

2. Partea teoretică

Magnetizarea longitudinală a unui miez feromagnetic poate fi obţinută: a) fie trecînd curent alternativ printr-o bobină ce înfăşoară miezul, b) fie trecînd curent alternativ în sens longitudinal prin miez. Ultimul procedeu de magnetizare longitudinală este posibil numai în anumite condiţii, ce vor fi precizate în cele ce urmează.

Cazul a). Se consideră bobina cu miez feromagnetic din fig. 1. Trecînd prin spirele bobinei un curent alternativ (sinusoidal) se crează un cîmp alternativ sinusoidal $h_0 = H_0 \sin \omega t$, inducţia magnetică corespunzătoare în miez fiind

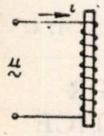


fig. 1

$$b_0 = \mu h_0 = \mu H_0 \sin \omega t. \tag{1}$$

Cunoscînd curbele $b(h)$ (sau $\varphi(i)$) şi $h(t)$ (sau $i(t)$), se poate deduce pe cale grafică curba $b(t)$ (fig. 2). De asemenea se poate obţine pe cale grafică şi curba $e(t)$, a f.e.m. indusă în spirele bobinei.

Dacă simultan cu cîmpul alternativ sinusoidal se aplică un cîmp magnetic longitudinal constant H, inducţia magnetică devine:

$$b = \mu (h_0 + H) = \mu (H_0 \sin \omega t + H). \tag{2}$$

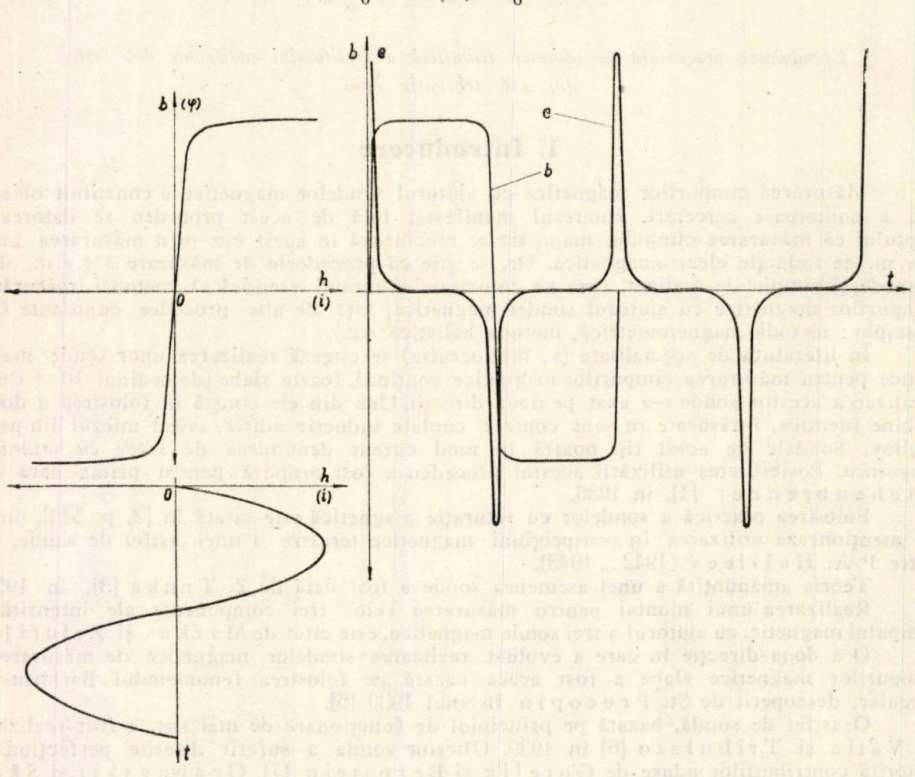


Fig. 2

Inducţia magnetică este nulă la

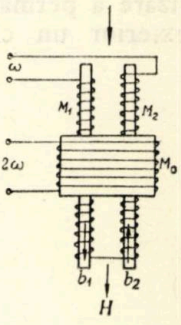
$$t = -(1/\omega) \text{ arc sin } (H/H_0), \text{ dacă } H \leqslant H_0. \tag{3}$$

Considerăm un sistem format din două bobine identice M_1, M_2, cu miezuri feromagnetice; înfăşurările celor două bobine, legate în serie, sînt parcurse de curenţi sinusoidali, cuplajul magnetic al bobinelor fiind aditiv (fig. 3).

Datorită saturaţiei miezurilor feromagnetice regimul de funcţionare a sistemului este deformant. Există posibilitatea de a realiza astfel de regimuri de funcţionare în care fie tensiunea aplicată la borne, fie curentul din înfăşurarea bobinelor să fie sinusoidal.

În ambele cazuri, datorită simetriei perfecte a bobinelor M_1 şi M_2, în bobina M_0, ce le îmbrăţişează, nu se induce nici o f.e.m. atîta vreme cît nu intervine influenţa unui cîmp magnetic exterior.

Dacă se aplică acestui sistem, din exterior, un cîmp magnetig longitudinal H, se poate constata existenţa unei f.e.m. de frecvenţă dublă, indusă în bobina M_0, avînd amplitudinea proporţională cu intensitatea cîmpului exterior. Astfel, măsurarea unui cîmp magnetic constant se reduce la măsurarea unei f. e. m.



(Fig. 3)

În mod obişnuit, pentru a obţine un dispozitiv de măsurare sensibil la cîmpuri magnetice exterioare slabe, ca material feromagnetic pentru miezuri se utilizează permalloy, care fiind introdus într-un cîmp magnetic alternativ se saturează foarte repede.

Astfel de dispozitive, folosite pentru măsurarea cîmpurilor magnetice constante slabe, poartă denumirea uzuală de sonde magnetice.

O astfel de sondă magnetică, alimentată cu o tensiune sinusoidală, a fost studiată în [3]. Folosind un procedeu grafo-analitic se obţine curba f.e.m indusă în bobina M_0, în prezenţa cîmpului constant H (fig. 4, curba *2*). Se constată că f.e.m. indusă în această bobină este de frecvenţă dublă faţă de frecvenţa tensiunii aplicate bobinelor M_1, M_2. (Curba *1* din fig. 4 reprezintă tensiunea aplicată).

Amplitudinea f.e.m. induse este proporţională cu intensitatea H a cîmpului magnetic de măsurat.

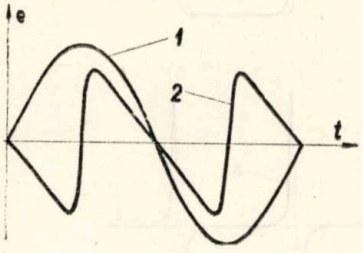


Fig. 4

Sonda magnetică alimentată cu un curent sinusoidal a fost studiată în [2]. Acest studiu se referă în mod special la cazul cînd circuitul magnetic al sondei nu este încă saturat (punctul de funcţionare nu depăşeşte punctul de inflexiune al curbei de magnetizare). În acest caz curba de magnetizare poate fi aproximată prin ecuaţia:

$$b = ah^3 + ch, \tag{4}$$

unde h ia valorile: $h_1 = H_0 \sin \omega t + H$ — în miezul bobinei M_1 şi $h_2 = H_0 \sin \omega t - H$ — în miezul bobinei M_2, inducţiile magnetice corespunzătoare fiind b_1 şi b_2.

Fluxul magnetic total ce străbate bobina M_0 este

$$\psi_0 = w_0 A (b_1 - b_2), \tag{5}$$

unde w_0 — numărul de spire al bobinei M_0, iar A — aria secţiunii drepte a miezului M_1 (sau M_2).

În acest caz f.e.m. indusă în bobina M_0 este:

$$e_0 = -\frac{d\psi_0}{dt} = -w_0 A \frac{d(b_1 - b_2)}{dt} = 6 w_0 a \omega A H_0^2 H \sin 2\omega t. \tag{6}$$

Aşadar şi în acest caz f.e.m. indusă în bobina M_0 are o amplitudine proporţională cu intensitatea H a cîmpului magnetic de măsurat, frecve ţa ei fiind dublă faţă de frecvenţa tensiunii de alimentare.

Din relaţia (6) rezultă că o astfel de sondă este cu atît mai sensibilă cu cît numărul de spire al bobinei M_0 este mai mare, frecvenţa tensiunii de alimentare este mai ridicată, iar aria secţiunii drepte a miezurilor bobinelor M_1 şi M_2 — mai mare.

În lucrarea de faţă ne-am ocupat cu studiul amănunţit al sondei magnetice saturate, alimentată cu curent sinusoidal.

Cunoscînd curba de magnetizare $\varphi(h)$ a permalloyului şi curba $h_0(t)$, precum şi intensitatea H a cîmpului magnetic constant, exterior, şi folosind un procedeu grafo-analitic, am obţinut curba $e_0(t)$ a f.e.m indusă în bobina M_0[1]). În acest scop am reprezentat în fig. 5 curba de magnetizare a permalloyului (curba *1*) şi curba $h_0(t)$ (curba *2*). Aplicînd din exterior un cîmp magnetic longitudinal de intensitate H, intensităţile

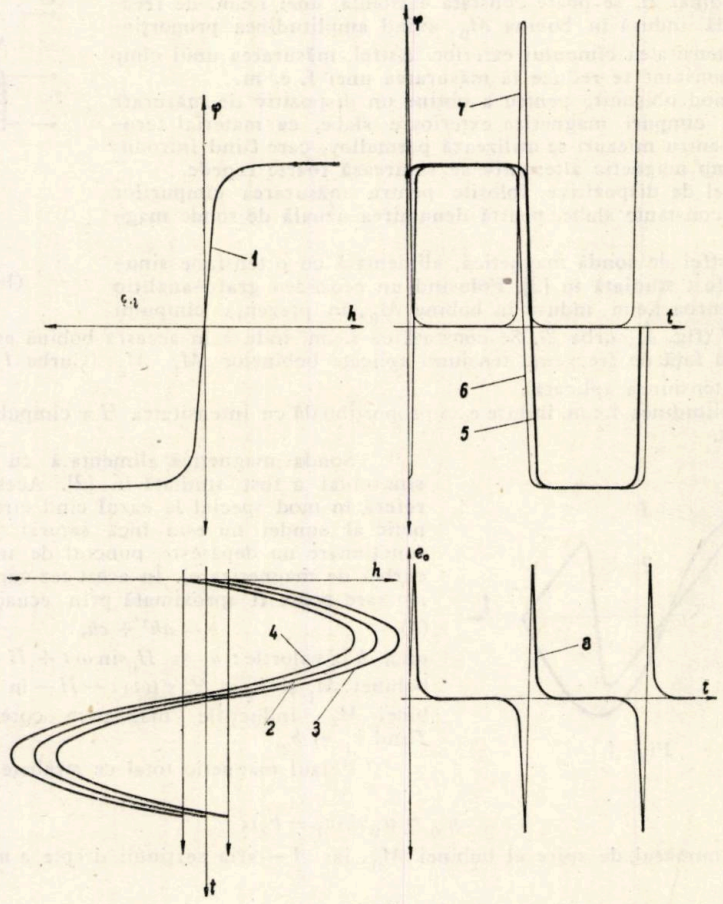


Fig. 5

cîmpurilor magnetice în miezurile bobinelor M_1 şi M_2 sînt în acest caz $h_1 = h_0 + H$, respectiv $h_2 = h_0 - H$, reprezentarea lor grafică fiind $h_1(t)$ — curba *3* şi $h_2(t)$ — curba *4*.

1) Amplitudinea H_0 a cîmpului alternativ sinusoidal h_0 este astfel aleasă încît miezul de permalloy al bobinelor M_1, M_2 să ajungă la saturaţie.

Cunoscînd curbele $\varphi(h)$ şi $h_1(t)$ s-a construit grafic curba $\varphi_1(t)$ — curba 5; în mod analog s-a obţinut curba $\varphi_2(t)$ — curba 6. Diferenţa $\varphi_1(t) - \varphi_2(t) = f(t)$ este obţinută grafic, fiind dată de curba 7. Prin derivarea grafică a acestei curbe se obţine curba 8 a f.e.m. e_0 indusă în bobina M_0.

Analizînd forma curbei f.e.m. se constată că frecvenţa sa este şi în acest caz dublă faţă de frecvenţa tensiunii de alimentare a bobinelor M_1 şi M_2. În ce priveşte forma acestor curbe, ea manifestă maxime mult mai pronunţate decît curba corespunzătoare în cazul alimentării bobinelor M_1, M_2 cu o tensiune sinusoidală (v. fig. 4). Credem că acest fapt ne permite să afirmăm că sensibilitatea sondei magnetice saturate alimentată cu curent sinusoidal este mai mare faţă de cea a sondei alimentată cu tensiune sinusoidală.

Cazul b). Dacă prin miezul considerat filiform, al bobinei din fig. 1, circulă un curent alternativ sinusoidal, înfăşurarea bobinei nefiind alimentată, în anumite condiţii se constată apariţia unei f.e.m. la bornele acestei înfăşurări. Apariţia acestei f.e.m. se datorează existenţei unui cîmp longitudinal variabil [5] a cărui expresie este [10]:

$$b_l = \frac{1}{2}(\mu_x - \mu)\, h \sin 2\alpha \tag{7}$$

unde: b_l — inducţia magnetică longitudinală, μ_x — permeabilitatea magnetică în lungul axei de magnetizare uşoară, μ — permeabilitatea magnetică în orice altă direcţie, $h = H \cos \omega t$ — intensitatea cîmpului magnetic circular, alternativ, sinusoidal, α — unghiul dintre axa de magnetizare uşoară şi direcţia cîmpului magnetic circular.

Din relaţia (7) rezultă că apariţia, în aceste condiţii, a unui cîmp magnetic longitudinal este condiţionată de inegalitatea $0 < \alpha < \pi/2$; în cazul cînd $\alpha = 0$ sau $\pi/2$ cîmpul magnetic longitudinal este nul.

În mod obişnuit axa de magnetizare uşoară a unui fir din material feromagnetic este orientată fie după axul firului ($\alpha = \pi/2$), fie perpendicular pe axul firului ($\alpha = 0$) [11]. În aceste cazuri componenta longitudinală a cîmpului magnetic este nulă.

Fie printr-o tehnologie specială a firului, fie prin torsionarea firului, sau în fine prin aplicarea unui cîmp magnetic constant exterior, se poate roti axa de magnetizare uşoară astfel ca $\alpha \neq 0, \pi/2$.

Pentru a realiza o sondă magnetică, care foloseşte fenomenul descris mai sus, este raţional să se utilizeze un material feromagnetic cu o anizotropie pronunţată, astfel încît $\mu_x - \mu$ să aibă o valoare mare. Pentru ca sonda să fie sensibilă este necesar în plus ca sub acţiunea unui cîmp magnetic exterior, de slabă intensitate, să se producă o variaţie accentuată a lui b_l.

Din relaţia (7) rezultă, derivînd logaritmic şi trecînd la creşteri finite:

$$\frac{\Delta b_l}{b_l} = \frac{\Delta(\mu_x - \mu)}{\mu_x - \mu} + 2 \operatorname{ctg} 2\alpha\, \Delta\alpha. \tag{8}$$

Se observă că pentru ca sonda să fie sensibilă este necesar ca $\alpha = 0$ sau $\pi/2$.

Pentru măsurarea cîmpurilor magnetice slabe, cu sonde magnetice de acest tip, este avantajoasă utilizarea unor fire de permalloy, în timp ce pentru măsurarea cîmpurilor magnetice de intensitate medie pot fi utilizate materiale feromagnetice de tip ferosiliciu.

De asemenea este raţional să se utilizeze curenţi de magnetizare a miezului feromagnetic, de frecvenţă ridicată (de ex. 1 000 Hz).

Sonde magnetice bazate pe principiul magnetizării longitudinale a miezului feromagnetic în cîmp magnetic circular sînt citate în literatură [6], [7], [8].

3. Partea experimentală

Pentru verificarea experimentală a rezultatelor obţinute pe cale teoretică, s-a realizat, în laborator, o sondă cu saturaţie magnetică. Schema de montaj a acestei sonde este redată în fig. 6. Sonda este alcătuită din două bobine identice M_1, M_2, cu miez de permalloy, avînd lungimea de cîte 45 mm şi cîte 205 spire fiecare. Cele două bobine, legate în serie, sînt alimentate printr-o rezistenţă R_1 şi un ampermetru A, de la reţeaua de curent alternativ ($U = 220$ V şi $f = 50$ Hz). Bobina M_0, în care se induce f.e.m. produsă în prezenţa cîmpului magnetic, constant, de măsurat, a fost realizată cu un număr de 52 000 spire, pentru a asigura o sensibilitate ridicată a dispozitivului.

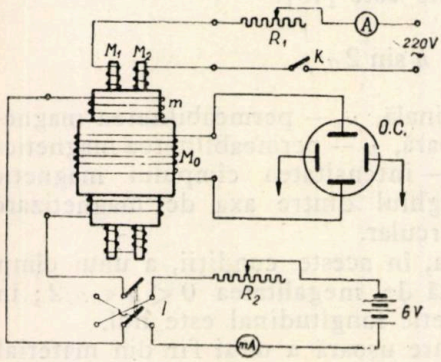


Fig. 6

Deoarece calculul f.e.m. induse în bobina M_0 este extrem de dificil de efectuat în mod riguros şi spre a se evita eventualele variaţii ale indicaţiilor obţinute, provenite din diferite cauze, s-a recurs la măsurarea cîmpului magnetic constant printr-o metodă de compensaţie. Ca bobină de compensaţie s-a folosit bobina m cu un număr de 205 spire, avînd lungimea de 45 mm şi diametrul de 11,9 mm, alimentată printr-un reostat R_2, un inversor I şi un miliampermetru mA, de la o sursă de tensiune constantă de 6 V.

F.e.m. indusă în bobina M_0 s-a aplicat plăcilor de deflexie verticală ale unui osciloscop catodic *O.C.*

Sistemul de bobine s-a montat pe un teodolit care a permis orientarea bobinelor atît în planul orizontal cît şi în planul vertical.

Modul de lucru. Se alimentează bobinele M_1, M_2 cu un curent alternativ de intensitate pînă la 1 A. Se orientează în spaţiu (în planul orizontal şi în planul vertical) sistemul de bobine pînă cînd f.e.m. indusă în bobina M_0, înregistrată la osciloscop, are o amplitudine maximă. Se alimentează apoi bobina de compensaţie m cu curent continuu, al cărui sens şi valoare se reglează în aşa mod încît să se obţină la osciloscop o

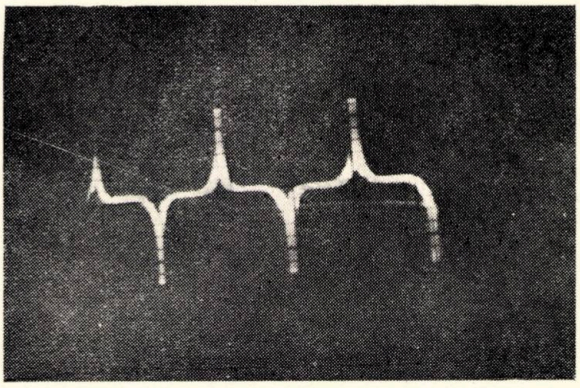


Fig. 7

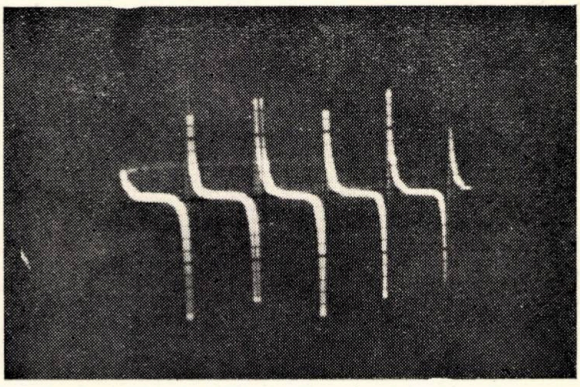


Fig. 8

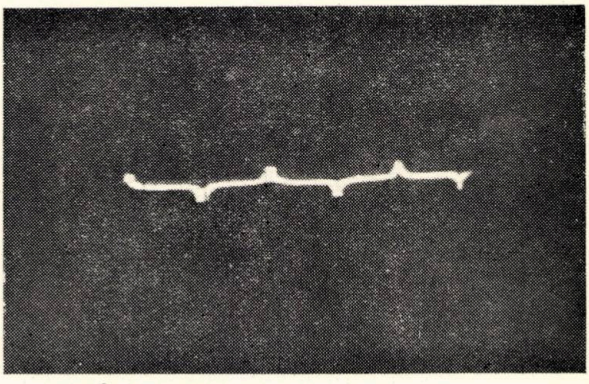


Fig. 9

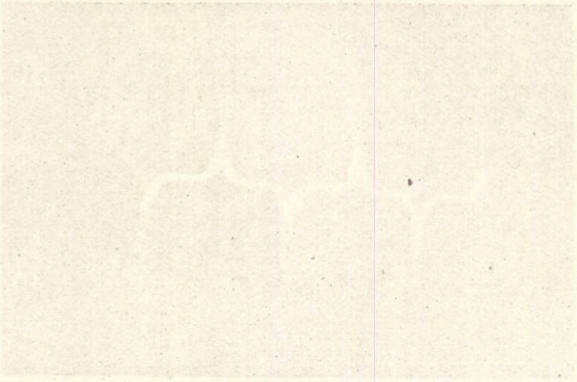
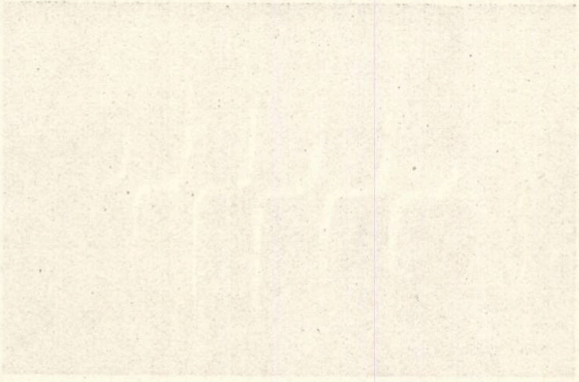
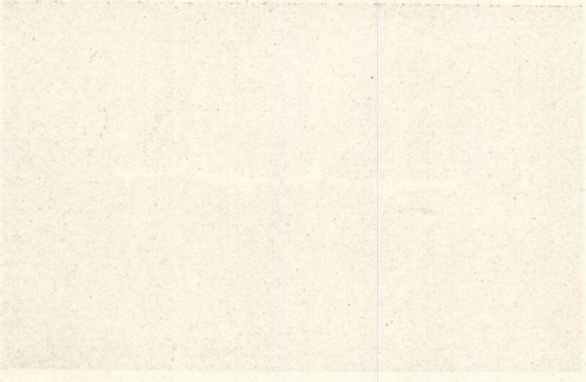


Fig. 7





f.e.m. de amplitudine minimă. Intensitatea cîmpului magnetic al bobinei de compensaţie m este, în acest caz, egală cu intensitatea cîmpului magnetic de măsurat.

S-a calculat cîmpul magnetic în centrul bobinei de compensaţie, obţinînd $H = k\,I$, ($k = 439$ m^{-1}).

Măsurătorile care s-au întreprins în laborator, cu aparatul descris mai sus, s-au referit la măsurarea intensităţii cîmpului magnetic pămîntesc. Valorile obţinute au fost întrucîtva mai mari decît cele date în literatură. Astfel, s-a obţinut la 9 iunie 1959:

$$H_x = 0{,}241 \text{ Oe. şi } H_t = 0{,}422 \text{ Oe.}$$

Abaterea rezultatelor măsurătorilor faţă de valorile reale, date în literatură, se datoreşte atît cîmpurilor magnetice parazite, existente în laborator, care n-au fost înlăturate, cît şi imperfecţiei de construcţie a aparatului (de exemplu, bobinele M_1, M_2 nu sînt perfect egale etc.) precum şi faptului că curentul de alimentare a bobinelor M_1, M_2 nu este perfect sinusoidal.

Înlăturarea acestor imperfecţiuni ar contribui la ameliorarea preciziei măsurărilor efectuate cu sonda magnetică saturată.

Forma curbei f.e.m. obţinută experimental cu o singură bobină (M_1 sau M_2) este redată în fig. 7, iar forma curbei f.e.m. obţinută cu ambele bobine în funcţiune şi în prezenţa cîmpului magnetic constant, de măsurat, este dată în fig. 8. Se observă că forma curbei dată în fig. 7 este foarte apropiată de cea obţinută pe cale teoretică (fig. 2, curba *4*). Forma curbei din fig. 8 este puţin deosebită faţă de cea obţinută pe cale teoretică (fig. 5) din cauză că bobinele M_1, M_2 nu sînt perfect identice şi nici în absenţa cîmpului constant, din acest motiv, nu se obţine anularea f.e.m. indusă în bobina M_0. În acest caz f.e.m. este minimă şi este reprezentată în fig. 9.

4. Concluzii

1. La magnetizarea în curent alternativ a miezurilor feromagnetice, fie într-un cîmp magnetic longitudinal, fie într-un cîmp magnetic circular, în prezenţa unui cîmp magnetic constant apare o magnetizare longitudinală variabilă a miezului, capabilă, prin mărimea f.e.m. ce ia naştere într-o bobină coaxială cu miezul, să detecteze şi să măsoare intensitatea cîmpului magnetic constant.

2. Măsurarea cîmpurilor magnetice cu ajutorul sondelor magnetice constituie un procedeu mai comod şi mai simplu de realizat decît procedeele magnetometrice.

3. Pentru măsurarea cîmpurilor magnetice slabe este util de întrebuinţat sonde cu miezuri din permalloy, pentru a atinge valori ridicate ale inducţiei magnetice la cîmpuri de intensitate slabă.

4. Sonda cu saturaţie magnetică (cu cîmp magnetizant longitudinal) este mai sensibilă în cazul cînd bobinele se alimentează cu curent sinusoidal decît în cazul cînd se alimentează cu tensiune sinusoidală.

5. În laboratorul de Bazele electrotehnicii s-a realizat o sondă cu saturaţie magnetică, cu ajutorul căreia s-au verificat pe cale experimentală rezultatele obţinute pe cale teoretică.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică şi maşini electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Aschenbrenner I. u. a., Hochfrequenztechnik u. Elektroakustik, 1936, pp. 177–181.
2. Яновский Б. М., *Земной магнетизм,* ГИТТЛ, М., 1953.
3. Trnka Zd., Elektrot. Obzor, 1950, **39**, *7*, pp. 127—130.
4. Marcus J. şi van Zeluff V., *Circuite electronice utilizate în industrie*, Edit. Tehn., Buc., pp. 298—300, (trad. din l. rusă).
5. Procopiu Şt., J. de Phys., 1930, **1**, *7*, p. 306.
6 Valle G. e Tribulato G, Ric. Scien., 1939, **6**, *6*, p. 569.
7. Грабовский М. А., *Лекционные демонстрации по физике,* вып. *3*, *Магнетизм,* ГИТТЛ, М., 1949, стр. 257.
8. Tutovan V., Bulet. şt. Acad. R. P. R., Secţ. de şt. Matem. şi Fizice, 1953, **5**, *3*, pp. 467—472.
9. Hofbauer Th. u Koch K. H., Ztschr. für Physik, 1951, **130**, S. 409.
10. Vasiliu Gh., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, Fizică şi şt. tehnice, 1960, **11**, *1*, (sub tipar).
11. Боззорт Р., *Ферромагнетизм,* ИЛ, М., 1956.

ОБ ИЗМЕРЕНИИ СЛАБЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ СПОСОБОМ МАГНИТНОГО ЗОНДА

(Резюме)

В случае намагничивания в переменном токе ферромагнитных сердечников, в продольном или же круговом магнитном поле, в присутствии постоянного магнитного поля появляется продольное переменное намагничивание сердечника, способное, при помощи, создающейся в кооксиальной сердечнику катушке, величины э.д.с., выявить и измерить напряжение постоянного магнитного поля.

Авторы приходят к заключению, что измерение магнитных полей при помощи магнитных зондов является более удобным и легче реализируемым методом чем магнетометрический. Зонд с магнитным насыщением (с продольным магнетизирующим полем) более чувствителен в случае когда катушки питаются синусоидальным током, чем в случае когда они питаются синусоидальным напряжением. Был исполнен в лаборатории зонд с магнитным насыщением, при помощи которого были проведены экспериментально вышеуказанные результаты, полученные теоретическим путем.

SUR LA MESURE DES CHAMPS MAGNÉTIQUES FAIBLES PAR LA MÉTHODE DE LA SONDE MAGNÉTIQUE

(Résumé)

Lors de la magnétisation en courant alternatif des noyaux ferromagnétiques, soit dans un champ magnétique longitudinal, soit dans un champ magnétique circulaire, en présence d'un champ magnétique constant se produit une magnétisation longitudinale, variable, du noyau, capable, à l'aide de la f. e. m. indue dans une bobine coaxiale au noyau, de détecter et de mesurer l'intensité du champ magnétique constant.

Les Auteurs aboutissent à la conclusion que la mesure des champs magnétiques à l'aide des sondes magnétiques constitue un procédé plus commode et plus simple à réaliser que les procédés magnétométriques. La sonde à saturation magnétique (à champ magnétisant longitudinal) est plus sensible lorsqu'on alimente les bobines avec un courant sinusoïdal que dans le cas lorsqu'on alimente les bobines avec une tension sinusoïdale. On a réalisé, dans le laboratoire, une sonde à saturation magnétique, à l'aide de laquelle on a vérifié par voie expérimentale les résultats obtenus par voie théorique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.318.134

STUDIUL ABSORBŢIEI ŞI DISPERSIEI PERMITIVITĂŢII LA FERITE MnZn ÎN GAMA 20 Hz...10 MHz

DE

V. PETRESCU, EMIL LUCA, GH. SAVIN, D. BĂRBULESCU şi I. LUCA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

În ultimii ani fizicienii şi-au îndreptat cercetările asupra fenomenelor de absorţie în spectrul hertzian şi pentru substanţele semiconductoare [1]...[4].

Feritele au fost cercetate în mod incomplet, astfel că rezultatele obţinute nu au fost în general legate de proprietăţile semiconductoare ale acestor materiale feromagnetice. În literatură există indicaţii asupra proprietăţilor dielectrice a feritelor ([6]...[9]) dar nu am găsit un studiu sistematic referitor la aceste probleme.

Feritele se clasifică, în general, în ferite magnetice moi şi dure (cu magnetizare permanentă) [10].

Feritele magnetice moi sînt oxizi avînd formula chimică generală MFe_2O_4, unde M reprezintă un metal bivalent (care poate fi: Cu, Mg, Mn, Ni, Fe sau Zn). Ele prezintă structura cristalografică a mineralului natural $MgAl_2O_4$ (spinelul) care cristalizează în sistemul cubic. Feritele magnetice dure sînt oxizi cu formula chimică generală MO. $6Fe_2O_3$, unde M reprezintă unul din metalele: Ba, Pb sau Sr, avînd o structură cristalină hexagonală.

Datorită diversităţii lor structurale, proprietăţile magnetice şi electrice ale diferitor sorturi de ferite prezintă deosebiri esenţiale. Alţi factori care modifică aceste proprietăţi sînt: a) impurităţile ce se introduc în procesul de sinteză al feritelor (pot forma faze sau incluziuni neferimagnetice), b) condiţiile de coacere — excesul sau lipsa ionilor O în timpul coacerii duce de obicei la formarea defectelor în reţeaua cristalină şi la schimbarea valenţei unor ioni metalici [6].

2. Proprietăţile electrice ale feritelor

a) *Conductivitatea electrică*

Feritele sînt semiconductoare pentru care, după cît se pare, teoria compuşilor de tip ionic este mai adecvată decît teoria „benzilor de energie" [6].

Într-o reţea perfectă valenţele M şi Fe completează pe cele ale oxigenului; deci nu există electroni liberi şi conductivitatea ar trebui să fie nulă dacă ionii nu sînt în stare excitată.

Conductivitatea poate apare însă datorită: a) defectelor în reţea sau impurităţilor, b) ionilor unui aceluiaşi metal, ce au valenţe deosebite. Conductivitatea urmează în principiu legea [5]:

(1) $$\sigma_T = \sigma_\infty \exp[-E/(KT)],$$

unde K — constanta lui Boltzmann, E — energia de activare.

Din relaţia (1) rezultă prin logaritmare:

(2) $$\ln \sigma_T = \ln \sigma_\infty - E/(KT).$$

Ecuaţia (2) reprezintă o dreaptă în sistemul de coordonate $(\ln \sigma, 1/T)$; pe această dreaptă punctul σ_∞ se găseşte la intersecţia cu axa ordonatelor iar energia de activare se determină din panta dreptei.

Coeficientul de variaţie a conductivităţii cu temperatura este dat de relaţia:

(3) $$(1/\sigma)\, d\sigma / dT = E/(KT^2).$$

Conductivitatea şi coeficientul său de variaţie termică constituie caracteristici specifice unui material de compoziţie dată. În practică, însă produsul este policristalin, în multe cazuri poros şi poate comporta între cristaliţi straturi cu structură diferită, deci în aceleaşi condiţii parametrii electrici pot varia de la o probă la alta.

b) *Permitivitatea şi pierderile dielectrice*

În studiul dielectricilor este utilă introducerea noţiunii de permitivitate dielectrică complexă. Din diagrama din fig. 1, rezultă că vectorul deplasare electrică D este decalat în urma vectorului intensitatea cîmpului electric E cu unghiul (de pierderi) δ adică

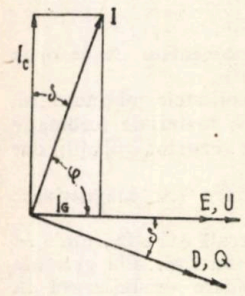


Fig. 1

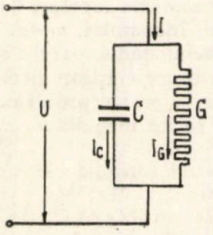


Fig. 2

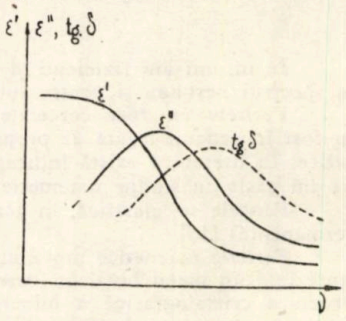


Fig. 3

(4) $$\underline{\varepsilon} = \underline{D}/\underline{E} = \varepsilon \exp(-j\delta) = \varepsilon' - j\varepsilon'',$$

(5) $$\underline{\varepsilon}_r = \underline{\varepsilon}/\varepsilon_0 = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r''.$$

Asimilînd condensatorul imperfect cu o schemă echivalentă clasică (cu o rezistenţă de pierderi în derivaţie — fig. 2), se poate scrie relaţia:

(6) $$\underline{I} = \underline{I}_C + \underline{I}_G = (j\omega C + G)\,\underline{U} = j\omega C_0\, \underline{\varepsilon}_r \underline{U},$$

unde C_0 — capacitatea condensatorului fără dielectric.

Deci $j\omega C + G = j\omega C_0 (\varepsilon_r' - j\varepsilon_r'')$, de unde $C = C_0 \varepsilon_r'$, adică

(7) $$\varepsilon_r' = C/C_0$$

şi $G = \omega C_0 \varepsilon_r''$ adică

(8) $$\varepsilon_r'' = G/(\omega C_0)$$

iar

(9) $$\operatorname{tg}\delta = \varepsilon_r'' / \varepsilon_r' = G/(\omega C).$$

ε' poartă denumirea de *permitivitate conservativă* (permitivitatea mediului perfect) iar ε'' este *permitivitatea de atenuare* care estimează pierderile în dielectric. Permitivitatea ε' a dielectricilor cu pierderi scade mult cu frecvența în anumite zone care poartă denumirea de *zona de dispersie*. În zonele de dispersie apar absorbții importante de energie, caracterizate prin maxime pentru ε'', plasate la mijlocul zonei de dispersie sau maxime pentru tg δ plasate la sfîrșitul zonei de dispersie (spre frecvențe mai ridicate — fig. 3).

Dispersia permitivității în spectrul hertzian, la ferite, poate avea mai multe cauze, legate de natura polarizării.

a) *Polarizarea de structură* [11] poate apare la corpurile solide — policristaline sau amorfe — sub acțiunea cîmpului electric.

Datorită faptului că o parte din ionii de structură sînt slab legați, ei au posibilitatea ca prin salt (provocat de o excitație termică) să ocupe poziții de echilibru neocupate. Într-o rețea slab închegată există mai puțini ioni semiliberi decît poziții de echilibru neocupate. Salturile dintr-o poziție de echilibru în alta se realizează în număr relativ mic; timpul necesar saltului este mult mai mare decît perioada proprie de oscilație a ionilor în rețea.

Timpul de relaxare este timpul necesar ca polarizația să ajungă, după suprimarea cîmpului, la valoarea 1/e din cea inițială.

Zonele de frecvență în care se produce dispersia sînt condiționate de timpul de relaxare.

Din asocierea perechilor + și — a ionilor și lacunelor adiacente pot rezulta dipoli pe care cîmpul electric nu-i rotește, ci îi redistribuie în alte poziții de echilibru.

Din teoria polarizării de structură rezultă că în procesul de creștere a temperaturii ε' poate căpăta unul sau mai multe maxime după cum există una sau mai multe categorii de ioni ce pot deveni semiliberi.

b) *Polarizarea de difuzie* poate apare la compușii ionici și constă în deplasarea ionilor către electrozi sub acțiunea cîmpului electric. Timpul de relaxare în acest caz este mai mare decît la polarizare de structură.

c) *Polarizarea dintre straturi*, care apare de obicei la izolanții eterogeni atît din punct de vedere al permitivității cît și al conductivității, poate apare și la feritele poroase. Dispersia în acest caz se produce la frecvențe foarte mici (chiar fracțiuni de Hz).

Este foarte important să se scoată în evidență faptul că în procesele de dispersie temperatura maximului de absorbție variază cu frecvența, în timp ce în cazul schimbărilor de fază temperatura corespunzătoare variației bruște a absorbției este independentă de frecvență. De aici rezultă posibilitatea de a distinge fenomenele de tranziție de fază.

Studiul dispersiei permitivității în spectrul hertzian prezintă o deosebită importanță întrucît completează spectroscopia în spectrul infraroș vizibil și ultraviolet. Totodată permite studiul indirect al benzilor de energie în solide prin determinarea energiei de activare a difuziei defectelor în rețea.

În adevăr, teoria [12] arată că:

(10) $$\nu_{max} = A \exp[-E/(KT)],$$

unde ν_{max} — frecvența corespunzătoare maximului lui ε'' sau tg δ la temperatura T.

Prin logaritmarea relației (10) rezultă:

(11) $$\ln \nu_{max} = \ln A - E/KT,$$

care reprezintă o dreaptă în sistemul de coordonate ($\ln \nu_{max}$, $1/T$).

Din panta dreptei rezultă energia de activare a difuziei defectelor în rețea.

Teoria arată, de asemenea, că din valoarea lui ε''_{max} la temperatura T se poate determina numărul defectelor din rețeaua cristalină [12].

Permitivitatea feritelor poate atinge, în joasă frecvență, valori foarte ridicate, pînă la ordinul 10^5; ea scade însă mult cu creșterea frecvenței, putînd atinge în genere valoarea 10 la frecvența 10^9 Hz.

Feritele care au conductivitatea ridicată au în genere și permitivitatea ridicată. Variația temperaturii provoacă în multe cazuri variații substanțiale ale permitivității în același sens.

Tangenta unghiului de pierderi variază în condiţiile arătate pentru permitivitate, însă în unele cazuri poate să prezinte cîte un maxim pentru anumite domenii de temperatură şi frecvenţă.

Consecinţele valorilor ridicate ale permitivităţii, care afectează domeniul de utilizare a feritelor, sînt: a) modificarea vitezei de stabilire a fluxului magnetic şi a adîncimii de pătrundere, b) efectele de rezonanţă dimensională, c) modificarea valorii capacităţii repartizate a bobinelor în procesul de dispersie a permitivităţii, care face dificil studiul variaţiei permeabilităţii cu frecvenţa.

c) *Măsurările parametrilor electrici*

Măsurările permitivităţii şi a conductivităţii sînt operaţii dificile. La măsurările de permitivitate dificultăţile apar din cauza pierderilor mari dielectrice şi a conductivităţii relativ mari, comparativ cu substanţele izolatoare.

La măsurătorile de conductivitate trebuie să se ţină seama de efectele termoelectrice ce pot apare la contacte.

În scopul măsurării permitivităţii şi conductivităţii suprafeţele se metalizează. Literatura recomandă, de obicei, metalizarea prin evaporare termică în vid sau depunere catodică. Suprafeţele ce se vor metaliza trebuie rodate cu grijă întrucît conductivitatea suprafeţei brute, ce rezultă după tratamentul termic, are valori mult mai mici decît cea a masei feritei.

3. Dispozitivul experimental şi tehnica utilizată

Pentru măsurări în gama 20 Hz...20 000 Hz s-a folosit o punte de capacităţi reprezentată schematic în fig. 4, unde C_1 şi C_2 — condensatori cu mica de 2000 pF, C — condensator etalon variabil Ulrich, R — rezistenţă etalon variabilă, C_x, R_x — ferita cercetată, OC — osciloscop catodic, Gt — generator de ton.

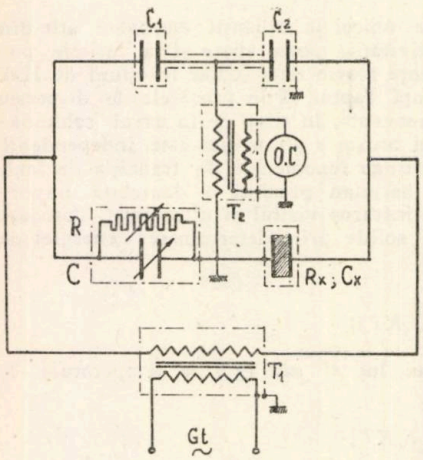


Fig. 4

Măsurătorile în gama 30 kHz...10 MHz s-au efectuat cu un Q-metru Tesla. Metalizarea suprafeţelor s-a efectuat folosind procedeul clasic al argintării sticlei în scopul obţinerii oglinzilor [13]. Pentru a putea face lipituri în condiţii bune, stratul de argint a fost îngroşat prin depunere electrolitică. Determinările la temperatură joasă s-au făcut începînd cu temperatura de —65°C, care s-a realizat cu zăpadă carbonică în eter sau acetonă. Variaţia lentă a temperaturii (4° C pe oră) s-a realizat păstrînd eterul rece într-un vas Dewar în care s-a introdus şi un corp cilindric de bronz, în interiorul căruia se afla ferita cercetată.

Măsurările temperaturii s-au făcut cu două termometre, unul introdus în corpul de bronz şi al doilea în vasul Dewar. În acest mod eroarea la aprecierea temperaturii feritei nu depăşea 1°C.

4. Rezultate obținute

O primă serie de măsurători s-au efectuat menținînd temperatura constantă și variind frecvența cîmpului electric. S-a luat în considerație

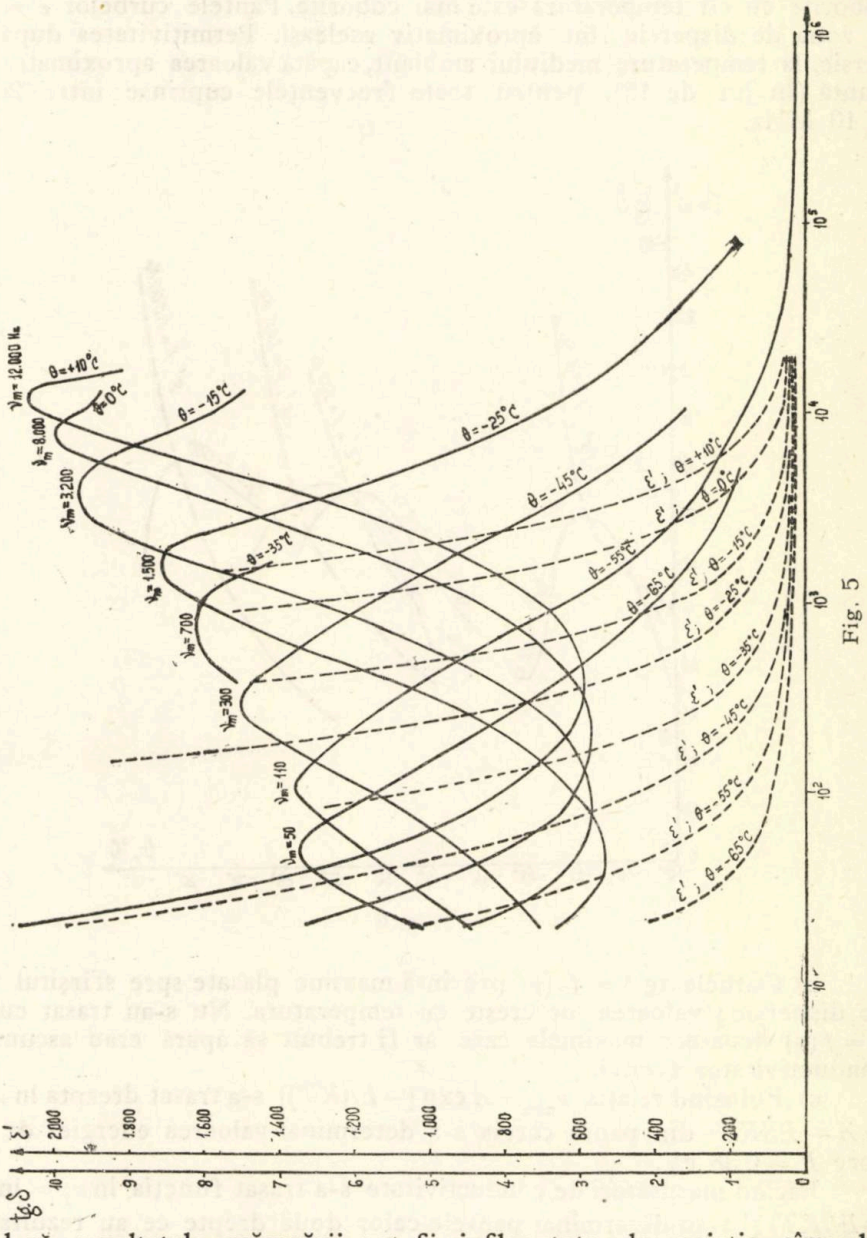


Fig. 5

faptul că rezultatele măsurării pot fi influențate de variația cîmpului electric și în consecință s-a menținut în timpul măsurării tensiunea constantă la bornele eșantionului.

S-au trasat curbele $\varepsilon' = f_1(\nu)$ şi $\operatorname{tg}\delta = f_2(\nu)$, pentru T = const. (fig. 5). Din analiza acestor curbe rezultă următoarele concluzii:

a) Dispersia permitivităţii se manifestă la frecvenţe cu atît mai coborîte cu cît temperatura este mai coborîtă. Pantele curbelor $\varepsilon' = f_1(\nu)$ în zona de dispersie sînt aproximativ aceleaşi. Permitivitatea după dispersie, la temperatura mediului ambiant, capătă valoarea aproximativ constantă (în jur de 15), pentru toate frecvenţele cuprinse între 20 kHz şi 10 MHz.

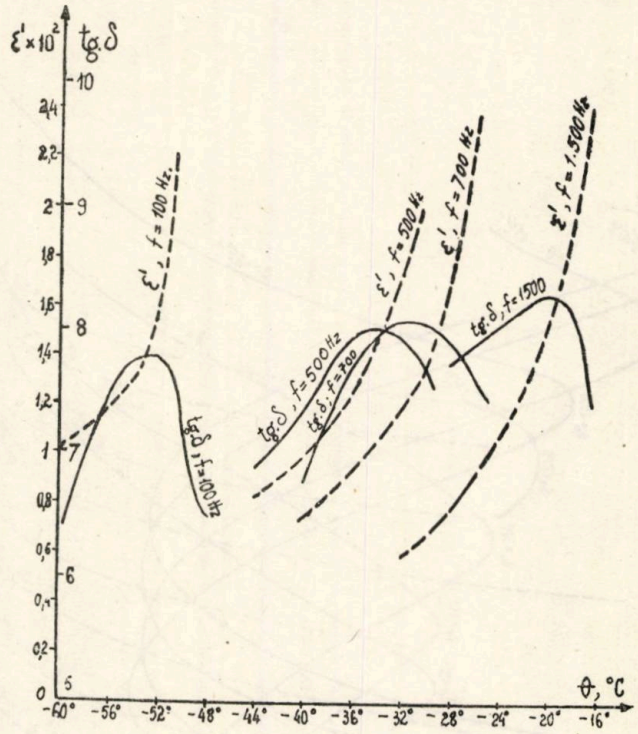


Fig. 6

b) Curbele $\operatorname{tg}\delta = f_2(\nu)$ prezintă maxime plasate spre sfîrşitul zonei de dispersie; valoarea lor creşte cu temperatura. Nu s-au trasat curbele $\varepsilon'' = f(\nu)$ deoarece maximele care ar fi trebuit să apară erau ascunse de conductivitatea feritei.

c) Folosind relaţia $\nu_{max} = A \exp[-E/(KT)]$ s-a trasat dreapta $\ln \nu_{max} = \ln A - E/(KT)$ din panta căreia s-a determinat valoarea energiei de activare $E = 0{,}38$ eV.

Făcînd măsurători de conductivitate s-a trasat funcţia $\ln \sigma_T = \ln \sigma_\infty - -E/(KT)$ şi s-au determinat pantele celor două drepte ce au rezultat din reprezentare. Pentru temperaturile la care s-au determinat maximele unghiului de pierderi a rezultat valoarea energiei de activare $E = 0{,}43$ eV.

Pentru determinările exacte ale energiei de activare, prin măsurări de conductivitate, ar trebui să se ia în considerație faptul că la feritele poroase conductivitatea variază și cu frecvența. Prin măsurările de conductivitate, în cîmp electric constant, nu am obținut, în cazul studiat de noi, decît ordinul de mărime al energiei de activare. Nu s-au făcut măsurători în care să se țină seama de variația conductivității cu frecvența, întrucît pînă acum am întîmpinat în această direcție mari greutăți experimentale.

Pentru determinările exacte ale energiei de activare, folosind maximele tangentei unghiului de pierderi, ar trebui separate pierderile dielectrice de cele prin conductivitate. Pentru substanțele semiconductoare neporoase există posibilitatea acestei separări [14] printr-un procedeu grafic.

Noi nu am încercat o astfel de separare din cauza dificultăților experimentale ivite la determinarea variației conductivității cu frecvența. În studiul întreprins de colectivul nostru există însă preocuparea separării pierderilor folosind un alt procedeu.

În cea de-a doua serie de măsurători s-au trasat curbele variației permitivității cu temperatura de la $-65°C$ pînă la $+150°C$, pentru diferite frecvențe. Rezultatele experimentale obținute sînt reprezentate în fig. 6.

Folosind patru din maximele depistate pentru tg δ s-a trasat dreapta $\ln \sigma_{max} = \ln A - E/(KT)$ cu ajutorul căreia s-a determinat și pe această cale valoarea energiei de activare, care a rezultat aceeași.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de electrotehnică și mașini electrice,
Catedra de fizică
și
Institutul agronomic „Ion Ionescu de la Brad", Iași

BIBLIOGRAFIE

1. Freymann R., Rohmer R., Hagene B., J. Phys. Rad., 1953, **14**, *2*, p. 130.
2 Meinnel J., Ibid., 1954, **15**, *2*, p. 125.
3. Hagene B., Ibid., 1954, **15**, *7*, p. 583.
4. Freymann R. și colab., Arch. des Sc., 1956, **9**, p. 53.
5. Ioffe A. F., *Semiconductorii în fizica modernă,* I.S.R.S., 1954, (trad. din l. rusă).
6. Vasiliev A., Ann. Radioél., 1957, **12**, *47*, p. 15.
7. Lescroel Y., Câbles et transm., 1953, **7**, *4*, p. 273.
8. Mayer F., R. G. E. 1957, **66**, *5*, p. 333.
9. v. Hippel A., *Dielectric Materials and Applications,* Chapman & Hall, London, 1954.
10. Say G., *Alliages Magnétiques et Ferrites,* Dunod, Paris, 1956, pp. 105, 182.
11. Borisoglebski P. V., *Bazele fizice și metodele pentru încercarea preventivă a izolației industriale,* E.E.S., Buc., 1953, (trad. din l. rusă).
12. Freymann R. și colab., J. Phys. Rad., 1953, **14**, *3*, p. 203.
13. Ciumutov K. V., *Tehnica cercetărilor fizico-chimice,* Ed. tehn., Buc., 1957, p. 313, (trad. din l. rusă).
14. Meinnel J., l'Onde Électrique, 1955, **35**, *338*, p. 468.

ИССЛЕДОВАНИЕ АБСОРБЦИИ И ДИСПЕРСИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ У ФЕРРИТОВ MnZn В ИНТЕРВАЛЕ 20 Hz...10 MHz

(Резюме)

Получив экспериментально кривые $\varepsilon' = f_1(\nu)$, $\operatorname{tg}\delta = f_2(\nu)$, $T = \text{const.}$, (рис. 5), авторы приходят к следующим заключениям:

а) Чем температура ниже, тем ниже частота при которой создается дисперсия элекрической проницаемости. Уклоны кривых $\varepsilon' = f_1(\nu)$ в зоне дисперсии приблизительно одинаковы. При температуре окружающей среды электрическая проницаемость, после дисперсии, получает постоянную величину ($\cong 15$) для всех частот между 20 kHz и 10 MHz.

б) Кривые $\operatorname{tg}\delta = f_2(\nu)$ приобретают максимальные величины к концу зоны дисперсии; их величина растет с ростом температуры.

в) Пользуя отношение $\nu_{max} = A \exp[-E/(kT)]$ была проведена прямая $\ln \nu_{max} = \ln A - E/(kT)$ по уклону которой была определена $E = 0{,}38$ eV.

Производя измерения проводимости была графически представлена функция $\ln \sigma_T = \ln \sigma_\infty - E/(kT)$ и были определены уклоны двух прямых следуемых из этого представления. Для температур, при которых были определены максимумы угла потерь, получена величина $E = 0{,}43$ eV.

В другой серии измерений были получены кривые измерений электрической проницаемости с температурой от $-65°$ до $+150°$C для различных частот (рис. 6). Пользуя максимумы найденные $\operatorname{tg}\delta$, была создана прямая $\ln \sigma_{max} = \ln A - E/(kT)$ при помощи которой, и этим путем, определена та же величина E.

ÉTUDE DE L'ABSORBTION ET DE LA DISPERSION DE LA CONSTANTE DIÉLECTRIQUE AUX FERRITES MnZn DANS LA GAMME 20 Hz...10 MHz

(Résumé)

En relevant par voie expérimentale les courbes $\varepsilon' = f_1(\nu)$, $\operatorname{tg}\delta = f_2(\nu)$ à $T = \text{const.}$ (fig. 5), les Auteurs ont abouti aux conclusions suivantes:

a) La dispersion de la constante diélectrique se produit aux fréquences d'autant plus basses que la température est plus basse. Les pantes des courbes $\varepsilon' = f_1(\nu)$, dans la zone de dispersion, sont, approximativement, les mêmes. À la température du milieu ambiant la constante diélectrique, après la dispersion, devient constante ($\cong 15$) pour toutes les fréquences situées entre 20 kHz et 10 MHz.

b) Les courbes $\operatorname{tg}\delta = f_2(\nu)$ possèdent des maxima situés vers la fin de la zone de dispersion; leurs valeurs sont d'autant plus grandes que la température est plus élevée.

c) Utilisant la relation $\nu_{max} = A_{exp}[-E/(kT)]$ on a tracé la droite $\ln \nu_{max} = \ln A - E/(kT)$; à l'aide de la pante de cette droite-ci on a déterminè la valeur $E = 0{,}38$ eV.

En mesurant la conductivité on a représenté la fonction $\ln \sigma_T = \ln \sigma_\infty - E/(kT)$ et on a déterminé les pantes des deux droites qui y résultent. Pour les températures correspondantes aux valeurs maxima de l'angle de perte, il en résulte la valeur $E = 0{,}43$ eV.

Dans une autre série d'essais on a obtenu les courbes de la variation de la constante diélectrique avec la température de $-65°$C jusqu'à $+150°$C, pour différentes fréquences (fig. 6).

Utilisant les valeurs maxima obtenues pour $\operatorname{tg}\delta$ on a tracé la droite $\ln \sigma_{max} = \ln A - E/(kT)$ à l'aide de laquelle on a déterminé une fois de plus la grandeur de E, qui a résulté la même.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

537.531

DETERMINAREA GROSIMII FILTRELOR UTILIZATE ÎN TEHNICA RAZELOR X, CORESPUNZĂTOARE UNEI DOZE MINIME DE IRADIERE ŞI UNEI EFICACITĂŢI MAXIME A ECRANULUI FLUORESCENT

DE

EMIL LUCA şi GH. ILIESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Consideraţii generale

Cercetările experimentale ale lui Destriau şi Wangermez ([1], [2]) în vederea determinării grosimii filtrului ce urmează a fi utilizat în cazul radioscopiilor făcute cu tensiuni între 70 şi 90 kV, au dus la concluzia că în acest domeniu de lucru este inutil a filtra cu filtre de Al mai groase decît cca. 1 mm, deoarece peste această grosime de filtru doza de iradiere cu raze X nu mai creşte substanţial, în timp ce iluminarea ecranului fluorescent continuă să scadă liniar.

Variaţia dozei de iradiere cu raze X, comparativ cu variaţia iluminării ecranului fluorescent, utilizată de autorii citaţi în vederea determinării grosimii filtrului de Al, nu constituie însă situaţia reală de lucru în tehnica razelor X, deoarece comportarea optimă a unui ecran fluorescent, în cazul radioscopiilor şi radiografiilor, nu este definită numai de iluminarea ecranului fluorescent, ci de eficacitatea ecranului fluorescent, sau chiar de eficacitatea ansamblului filtru-ecran fluorescent.

În vederea determinării grosimii filtrului de Al, ce urmează a fi adoptat în tehnica razelor X funcţie de condiţiile de lucru (radioscopie sau radiografie, tensiune de alimentare a tubului de raze X mai mare sau mai mică etc.), ne propunem să cercetăm experimental, în mod comparativ, variaţia dozei de iradiere cu raze X şi eficacitatea ecranului fluorescent, respectiv eficacitatea ansamblului filtru-ecran fluorescent, funcţie de grosimea filtrului de Al, pentru diferite tensiuni de alimentare a tubului de raze X.

Eficacitatea ecranului fluorescent a fost definită de G. Destriau [2, p. 190], prin raportul (ϱ) dintre iluminarea (β) ecranului fluorescent şi intensitatea ionometrică (I) a fasciculului de raze X incident la ecran, adică

$$\varrho = \beta / I = \exp(-\tau a)\,[1 - \exp(-\mu b)], \tag{1}$$

unde: a — grosimea suportului substanţei fluorescente a ecranului, b — grosimea stratului de substanţă fluorescentă de pe ecran, τ — coeficientul de slăbire a intensităţii ionometrice a fasciculului de raze X, datorit suportului de grosime a, μ — coeficientul de absorbţie al substanţei fluorescente de pe ecran.

Studii experimentale referitoare la eficacitatea ecranelor fluorescente au fost întreprinse şi de noi ([3], [4]), obţinîndu-se rezultate care au dus la aceleaşi interpretări teoretice ca şi rezultatele experimentale ale lui Destriau.

Eficacitatea filtrelor (ε) a fost definită de G. Destriau şi Mathey-Cornat ([5], [2 p. 196]), prin raportul dintre variaţia relativă a lungimii de undă eficace (λ) a fasciculului de raze X şi variaţia relativă a intensităţii ionometrice a fasciculului de raze X, adică

$$\varepsilon = (\mathrm{d}\lambda/\lambda) : (\mathrm{d}\imath/I). \tag{2}$$

Într-o lucrare anterioară [6] noi am definit eficacitatea filtrului prin raportul dintre variaţia relativă a tensiunii (U) efectiv aplicată tubului de raze X şi variaţia relativă a curentului de ionizare (j) produs într-o cameră „Küstner" [7] de către fasciculul de raze X de intensitate ionometrică I ce traversează filtrul, adică

$$\varepsilon = (\mathrm{d}U/U) : (\mathrm{d}j/j). \tag{3}$$

Rezultatele căpătate de noi sînt similare cu cele obţinute de G. Destriau.

Eficacitatea ansamblului filtru-ecran fluorescent (γ) a fost definită de noi [8] prin produsul dintre eficacitatea ecranului fluorescent şi eficacitatea filtrului utilizat, adică

$$\gamma = \varrho\varepsilon = \{\exp(-\tau a)\,[1 - \exp(-\mu b)]/[1 - \exp(-\tau_1 x)]\}\,(U - U_1)/U, \tag{4}$$

unde: a, b, τ şi μ au semnificaţiile indicate, x — grosimea filtrului, τ_1 — coeficientul de slăbire al intensităţii ionometrice a fasciculului de raze X datorit filtrului, U — tensiunea efectivă de alimentare a tubului de raze X pentru a produce un fascicul de raze cu o intensitate ionometrică egală cu cea incidentă la filtru, U_1 — tensiunea efectivă cu care ar trebui să fie alimentat tubul de raze X pentru a produce un fascicul de raze cu o intensitate ionometrică egală cu aceea a fasciculului de raze X după ce acesta a traversat filtrul.

2. Metoda experimentală

Datele experimentale s-au ridicat pe un aparat de raxe X „Heliodor Duplex", prevăzut cu un tub „Doglas" cu două focare şi cu ecran fluorescent „Super Astral", utilizîndu-se filtre de Al de diverse grosimi.

Modul de lucru este cel indicat în lucrările noastre anterioare ([3], [4], [6], [8]...[11]). În acest scop fasciculul de raze X, de intensitate ionometrică I_0, la ieşirea din tubul de raze X trece prin filtrul de aluminiu de grosime x (fig. 1) şi apoi ajunge la blocul de parafină de grosime d, care înlocuieşte persoana supusă acţiunii razelor.

Doza de iradiere produsă de fasciculul de raze X, incident la blocul de parafină şi exprimată în roentgen/secundă (r/s) a fost măsurată cu ajutorul camerei „Küstner", plasată în faţa blocului de parafină.

Eficacitatea ecranului fluorescent s-a determinat prin măsurarea curentului de ionizare produs de fasciculul de raze X de intensitate I_2, incident la ecranul fluorescent, cu ajutorul camerei de ionizare „Küstner" şi din măsurarea iluminării substanţei fluorescente, făcută cu ajutorul unei celule fotoelectrice cu strat de baraj [12], montată după ecranul fluorescent.

Eficacitatea filtrului, cu ajutorul căreia se determină apoi eficacitatea ansamblului filtru-ecran fluorescent, s-a obţinut prin măsurarea curenţilor de ionizare produşi de fasciculele de raze X de intensitate

ionometrică I_0 şi I_1, într-o cameră „Küstner" plasată înainte şi după filtrul de aluminiu de grosime x [8] şi prin determinarea tensiunilor efective U_0 şi U_1, corespunzătoare intensităţilor ionometrice I_0 şi I_1 ale fasciculului de raze X. Valorile acestor tensiuni efective s-au obţinut

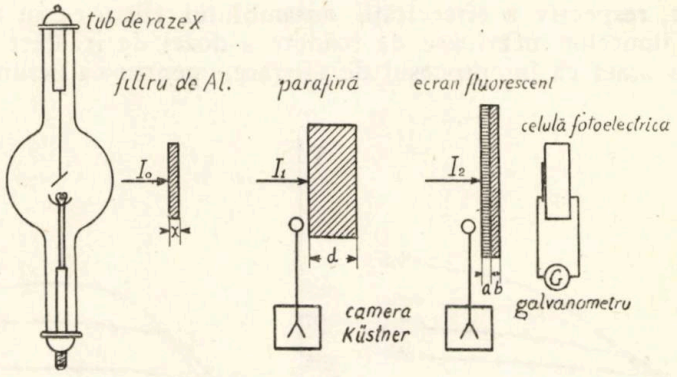


Fig. 1

din curbele căderilor de tensiune de pe transformatorul de alimentare a tubului de raze X şi a curbei de interpolare corespunzătoare ([2, p. 110], [8], [10]).

3. Rezultatele experimentale şi interpretarea lor

Lucrînd cu tensiuni de alimentare la gol, a tubului de raze X, de 66, 73, 79 şi 84 kV, deci acelaşi domeniu ca cel utilizat de Destriau şi Wangermez (*loc. cit.*), curentul din tubul de raze X fiind menţinut constant la valoarea de 82 mA, adică lucrînd în regim de radiografii de mare intensitate şi nu în regim de radioscopii ca autorii citaţi, timpul de expunere fiind de 1 secundă, iar grosimile filtrelor fiind de 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3 şi 4 mm, s-au obţinut rezultatele reprezentate grafic în fig. 2, unde în (*a*) şi (*b*) sînt reprezentate variaţiile eficacităţii ϱ a ecranului fluorescent şi a eficacităţii γ a ansamblului filtru-ecran fluorescent, funcţie de grosimea x a filtrului de aluminiu, pentru diverse tensiuni de alimentare a tubului de raze X, iar în (*c*) este reprezentată variaţia dozei de iradiere r/s cu raze X, funcţie de grosimea x a filtrului de aluminiu, de asemenea pentru diverse tensiuni de alimentare a tubului de raze X.

Analiza acestor curbe permite a face următoarele observaţii:

a) Atît eficacitatea ecranului fluorescent (ϱ) cît şi eficacitatea ansamblului filtru-ecran fluorescent (γ) cresc cu grosimea filtrului (x) utilizat, tinzînd, cel puţin pentru domeniul nostru de lucru, către o valoare limită ce este atinsă pentru grosimi de filtru cu atît mai mari cu cît tensiunea de alimentare a tubului de raze X este mai mare. Această valoare limită apare mai evidentă în cazul eficacităţii ansamblului filtru-ecran fluorescent.

b) Doza de iradiere (r/s) cu raze X scade atunci cînd grosimea filtrului de alminiu creşte. Această scădere a dozei de iradiere este mai accentuată pentru grosimi de filtru mici şi tinde către o valoare limită la grosimi mari ale filtrului de aluminiu.

c) În general limitele superioare de creştere a eficacităţii ecranului fluorescent, respectiv a eficacităţii ansamblului filtru-ecran fluorescent, corespund limitelor inferioare de scădere a dozei de iradiere cu raze X. Acest lucru arată că în procesul de filtrare, pentru ca ecranul fluores-

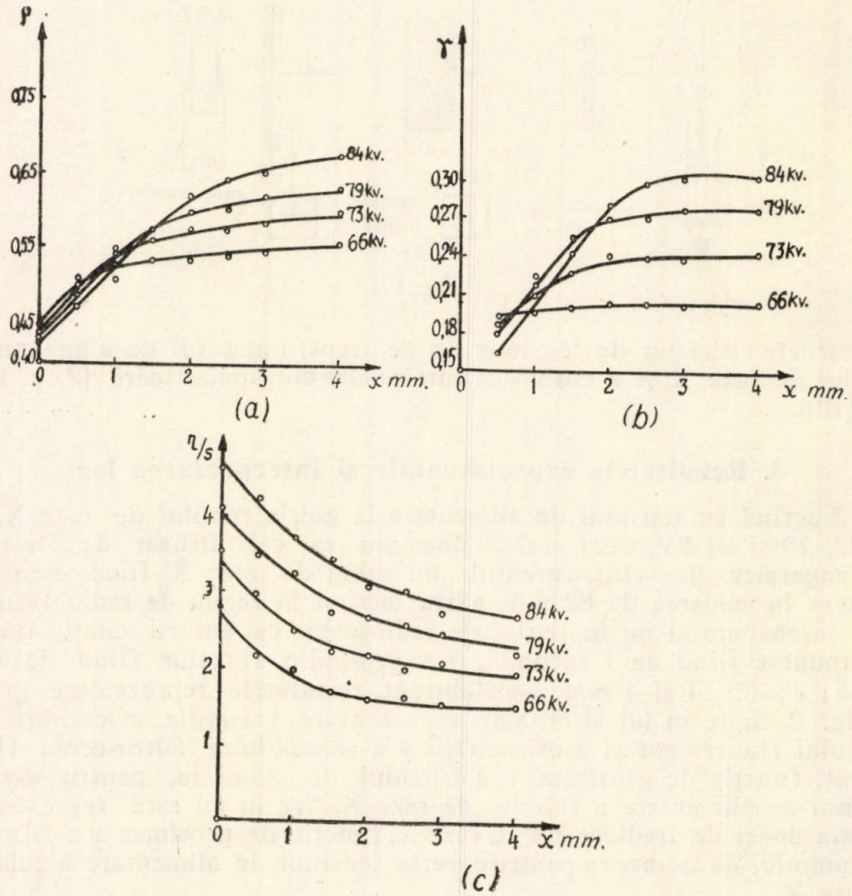


Fig. 2

cent, respectiv ansamblul filtru-ecran fluorescent, să fie situat în condiţii optime de lucru, iar doza de iradiere cu raze X să fie minimă, nu este necesar a mări oricît grosimea filtrului utilizat, ci există o anumită grosime minimă de filtru de la care aceste două condiţii sînt îndeplinite.

d) Grosimea minimă de filtru, de la care cele două condiţii: eficacitate maximă a ecranului fluorescent, respectiv a ansamblului filtru-

ecran fluorescent şi doză de iradiere minimă sînt îndeplinite, variază cu tensiunea de alimentare a tubului de raze X şi anume, creşte o dată cu creşterea tensiunii de alimentare.

Astfel, în domeniul nostru de lucru, se observă că pentru tensiunea de alimentare a tubului de raze X de 66 kV este suficient a filtra cu un filtru de Al cu o grosime de 1,5 mm, pentru tensiunea de alimentare de 73 kV este suficient un filtru de Al cu o grosime de 2 mm etc.

Acest lucru apare mai evident dacă se trasează curbele de variaţie a dozei de iradiere cu raze X, pentru diverse tensiuni de alimentare a tubului de raze X şi diverse grosimi de filtru, presupunînd că intensitatea ionometrică a fasciculului de raze X este reglată în aşa fel încît eficacitatea ecranului fluorescent să rămînă constantă.

În fig. 3 sînt redate curbele de variaţie a dozei de iradiere cu raze X pentru tensiunile de alimentare a tubului de raze X de 66; 73; 79 şi 84 kV, grosimea filtrului de aluminiu variind între 0,5 şi 4 mm, iar intensitatea ionometrică a fasciculului de raze X incident la ecranul fluorescent fiind reglată în aşa fel încît să se obţină în toate cazurile aceeaşi eficacitate a ecranului fluorescent ca cea obţinută în cazul unei filtrări făcută cu un filtru de Al cu o grosime de 2 mm, tensiunea de alimentare a tubului de raze X fiind de 73 kV, iar curentul electronic din tubul de raze X, de 82 mA.

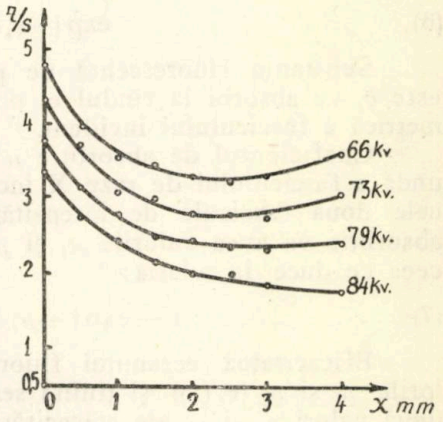


Fig. 3

Astfel de curbe au fost trasate şi de Destriau şi Wangermez (*loc. cit.*) ridicînd curbele de variaţie a dozei de iradiere cu raze X pentru o aceeaşi iluminare a ecranului fluorescent.

e) În lipsa filtrului de Al, sau pentru grosimi mici ale acestui filtru, se observă că eficacitatea ecranului fluorescent, cît şi eficacitatea ansamblului filtru-ecran fluorescent, scade cînd tensiunea de alimentare a tubului de raze X creşte, în timp ce pentru grosimi mai mari ale filtrului de Al atît eficacitatea ecranului fluorescent cît şi eficacitatea ansamblului filtru-ecran fluorescent cresc o dată cu creşterea tensiunii de alimentare.

Eficacitatea ecranului fluorescent fiind dată de relaţia (1) se vede că valoarea ei rezultă din produsul termenilor $\exp(-\tau a)$ şi $1-\exp(-\mu b)$. Să considerăm că tubul de raze X este alimentat cu tensiunile U_1 şi U_2, $(U_1 < U_2)$. În acest caz în lipsa oricărui filtru vor ajunge la ecranul fluorescent fasciculele de raze X eterogene, cu intensităţile ionometrice I_1 şi I_2.

Deoarece intensitatea ionometrică a unui fascicul de raze X este dată de relaţia:

(5) $$I = CiNU^2,$$

unde: N — numărul atomic al elementului anticatodei, i — curentul electronic din tub, C — o constantă, care după Beatty [2, p. 22] are valoarea $1{,}67.10^{-6}$, rezultă că pentru $U_1 < U_2$ vom avea şi $I_1 < I_2$.

Suportul ecranului fluorescent pe care cad fasciculele de raze X, cu intensităţile ionometrice I_1 şi I_2, va avea coeficienţi diferiţi de slăbire a intensităţii ionometrice a fasciculului de raze X deoarece şi compoziţiile spectrale ale celor două fascicule de raze X sînt diferite.

Coeficientul de slăbire a intensităţii ionometrice a fasciculului de raze X fiind cu atît mai mare cu cît lungimea de undă a fasciculului de raze X incident la suportul ecranului fluorescent este mai mare [2, p. 24] rezultă $\tau_1 < \tau_2$, ceea ce duce la relaţia:

(6) $$\exp(-\tau_1 a) < \exp(-\tau_2 a).$$

Substanţa fluorescentă de pe ecranul fluorescent, a cărei grosime este b, va absorbi la rîndul ei o anumită fracţiune din intensitatea ionometrică a fasciculului incident.

Coeficientul de absorbţie μ creşte o dată cu creşterea lungimii de undă a fasciculului de raze X incident [2, p. 111] şi în acest caz pentru cele două fascicule de intensităţi ionometrice I_1 şi I_2 coeficientul de absorbţie va avea valorile μ_1 şi μ_2 şi întrucît $I_1 < I_2$ vom avea $\mu_1 > \mu_2$, ceea ce duce la relaţia:

(7) $$1 - \exp(-\mu_1 b) > 1 - \exp(-\mu_2 b).$$

Eficacitatea ecranului fluorescent avînd în aceste două cazuri valorile ϱ_1 şi ϱ_2 (v. (1)) şi ţinînd seama de (6) şi (7) rezultă că între cele două valori ϱ_1 şi ϱ_2 ale eficacităţii ecranului fluorescent pot exista relaţiile $\varrho_1 \gtrless \varrho_2$, funcţie de termenul care predomină.

În cazul cînd nu se utilizează filtre, sau cînd grosimea filtrelor este mică, termenul $1 - \exp(-\mu b)$ are efect hotărîtor în raport cu termenul $\exp(-\tau a)$ şi în acest caz, de oarece $\mu_1 > \mu_2$ şi deci $1 - \exp(-\mu_1 b) > 1 - \exp(-\mu_2 b)$ rezultă $\varrho_1 > \varrho_2$ ca şi în curbele ridicate experimental.

Pentru grosimi mai mari ale filtrelor de Al, după cum s-a arătat în lucrările anterioare ([3], [4] şi [11]), μ variind puţin, termenul $1 - \exp(-\mu b)$ are un efect redus faţă de termenul $\exp(-\tau a)$ şi în acest caz $\tau_1 > \tau_2$; în consecinţă $\exp(-\tau_1 a) < \exp(-\tau_2 a)$ şi deci $\varrho_1 < \varrho_2$.

Un raţionament asemănător se poate face şi în cazul eficacităţii ansamblului filtru-ecran fluorescent, a cărei variaţie cu tensiunea este analogă cu cea a eficacităţii ecranului fluorescent.

4. Concluzii

a) Trasînd curbele de variaţie a eficacităţii ecranului fluorescent, a eficacităţii ansamblului filtru-ecran fluorescent şi a dozei de iradiere cu raze X, funcţie de grosimea filtrului de Al utilizat, se poate determina grosimea filtrului necesară unei radioscopii sau radiografii optime şi pentru care doza de iradiere cu raze X să fie minimă.

b) Determinarea acestei grosimi optime de filtru apare şi mai evidentă dacă se trasează curbele de variaţie a dozei de iradiere cu raze X pentru diverse tensiuni de alimentare şi diverse grosimi de filtru, intensitatea ionometrică a fasciculului de raze X fiind reglată în aşa fel încît eficacitatea ecranului fluorescent să rămînă constantă.

c) Faptul că valoarea eficacităţii ecranului fluorescent, respectiv eficacitatea ansamblului filtru-ecran fluorescent, scade cu tensiunea aplicată tubului de raze X pentru grosimi mici ale filtrului de Al sau în lipsa filtrului şi apoi creşte cu tensiunea atunci cînd grosimea filtrului de Al utilizat creşte, poate fi interpretat teoretic.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Destriau G., Wangermez, Archives d'Électricité medicale, 1937, *11.*
2. Destriau G., *Physique appliquée des installations à rayons X,* Dunod-Paris, 1945, p. 203.
3. Petrescu V., Luca E., Bull. de l'Ec. Polyt. Jassy, 1947 **2**, *1*, p. 193.
4. Luca E., Iliescu Gh., Reus N., Ibid., 1955, **1** (**5**), *1—2*, p 33.
5. Destriau G., Mathey-Cornat, Archives d'Électricité medicale, 1936, p. 145.
6. Luca E., Petrescu V, Iliescu Gh., Reus N., Bul. Inst. Polit Iaşi, **2** (**6**), *1—2*, p. 165.
7. Küstner H., Strahlentherapie, *47*, p. 35.
8. Luca E., Petrescu V., Iliescu Gh., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **4** (**8**), *1—2*, p. 253.
9. Luca E., Ibid., 1948, **3**, *2*, p. 285.
10. Luca E., Iliescu Gh., Ibid., 1947, **2**, *1* p. 203.
11. Luca E. şi colab., Ibid., 1957, **3** (**7**), *3—4*, p. 77.
12. Zworykin V. Z., Wilson E. D., *Les cellules photoélectriques*, Paris, Dunod, 1937.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЛЩИНЫ ФИЛЬТРОВ ИСПОЛЬЗОВАННЫХ В ТЕХНИКЕ Х-ЛУЧЕЙ СООТВЕТСТВУЮЩЕЙ МИНИМАЛЬНОЙ ДОЗЕ ИРРАДИАЦИИ И МАКСИМАЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФЛУОРЕСЦИРУЮЩЕГО ЭКРАНА

(Резюме)

В технике Х-лучей оптимальное поведение флуоресцирующего экрана прн исполнении радиографий и радиоскопий определяется эффективностью флуоресцирующего экрана и даже эффективностью группы фильтр—флуоресцирующий экран. Учитывая это, производится, экспериментально, построение кривых изменении дозы иррадиации Х-лучами, кривых эффективности флуоресцирующего экрана и эффективности группы фильтр—флуоресцирующий экрана в зависимости толщины пользуемого аллюминиевого экрана для различных напряжений питания трубки Х-лучей.

По полученным крувым (рис. 2) можно определить толщину фильтра необходимую для оптимального исполнения радиоскопии или радиографии для которых доза иррадиации Х-лучами была бы оптимальна.

Существование оптимальной толщины фильтра станет ещё более ясным если строятся кривые изменений дозы иррадиации для различных напряжений питания и различных толщин фильтра, при чем ионометрическая интенсивность пучка Х-лучей должна быть урегулирована таким образом чтобы эффективность флуоресцирующего экрана оставалась бы постоянной (рис. 3).

Полученный результат, что касается уменьшенйя (для малых толщин аллюминиевого фильтра), а также увеличения (для больших толщин аллюминиевого фильтра)

эффективности флуоресцирующего экрана так и эффективности группы фильтр—флуоресцирующий экран, с ростом напряжения данного трубке X-лучей, оправдывается и теоретическим путем.

Подобные кривые были разработаны и в работах [1] и [2] где были построены кривые вариации дозы иррадиаций X-лучами в зависимости от толщины аллюминиевого фильтра по сравнению с освещением использованным флуоресцирующим экраном или проводя кривые изменения дозы иррадиации для такого же освещения флуоресцирующего экрана.

LA DÉTERMINATION DE L'ÉPAISSEUR DES FILTRES UTILISÉS DANS LA TECHNIQUE DES RAYONS X, CORRESPONDANTE À UNE DOSE MINIMUM D'IRRADIATION ET À UNE EFFICACITÉ MAXIMUM DE L'ÉCRAN FLUORESCENT

(Résumé)

Dans la technique des rayons X le comportement optimum d'un écran fluorescent, lors des radiographies et des radioscopies, est caractérisé par l'efficacité de l'écran fluorescent ou bien par l'efficacité de l'ensemble filtre-écran fluorescent. Compte tenu de ce fait, dans cette Note on relève par voie expérimentale les courbes de variation de la dose d'irradiation à rayons X, celles de l'efficacité de l'écran fluorescent et celles de l'efficacité de l'ensemble filtre-écran fluorescent, en fonction de l'épaisseur du filtre d'aluminium utilisé, pour différentes tensions d'alimentation du tube de rayons X.

En utilisant les courbes obtenues (fig. 2) on peut déterminer l'épaisseur du filtre nécessaire pour une radiographie ou une radioscopie optimum, dont la dose d'irradiation à rayons X est minimum.

L'existence d'une épaisseur optimum du filtre est mise en évidence d'une manière encore plus nette si on trace les courbes de variation de la dose d'irradiation pour différentes valeurs de la tension d'alimentation et diverses épaisseurs du filtre, en réglant l'intensité ionométrique du faisceau de rayons X d'une telle manière, que l'éfficacité de l'écran fluorescent reste constante (fig. 3). Le résultat obtenu quant à l'amoindrissement (pour des épaisseurs petites du filtre d'aluminium) ou bien l'accroissement (pour des épaisseurs plus grandes du filtre d'aluminium) de l'efficacité de l'écran fluorescent, respectivement de l'efficacité de l'ensemble filtre-écran fluorescent avec l'accroissement de la tension appliquée au tube de rayons X, est justifié aussi par voie théorique.

De telles courbes ont été tracées aussi par Destriau et Wangermez ([1], [2]), à savoir, ils ont tracé soit les courbes de la variation de la dose d'irradiation à rayons X en fonction de l'épaisseur du filtre d'aluminium par rapport à l'illumination de l'écran fluorescent utilisé, soit les courbes de la variation de la dose d'irradiation pour une illumination constante de l'écran fluorescent

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.3.078

О ЧАСТОТНОМ МЕТОДЕ ПОСТРОЕНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМАХ РЕГУЛИРОВАНИЯ

Я. З. ЦЫПКИН

Известные методы построения переходных процессов в импульсных системах регулирования определяют значения процессов в дискретные моменты времени $\bar{t} = n + \varepsilon$. Здесь $\bar{t} = t/T$ — относительное время, T — период повторения, n — целое число, а ε — параметр, изменяющийся в пределах $0 \leqslant \varepsilon \leqslant 1$ [1]. При дискретном изменении моментов времени n и непрерывном изменении параметра ε от 0 до 1 мы находим процесс как функцию непрерывно изменяющегося времени $\bar{t} = n + \varepsilon$. В большинстве работ принимается $\varepsilon = 0$.

Этот путь удобен, если выражение, определяющее процесс, представлено в аналитической форме, и им широко пользуются [1]...[5]. Однако, если процесс находится графическим, например, частотным способом, то этот путь требует повторных вычислений для каждого нового значения параметра ε, и поэтому объем вычислений существенно возрастает. В настоящей работе описывается иной вариант частотного метода, позволяющий построить переходный процесс в импульсных системах как функцию непрерывно изменяющегося времени $\bar{t}$. Помимо того, что при этом устраняется упомянутая выше громоздкость вычислений, появляется возможность использовать методику вычисления процессов и таблицы, широко применяющиеся в теории непрерывных систем [6], [7].

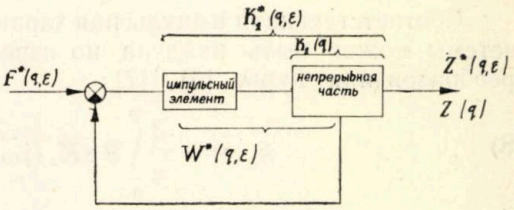


Рис. 1

Уравнение замкнутой импульсной системы регулирования, схема которой приведена на рис. 1, как известно, можно записать в виде:

$$Z^*(q,\varepsilon) = K_1^*(q,\varepsilon)\,F^*(q,0)/[1 + W^*(q,0)], \tag{1}$$

где $Z^*(q,\varepsilon)$ и $F^*(q,0)$ — изображения выходной $z[n,\varepsilon]$ и входной $f[n,0]$ решетчатых величин в смысле дискретного преобразования Лапласа,

$W^*(q,0)$ и $K_1^*(q,\varepsilon)$ — передаточные функции разомкнутой импульсной системы и ее участка и $q = pT$.

Найдем изображение непрерывной выходной величины в смысле обычного преобразования Лапласа $Z(q)$ по $Z^*(q,\varepsilon)$. Для этого воспользуемся соотношением [1]:

$$Z(q) = \int_0^1 e^{-q\varepsilon} Z^*(q,\varepsilon)\, d\varepsilon . \tag{2}$$

Подставляя изображение $Z^*(q,\varepsilon)$ из формулы (1) в (2) и замечая, что

$$\int_0^1 e^{-q\varepsilon} K_1(q,\varepsilon)\, d\varepsilon = K_1(q), \tag{3}$$

находим изображение непрерывной выходной величины в виде:

$$Z(q) = K_1(q) F^*(q,0) / [1 + W^*(q,0)]. \tag{4}$$

Здесь $K_1(q)$ — обычная передаточная функция участка непрерывной части системы. Это уравнение (при $q = j\bar{\omega}$) иным путем было получено в [8]. К непрерывной выходной применимы методы теории непрерывных систем.

Передаточная функция замкнутой импульсной системы, связывающая изображения решетчатой входной величины и непрерывной выходной величины, равна:

$$K_z(q) = K_1(q) / [1 + W^*(q,0)], \tag{5}$$

и значит,

$$Z(q) = K_z(q) F^*(q,0). \tag{6}$$

Полагая в (5) $q = j\bar{\omega} = \omega T$, где ω — угловая частота, находим частотную характеристику замкнутой импульсной системы:

$$K_z(j\bar{\omega}) = K_1(j\bar{\omega}) / [1 + W^*(j\bar{\omega},0)]. \tag{7}$$

Соответствующая импульсная характеристика замкнутой импульсной системы может быть найдена по известной формуле, вытекающей из преобразования Фурье [6], [7]:

$$k_z(\bar{t}) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \mathrm{Re}\, K_z(j\bar{\omega}) \cos \bar{\omega}\bar{t}\, d\bar{\omega}. \tag{8}$$

Зная $k_z(\bar{t})$, можно на основании принципа наложения найти процесс при произвольном воздействии $f[n,0]$ по формуле:

$$z(\bar{t}) = \sum_{m=0}^{[\bar{t}]} k_z(\bar{t} - m) f[m,0], \tag{9}$$

где $[\bar{t}]$ означает целое число, содержащееся в $\bar{t}$, а $f[m, 0]$ — решетчатая фунция, соответствующая внешнему воздействию [1].

Эта формула следует из (6) после перехода от изображений к оригиналам.

Поэтому мы обратимся к вычислению $k_z(\bar{t})$. Как видно из формулы (8), $k_z(\bar{t})$ определяется через $\mathrm{Re}\,K_z(j\bar{\omega})$, представляющую действительную часть частотной характеристики (7) замкнутой импульсной системы.

Величина $\mathrm{Re}\,K_z(j\bar{\omega})$ для каждого значения частоты может быть найдена графически по $W^*(j\bar{\omega}, 0)$, и $K_1(j\bar{\omega})$ — из построения, изображенного на рис. 2. Легко показать, аналогично тому, как это сделано в [1] что

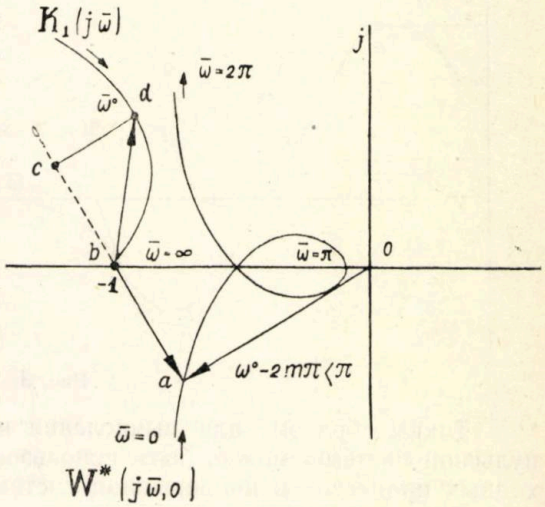


Рис. 2

$$\mathrm{Re}\,K_z(j\bar{\omega}) = -ac/ba. \tag{10}$$

При этом для частот $\bar{\omega}^0 > \pi$, взятых на характеристике $K_1(j\bar{\omega})$, мы должны на характеристике $W^*(j\bar{\omega}, 0)$ брать частоты $\bar{\omega} = \bar{\omega}^0 - 2m\pi$, m — целое число. Это следует из периодичности частотной харахтеристики $W^*(j\bar{\omega}, 0)$:

$$W^*(j\bar{\omega}^0, 0) = W^*(j(\bar{\omega}^0 - 2\pi m), 0).$$

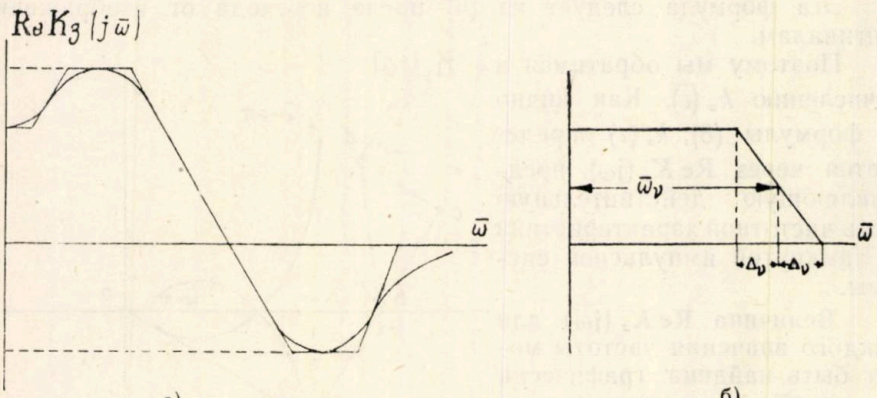
Отрезок ba определяется длиной вектора, проведенного из точки -1 к точке частотной характеристики $W^*(j\bar{\omega}, 0)$, соответствующей частоте $\bar{\omega}^0 - 2\pi m$, а отрезок ac представляет собой проекцию вектора, проведенного из начала координат (точки -1) частотной характеристики $K_1(j\bar{\omega})$ к ее точке, соответствующей частоте $\bar{\omega}^0$ на направление вектора $\overrightarrow{ba}$.

Построенная таким образом зависимость $\mathrm{Re}\,K_z(j\bar{\omega})$ от $\bar{\omega}$ (рис. 3а) аппроксимируется трапециями. Каждая трапеция (рис. 3б) характеризуется параметрами Δ_ν, $\bar{\omega}_\nu$ и P_ν. Вычисляя для каждой трапеции интеграл в (8) и суммируя полученные результаты, найдем приближенное выражение импульсной характеристики в виде:

$$k(\bar{t}) = \frac{2}{\pi}\sum_{\nu=1}^{N} A_\nu \left(\frac{\sin \bar{\omega}_\nu \bar{t}}{\bar{\omega}_\nu \bar{t}}\right)\left(\frac{\sin \Delta_\nu \bar{t}}{\Delta_\nu \bar{t}}\right), \tag{11}$$

где $A_\nu = P_\nu \bar{\omega}_\nu$ — площадь трапеции.

Вычисление по формуле (11) существенно облегчается наличием таблиц $(\sin x)/x$, которые приведены, например, в [1], [6], [7].



а) б)

Рис. 3

Таким образом, для вычисления импульсной характеристики импульсной системы может быть использована методика построения переходных процессов в непрерывной системе.

Поступила 1 VI 1960 г.

Академия Наук СССР, Москва

ЛИТЕРАТУРА

1. Цыпкин Я. З., *Теория импульсных систем,* Физматгиз, М.-Л., 1958.
2. Ragazzini J. R. a. Franklin G. F., *Sampled-data control systems,* Mc Graw Hill, N. Y., 1958.
3 Jury E. I., *Sampled-data control systems,* J. Wiley, N.Y., 1958.
4. Перов В. П., *Статистический синтез импульсных систем,* Советское радио, М., 1959.
5. Tou J T., *Digital and sampled-data control systems,* McGraw Hill, N. Y., 1959.
6. Brown G. S. a. Campbell D., *Principles of servomechanisms,* J. Wiley, N.Y., 1948.
7. Солодовников В. В., Топчеев Ю. И. и Крутикова Г. В., *Частотный метод построения переходных процессов с приложением таблиц и номограмм,* Гостехиздат, М.-Л, 1955.
8. Цыпкин Я. З., Изв. АН СССР, ОТН, Энерг. и автом., 1960, *2*, стр. 98.

PROCEDURE FOR OBTAINING TRANSIENT RESPONCE FROM FREQUENCY RESPONCE FOR SAMPLED-DATA CONTROL SYSTEMS

(Summary)

It is exposed one procedure for obtaining transient response from frequency responce for sampled-data control systems, considered as a-function of continuously variing time $\bar{t}$.

ASUPRA UNEI METODE FRECVENŢIALE DE OBŢINERE A PROCESELOR TRANZITORII ÎN SISTEMELE DE REGLAJ PRIN IMPULSURI

(Rezumat)

Se expune un procedeu frecvenţial de obţinere a proceselor tranzitorii în sistemele de reglaj prin impulsuri, exprimate ca funcţii de timpul $\bar{t}$ ce variază continuu.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.313.362

AUTOEXCITAREA MAŞINILOR TRIFAZATE DERIVAŢIE CU COLECTOR, ALIMENTATE PRIN ROTOR

DE

V. CORLĂŢEANU, GH. ŞERBAN, M. VASILCIUC şi IOSIF BERGMAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Consideraţii generale

Se ştie că regimul normal de funcţionare al maşinilor de curent alternativ cu colector este cel de motor. Dar folosirea unora din aceste motoare la acţionări în care cuplul poate să-şi schimbe temporar sensul, cum se întîmplă, de exemplu, în cazul funcţionării motoarelor de tracţiune în regim de frînare cu recuperare sau de frînare dinamică, a făcut necesară studierea posibilităţilor de utilizare a maşinilor de curent alternativ cu colector în regim de generator. Din literatura tehnică [4] se constată că problema a fost studiată încă din anii 1911.. 1914 de către Rüdenberg, Niethammer, Schenkel, Fraenkel, Binder, Scherbius, Sruka şi ea a continuat să preocupe pe cercetători pînă în prezent [1], [2]. Dacă se face o analiză a acestor studii se constată că majoritatea lor privesc problema autoexcitării motoarelor monofazate cu colector, numărul celor referitoare la motoarele trifazate fiind redus.

Faptul că în literatură nu s-a găsit tratarea acestei probleme la motorul trifazat derivaţie cu colector, alimentat prin rotor, a trezit interesul nostru pentru studiul acestui caz.

Este cunoscut faptul că tipul de motor de care ne preocupăm aici are o largă aplicaţie în industria textilă, industria cauciucului, industria hîrtiei şi industria poligrafică.

2. Posibilităţi de excitare

a) Dacă se va antrena o maşină trifazată derivaţie cu colector, alimentată prin rotor, peste viteza sa de mers în gol, corespunzătoare poziţiei respective a periilor pe colector, ea devine generator şi debitează putere activă în reţea.

Acelaşi fenomen de trecere în regim de generator se obţine în cazul cînd maşina funcţionează în regim de motor la o viteză constantă şi se deplasează periile pe colector în sensul corespunzător micşorării vitezei. Această proprietate poate fi folosită cînd este necesară frînarea maşinii prin recuperare, în funcţionarea ca motor.

Frecvenţa f_1 a curentului debitat de înfăşurările primare în reţea este evident egală cu frecvenţa reţelei, iar frecvenţa curentului din înfăşurările statorului maşinii este $f_2 = af_1$ unde a este alunecarea ce se defineşte prin relaţia:

$$a = (n_1 - n)/n_1 . \tag{1}$$

Aici $n_1 = 60 f_1/p$ este viteza de sincronism a maşinii cu numărul de perechi de poli p, iar n este viteza de rotaţie în regimul respectiv de funcţionare. Subliniem că în

relaţia (1) semnul alunecării nu mai are aceeaşi semnificaţie ca în cazul maşinii asincrone normale. Astfel, pentru o poziţie convenabilă a colierelor de perii maşina poate funcţiona în regim de generator pentru viteze mai mici decît viteza sincronă şi de asemenea la alte poziţii ale colierului de perii poate funcţiona ca motor la viteze suprasincrone.

Menţionăm faptul că nici puterea activă debitată în reţea de maşina cu colector, în funcţionarea ca generator, nu variază proporţional cu alunecarea a, ca la maşina asincronă normală. Această particularitate a maşinii de curent alternativ cu colector este legată de faptul că la aceste maşini viteza teoretică de funcţionare la gol nu este cea de sincronism — ca la maşina asincronă normală — ci poate fi mai mare sau mai mică decît aceasta, în funcţie de poziţia periilor pe colector.

b) În literatură [3] se arată că la motoarele trifazate derivaţie cu colector, alimentate prin stator, poate să apară un fenomen de autoexcitare cînd scade tensiunea de alimentare a motorului, iar acesta se roteşte la viteza de sincronism. Acest fenomen constă în apariţia de curent continuu în circuitul secundar al motorului, ceea ce duce la înrăutăţirea comutaţiei, la creşterea curentului absorbit de motor şi la scăderea bruscă a vitezei. Este evident că fenomenul este nedorit, fiind periculos pentru maşină. De aceea la recepţia unei asemenea maşini este obligatoriu să se controleze pentru ce valori ale tensiunii de alimentare autoexcitarea începe să devină supărătoare.

Dependenţa acestei amorsări de valoarea tensiunii se bazează pe faptul că în maşină acţionează f. m. m. a cîmpului învîrtitor şi f. m. m. produsă de curentul continuu care circulă în înfăşurările secundare. Cînd fierul maşinii este adus la saturaţie de prima f.m.m., efectul celei de-a doua este mult mai mic ; la tensiuni de alimentare mici, adică în absenţa saturaţiei, autoexcitarea se produce mai puternic.

Urmează să verificăm dacă fenomenul se produce şi este la fel de jenant şi la motoarele alimentate prin rotor. În acest caz trebuie să cercetăm pentru care valori ale tensiunii de alimentare se produce autoexcitarea.

c) La fel ca la maşina de curent continuu cu excitaţia derivaţie este de aşteptat şi aici să apară o tensiune continuă la periile de pe colector, atunci cînd maşina este antrenată cu un mijloc exterior iar periile ocupă o anumită poziţie.

Acest fenomen are următoarea explicaţie. Datorită funcţionării anterioare fierul maşinii păstrează uneori un magnetism remanent. Cînd înfăşurarea rotorului se învîrteşte în cîmpul magnetic dat de magnetismul remanent al fierului statoric, în ea se induce o f. e. m. continuă, analog ca la maşinile de curent continuu. În încercările experimentale efectuate de noi cu maşina derivaţie trifazată cu colector, acest gen de autoexcitare nu s-a putut obţine. Unul din motive — valabil pentru toate maşinile de curent alternativ cu colector — este că fierul cu siliciu, folosit în construirea circuitului magnetic al acestor maşini, are un magnetism remanent de valoare destul de mică şi scade relativ repede în timp. F. e. m. continuă obţinută la colectorul maşinii studiate, chiar în cazul învîrtirii rotorului peste viteza maximă din funcţionarea ca motor, este inferioară valorii necesare pentru a produce curent prín perii şi prin înfăşurarea statorului. O amorsare de acest fel s-ar obţine numai în cazul cînd tensiunea pentru care este construit colectorul ar fi mare, dar acest caz este rar întîlnit în practică, pentru că ar expune maşina la dificultăţi de comutaţie chiar în funcţionarea normală.

Cînd periile se află în poziţia de funcţionare fără compensare, tensiunea mică obţinută între două perii oarecare de pe colector rămîne aproape neschimbată atît în cazul cînd circuitul înfăşurării statorului este închis cît şi atunci cînd acesta este întrerupt. Dacă situăm periile în poziţia de compensare maximă f. e. m. suferă o uşoară creştere fără a duce la amorsare ; dacă în această situaţie se inversează sensul de rotaţie se produce o scădere corespunzătoare, faţă de funcţionarea cu periile în poziţia normală.

Între diferitele perechi de perii, dispuse diametral, s-au măsurat f. e. m., diferite ca valoare şi semn, însă suma lor algebrică este în toate cazurile nulă.

Din consideraţii teoretice se ajunge la concluzia că poziţia cea mai favorabilă amorsării este poziţia de funcţionare ca motor compensat la maximum.

d) Maşina trifazată derivaţie cu colector poate să se amorseze, producînd un sistem trifazat de tensiuni în înfăşurarea primară, dacă la bornele acestei înfăşurări se conectează un condensator trifazat şi maşina este antrenată la o viteză oarecare. Acest regim interesează la o eventuală folosire a maşinii ca generator asincron autonom.

Fenomenul amorsării este analog cu cel de la generatorul de curent continuu cu excitaţia în derivaţie. Amorsarea are loc la o viteză dată pentru o tensiune şi un curent

a cărui valoare este determinată de intersecţia dintre caracteristica de mers la gol a maşinii şi caracteristica voltamper a condensatorului.

Din cauza rezistenţelor suplimentare introduse de prezenţa colectorului şi a periilor în circuitul secundar, amorsarea se produce cu o oarecare dificultate. Ea este favorizată dacă se scurtcircuitează înfăşurarea statorului. După ce maşina s-a amorsat se pot restabili legăturile normale între înfăşurarea statorului şi perii.

Frecvenţa tensiunii obţinute în primarul acestui generator depinde de viteza de rotaţie şi de poziţia periilor pe colector. Această frecvenţă este dată de relaţia

$$f_1 = pn/[60(1 \pm a')] = pn/60 \mp f_2 . \tag{2}$$

Aici p este numărul perechilor de poli ai maşinii şi a' —alunecarea dată de relaţia $a' = (n_1' - n)/n_1'$ unde n_1' este viteza faţă de rotor a cîmpului învîrtitor produs de înfăşurarea primară.

Este evident că cunoaşterea frecvenţei f_1 nu este posibilă decît prin măsurare directă sau prin măsurarea frecvenţei f_2 şi a vitezei rotorului.

Semnul minus din partea finală a relaţiei (2) intervine atunci cînd colierele sînt dispuse într-o poziţie de funcţionare suprasincronă, iar semnul plus — în poziţia de funcţionare subsincronă.

3. Încercările experimentale

Aceste încercări s-au făcut pe două motoare trifazate derivaţie cu colector, avînd următoarele date:

a) 1,75...6,5 kw, 350...1000 rot./min., 380 V, 9 A, 50 Hz;
b) 1,7...6,3 kw, 750...2230 rot./min., 380 V, 12 A, 50 Hz.

În schemă (fig. 1) motorul trifazat cu colector M_1 este cuplat mecanic cu o maşină derivaţie de curent continuu M_2. Rolul maşinii M_2 este de a permite variaţia cuplului electromagnetic al maşinii M_1.

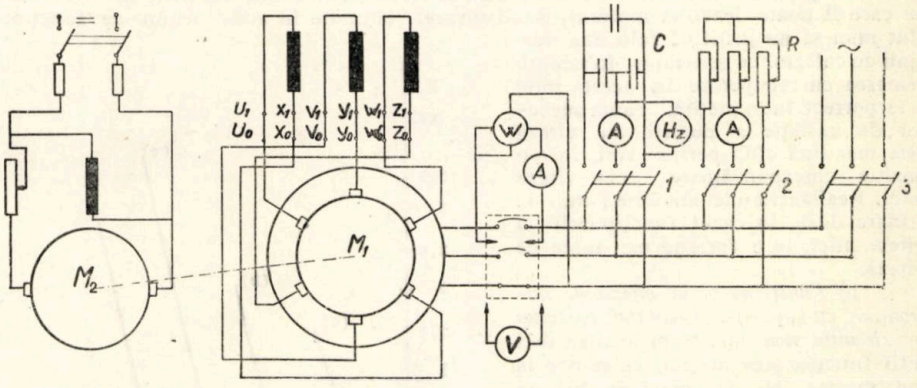


Fig. 1

Întrerupătoarele *1, 2, 3* permit conectarea înfăşurării primare la reţeaua de curent alternativ, la o baterie trifazată de condensatoare C şi la un reostat trifazat R. Pentru a cerceta influenţa capacităţii bateriei de condensatoare, încercările s-au făcut cu două baterii de condensatoare şi anume:

a) 8 kVAR, Δ, 380 V, 50 Hz, b) 8,8 kVAR, Δ, 550 V, 50 Hz.

În schemă s-au prevăzut aparatele necesare pentru măsurări de curenţi, tensiuni, puteri şi frecvenţe. Deoarece datele experimentale obţinute pentru cele două motoare duc la aceleaşi concluzii vom prezenta în cele ce urmează numai rezultatele obţinute la motorul de 350...1000 rot./min.

a) *Funcţionarea ca generator asincron conectat la reţeaua de curent alternativ,* a fost încercată plecînd de la poziţii ale periilor corespunzătoare la diferite viteze de funcţionare la gol.

Fig. 2, 3 şi 4 reprezintă, respectiv, variaţia curentului primar I_1, a puterii P_1 furnizată în reţeaua trifazată şi a factorului de putere în funcţie de viteză, pornind de la vitezele de funcţionare ca motor la gol de 300 (*a*), 560 (*b*), 770 (*c*) şi 900 rot./min. (*d*). Prin mărirea vitezei motorului M_2 maşina trifazată cu colector trece în regim de generator asincron; puterea creşte o dată cu creşterea vitezei, pînă la atingerea limitei de stabilitate. Curentul are un minim, la funcţionarea teoretică la gol, după care creşte continuu. Factorul de putere creşte cu creşterea sarcinii pînă la un maxim, a cărui valoare este mai ridicată în cazul poziţiei periilor pentru viteze de mers la gol mai mici. Această constatare, diferită faţă de funcţionarea maşinii ca motor, este de acord cu evoluţia diagramelor circulare pentru maşina trifazată derivaţie cu colector alimentată prin rotor, indicată de R. Richter [4, fig. 315].

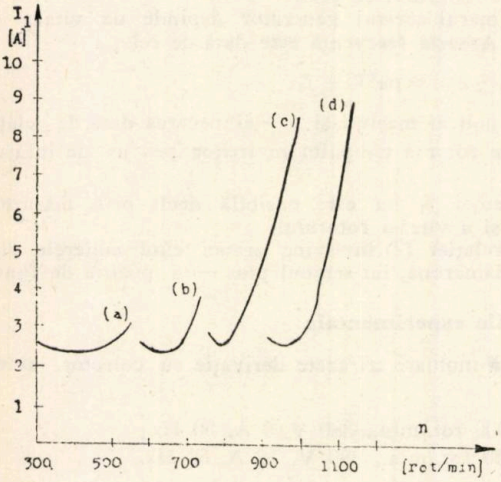


Fig. 2

Rezultă că frînarea prin recuperare se poate obţine deplasînd periile în sensul scăderii vitezei. Funcţionarea ar avea un factor de putere şi un randament mai bun în cazul reglajului pentru o viteză cît mai mică, trebuie însă de urmărit cu atenţie ca frînarea energică, pe care dorim să o obţinem, să nu ceară un cuplu mai mare decît cel maxim pe care îl poate dezvolta motorul. Randamentele obţinute în acest regim de funcţionare sînt mici şi nu justifică folosirea maşinii cu colector ca generator, în schimb frînarea cu recuperare în acest mod este perfect îndreptăţită. Panta curbelor de variaţie a puterii cu viteza este mai lină cînd periile sînt într-o poziţie corespunzătoare unei viteze mici. Realizarea unei anumite puteri de frînare duce, în cazul funcţionării la viteze mici, la o variaţie mai mare de viteză.

b) *Funcţionarea la viteza de sincronism, cu apariţia curentului continuu în circuitul secundar.* Vom analiza mai întîi funcţionarea maşinii ca motor la gol (maşina M_2 decuplată de M_1), alimentarea înfăşurării primare făcîndu-se cu tensiune reglabilă. Compensarea variaţiilor de viteză produse de variaţia tensiunii primare, se face reglînd colierele de perii.

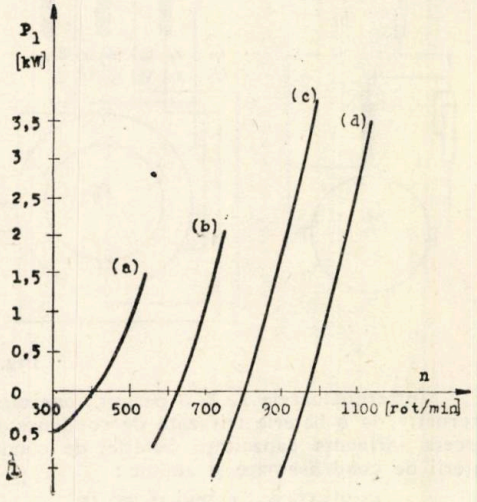


Fig. 3

În fig. 5 se prezintă curbele de variaţie a puterii P_1 primită de primarul maşinii, a curentului I_1, a factorului de putere cos φ_1, precum şi a curentului continuu I_2 din circuitul secundar, în funcţie de tensiunea primară U_1. Se observă că la scăderea tensiunii curentul I_1 şi puterea absorbită scad pînă la un minim, după care tind să crească din nou. Această formă a curbei de variaţie a curentului

se datoreşte pe de-o parte scăderii componentei reactive şi pe de altă parte creşterii componentei active a curentului la scăderea tensiunii de alimentare, fapt confirmat şi de curba cos φ_1. Curentul I_2 creşte cu scăderea tensiunii din cauza micşorării fluxului inductor, în timp ce cuplul datorit pierderilor mecanice rămîne constant. Puterea P_1 scade la început cu scăderea tensiunii, din cauza micşorării pierderilor magnetice şi electrice în primar. La tensiuni mici puterea începe să crească din cauza creşterii pierderilor electrice atît în primar cît şi în secundar.

Formele curbelor se menţin şi în cazul cînd maşina funcţionează la sarcină şi viteză constantă, dar la tensiune variabilă.

S-a cuplat din nou maşina M_1 cu M_2 şi s-a alimentat la tensiunea nominală. S-a studiat comportarea maşinii trifazate derivaţie cu colector la variaţia cuplului, în regim de motor şi de generator, în recuperare. Rotorul s-a menţinut la viteza de sincronism prin reglarea colierelor de perii. S-a constatat că pe fazele secundare curenţii continui sînt diferiţi ca valoare şi semn şi au în orice situaţie dată suma algebrică nulă. Valorile şi semnul lor depind de momentul cînd s-a obţinut amorsarea. Datele obţinute experimental în aceste condiţii de funcţionare sînt redate în fig. 6, în care se arată variaţia curentului primar I_1, a curentului continuu din secundar pe faza pe care valoarea lui este maximă şi a factorului de putere primar cos φ_1 în funcţie de puterea primară P_1. Din figură se observă variaţia curentului I_2, proporţională cu puterea P_1. Curentul I_1 trece prin valoarea minimă în funcţionarea la gol teoretică. Factorul de putere creşte rapid cu creşterea puterii, atît în funcţionarea ca motor cît şi ca generator. La fel ca la maşinile asincrone normale factorul de putere este ceva mai mic în funcţionarea ca generator.

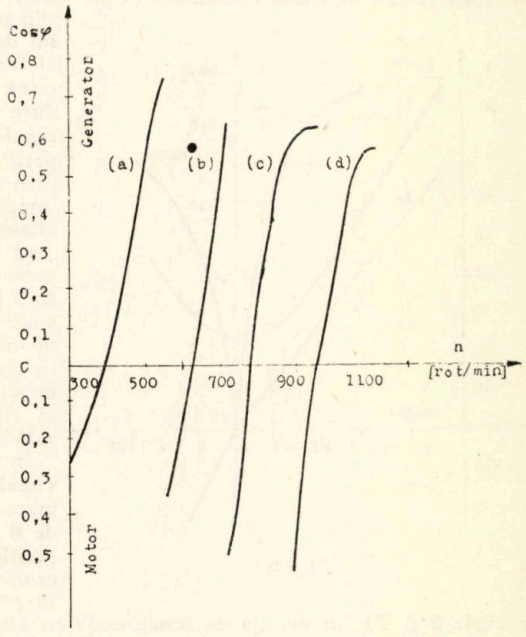


Fig. 4

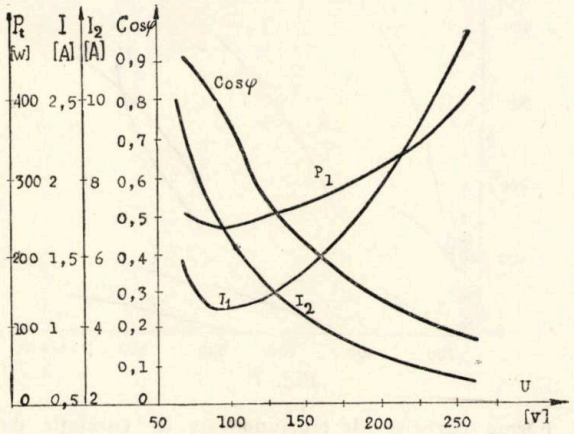


Fig. 5

Toate încercările făcute au arătat că în cazul maşinii trifazate derivaţie cu colector alimentată prin rotor, fenomenul autoexcitării are loc fără a deveni periculos pentru maşină din punctul de vedere al încălzirii sau al comutaţiei. Această deosebire de comportare a maşinii alimentate prin rotor faţă de cea alimentată prin stator are loc deoarece la funcţionarea sincronă a celei dintîi periile corespunzătoare capetelor fiecărei faze ocupă poziţii apropiate şi deci tensiunea continuă ce apare la bornele înfăşurării statorului este foarte mică. Evident, la funcţionarea sincronă f. e. m.

de reglaj culeasă de la colector este mică, ea trebuind să compenseze numai alunecarea mică din funcţionarea ca motor asincron normal.

În cazul maşinilor alimentate prin stator tensiunea între periile legate la capetele aceleiaşi faze a înfăşurării auxiliare de pe stator este mare, chiar la viteza de sincronism, din cauza modului de funcţionare al sistemului de reglaj. În acest caz reglajul vitezei şi al factorului de putere se obţine prin injectarea în înfăşurarea rotorului a f. e. m. produse de un transformator de reglaj sau un regulator de fază. Deplasarea colierelor de perii practicată la unele maşini alimentate prin stator are numai rolul să defazeze f. e. m. injectată în înfăşurarea rotorului, pentru realizarea unui factor de putere convenabil.

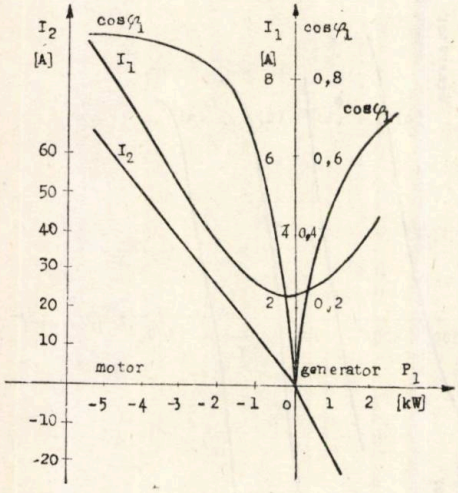


Fig. 6

c) *Funcţionarea ca generator asincron autoexcitat cu condensatoare* se realizează conectînd în paralel cu înfăşurarea primară a maşinii bateria de condensatoare *C*. Amorsarea nu necesită existenţa unei surse de tensiune în circuitul exterior al înfăşurării primare ci numai prezenţa magnetismului remanent al fierului maşinii, sau a unei încărcări reziduale a bateriei de condensatoare.

În fig. 7 s-a reprezentat, în funcţie de viteză, variaţia frecvenţei şi tensiunii primare în funcţionarea la gol cu condensatorul de 8 kVAR şi anume: pentru cazul cînd periile sînt în poziţia de funcţionare la sincronism, fără compensare (curbele *1* şi *1'*), în poziţia de funcţionare cu viteza maximă (curbele *2* şi *2'*), în poziţia de funcţionare cu viteza minimă (curbele *3* şi *3'*); curbele *4* şi *4'* sînt trasate cu periile dispuse într-o poziţie de decompensare, iar curba *5'*—în poziţia de compensare maximă; curbele de tensiune sînt cele prevăzute cu indicele '. În cazul curbei *5* frecvenţa a fost sub 20 Hz şi datele nu au fost reprezentate pe figură.

Menţionăm că încercarea ale cărei date sînt reprezentate de curba *5'* a trebuit să fie întreruptă cu mult înainte de atingerea tensiunii nominale deoarece curenţii din circuitul secundar au ajuns la valoarea nominală. Această situaţie de funcţionare produce o frînare energică la viteze mici, dar este cea mai puţin recomandabilă pentru maşină, din cauza valorii excesive a pierderilor în cupru.

De asemenea se remarcă scăderea frecvenţei primare în poziţia de compensare şi creşterea ei în poziţia de anticompensare, în raport cu funcţionarea motorului necompensat.

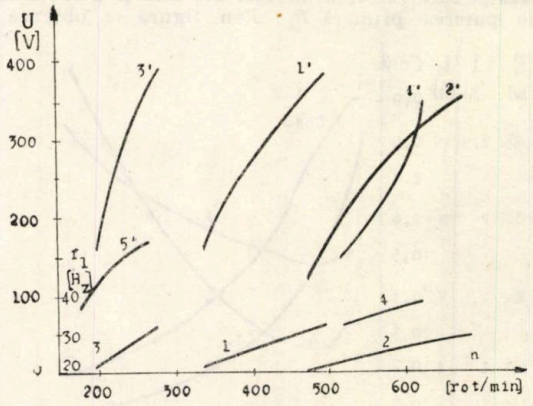


Fig. 7

Se constată că frecvenţa şi tensiunea primară depind de poziţia periilor şi de viteza de rotaţie la care este antrenat rotorul. Forma curbelor de tensiune este în corelaţie cu curba de magnetizare a maşinii. Curbele de frecvenţă variază aproximativ liniar. Nu s-au mai reprezentat curbele curenţilor din primar, însă ele se aseamănă cu curbele tensiunii, din care se pot deduce ţinînd seamă de frecvenţă. Valorile tensiunii depind şi de capacitatea condensatorului folosit, deoarece curenţii în circuitul primar şi condensator sînt proporţionali cu capacitatea acestuia. Alegerea capacităţii optime pentru funcţionarea

maşinii ca generator autoexcitat cu condensatoare, se face plecînd de la considerente analoage cu cele de la funcţionarea ca generator a maşinii asincrone normale [5]. Frecvenţa curentului în circuitul secundar depinde de rezistenţa acestui circuit, de cuplul electromagnetic şi de poziţia periilor.

Pentru a pune în evidenţă influenţa pe care o exercită sarcina asupra parametrilor de funcţionare ai maşinii s-a conectat reostatul R la bornele înfăşurării primare şi prin reglajul cuplului de acţionare s-a menţinut viteza la o valoare constantă $n = 585$ rot./min. (fig. 8); încercarea s-a făcut folosind condensatorul de 8,8 kVAR. După cum era de aşteptat tensiunea scade la creşterea sarcinii, la început mai încet, apoi mai repede, ducînd la dezamorsare. Frecvenţa f_2 din circuitul secundar creşte liniar cu sarcina iar frecvenţa f_1 scade cu aceeaşi valoare cu care creşte f_2. Curentul I_s din rezistenţa de sarcină creşte din cauza scăderii rezistenţei, în schimb curenţii I_1 din înfăşurarea primară şi I_c din condensator urmăresc legea de variaţie a tensiunii.

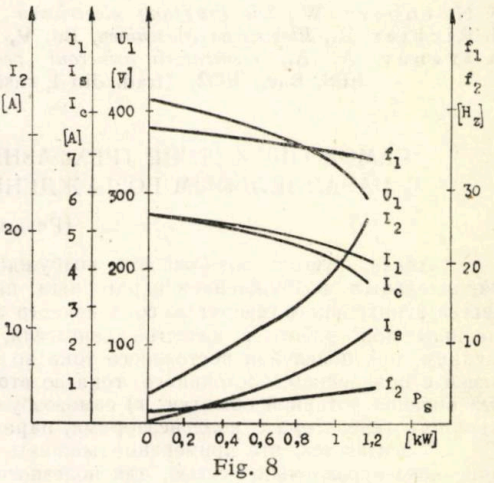


Fig. 8

Alte încercări făcute au dovedit că şi în cazul maşinii excitate cu condensatoare este posibil ca printr-un anumit reglaj al colierelor de perii să se obţină curent continuu în circuitul secundar, ceea ce constituie o deosebire faţă de maşina asincronă normală funcţionînd ca generator cu condensatoare.

Avînd în vedere randamentul mai coborît al maşinii trifazate derivaţie cu colector, în regim de generator, nu se întrevede posibilitatea folosirii ei ca generator în sistemele energetice. Aceasta nu exclude utilizarea regimului său de generator în procesele de frînare, mai ales că la această maşină nu s-au constatat dificultăţile de comutaţie menţionate la alte tipuri de maşini de curent alternativ cu colector.

3. Concluzii

1. În lucrare se analizează posibilităţile de amorsare a maşinii derivaţie trifazate cu colector, alimentată prin rotor şi anume: a) la funcţionarea ca generator asincron pe reţea; b) la autoexcitarea în funcţionarea ca motor cu producerea de curent continuu în circuitul secundar cînd scade tensiunea de alimentare; c) la autoexcitarea cu producerea de curent continuu în circuitul secundar, cînd maşina este antrenată, fără ca înfăşurarea primară să fie alimentată; d) la autoexcitarea ca generator de curent alternativ, folosind legarea de condensatoare în paralel cu înfăşurarea primară.

2. Se constată că folosirea maşinii în regim de generator asincron pe reţea, în scop de frînare, este recomandabilă în toată gama de viteze pe care o permite maşina.

3. Se explică motivele pentru care nu are loc amorsarea cu producere de curent continuu în circuitul secundar, datorită prezenţei magnetismului remanent.

4. Amorsarea care apare la scăderea tensiunii de alimentare nu prezintă aspecte periculoase pentru maşină, aşa cum se întîmplă la alte tipuri de maşini de curent alternativ cu colector şi de aceea nu sînt necesare măsuri speciale de combatere.

Nu se întrevăd aplicaţii utile ale acestor două tipuri de amorsare.

5. Funcţionarea ca generator asincron independent, excitat prin condensatoare, poate fi folosită în scop de frînare dinamică; cuplul de frînare poate fi reglat atît prin capacitatea condensatorului folosit cît şi prin poziţia periilor.

6. Din considerente economice, în niciuna din situaţiile de amorsare menţionate nu este justificată funcţionarea maşinii într-o instalaţie energetică unde regimul ei principal este cel de generator.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică şi maşini electrice,
Laboratorul de maşini electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Kostenko M. P., *Mașini electrice speciale*, vol, **II**, EES, Buc , 1955, (trad. din l. rusă).
2. Bödefeld T., Sequenz H., *Elektrische Maschinen*, Springer Verlag, Wien, 1949
3. Nürnberg W., *Die Prüffung elektrischer Maschinen*, Springer Verlag, Berlin, 1940
4. Richter R., *Elektrische Maschinen*, Bd. **V**, Springer Verlag, Berlin, 1950.
5. Ivanov A. A., *Generatorii asincroni pentru centrale hidroelectrice de mică putere*, EES, Buc., 1952, (trad. din l. rusă).

САМОВОЗБУЖДЕНИЕ ТРЕХФАЗНЫХ КОЛЛЕКТОРНЫХ МАШИН С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ И РОТОРНЫМ ПИТАНИЕМ

(Резюме)

Анализируются возможности возбуждения трехфазных коллекторных машин с параллельным возбуждением и роторным питанием, т. е.: а) работа машины в качестве асинхронного генератора соединенного параллельно с сетью; б) самовозбуждение машины при работе в качестве двигателя, в случае питания с пониженным напряжением, при появлении постоянного тока во вторичной цепи машины ; в) самовозбуж, дение с появлением постоянного тока во вторичной цепи, при вращающемся роторе без питания роторной обмотки; г) самовозбуждение в работе машины в качестве асинхронного генератора с конденсаторами, параллельно связанного с роторной обмоткой.

Указывается, что применение машины в качестве асинхронного генератора, соединенного параллельно с сетью, для полезного торможения рекомендуется во всем возможном диапазоне скоростей машины.

Объясняется почему, обычно, остаточный магнетизм не может производить самовозбуждения постоянного тока во вторичной цепи. Самовозбуждение при уменьшенном первичном напряжении не представляет опасности для машины и не требует особых средств для уничтожения самовозбуждения. Работа машины в качестве асинхронного генератора с конденсаторами может служить для ея динамического торможения. Регулирование момента торможения возможно производить изменением ёмкости конденсаторов, а также и сдвигом щеток.

AUTOEXCITATION DES MACHINES SHUNT TRIPHASÉES À COLLECTEUR, ALIMENTÉES PAR LE ROTOR

(Résumé)

On analyse les possibilités d'excitation de la machine shunt triphasée à collecteur, alimentée par le rotor, c'est à dire : a) le fonctionnement en générateur asynchrone débitant sur un réseau ; b) l'autoexcitation dans le cas du fonctionnement en moteur, à production de courant continu dans le circuit secondaire, lorsque la tension primaire baisse ; c) l'autoexcitation avec production de courant continu dans le circuit secondaire, lorsque le rotor de la machine est entraîné, sans que l'enroulement primaire soit alimenté ; d) l'autoexcitation dans le cas du générateur de courant alternatif, ayant des condensateurs connectés en parallèle avec l'enroulement primaire.

On constate que l'utilisation de la machine comme générateur asynchrone débitant sur un réseau pour obtenir un freinage par récupération, est récommandable dans tout l'intervale de vitesses que la machine permet.

Les Auteurs fournissent une expliqation du fait que le magnétisme rémanent n'est pas capable de produire l'autoexcitation d'un courant continu dans le circuit secondaire.

Pour la machine considérée l'autoexcitation qui se produit à l'abaissement de la tension d'alimentation ne présente aucun péril et ne nécessite aucun moyen pour la combattre.

On n'entrevoit pas des applications utiles des deux dernières modes d'excitation.

Le fonctionnement en générateur asynchrone à condensateurs peut être utilisé pour le freinage dynamique. Le couple de freinage peut être reglé par l'ajustement de la capacité des condensateurs et de la position des balayes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.548

DATE NOI PRIVIND POTENŢIALUL EOLIAN AL REGIUNII IAŞI

DE

N. V. BOŢAN, AL POEATĂ, BORIS PONOMAREV,
LORIN CANTEMIR şi GH. CHIRIAC

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. În ultimul timp tehnica producerii energiei electrice a înregistrat succese deosebite datorită creşterii impetuoase a necesităţilor de energie electrică pentru uzul industriei, agriculturii, transporturilor şi a altor domenii de activitate umană.

Dacă pentru industrie, transporturi etc., necesităţile de energie sînt acoperite de marile centrale electrice ce sînt construite astăzi, atît ţara noastră cît şi în altă parte, pentru agricultură, unde consumul de energie este mai redus şi răspîndit pe suprafeţe mult mai întinse, nu sînt lipsite de interes nici micile centrale electrice acţionate de forţa eoliană.

De altfel, în mediul rural energia eoliană îşi poate găsi aplicaţii şi fără a fi transformată în energie electrică, de exemplu pentru irigaţii, desecări etc.

Este cunoscut faptul că în numeroase ţări ca U.R.S.S., Olanda, Danemarca, Franţa, Germania, S. U. A. etc., se foloseşte de multă vreme energia eoliană în diverse scopuri.

Deşi în ţara noastră instalaţiile eoliene sînt foarte puţin răspîndite, totuşi existenţa unor mori de vînt şi a unor instalaţii de pompare cu ajutorul energiei eoliene în cîmpia Dunării şi în partea de est şi sud-est a ţării arată că utilizarea pe scară mai largă a potenţialului eolian din ţara noastră nu ar fi lipsită de interes.

Unele lucrări făcute în domeniul înregistrării potenţialului eolian în ţara noastră [1], [2] indică posibilitatea utilizării acestui potenţial în condiţii destul de convenabile.

De asemenea prima consfătuire asupra utilizării energiei eoliene în R.P.R. (octombrie 1959) a arătat necesitatea de a se trece la un studiu mai sistematic al repartiţiei potenţialului eolian pe teritoriul ţării noastre, precum şi la utilizarea acestui potenţial.

Ca urmare a acestui fapt ne-am propus să studiem potenţialul eolian al Moldovei şi posibilităţile sale de utilizare pe baza datelor existente la staţiunile meteorologice. În cele ce urmează dăm rezultatele obţinute pentru regiunea Iaşi.

2. Regiunea Iaşi, situată în partea de est a ţării, este una din cele mai expuse regiuni la vînturi frecvente şi de intensităţi apreciabile. În cuprinsul acestei regiuni există cinci staţiuni meteorologice, situate în localităţile: Bîrlad, Cotnari, Huşi, Iaşi şi Vaslui. Deşi datele asupra vitezei vîntului obţinute de la aceste staţiuni sînt colectate în vederea studiilor climatologice şi a previziunilor meteorologice, totuşi ele sînt suficient de concludente pentru a se putea stabili, teoretic, dacă o anumită zonă teritorială poate oferi interes din punct de vedere al utilizării potenţialului eolian.

Cît priveşte regiunea Iaşi, un studiu anterior [1] asupra potenţialului eolian arată că în această regiune există zone destul de favorabile din acest punct de vedere. Întrucît însă acest studiu a fost făcut pe baza unor date sinoptice, luate la intervale mari de

Tabelul 1

Valorile medii ale observaţiilor

Localitatea	Intervalul observaţiilor	Vitezele medii lunare												Media anuală
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
Bîrlad	1931...1954 1946...1958	2,26	2,73	3,09	3,03	3,33	3,32	2,59	2,42	2,55	2,19	2,19	2,11	1,1 2,65
Cotnari	1936...1944 1954...1958	3,61	2,61	4,09	4,27	3 70	3,44	2,67	3,15	2,81	2,57	2,52	2,27	2,8 3,14
Huşi	1925...1944 1954...1958	2,14	1,95	2,56	2,33	2,62	2,45	2,04	2,04	1,85	1,71	1,92	1,74	0,7 2,11
Iaşi	1894. .1944 1950...1958	2,93	3,08	3,70	3,56	3,20	3,18	2,69	2,63	2,39	2,43	3,49	2,45	2,6 2,99
Vaslui	1953...1958	3,06	2,65	3,45	3,43	3,32	3,01	2,38	2,38	2,24	2,21	2,74	2,33	2,77

Tabelul 2

Probabilitatea de funcţionare (%)

Localitatea	Intervalul observaţiilor	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Media
Bîrlad	1931...1945 1946...1958	37,97	44,84	50,66	49,84	53,43	55,16	44,61	40,97	41,15	37,86	38,11	36,34	22,5 44,24
Cotnari	1936...1944 1954. .1958	58,91	49,54	69,81	70,79	62,61	59,63	54,97	59,86	53,51	48,68	45,59	51,99	56 57,16
Huşi	1925...1944 1954...1958	42,36	43,69	52,99	48,25	53,33	50,25	44,16	40,95	36,32	34,21	38,84	32,08	14 43,1
Iaşi	1894...1944 1950...1958	42,75	44,87	55,65	54,68	49,82	45,49	41,49	38,96	37,06	39,60	49,61	39,23	52 44,94
Vaslui	1953...1958	53,60	52,25	65,16	62,91	61,13	58,20	49,04	47,57	45,73	45,34	51,94	44,07	53,36

timp, și anume de 3...7.. 9 ori pe zi și întrucît în ultimii 5...10 ani aceste date au fost înregistrate de către stațiunile meteorologice de 18...24 ori pe zi, prezenta lucrare vine să completeze studiul anterior pe baza acestor date noi.

Pe baza datelor prelucrate în tabelul 1 sînt indicate vitezele medii lunare ale vîntului în localitățile menționate.

Comparînd aceste date cu cele obținute anterior, se observă că ele sînt superioare pentru toate localitățile. Astfel, în timp ce pentru localitatea Bîrlad pe baza datelor din intervalul 1931...1945 viteza medie a vîntului este de 1,1 m/sec., pe baza noilor date luate în intervalul 1946...1958, viteza medie a vîntului este de 2,65 m/sec.

Același lucru se observă și privitor la celelalte localități. Astfel, pentru Cotnari, pentru intervalul 1936...1944, viteza medie a vîntului este de 2,8 m/sec., în timp ce pentru intervalul 1954...1958 este de 3,14 m/sec.; pentru Huși, în intervalul 1925...1944, viteza medie a vîntului este de 0,7 m/sec., iar pentru intervalul 1954...1958 este de 2,11 m/sec.; pentru Iași, în intervalul 1894...1944, viteza medie a vîntului este de 2,6 m/sec., iar în intervalul 1950...1958 este de 2,99 m/sec.

În plus au mai fost prelucrate datele obținute de la stațiunea Vaslui, pentru care în intervalul 1953...1958 a fost stabilită o viteză medie de 2,77 m/sec. Studiul anterior nu dă nici o indicație în legătură cu localitatea Vaslui.

Același lucru se poate spune și în legătură cu probabilitatea anuală de funcționare a unei turbine eoliene, considerînd că ea poate demara la un vînt avînd viteza minimă de 4 m/sec., și o dată pornită poate continua să funcționeze și la un vînt cu viteza de 2,5 m/sec.

Astfel, pentru localitatea Bîrlad, pe baza vechilor date, probabilitatea anuală de funcționare este de 22,5%, în timp ce pe baza datelor noi este de 44,24%; pentru Cotnari probabilitatea de funcționare este de 57,16% pe baza datelor noi, față de 56%, pe baza datelor vechi; pentru localitatea Huși probabilitatea de funcționare este de 43,1% pe baza datelor noi, față de 14%, pe baza datelor vechi. Excepție s-a înregistrat doar în cazul localității Iași, unde probabilitatea de funcționare a scăzut de la 52%, pe baza datelor vechi, la 44,94%, pe baza datelor noi. În plus, pentru localitatea Vaslui s-a stabilit o probabilitate de funcționare de 53,36%.

În tabelul 2 sînt indicate probabilitățile procentuale anuale de funcționare a unei turbine eoliene pentru localitățile menționate. După cum se observă, dacă ne referim la teritoriul regiunii Iași, se poate afirma că o turbină eoliană instalată poate funcționa aproximativ 50% din timp.

Cît privește diferențele dintre cifrele obținute pe baza datelor vechi și cele obținute pe baza datelor noi, ele pot apare următoarelor cauze: a) înregistrări ale vitezei vîntului la intervale mult mai scurte în ultimii ani; b) amplasarea stațiunilor de înregistrare în poziții mai corespunzătoare; c) înregistrarea vitezei vîntului în majoritatea cazurilor cu ajutorul anemometrelor, spre deosebire de înregistrările anterioare, făcute pe baza observațiilor directe și aprecierii vitezei vîntului după scara Beaufort, deci înregistrări neprecise și în mare parte subiective; d) datele noi au fost obținute pe un interval de timp mai scurt decît cele anterioare și nu cuprind un ciclu meteorologic complet, ceea ce face ca aceste date să fie pasibile de unele modificări în plus sau în minus; rămîne însă sigur faptul că ele sînt mai apropiate de realitate decît cele vechi.

În fig. 1 și 2 sînt indicate graficele de variație a vitezei medii și respectiv a probabilităților de funcționare, întocmite după tabelele mai sus menționate.

Din examinarea acestor figuri rezultă că atît viteza medie cît și probabilitatea de funcționare a unei turbine eoliene sînt maxime în lunile martie și aprilie, și scad la valori minime în lunile septembrie și octombrie, după care cresc din nou, apropiindu-se în luna ianuarie de valoarea medie anuală. Rezultă, prin urmare, că instalațiile eoliene ar putea fi folosite în bune condițiuni pentru pomparea apei în timpul verii, iar în timpul iernii, fie direct pentru acționarea unor mașini de lucru, fie pentru producerea energiei electrice necesare pentru iluminat.

Din punct de vedere al utilizării instalațiilor eoliene pentru producerea energiei electrice, trebuie de menționat faptul că întrucît probabilitatea medie de funcționare a acestor instalații este relativ redusă, ele ar putea funcționa în condițiuni foarte avantajoase în paralel cu microtermocentralele sătești, contribuind la o reducere apreciabilă de combustibil. Totodată ele ar asigura o continuitate aproape permanentă în furnizarea

energiei electrice, cunoscut fiind faptul că în vederea reducerii consumului de combustibil microtermocentralele funcționează un număr redus de ore pe zi.

Din examinarea datelor sinoptice privind viteza vîntului în timpul unei zile se observă, ca regulă generală, că, în general, vitezele cele mai mari se înregistrează în timpul zilei, aproximativ între orele 8...20, scăzînd mult în restul orelor.

Rezultă deci că instalațiile eoliene pentru producerea energiei electrice ar putea acoperi consumul de energie în timpul zilei, necesar utilizărilor casnice și altor aplicații, iar în primele ore ale serii, cînd consumul de energie pentru iluminat este mai mare, ar funcționa în paralel cu microtermocentralele

Menționăm că în cuprinsul regiunii Iași există unele condiții ca instalațiile eoliene să poată fi puse să pompeze apă în bazine de retenție, naturale, situate la oarecari înălțimi

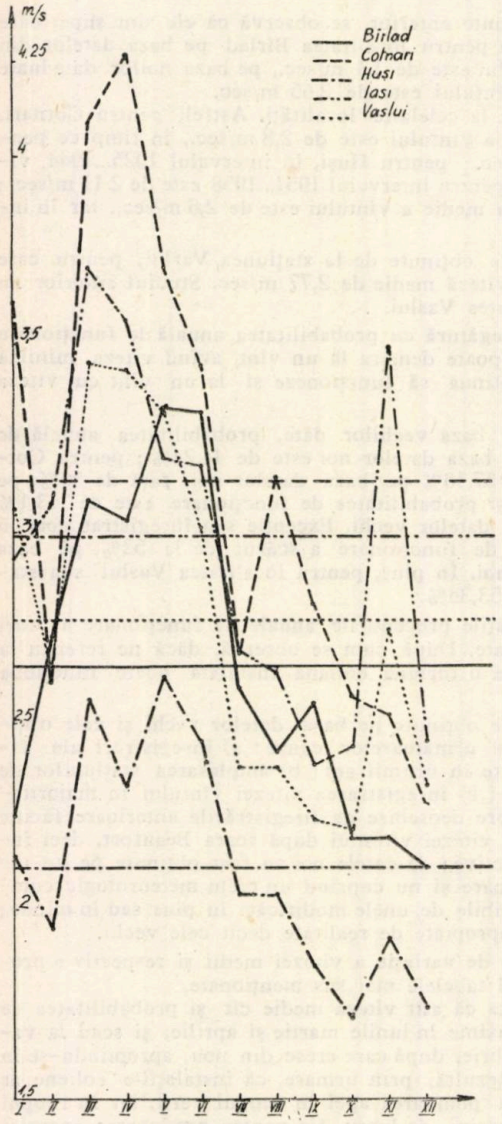


Fig. 1

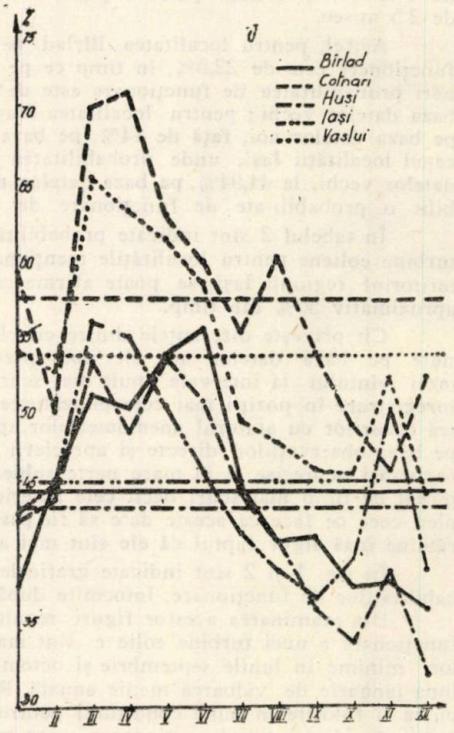


Fig. 2

iar în timpul cînd ar lipsi vîntul, pentru producerea energiei electrice să se folosească roțile de apă instalate în acest scop.

3. Pe baza vitezelor medii obținute pentru diverse localități s-a trecut la evaluarea energiei ce ar putea fi obținută în timp de un an cu turbine eoliene, cu roți de 4; 6

și 10 m diametru. La aprecierea puterii turbinelor s-a considerat că turbina este instalată, în general, la o înălțime aproximativ de trei ori mai mare ca înălțimea la care sînt instalate de obicei aparatele de înregistrare a vitezei vîntului. În acest scop s-a folosit curba de corecție a variației vitezei vîntului cu înălțimea, dată de E. M. Fateev [3].

Relația după care s-a calculat puterea turbinei este

$$P = 0{,}000481 D^2 V^3 \xi \text{ (kw)},$$

în care: D — diametrul roții eoliene (m), V — viteza medie corectată (m/sec.), ξ — coeficientul de utilizare a energiei vîntului pentru care s-a adoptat valoarea 0,38 [4].

Pentru calculul energiei s-a ținut seama de frecvența vînturilor de diverse intensități, în funcție de viteza medie (după M. M. Pomorțev [5]).

În tabelul 3 sînt indicate energiile (în kwore) ce se pot obține pentru diferite localități, cu roți eoliene de diferite diametre. După cum se observă, pentru unele localități cantitățile de energie sînt apreciabile și merită a fi luate în considerație. Rezultă, de exemplu, că la un preț de cost al energiei electrice de 0,6 lei/kworă, în condițiile de vînt ale localității Vaslui, dacă în locul unei microtermocentrale s-ar instala o roată eoliană de 10 m diametru, s-ar realiza o economie anuală de 9 433,50 lei.

Tabelul 3

Energia ce poate fi obținută în timp de un an (kwore)

Localitatea	Viteza medie	Cu o turbină avînd diametrul de		
		4 m	6 m	10 m
Bîrlad	2,65	2 069	4 839	13 298
Cotnari	3,14	3 260	7 566	20 862
Huși	2,11	1 014	2 387	6 253
Iași	2,99	2 903	6 729	18 536
Vaslui	2,77	2 453	5 716	15 723

4. Pentru a exprima și mai clar eficacitatea economică a unei roți eoliene, în tabelul 4 sînt indicate cantitățile de apă ce ar putea fi pompate cu ajutorul unor roți eoliene de diferite diametre în timp de un an și în timp de o zi, de la 5 m adîncime.

Tabelul 4

Cantitatea de apă ce s-ar putea pompa de la 5 m adîncime (m^3)

Localitatea	Cu o turbină cu diametrul de					
	pe an			pe zi		
	4 m	6 m	10 m	4 m	6 m	10 m
Bîrlad	75 820	177 590	488 040	207	486	1 337
Cotnari	119 640	277 670	761 677	328	760	2 086
Huși	38 710	87 600	229 490	106	240	629
Iași	106 540	246 950	680 270	262	677	1 864
Vaslui	89 990	209 780	577 020	247	575	1 581

Ținînd seamă de normele de consum de apă stabilite în diferite regiuni din URSS, pentru adăpatul vitelor sau pentru irigații [6], rezultă că în condițiile de vînt, de exemplu din localitatea Vaslui, cu o roată eoliană de 10 m diametru, în timpul verii s-ar putea iriga aproximativ 1 ha teren nisipos pentru o grădină de zarzavat, s-ar putea adăpa 250 vite mari, 500 porci, 5 000 oi și 150 000 păsări, s-ar putea folosi 200 m^3 apă pe zi pentru uzul locuitorilor și în plus energia disponibilă ar putea fi folosită pentru 55 lămpi electrice a 60 w, funcționînd 6 ore pe zi, cu care s-ar putea ilumina grajdurile, saivanele și coteţele unei G. A. C. Menționăm că cifrele de mai sus au fost calculate ținîndu-se seama că în timpul lunilor iulie și august, cînd consumul de apă este mai mare, atît viteza vîntului cît și probabilitatea de funcționare a unei roți eoliene sînt mai reduse. Pentru acest motiv calculele au fost făcute cu un coeficient de reducere de 0,5.

Concluzii

Din cele arătate mai sus rezultă următoarele concluzii:

a) Regiunea Iaşi este favorabilă instalării roţilor eoliene, fiind bîntuită de vînturi cu o viteză medie de aproximativ 2,5 m/sec. şi cu o probabilitate anuală de funcţionare de aproximativ 50%.

b) Eficacitatea economică a roţilor eoliene este maximă atunci cînd acestea ar fi folosite pentru pomparea apei.

c) Roţile eoliene ar putea fi folosite şi pentru producerea energiei electrice, eficacitatea acestora crescînd atunci cînd microcentralele eoliene ar fi puse să funcţioneze în paralel cu microtermocentralele săteşti.

d) Întrucît în prezent nu există suficiente date în legătură cu exploatarea instalaţiilor eoliene, pentru a se putea stabili şi mai precis eficacitatea lor economică este necesar ca în cuprinsul regiunii Iaşi să se instaleze cîteva roţi eoliene experimentale, cu ajutorul cărora s-ar putea obţine date mai precise în legătură cu eficacitatea lor economică.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de utilizări
şi
Oficiul energetic al regiunii Iaşi

BIBLIOGRAFIE

1. Cişman A. şi Boţan N. V., Rev. şt. V. Adamachi, 1948, **XXXIV**, *1*, pp 35—42.
2. Cişman A. şi Alăzăroaie E., Ibid., 1949, **XXXV**, *1—2*, pp. 3—5.
3. Фатеев Е. М., *Ветродвигатели и их применение в сельском хозяйстве*, Машгиз, М., 1956.
4. — *Ветродвигатели и ветроустановки*, Сельхозгиз, М., 1948.
5. — *Ветродвигатели в сельском хозяйстве*, Сельхозгиз, М., 1948.
6. Листов П. Н., *Применение электрической энергии в сельском хозяйстве*, Сельхозгиз, М., 1953.

НОВЫЕ ДАННЫЕ О ВЕТРОВОМ ПОТЕНЦИАЛЕ ЯССКОЙ ОБЛАСТИ

(Резюме)

Из некоторых предыдущих работ следует, что ясская область благоприятна для использования ветровой энергии. Для лучшего ознакомления с ветровым потенциалом этой области авторами была произведена настоящая работа на основании синоптических данных, полученных от метереологических станций области. Сделанные выводы дополняют и корректируют некоторые данные предыдущей работы.

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DU POTENTIEL ÉOLIEN DE LA RÉGION DE JASSY

(Résumé)

On a établi dans une série de Notes publiées antérieurement que la région de Jassy se prête à l'utilisation de l'énergie éolienne. On expose ici, tout en prenant comme point de départ les données synoptiques prélevées des stations météorologiques de la région, quelques considérations concernant le potentiel éolien de celle-ci. Les conclusions qu'on en tire complètent et corrigent l'exposition antérieure.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

538.632;621.3

ASUPRA REGIMULUI ENERGETIC AL GENERATORULUI HALL

DE

HUGO ROSMAN şi ALFRED BRAIER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Descoperit în urmă cu peste trei sferturi de veac (1879), efectul Hall a fost introdus în tehnică abia în ultimii ani (după 1950), prin crearea unui dispozitiv, denumit uzual *generatorul Hall*, ale cărui aplicaţii industriale devin din ce în ce mai numeroase, pe măsura progreselor obţinute în tehnica semiconductoarelor.

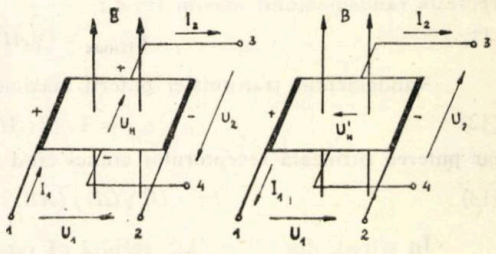
În adevăr, pentru ca tensiunea Hall să fie suficient de mare (de exemplu, de ordinul sutelor de milivolţi atunci cînd curentul de excitaţie este de ordinul 1 A iar inducţia magnetică de ordinul 1 Wb/m^2 [1]) se utilizează pentru confecţionarea generatoarelor Hall materiale semiconductoare cu proprietăţi adecvate şi anume: antimoniura de indiu (InSb) şi arseniura de indiu (InAs); randamentul generatoarelor Hall este în acest caz cu mult mai mare decît cel al generatoarelor construite din alte substanţe semiconductoare.

2 Scopul acestei Note este de a studia, în amănunt, regimul energetic al generatoarelor Hall. Se are în vedere faptul că atît în cazul efectului Hall primar (fig. 1 a), cît şi în cazul efectului Hall secundar (fig. 1 b), sistemul electric al generatorului Hall poate fi privit ca un cuadripol. Cu convenţia de semne indicată în fig. 2 [2], ecuaţiile cuadripolului echivalent unui generator Hall sînt:

$$(1)\qquad \left\| \begin{matrix} U_1 \\ U_2 \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \end{matrix} \right\|,$$

matricea rezistenţă avînd elementele date de [3]:

$$(2)\qquad \begin{matrix} R_{11} = R_{10}, & R_{22} = R_{21} = k_0 B, \\ & R_{22} = -R_{20}, \end{matrix}$$



a. b.

Fig. 1

unde: R_{10} — rezistenţa la gol la bornele primare, în cazul efectului Hall primar, R_{20} — rezistenţa la gol la bornele secundare, în cazul efectului Hall secundar iar $k_0 = U_H / (I_1 B)$, cu U_H — tensiunea Hall în cazul efectului Hall primar (fig. 1 a).

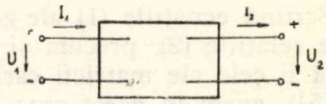


Fig. 2

Deoarece $R_{12} = R_{21}$ rezultă că cuadripolul echivalent unui generator Hall este nereciproc şi anume, *antireciproc* (sau *cvasireciproc* [4]). Or, regimul energetic al unor astfel de cuadripoli a fost studiat de noi în [4], unde am stabilit, printre altele, condiţiile de transmisie, prin astfel de cuadripoli, a unei puteri maxime precum şi cele de transmisie a puterii cu randament maxim.

3. Fie cuadripolul nereciproc de ecuaţii :

$$\left\| \begin{matrix} U_1 \\ I_1 \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} A & B \\ C & D \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} U_2 \\ I_2 \end{matrix} \right\|, \tag{3}$$

funcţionînd în regim staţionar, cu

$$\delta = \det \left\| \begin{matrix} A & B \\ C & D \end{matrix} \right\|. \tag{4}$$

În cazul cuadripolilor antireciproci

$$\delta = -1. \tag{5}$$

Particularizînd pentru cazul regimului staţionar rezultatele obţinute în [4] pentru cazul regimului permanent, armonic, cvasistaţionar, expresiile puterii furnizate receptorului sînt:

$$P_2 = -U_1^2 \{CD + [AB - (AD + BC) R_1] / R_1^2\} = U_1^2 R_2 / (AR_2 + B)^2, \tag{6}$$

randamentul fiind dat de expresiile :

$$\eta_{12} = AD + BC - (AB + CDR_1^2) / R_1 = R_2 / [BD + (AD + BC) R_2 + ACR_2^2], \tag{7}$$

unde R_1 — rezistenţa la bornele primare, iar R_2 — rezistenţa la bornele secundare

Pentru valori constante ale valorii eficace a tensiunii de alimentare şi a coeficienţilor $A,...,D$ ai cuadripolului, puterea P_2 devine maximă pentru :

$$R_{1P_2} = 2AB / (AD + BC) \quad \text{sau} \quad R_{2P_2} = B / A, \quad AB > 0, \quad BD > 0, \tag{8}$$

expresia puterii maxime fiind :

$$P_{2\max} = U_1^2 / (4AB). \tag{9}$$

De asemenea, în aceleaşi condiţii randamentul este maxim dacă:

$$R_{1\eta} = \sqrt{AB / (CD)} \quad \text{sau} \quad R_{2\eta} = \sqrt{BD / (AC)}, \quad AC > 0, \; CD > 0, \tag{10}$$

expresia randamentului maxim fiind :

$$\eta_{12\max} = (\sqrt{AD} - \sqrt{BC})^2. \tag{11}$$

Randamentul transmisiei puterii maxime este dat de :

$$\bar{\eta}_{12} = 1 / [2 (AD + BC)], \tag{12}$$

iar puterea furnizată receptorului atunci cînd randamentul transmisiei este maxim este:

$$\bar{P}_2 = U_1^2 \sqrt{CD / (AB)} / (\sqrt{AD} - \sqrt{BC})^2. \tag{13}$$

În sfîrşit, din (9) şi (13) rezultă că raportul dintre puterile $\bar{P}_2$ şi $P_{2\max}$ este dat de:

$$p_{12} = 1 - (\sqrt{AD} - \sqrt{BC})^4. \tag{14}$$

4. Scriind ecuaţiile (1) ale generatorului Hall sub forma (3) şi ţinînd seama de relaţiile (2) precum şi de legătura dintre elementele matricii rezistenţă şi cele ale matricii caracteristice ale unui cuadripol nereciproc (de ex. [5]), avem în acest caz :

$$\begin{cases} A = -R_{10} / (k_0 B), \; B = -(R_{10} R_{20} + k_0^2 B^2) / (k_0 B), \\ C = -1 / (k_0 B), \; D = -R_{20} / (k_0 B). \end{cases} \tag{15}$$

În cele ce urmează vom considera un generator Hall, de structură geometrică dată şi invariabilă, aflat sub acţiunea unui cîmp magnetic de

inducție constantă. În acest caz R_{10} și R_{20} sînt constante, unica variabilă fiind rezistența R_2 la bornele secundare ale generatorului Hall.

Ținînd seama de relațiile (15), expresiile (6) ale puterii furnizate receptorului devin:

$$P_2 = -U_1^2[1/R_{10} + (1+m)R_{10}/R_1^2 - (2+m)/R_1] = \\ = mR_2U_1^2/[R_{10}R_{20}(R_2/R_{20}+1+m)^2], \tag{16}$$

iar expresiile (7) ale randamentului capătă în acest caz forma:

$$\eta_{12} = [-(1+m)R_{10} + (2+m)R_1 + R_1^2/R_{10}]/(mR_1) = \\ = mR_2/[(1+m)R_{20} + (2+m)R_2 + R_2^2/R_{20}], \tag{17}$$

unde s-a introdus notația [3]:

$$m = k_0^2B^2/(R_{10}R_{20}), \tag{18}$$

m fiind o mărime lipsită de dimensiuni, funcție numai de valoarea inducției B și luînd valori cuprinse între 0 și 1. Deoarece în acest caz

$$\begin{cases} AB = (1+m)R_{10}/m > 0, & BD = (1+m)R_{20}/m > 0, \\ AC = 1/(mR_{20}) > 0, & CD = 1/(mR_{10}) > 0, \end{cases} \tag{19}$$

rezultă că atît puterea furnizată receptorului cît și randamentul transmisiei sînt susceptibile de a lua valori maxime.

Expresiile rezistențelor la bornele primare și secundare ale generatorului Hall, date de relațiile (8), devin în acest caz:

$$R_{1P_2} = 2(1+m)R_{10}/(2+m), \quad R_{2P_2} = (1+m)R_{20}, \tag{20}$$

iar puterea maximă furnizată receptorului este:

$$P_{2\max} = mU_1^2/[4(1+m)R_{10}]. \tag{21}$$

Ținînd seama de expresiile (10), rezistențele la bornele primare și secundare ale generatorului Hall, în cazul cînd randamentul transmisiei este maxim, devin:

$$R_{1\eta} = \sqrt{1+m}\,R_{10}, \quad R_{2\eta} = \sqrt{1+m}\,R_{20}, \tag{22}$$

iar expresia (11) a randamentului maxim este atunci:

$$\eta_{12\max} = (1-\sqrt{1+m})^2/m. \tag{23}$$

Randamentul transmisiei puterii maxime (v. relația (12)) este:

$$\bar{\eta}_{12} = m/[2(m+2)], \tag{24}$$

puterea furnizată receptorului atunci cînd randamentul este maxim (v. relația (13)) capătă expresia:

$$\bar{P}_2 = (1+\sqrt{1+m})^2U_1^2/(m\sqrt{1+m}\,R_{10}), \tag{25}$$

iar raportul dintre puterile P_2 și $P_{2\max}$ este în acest caz:

(26) $$p_{12} = 1 - (1 - \sqrt{1+m})^4 / m^2 = 4\sqrt{1+m} / (1 + \sqrt{1+m})^2.$$

5. Expresia (23) a randamentului maxim a fost obţinută pe altă cale de către Kuhrt şi Hartel [3]. În aceeaşi lucrare se studiază şi problema determinării condiţiilor în care generatorul Hall este capabil de a transfera o putere maximă. Autorii citaţi stabilesc expresia puterii furnizate la bornele secundare ale generatorului Hall

(27) $$P_2 = \lambda^2 k_0^2 q^2 / [(\lambda_2 + r_2)^2 R_2(0)],$$

cu

(28) $$\lambda_2 = R_2 / R_2(0), \quad r_2 = R_{20} / R_{20}(0), \quad q = I_1 B,$$

unde R_{20} — valoarea rezistenţei la bornele secundare ale generatorului, în cazul efectului Hall primar, atunci cînd $B = 0$, $R_{20}(0)$ — valoarea rezistenţei la gol la bornele secundare ale generatorului, în cazul efectului Hall secundar, în aceleaşi condiţii.

Pentru a determina valoarea maximă a puterii P_2, în lucrarea citată se studiază funcţia $P_2(\lambda_2)$ găsindu-se că pentru $\lambda_2 = r_2$ se obţine valoarea maximă a puterii şi anume:

(29) $$P_{2\max} = k_0^2 q^2 / (4R_{20}).$$

Or, o dată cu variaţia sarcinii generatorului (R_2 şi deci λ_2), variază şi produsul $q = I_1 B$, curentul I_1 fiind, pentru un generator Hall de caracteristici date şi aflat într-un cîmp magnetic de inducţie constantă, o funcţie de rezistenţa R_2 a sarcinii generatorului. În consecinţă rezultatele obţinute de Kuhrt şi Hartel (*loc. cit.*) în ceea ce priveşte condiţiile în care un generator Hall transferă o putere maximă nu sînt corecte.

Expresia corectă a puterii maxime este cea dată de relaţia (21), stabilită în §4 al acestei Note, iar valoarea exactă a rezistenţei la bornele secundare ale generatorului Hall, pentru care puterea furnizată receptorului este maximă, se poate calcula cu ajutorul relaţiei (20), stabilită în acelaşi paragraf. De asemenea, din relaţiile (20) şi (22) rezultă că:

(30) $$R_{1P_2} \geqslant R_{1\eta}, \quad R_{2P_2} \geqslant R_{2\eta},$$

expresia (30_2) rectificînd rezultatul eronat ($R_{2P_2} \leqslant R_{2\eta}$) dat în [3].

6. Deoarece $0 \leqslant m \leqslant 1$ [3] rezultă de aici că randamentul maxim (23) al unui generator Hall satisface inegalitatea:

(31) $$0 \leqslant \eta_{12\max} \leqslant (\sqrt{2} - 1)^2 = 0{,}714,$$

stabilită şi în [6].

De asemenea, randamentul transmisiei puterii maxime printr-un generator Hall (v. relaţia (24)) satisface inegalitatea:

(32) $$0 \leqslant \bar{\eta}_{12} \leqslant 1/6 = 0{,}166.$$

În sfîrşit, din (24) rezultă:

(33) $$0{,}971 \leqslant p_{12} \leqslant 1.$$

Pentru diferite valori ale inducției magnetice B, valorile lui η_{12max}, $\bar{\eta}_{12}$ și p_{12} variază o dată cu m; graficele acestor variații sînt reprezentate în fig. 3.

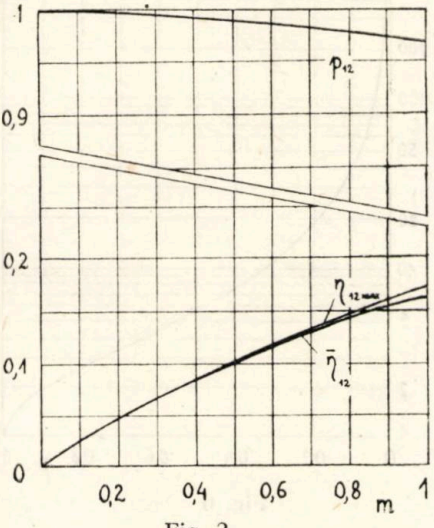


Fig. 3

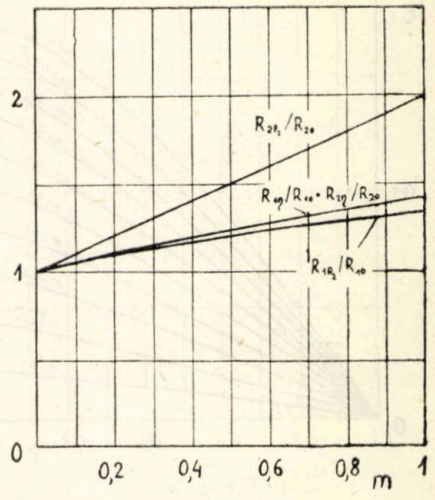


Fig. 4

Din relațiile (20) rezultă, în aceleași condiții:

$$(34) \qquad 1 \leqslant R_{1P_2}/R_{10} \leqslant 4/3 = 1{,}33\,, \quad 1 \leqslant R_{2P_2}/R_{20} \leqslant 2\,,$$

iar din relațiile (22):

$$(35) \qquad 1 \leqslant R_{1\eta}/R_{10} \leqslant \sqrt{2} = 1{,}41\,, \quad 1 \leqslant R_{2\eta}/R_{20} \leqslant \sqrt{2} = 1{,}41\,.$$

Legile de variație a rapoartelor R_{1P_2}/R_{10}, R_{2P_2}/R_{20}, $R_{1\eta}/R_{10}$, $R_{2\eta}/R_{20}$ în funcție de m (deci în funcție de B) sînt reprezentate în fig. 4.

7. În legătură cu regimul energetic al generatoarelor Hall se mai pot ridica și alte probleme decît cele expuse în paragrafele precedente. De exemplu, se pot determina condițiile în care o putere dată este trasferată receptorului cu randament maxim. În acest scop se folosesc rezultatele analoge, obținute în [7], în cazul cuadripolilor reciproci funcționînd în regim permanent, armonic, cvasistaționar. Notînd cu $p = P_2/P_{2max}$ raportul dintre puterea transferată receptorului și puterea maximă ce o poate transfera generatorul Hall receptorului, randamentul maxim η_{P_2} cu care este transferată puterea P_2 este dat de expresia:

$$(36) \qquad \eta_{P_2} = p/[2(AD + BC - \sqrt{1-p})]\,,$$

iar rezistența receptorului pentru care se asigură transferul puterii P_2 cu randament maxim este:

$$(37) \qquad R_2 = pR_{2P_2}/(2 - p - 2\sqrt{1-p})\,.$$

Ţinînd seama de relaţiile (15) expresia (36) devine:

$$\eta_{P_2} = mp / [2(2 + m - m\sqrt{1-p})]. \tag{38}$$

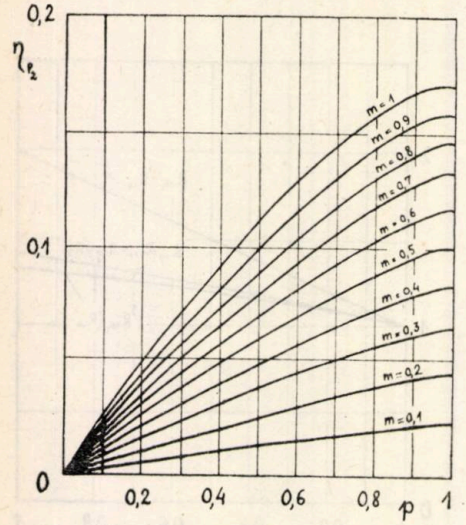


Fig. 5

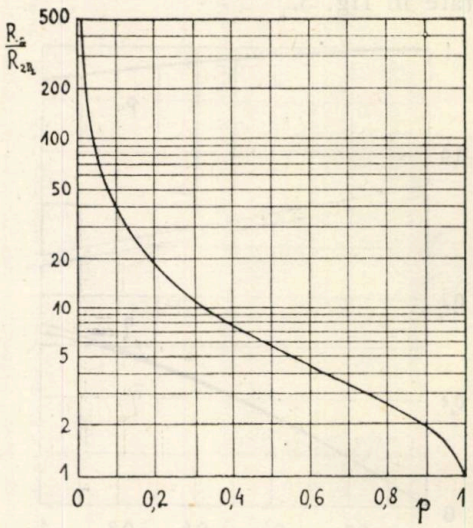


Fig. 6

Graficul $\eta_{P_2}(p)$, pentru diferite valori ale lui m (deci ale inducţiei B), este reprezentat în fig. 5 iar graficul $R_2/R_{2P_2}(p)$ este reprezentat în fig. 6.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică şi maşini electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Hamata V., Elektr. Obzor, 1957, **46**, *8*, pp. 405—410.
2. Strutt M. J. O., Arch. f. Elektrotechn., 1955, **42**, *1*, S. 1—5.
3. Kuhrt F., Hartel W., Ibid., 1957, **43**, *1*, S. 1—15.
4. Rosman H., Braier A., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1955, **1** (**5**), *1-2*, pp. 159—172.
5. Antoniu I. S., *Chestiuni Speciale de Electrotehnică*, Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1956, p. 571.
6. Mason W. P., Hewitt W. H., Wick R. F., J. appl. Phys., 1953, **25**, pp. 166—175.
7. Braier A., Rosman H., Cramariuc R, Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **2** (**6**), *1-2*, p. 173.

О ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ ГЕНЕРАТОРА ХОЛЛА

(Резюме)

Принимая генератор Холла как предвзаимный четырехполюсник и пользуя некоторые предыдущие результаты [4], [7] устанавливаются формулы позволяющие вычисление максимальный мощности (21), максимального к.п.д. передачи (23), к.п.д. передачи максимальной мощности (24) и другие.

SUR LE RÉGIME ÉNERGÉTIQUE DU GÉNÉRATEUR HALL

(Résumé)

En considérant le générateur Hall comme un quadripôle antiréciproque et utilisant quelques résultats antérieurs [4], [7], on établit, entre autres, les formules qui permettent à calculer la puissance maximum (21), le rendement maximum (23) et le rendement de la transmission de la puissance maximum (24).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.396.11

О РАСЧЕТЕ ПЕРЕКРЕСТНЫХ ШУМОВ ПРИ ДАЛЬНЕМ ТРОПОСФЕРНОМ РАСПРОСТРАНЕНИИ УКВ

А. В. ПРОСИН

1. *Введение*

При дальнем тропосферном распространении УКВ поле в месте приема представляет собой совокупность постоянного и рассеянного полей. В результате многолучевого распространения сигнал на входе приемника будет являться суперпозицией большого количества колебаний с различными амплитудами и фазами.

При воздействии на приемник нескольких колебаний, модулированных по частоте одним и тем же многоканальным сообщением, но сдвинутых по фазе друг относительно друга вследствие различия во времени распространения, возникают нелинейные искажения передаваемого сообщения, которые являются причиной появления перекрестных шумов в каналах связи. Эти шумы необходимо учитывать при расчете линии дальней связи.

Настоящая работа посвящена рассмотрению методики расчета переходных шумов, которые возникают в системах дальней связи при наличии в месте приема постоянного поля и поля рассеянных волн. Сперва анализируется такой случай, когда интенсивность рассеянной компоненты мала по сравнению с интенсивностью постоянной волны. Затем рассматривается случай различных соотношений между интенсивностями постоянной и рассеянной волн.

2. *Методика расчета*

При многолучевом распространении радиоволн на вход приемника наряду с волной постоянной интенсивности

$$E_0 \sqrt{2}\, V_n \cos\left[\omega_0 t + \Delta\omega_m s(t-\tau_{3n}) - (\omega_0 \tau_{3n} + \vartheta_n)\right] \tag{1}$$

будет действовать совокупность рассеянных волн

$$E_0 \sqrt{2}\, \frac{dk^2}{4\pi} \int_V \frac{\Delta\varepsilon(\Delta V)}{R_{11} R_{22}} f'_{пер}(\alpha,\beta)\, f'_{пр}(\alpha,\beta) \cos\left[\omega_0 t + \Delta\omega_m s(t-\tau_{3p}) - \omega_0 \tau_{3p}\right] dV, \tag{2}$$

где E_0 — эффективное значение напряженности поля в свободном пространстве, V_n — множитель ослабления по напряжению постоянной компоненты, ω_0 — угловая несущая частота, $\Delta\omega_m$ — максимальная угловая девиация частоты, $s(t) = \int u(t)\,dt$, где $u(t)$ — многоканальное сообщение, $\tau_{зп}$ и $\tau_{зр}$ — времена запаздывания соответственно волны постоянной интенсивности и волны рассеянной элементом объема рассеяния по сравнению со временем запаздывания луча, прошедшего наиболее короткий путь $A_1 b A_2$ (рис. 1), ϑ_n — дополнительная фаза постоянной волны (например, при отражении от слоя – фаза коэффициента отражения), d — длина трассы, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина излучаемой волны, $\Delta\varepsilon\,(\Delta V)$ — отклонение диэлектрической проницаемости от ее среднего значения в данной точке пространства, $f'_{пер}(\alpha, \beta)$, $f'_{пр}(\alpha, \beta)$ — характеристики направленности по напряжению соответственно передающей и приемной антенн, β—угол, отсчитываемый от плоскости большого круга, α — угол в плоскости большого круга, отсчитываемый от оси антенн, R_{11} и R_{22} — расстояния соответственно от передатчика до элемента рассеивающего объема и от элемента рассеивающего объема до приемника, V — объем рассеяния.

Многоканальное сообщение $u(t)$, удовлетворяющее условию $-1 \leqslant u(t) \leqslant +1$ с вероятностью близкой к единице, представляет собой случайный стационарный процесс, подчиняющийся нормальному закону распределения вероятностей. Его спектр удовлетворяет условиям: $W_u(\Omega) = W_0$ при $\Omega_1 < \Omega < \Omega_2$, где $\Omega_2 = 2\pi F_2$ и $\Omega_1 = 2\pi F_1$ (F_1 и F_2 — верхняя и нижняя граничные частоты линейного спектра), и $W_u(\Omega) = 0$ на всех других частотах. Средняя мощность многоканального сообщения равна:

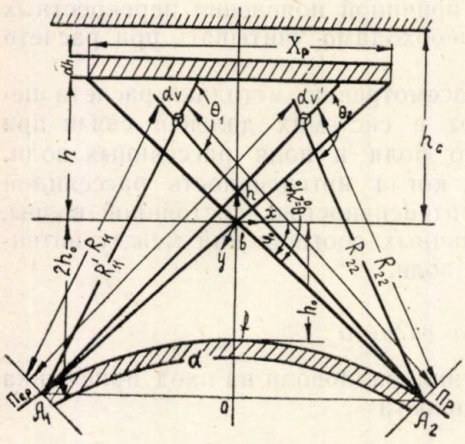


Рис. 1

$$\overline{u^2(t)} = W_0 \Delta F = R_к \exp\,[2(b_{ср} + b_к)], \tag{3}$$

где $\Delta F = F_2 - F_1$ — ширина полосы всех каналов в линейном спектре $u(t)$, $R_к$ — сопротивление нагрузки канала, $b_{ср} = -1{,}72 + 0{,}5 \ln N$ — разность в неперах между уровнем средней мощности всех каналов и измерительным уровнем одного канала, $b_к$ — нормальный измерительный уровень на выходе канала, N — число каналов.

Время задержки рассеянных компонент можно определить по формуле:

$$\tau_{зр} = hd(1 + 2hR_э/d^2)/(cR_э) \approx hd/(cR_э), \tag{4}$$

где h — высота элементарного объема рассеяния над точкой пересечения касательных к поверхности земли плоскостей, проведенных из передатчика и приемника (точка b на рис. 1), c — скорость распространения электромагнитной энергии в свободном пространстве, $R_э$ — эффективный радиус земли, учитывающий нормальную атмосферную рефракцию. При относительно небольших величинах $\tau_{зп}$ их можно также определять по формуле (4), пользуясь при этом точным выражением для задержки и полагая в (4) $h = h_c$, где h_c — высота слоя (рис. 1).

Суммарное колебание на входе приемника при действии колебаний (1) и (2) можно записать в таком виде:

$$E_{пр} = E_0 V_n \sqrt{2} \sqrt{[A(t)+1]^2 + B^2(t)} \cos [\omega_0 t + \Delta\omega_m s(t) - \Psi(t)], \tag{5}$$

$$A(t) = \frac{dk^2}{V_n 2\pi} \int_V \frac{\Delta\varepsilon(\Delta V)}{R_{11} R_{22}} f'_{пер}(\alpha, \beta) f'_{пр}(\alpha, \beta) \cos \{(\omega_0 T_з + \vartheta_n) + \Delta\omega_m [s(t) - s(t - T_з)]\} \, dV, \tag{6}$$

$$B(t) = \frac{dk^2}{V_n 2\pi} \int_V \frac{\Delta\varepsilon \, \Delta V}{R_{11} R_{22}} f'_{пер}(\alpha, \beta) f'_{пр}(\alpha, \beta) \sin \{(\omega_0 T_з + \vartheta_n) + \Delta\omega_m [s(t) - s(t - T_з)]\} \, dV, \tag{7}$$

$$\psi(t) = \operatorname{arctg} \{B(t) / [1 + A(t)]\}, \tag{8}$$

$$T_з = \tau_{зп} - \tau_{зр}. \tag{9}$$

На выходе идеального частотного детектора при подаче на его вход колебания (5) получим:

$$u_{вых}(t) = u(t) - [1 / (\Delta\omega_m)] [d\Psi(t) / dt] = u(t) - \varepsilon(t). \tag{10}$$

В формуле (10) $u(t)$ — исходное многоканальное сообщение. Следовательно, $\varepsilon(t)$ представляет собой продукты нелинейных искажений, обуславливающие перекрестные шумы в телефонных каналах системы связи.

Мощность переходных шумов согласно корреляционному методу расчета [1] будет равна:

$$P_{шт} = 10^9 K_П^2 W_\varepsilon(\Omega_к) \Delta F_к R_к^{-1} \text{ [пвт]}, \tag{11}$$

где спектр и функция корреляция помех определяются следующим образом:

$$W_\varepsilon^I(\Omega) = 4\Omega_2 \int_0^\infty \psi_{\varepsilon_1}(\tau) \cos \Omega\tau \, d\tau, \tag{12}$$

$$\psi_{\varepsilon_1}(\tau) = \overline{\varepsilon_1(t) \varepsilon_1(t+\tau)} = \frac{1}{\Delta\omega_m^2} \overline{\Psi(t) \Psi(t+\tau)}, \tag{13}$$

где $\varepsilon_1(t)=\int\varepsilon(t)\,dt=\dfrac{\Psi(t)}{\Delta\omega_m}$, $K_П$ — псофометрический коэффициент ($K_П=0{,}75$ при $\Delta F_к=3{,}1$ кгц), $\Delta F_к$ — ширина полосы телефонного канала, $\Omega_к$ — средняя угловая частота канала в линейном спектре $u(t)$. В функции $\psi_{\varepsilon_1}(\tau)$ до вычисления $W_\varepsilon(\Omega)$ необходимо отбросить когерентную часть искажений, не создающую переходных шумов в телефонных каналах системы связи.

3. *Мощность перекрестных шумов*

При небольшой интенсивности рассеянной компоненты относительно интенсивности постоянной волны фаза $\Psi(t)\approx B(t)$. Функция корреляции искажений согласно (7) и (13) будет равна:

$$\psi_{\varepsilon_1}(\tau)=\frac{1}{\Delta\omega_m^2}\frac{d^2k^4}{V_n^2 16\pi^2}M\left\{\iint\limits_{VV'}\frac{\Delta\varepsilon(\Delta V)\,\Delta\varepsilon(\Delta V')}{R_{11}R_{22}R'_{11}R'_{22}}f'_{пер}(\alpha,\beta)f'_{пр}(\alpha,\beta)\times\right.$$

(14)

$$\times f''_{пер}(\alpha,\beta)f''_{пр}(\alpha,\beta)\sin\{(\omega_0T_з+\vartheta_n)+\Delta\omega_m[s(t)-s(t-T_з)]\}\times$$

$$\left.\times\sin\{(\omega_0T'_з+\vartheta_n)+\Delta\omega_m[s(t+\tau)-s(t+\tau-T'_з)]\}\,dV\,dV'\right\},$$

где величины со штрихом (рис. 1) относятся к соседней точке пространства, M — символ математического ожидания.

Для упрощения (14) будем полагать, что:

а) Связь между пульсациями $\Delta\varepsilon(\Delta V)$ наблюдается лишь при выполнении условия $\varrho\leqslant l$, где ϱ — расстояние между двумя точками в турбулентном потоке, в которых рассматриваются пульсации $\Delta\varepsilon(\Delta V)$, l — средний размер (масштаб) турбулентных неоднородностей.

б) Относительные времена задержки элементарных лучей, рассеянных какой-либо неоднородностью из-за небольшого размера турбулентных неоднородностей равны между собой, и что взаимно корреляционные члены перекрестных искажений [1], обусловленные этими лучами, равны нулю.

в) В пределах турбулентной неоднородности $R_{11}\approx R'_{11}$, $R_{22}\approx R'_{22}$, $f'_{пер}(\alpha,\beta)\approx f''_{пер}(\alpha,\beta)$, $f'_{пр}(\alpha,\beta)\approx f''_{пр}(\alpha,\beta)$.

г) Отклонение диэлектрической проницаемости от ее среднего значения подчиняется нормальному закону распределения вероятностей, что неоднократно отмечалось в литературе.

Тогда при выполнении неравенства:

$$d^3\gg 4\lambda R_э^2/\pi, \tag{15}$$

и учете статистических свойств $u(t)$ и того обстоятельства, что в (7) фазы отдельных элементарных компонент рассеяния могут изменяться от нуля до сотен π, получим:

$$\psi_{\varepsilon_1}(t) = \frac{Kd^2}{2\Delta\omega_m^2 V_n^2} \int_V \psi_z(\tau, T_з) \frac{f_{пер}(\alpha,\beta) f_{пр}(\alpha,\beta)}{R_{11}^2 R_{22}^2} \sigma \, dV, \tag{16}$$

где σ — эффективное сечение рассеяния (коэффициент рассеяния), $f_{пер}(\alpha,\beta)$, $f_{пр}(\alpha,\beta)$ — характеристики направленности по мощности соответственно передающей и приемной антенн, K — коэффициент, учитывающий отражение радиоволн от поверхности земли и

$$\psi_z(\tau, T_з) = M\left(\cos\left\{\Delta\omega_m [s(t) - s(t-T_з) - s(t+\tau) + s(t+\tau-T_з)]\right\}\right). \tag{17}$$

Подставляя (17) в (12) и меняя порядок интегрирования, будем иметь:

$$W_\varepsilon(\Omega) = \frac{\Omega^2 Kd^2}{\Delta\omega_m^2 \Omega_2 V_n^2} \int_V G(\Omega) \frac{f_{пер}(\alpha,\beta) f_{пр}(\alpha,\beta)}{R_{11}^2 R_{22}^2} \sigma \, dV, \tag{18}$$

$$G(\Omega) = 2\int_0^\infty \psi'_z(\tau_1, T_з) \cos b\tau_1 \, d\tau_1, \tag{19}$$

где $G(\Omega)$ — спектр перекрестных искажений, возникающих при взаимодействии в месте приема волны постоянной интенсивности и элементарной рассеянной волны, т. е. в случае двухлучевого распространения радиоволн, $\psi'_z(\tau_1, T_з)$ — функция (17), в которой отброшена когерентная часть искажений, $\tau_1 = \Omega_2 \tau$, $b = \Omega / \Omega_2$.

В (18) произведение характеристик направленности антенн в вертикальной плоскости будем, как и в [2], аппроксимировать квадратичной экспонентой. Ограничиваясь случаем ориентации осей антенн на горизонт, получим:

$$f_{пер}(\alpha) f_{пр}(\alpha) = \exp\{-1{,}38\,[4h/(\alpha_0 d)]^2\}, \tag{20}$$

где α_0 — угловая ширина диаграмм направленности антенн в вертикальной плоскости между точками половинной мощности.

Коэффициент рассеяния согласно [3] будет равен:

$$\tau = \{\Gamma(p+1{,}5) / [2^{2p}\pi^{2p-0{,}5}\Gamma(p)]\}\,\overline{(\Delta\varepsilon)^2}\,\sin\{\chi_1 \lambda^{2p-1} / [\vartheta^{2p+3} \exp(2p)]\}, \tag{21}$$

где Γ — гамма-функция, ϑ — угол рассеяния, χ_1 — угол, учитывающий влияние поляризации радиоволн, p — индекс обобщенной функции кореляции диэлектрической проницаемости воздуха, $\overline{(\Delta\varepsilon)^2}$ — интенсивность флуктуаций турбулентных неоднородностей воздуха. Будем полагать, что:

$$\overline{(\Delta\varepsilon)^2} = C_1 (h_0 + h)^{-n_1}, \tag{22}$$

где n_1 — показатель спадания $\overline{(\Delta\varepsilon)^2}$ с высотой, $h_0 = d^2/(8R_э)$ — высота точки b над поверхностью земли, причем $of = bf$ (рис. 1), C_1 — коэффициент пропорциональности (величина $\overline{(\Delta\varepsilon)^2}$ на высоте 1 км над поверх-

ностью земли). В реальной атмосфере величины p и n_1 изменяются с течением времени весьма в широких пределах. В первом приближении согласно [3] можно считать, что $p = 1$ и $n_1 = 2$.

Интегрирование $G(\Omega)$ (см. (19)) проведено в [1], где дана методика расчета переходных шумов, возникающих при двухлучевом распространении радиоволн. В дальнейшем, однако, мы воспользуемся выражениями для $G(\Omega)$, полученными для некоторых частных случаев в [4], так как они дают возможность проинтегрировать (18) в конечном виде.

Подставляя (3), (4) и (18)...(22) в (11) и используя методику интегрирования [2], при которой интегрирование (18) по объему сводится к интегрированию лишь по высоте, получим ряд формул для мощности перекрестных шумов, соответствующих различным $G(\Omega)$.

1. При $Au^2 \leqslant 1$ и $u < 1$, где $A = m_{тэ}^2$, $u = \Omega_2 T_з$, $m_{тэ} = \Delta f_{тэ} / F_2$ —эффективный индекс модуляции, $\Delta f_{тэ} = \Delta\omega_{тэ}/(2\pi) = \Delta f_к \exp b_{ср}$ — эффективная девиация частоты, причем $\Delta\omega_{тэ}^2 = \Delta\omega_m^2 \overline{u^2(t)}$, $\Delta f_к$ — эффективная величина частоты на канал (согласно рекомендациям МККР $\Delta f_к = 200$ кгц), спектр:

$$G(\Omega) = 4^{-1}\pi (m_{тэ}\Omega_2 T_з)^4 (2 - b) \text{ при } 0 \leqslant b \leqslant 2 \tag{23}$$

и мощность перекрестных шумов в точке $b_к = 0$ будет равна:

$$P_{шт} = 1{,}95\cdot 10^{11} K_П^2 [\Delta F_к F_2 / (\Delta f_к^2)] (V_p / V_n)^2 (\tau_{зп}\Delta f_{тэ})^4 \times \times b_1^2 (2 - b_1) [f_1(X_2)/f_1(X_1)], \tag{24}$$

где V_p — множитель ослабления по напряжению рассеянной компоненты:

$$V_p^2 = Kd^2 \int_V \frac{f_{пер}(\alpha, \beta)\, f_{пр}(\alpha, \beta)}{R_{11}^2\, R_{22}^2}\, \sigma\, dV = \tag{25}$$

$$= \frac{2^{(3n-2p-1)}}{2{,}76\,\pi^{(2p-0{,}5)}} \frac{\Gamma(p + 1{,}5)}{\Gamma(p)} \sqrt{2^{2/(2p+3)} - 1}\, \frac{C_1 K \lambda^{(2p-1)} R_э^{(2p+n+1)}}{\exp(2p)\, d^{2(p+n)}} \left(\frac{\alpha_0}{\varphi_0}\right)^2 f_1(X_1),$$

$$f_1(X) = \{1 - \sqrt{\pi/5{,}52}\, X \exp(X^2/5{,}52)[1 - \Phi(X/\sqrt{2{,}76})]\}, \tag{26}$$

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp(-t^2/2)\, dt, \quad X_1 = (1 + p + 0{,}5n)(\alpha_0/\varphi_0), \tag{27}$$

$$X_2 = (1 + p + 0{,}5n + 5{,}12\, \tau'_{зр}/\tau_{зп})(\alpha_0/\varphi_0), \quad \tau'_{зр} = h_0 d/(cR_э), \tag{28}$$

где $\varphi_0 = \vartheta_0/2 = d/(2R_э)$, ($\vartheta_0$ — нулевой угол рассеяния), $b_1 = \Omega_к/\Omega_2$.

График функции $f_1(X)$ построен на рис. 2.

2. При $A \geqslant 1$ и $u \geqslant 1$ спектр:

$$G(\Omega) = (\sqrt{\pi}/m_{m\text{э}}) \exp\{-[b/(2m_{m\text{э}})]^2\} \tag{29}$$

и мощность переходных шумов при $b_k = 0$ будет равна:

$$P_{\text{шт}} = 10^9 K_{\text{П}}^2 (\Delta F_k/F_2) \exp(2b_{cp}) (V_p/V_n)^2 [\Omega_к/(\Delta\omega_{m\text{э}})]^2 [\Omega_2/(\sqrt{\pi}\, 2\Delta\omega_{m\text{э}})] \times \times \exp[-\Omega_к/(2\Delta\omega_{m\text{э}})]^2. \tag{30}$$

Формула (30) совпадает с формулой (39) работы [5], в которой для определения переходных шумов использовалась совершенно иная методика расчета.

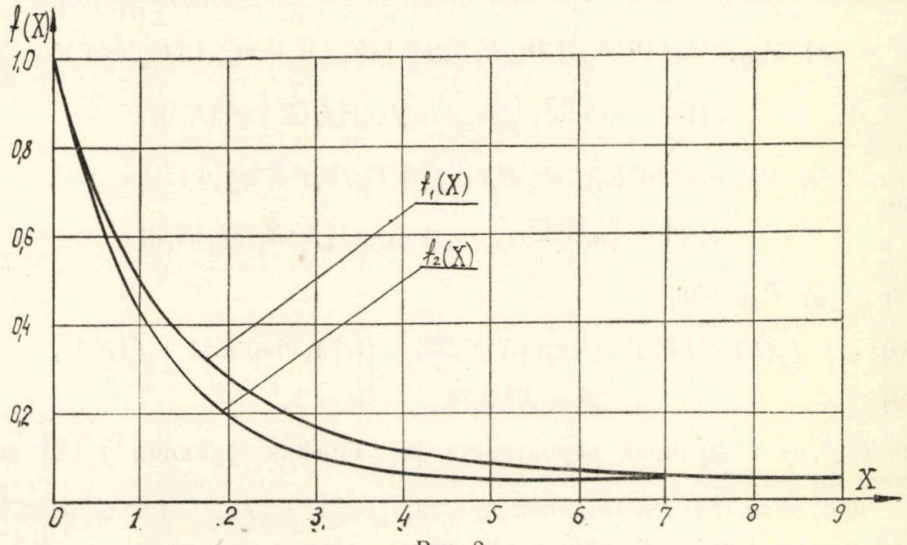


Рис. 2

3. При $4A > 1$ и $u \geqslant 1$ спектр:

$$G(\Omega) = [\pi Y/(m_{m\text{э}}^2 \operatorname{sh} Y)]^{1/2} \exp[-2m_{m\text{э}}^2 (\operatorname{ch} Y - 1)], \tag{31}$$

где Y определяется из выражения:

$$\frac{b}{2m_{m\text{э}}^2} = \int_0^Y \frac{\operatorname{sh} t}{t}\, dt = \frac{E_i(Y) - E_i(-Y)}{2}, \tag{32}$$

($E_i(Y)$ — интегральная показательная функция аргумента Y, $\operatorname{sh} Y$ и $\operatorname{ch} Y$ — гиперболические синус и косинус), и мощность переходных помех в точке $b_k = 0$ будет равна:

$$P_{\text{шт}} = 10^9 K_{\text{П}}^2 (\Delta F_k/F_2) \exp(2b_{cp}) (V_p/V_n)^2 [\Omega_к/(\Delta\omega_{m\text{э}})]^2 [\Omega_2/\sqrt{\pi}\, 2\Delta\omega_{m\text{э}})] \times \times \sqrt{Y/\operatorname{sh} Y} \exp[-2m_{m\text{э}}^2 (\operatorname{ch} Y - 1)]. \tag{33}$$

Учитывая свойства $\mathrm{sh}\, Y$ и $\mathrm{ch}\, Y$, можно показать, что при $m^2_{тэ} \geqslant 1$ формула (31) переходит в (29) и, следовательно, (33) в (30).

4. При $Au_{\Pi} \leqslant 1$ и $u \geqslant 1$ спектр:

$$(34)\quad \begin{cases} \text{а)} & G(\Omega) = 2\pi^2 m^4_{тэ} (\Omega_2 T_з) b^{-2} & \text{при } 0 < b < 1, \\ \text{б)} & G(\Omega) = \pi^2 m^4_{тэ} (\Omega_2 T_з) & \text{при } b = 1, \\ \text{в)} & G(\Omega) = 0 & \text{при } b > 1. \end{cases}$$

Соответственно (34) мощность перекрестных шумов в точке с нулевым относительным уровнем определится следующим образом:

$$(35)\quad \text{а)}\ P_{шт} = 2\pi^2 10^9 K^2_{П} [\Delta F_к F_2 / (\Delta f^2_к)] (V_p / V_n)^2 m^3_{тэ} (\Delta f_{тэ} \tau_з) \times \\ \times \{1 - \sqrt{\pi / 5{,}52}\, (\tau'_{зр} / \tau_{зп})\, (a_0 / \varphi_0) [f_2(X_1) / f_1(X_1)]\},$$

$$(36)\quad \text{б)}\ P_{шт} = \pi^2 10^9 K^2_{П} [\Delta F_к F_2 / (\Delta f^2_к)] (V_p / V_n)^2 b_1^2 m^3_{тэ} (\Delta f_{тэ} \tau_{зп}) \times \\ \times \{1 - \sqrt{\pi / 5{,}52}\, (\tau'_{зр} / \tau_{зп})\, (a_0 / \varphi_0) [f_2(X_1) / f_1(X_1)]\},$$

$$(37)\quad \text{в)}\ P_{шт} = 0;$$

$$(38)\quad f_2(X) = \{P(\chi^2_1 n)\ \exp(X^2/5{,}52) - (1/\sqrt{1{,}38\pi})\, X [1 + f_1(X)]\},$$

$$(39)\quad \chi^2 = X^2/2{,}76, \qquad n = 3,$$

где $P(\chi^2, n)$ — функция вероятности [6]. График функции $f_2(X)$ построен на рис. 2.

Формула (24) справедлива при $\Omega_2 \tau_{зп} \leqslant 1$, $\tau_{зп} / \tau'_{зр} \geqslant 1$ и $a_0 / \varphi_0 \leqslant 1{,}5$. Выражения (30), (33), (35) и (36) имеют место при $\Omega_2 (\tau_{зр} - \tau_{зп}) \geqslant 1$, $\tau_{зп} / \tau'_{зр} \geqslant 2$ и $a_0 / \varphi_0 \leqslant 1{,}5$. Анализ (24), (30) и (33) показал, что в линейном спектре $u(t)$ наибольшая мощность переходных шумов будет при $b_1 = 1$. Следовательно, расчет по этим формулам надо производить для самого верхнего канала, т. е. для $\Omega_к = \Omega_2$. В четвертом случае расчет следует вести по формуле (35), которая по сравнению с (36) дает вдвое большую величину переходных шумов.

Формулы (24) и (35) состоят из произведения двух сомножителей. Первый сомножитель определяет мощность перекрестных шумов, которая возникает при двухлучевом распространении радиоволн, когда в точку приема поступает прямая волна с интенсивностью V^2_n и рассеянная волна с интенсивностью V^2_p, которая излучается объемом рассеяния сосредоточенным в точке b (рис. 1). Второй сомножитель (в квадратных скобках) характеризует уменьшение $P_{шт}$ вследствие наличия в месте приема большого числа компонент рассеяния с различным временем запаздывания, излучаемых объемом рассеяния конечных

размеров. На рис. 3 и 4 даны зависимости $[f_1(X_2)/f_1(X_1)]$ (кривая *1*) и $\{1-\sqrt{\pi/5{,}52}\,(\tau'_{зр}/\tau_{зп})\,(\alpha_0/\varphi_0)\,[f_2(X_1)/f_1(X_1)]\}$ (кривая *2*) от α_0/φ_0 (при $d=300$ км и $h_c=1{,}5$ км) и $\tau_{зп}/\tau'_{зр}$ (при $\alpha_0/\varphi_0=1$) для $p=1$ и $n_1=2$. Отсюда видно, что с ростом направленности антенн и увеличением задержки постоянной волны величины сомножителей увеличиваются и в пределе стремятся к единице.

Из рассмотрения графиков рис. 3 и 4 и анализа формул (24), (30), (33), (35) и (36) можно сделать весьма важный вывод. Расчет перекрестных шумов, возникающих из-за взаимодействия постоянного и рассе-

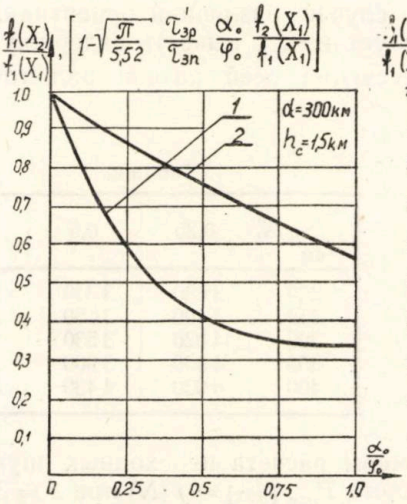


Рис. 3

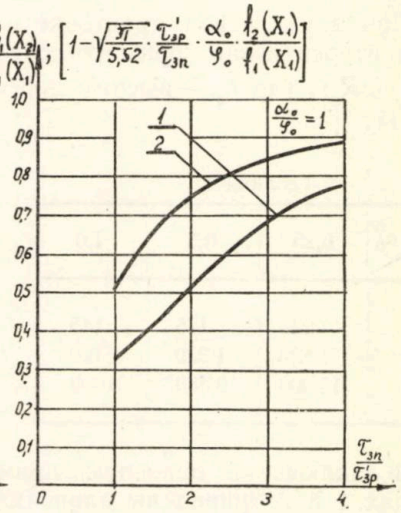


Рис. 4

янного полей с различным соотношением интенсивностей, при выполнении неравенств $(\tau_{зп}/\tau'_{зр})\cdot(\varphi_0/\alpha_0)\geqslant 2$, $\tau_{зп}/\tau'_{зр}\geqslant 2$ и $\alpha_0/\varphi_0\leqslant 1{,}5$, которые охватывают почти все практические случаи, можно производить согласно методике, рассмотренной в [1] для двухлучевого распространения радиоволн.

Для линий связи с дальним тропосферным распространением УКВ обычно $d\geqslant 300$ км и $N\leqslant 240$. При выполнении этих условий мощность переходных шумов в точке $b_к=0$ будет равна:

$$P_{шт}=\frac{10^9}{\pi}K_П^2\frac{\Delta F_к F_2}{\Delta f_к^2}\sum_{i=1}^{M_1}\left(\frac{V_p}{V_n}\right)^{2i} i^{-2}A_i, \tag{40}$$

$$A_i=[b_1^2/(2a_i)]\{[b_1^2/(2a_i)]\exp(-a_i^2)+ \\ +[1-b_1^2/(4a_i^2)]\sqrt{\pi}\,\Phi(a_i\sqrt{2})-(1/b_1)\exp(-a_i^2)\sin b_1\}, \tag{41}$$

(42) $$a_i = im_{mэ}\sqrt{y_1(\Omega_2\tau_{зп})}, \quad y_1(\Omega_2\tau_{зп}) = 1 - \frac{\sin\Omega_2\tau_{зп}}{\Omega_2\tau_{зп}},$$

где M_1 — число членов ряда, определяемое требуемой точностью расчета. Формула (40) справедлива при различных соотношениях $(V_p/V_n)^2$. При $(V_p/V_n)^2 \leqslant 0{,}1$ в (40) можно ограничиться первым членом ряда. Анализ (40) показал, что при выполнении вышеуказанных условий наибольшая мощность переходных шумов в линейном спектре $u(t)$ будет в вернем канале, т. е. при $\Omega_к = \Omega_2$, для которого и следует производить расчет.

При двухлучевой трактовке в случае различной ориентации осей антенн относительно горизонта следует из $\tau_{зп}$ вычесть задержку $\tau_{оп} = h_2 d/(cR_э)$, где h_2 — высота пересечения осей антенн над точкой b (рис. 1).

Таблица 1

N \ α_0^0	0,25	0,5	1,0
60	240	175	145
120	1 820	1 320	1 100
240	13 300	9 680	8 000

Таблици 2

$d_{км}$ \ α_0^0	0,25	0,5	1,0
200	3 630	3 340	3 230
250	3 490	3 050	2 180
300	4 020	3 530	2 860
350	4 900	3 900	3 000
400	6 030	4 430	3 120

В заключение приведем примеры расчета переходных шумов. В таблицах 1 и 2 приведены зависимости $P_{шт\ [пвт]} = f(N)$ при $d = 300$ км, $h_c = 1{,}5$ км и $P_{шт\ [пвт]} = f(d)$ при $N = 60$, $h_c = 2{,}5$ км для $p = 1, n_1 = 2$, $(V_p/V_n)^2 = 10^{-2}$ и трех значений α_0, рассчитанные по формуле (24).

4. *Выводы*

1. Расчет переходных шумов при сравнительно больших задержках $\tau_{зп}$ и применении в системах дальней связи весьма остронаправленных антенн можно производить на основании модели двухлучевого распространения радиоволн, рассмотренной в работе [1].

2. При возрастании числа каналов, относительной задержки луча постоянной интенсивности и отношения $(V_p/V_n)^2$ мощность перекрестных помех растет.

3. Мощность переходных шумов растет также с увеличением направленности передающей и приемной антенн.

4. Величина переходных помех зависит от статистических характеристик турбулентной тропосферы. Чем плавнее падает функция корреляции турбулентных неоднородностей $\Delta\varepsilon(\Delta V)$ и чем уже спектр таких неоднородностей, тем больше величина искажений. Более быстрое спа-

дание интенсивности неоднородностей с высотой также увеличивает величину помех.

5. При передаче свыше 120 каналов на расстояния, превышающие 300 км и отношениях $V_p / V_n = 0{,}5 \ldots 1$ весьма трудно удовлетворить рекомендациям МККР [7] на допустимую величину переходных помех.

6. Результаты настоящей работы могут быть полезны при оценке перекрестных шумов, возникающих в системах связи с дальним тропосферным распространением УКВ. Для точного расчета переходных помех необходимо иметь достоверные экспериментальные данные об интенсивности постоянной и рассеянной компонент, запаздывании постоянной компоненты поля, законе спадания интенсивности турбулентных неоднородностей с высотой и т. п.

Настоящая работа была выполнена в лаборатории Института радиотехники и электроники Академии Наук СССР, которой руководит член-корреспондент АН СССР В. И. Сифоров.

Поступила 2 III 1960 г.

Академия Наук, Москва, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Просин А. В., *К расчету перекрестных искажений при многолучевом распространении радиоволн,* НДВШ, раздел „Радиотехника и электроника", 1959, *1.*
2. — Электросвязь, 1958, *8.*
3. — *О влиянии статистических характеристик турбулентной тропосферы на рассеянное распространение ультракоротких волн,* НДВШ, раздел „Радиотекника и электроника", 1959, *1.*
4. Беннетт У. Р., Кертис Г. Е., Райс С. О., *Переходные шумы в системах с частотной или фазовой модуляцией при имитации многоканального сигнала шумом,* Сб. *Радиорелейные линии связи,* под ред. В. А. Смирнова, ИЛ, М., 1956.
5. Просин А. В., *К расчету многоканальных систем связи с частотной модуляцией и уплотнением по частоте,* Сб. тр. НТОРиЭ им. А. С. Попова, 1958, *II.*
6. Слуцкий Е. Е., *Таблицы для вычисления неполной Г-функции и функции вероятности* χ^2, под ред. А. Н. Колмогорова, Изд. АН СССР, М., 1950.
7. *** *Инженерно-технический справочник по электросвязи,* **VII**, *Радиорелейные линии связи,* Связьиздат, М., 1956.

ON CALCULATING CROSS FOR LONG-DISTANCE TROPOSPHERIC PROPAGATION OF ULTRASHORT WAVES

(Summary)

A method is developed on the basis of correlational theory of stationary stochastic processes for calculating the cross noises, which arise in multi-channel radiorelay communication lines having frequency modulation and frequency compaction because the constant as well as the dispersed field components act together at the point of reception for long-distance tropospheric propagation of ultra-short waves.

ASUPRA CALCULULUI PERTURBAŢIILOR TRANSVERSALE ÎN CAZUL PROPAGĂRII UNDELOR ULTRASCURTE PRIN TROPOSFERĂ, LA MARE DISTANŢĂ

(Rezumat)

Autorul, bazîndu-se pe teoria corelativă a proceselor stocastice staţionare, expune o metodă de calcul a perturbaţiilor transversale ce apar în radiocomunicaţiile pe mai multe canale, avînd modulaţie de frecvenţă şi condensare de frecvenţă, datorită componentelor constante şi dispersate ale cîmpului ce acţionează simultan la locul de recepţie a undelor ultrascurte ce se propagă prin troposferă la mare distanţă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUA
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.317.351

MĂSURAREA FAZEI ÎN REGIM TRANZITORIU LA FENOMENE PERIODICE

DE

C. ONU, SIMION OPRIŞOR şi TRAIAN GIOSAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 26—29 iunie 1958

1. Introducere

În cadrul laboratorului de Centrale electrice, a Institutului politehnic din Iaşi, s-a luat iniţiativa construirii unui model electric. În acest scop s-a trecut la procurarea echipamentului special de măsură, control şi reglaj, iar acolo unde nu s-a putut procura, s-a trecut la construirea lui.

Dintre mărimile care prezentau cea mai mare dificultate la măsurare era faza. Pentru a măsura diferenţa de fază în regim tranzitoriu, (la fenomene periodice), a fost nevoie de un fazmetru care să măsoare valoarea instantanee a fazei şi care să aibă totodată un consum practic neglijabil.

În cele ce urmează se consideră o tensiune periodică de amplitudine şi frecvenţă constante, luate ca referinţă, şi o tensiune periodică, de amplitudine şi frecvenţă variabilă.

Originea de fază pentru fiecare din tensiuni este marcată printr-un impuls.

Diferenţa de fază este marcată pe cale oscilografică, fiind unghiul la centru corespunzător arcului de cerc marcat pe ecranul oscilografului şi care durează un timp egal cu cel dintre lansarea celor două impulsuri.

Diferenţa de fază poate fi şi variabilă în timp.

Această metodă de măsurare oscilografică a fazei variabile în timp a fost adaptată pentru cercetarea regimurilor tranzitorii a tensiunilor şi curenţilor periodici din sistemele energetice.

În acest scop s-a trecut la realizarea unui ansamblu, prezentat în schema bloc (fig. 1), în care: *1* — redresor cu diode duble, *2* — amplifi-

cator, *3* — amplificator de impuls, *4* — redresor de impuls, *5* — multivibrator bistabil, *6* — defazor, *7* — oscilograf catodic.

Schema de principiu a fazmetrului cuprinde 10 lămpi: 2. 6C5, 4. 6K7, 1. 6N7, 2. 6X6, 1. 6L6 (fig. 2).

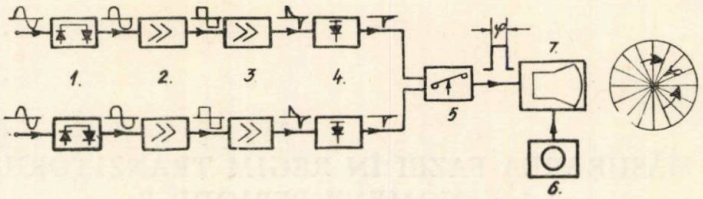


Fig. 1

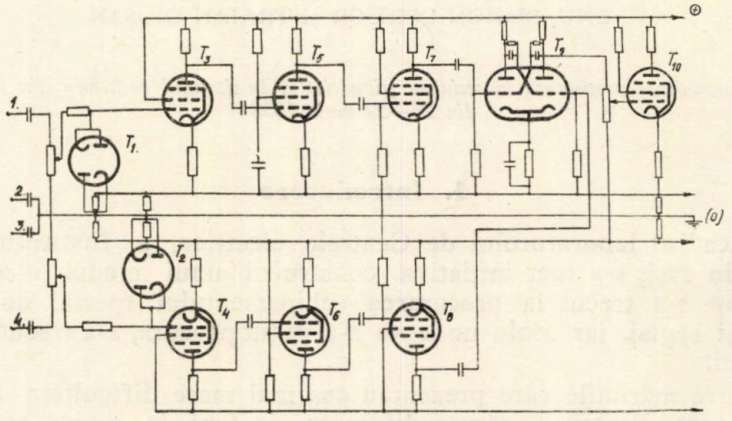


Fig. 2

2. Etajele schemei de principiu

a) *Etajul redresor cu diode duble.* Pentru aplatizarea tensiunilor de măsurat (fig. 3) aplicate la bornele de intrare (*1—2* şi *3—4*) se folosesc două diode duble, cu catode separate, montate ca în fig. 4, în care: C — capacitatea de intrare, ϱ — rezistenţa externă, r_i — rezistenţa internă echivalentă a elementului redresor.

Tensiunea redresată care se aplică, pentru amplificare, pe grilele tuburilor T_3 şi T_4 are forma arătată în fig. 5. Pentru a obţine o aplatizare corespunzătoare a tensiunii aplicate este necesar ca rezistenţa echivalentă r_i a elementului redresor să fie cît mai mică faţă de rezistenta ϱ a circuitului exterior.

b) *Etajul amplificator.* Pentru a obţine o tensiune de formă dreptunghiulară (fig. 6), am folosit un etaj amplificator (fig. 7) cu pentodă (tuburile T_3 şi T_4).

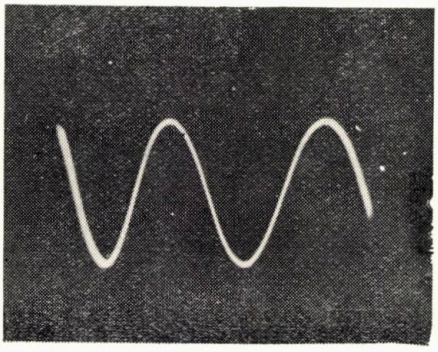


Fig. 3

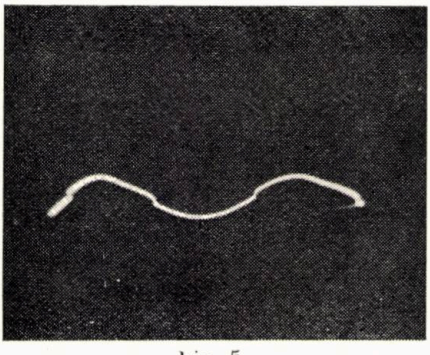


Fig. 5

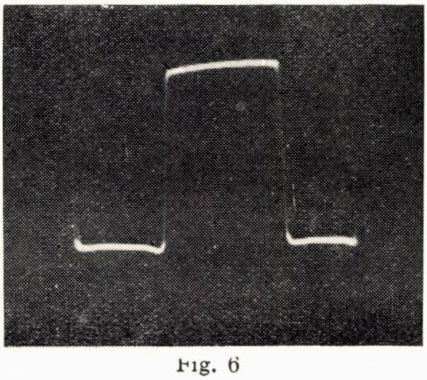


Fig. 6

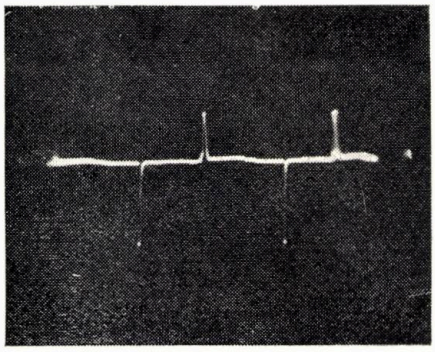


Fig 8

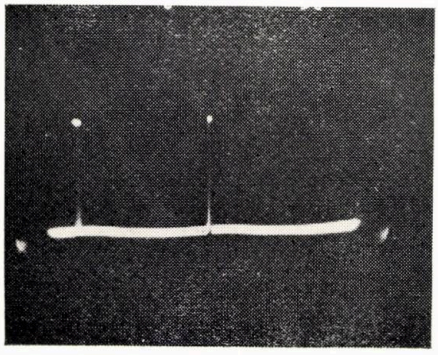


Fig. 9

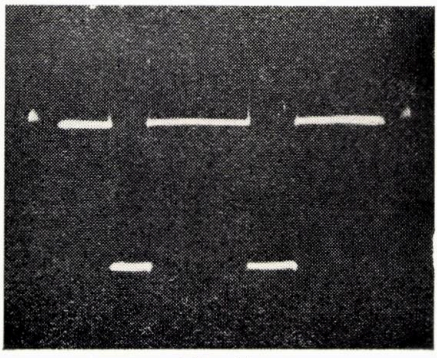


Fig. 11

c) *Etajul amplificator de impuls* (fig. 7). Acest etaj este format din două pentode (tuburile T_5 şi T_7). Prima (T_5) are rolul de a transforma semnalul din formă dreptunghiulară în formă de impuls (fig. 8), a doua (T_7) amplifică şi lasă să treacă numai vîrful de tensiune pentru o alternanţă (fig. 9). Aceasta se realizează dînd o negativare mare grilei de

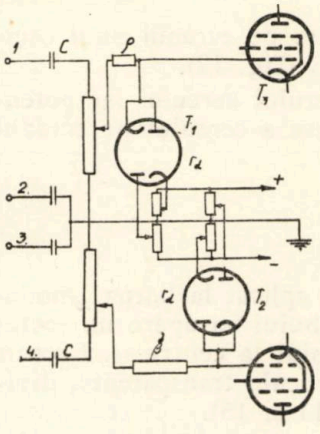


Fig. 4

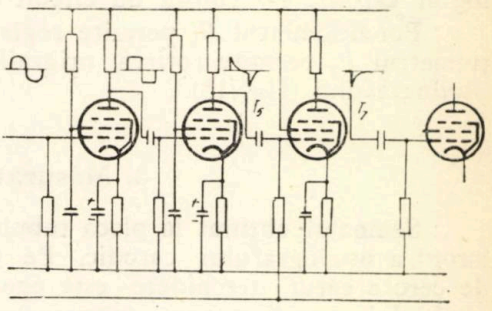


Fig. 7

comandă a lămpii. S-a căutat ca durata impulsului să fie cît mai mică în raport cu perioada T.

Alegînd valori convenabile pentru R şi C s-au obţinut forme de impuls, arătate în oscilograme, care sînt în fază cu tensiunile de la intrare.

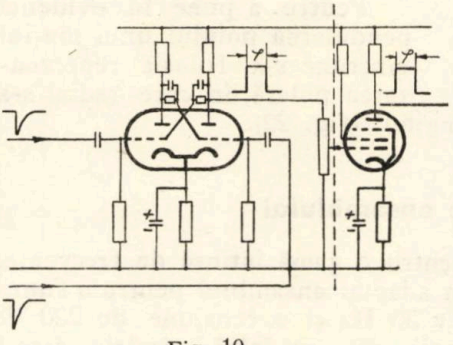


Fig. 10

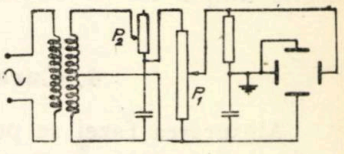


Fig. 12

d) *Etajul multivibrator bistabil.* Impulsurile provenite de la cele două linii de circuite, pentru prelucrarea tensiunilor de comparat, sînt aplicate unui multivibrator bistabil (fig. 10).

La ieşirea multivibratorului se obţine un semnal de formă dreptunghiulară. Lăţimea semnalului este egală cu defazarea celor două tensiuni de la intrare (fig. 11).

e) *Etajul amplificator de putere.* Semnalul de la multivibrator este aplicat pe grila de comandă a unei lămpi de putere (T_{10}), pentru ca sarcina să nu exercite o influenţă defavorabilă asupra funcţionării multivibratorului bistabil.

f) *Etajul defazor.* Pentru a produce un cerc pe ecranul unui oscilograf catodic s-a folosit un circuit defazor *RC* (fig. 12).

Potenţiometrul P_1 permite reglarea diametrului cercului iar potenţiometrul P_2 permite rotirea originii de înscriere a cercului pe ecranul osciloscopului (fig. 13).

3. Măsurarea fazei

Semnalul obţinut la placa tubului T_{10} este aplicat la borna „modulator" a osciloscopului catodic. Pe ecranul tubului va apare un sector de cerc a cărui deschidere este egală cu unghiul la centru φ. Lectura unghiului φ se face prin suprapunerea unei pelicule transparente, divizată în grade, pe ecranul tubului catodic (fig. 14 şi 15).

Pentru a mări precizia de lectură cercul este transformat, pe cale oscilografică, într-un cilindru cu repartiţie spaţială, reprezentat prin cît mai multe generatoare (fig. 16...20). Pentru ca precizia de lectură să fie repartizată uniform pe circumferinţă s-a folosit un sistem de înscriere a unghiului de fază pe ecranul tubului catodic, sub formă de plasă cu repartiţie uniformă în plan (fig. 21).

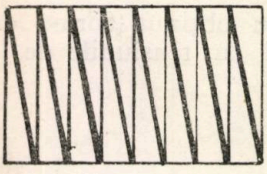


Fig 21

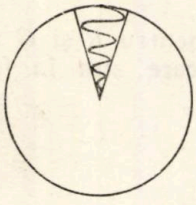


Fig. 22

Pentru a pune în evidenţă pendularea polului unei maşini sincrone s-a folosit reprezentarea polară, în care radial s-a înscris timpul iar pe circumferinţă—unghiul (fig. 22).

4. Caracteristicile ansamblului

Măsurarea fazei se poate face pentru o gamă întinsă de frecvenţe, tensiuni şi curenţi. În cazul nostru am adaptat ansamblul pentru o funcţionare la o frecvenţă de aproximativ 50 Hz şi o tensiune de 220 V, corespunzătoare frecvenţei şi tensiunii din modelul electric care-l urmărim.

Dacă se prevăd amplificatorare se pot măsura şi diferenţe de fază pentru tensiuni şi curenţi mici, iar dacă se prevăd reductoare, se pot măsura parametri de înaltă tensiune.

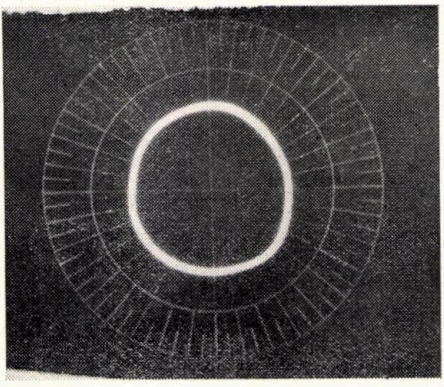


Fig. 13

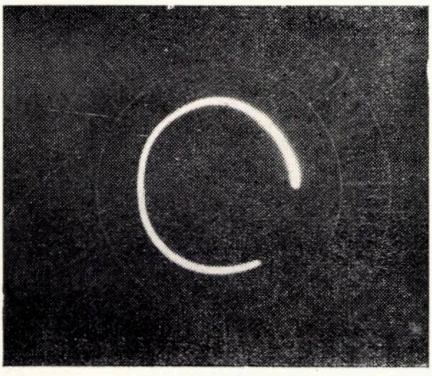


Fig. 14

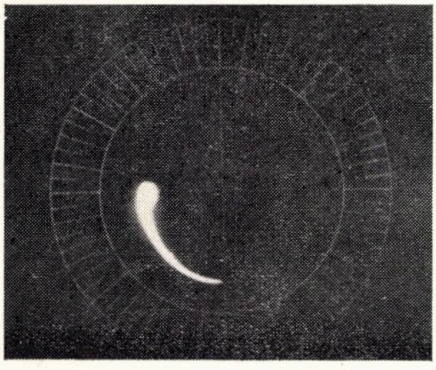


Fig. 15

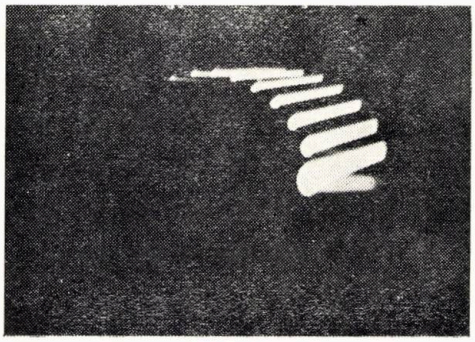


Fig. 17

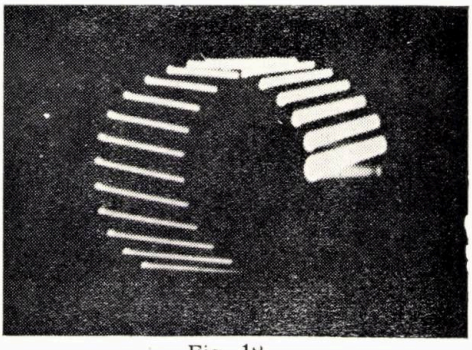


Fig. 18

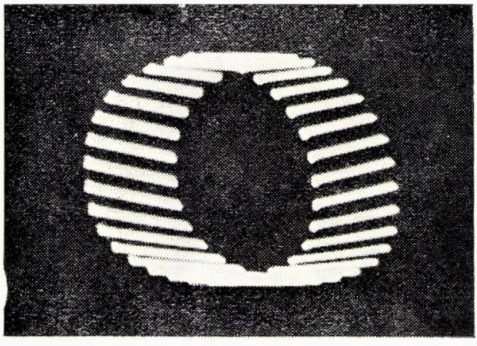


Fig. 19

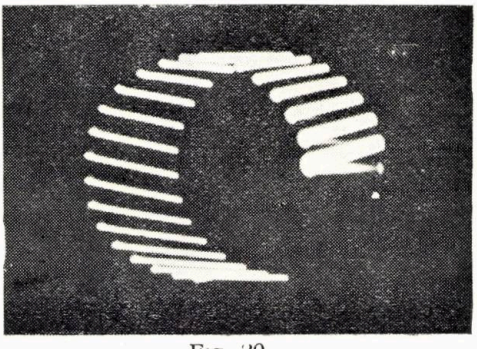


Fig. 20

Ansamblul măsoară diferența de fază cu o eroare de aproximativ un grad, depinzînd de viteza de desfășurare a procesului tranzitoriu. Precizia depinde mult de calitatea oscilografului folosit și de armonicele tensiunii aplicate de la rețea sau de la generatoarele tahometrice. Precizia lecturii se poate mări dacă se recurge la un sistem automat de înregistrare în timp a fenomenului tranzitoriu.

5. Aplicații

a) În laborator, în cadrul modelului electric, se pot face măsurători asupra stabilității statice și dinamice a sistemelor echivalente.

b) Se pot trasa cu ușurință caracteristicile fază-frecvență ale sistemelor de reglare automată.

c) Se poate determina de la un punct de dispecer al unui sistem energetic, gradul de încărcare a oricărui generator dintr-o centrală sau a unei centrale dintr-un sistem.

d) Se poate urmări modul în care răspund și se repartizează în prima fază a procesului tranzitoriu șocurile de sarcină asupra generatoarelor sau asupra centralelor.

6. Concluzii

Ansamblul măsoară cu suficientă precizie valorile instantanee ale diferențelor de fază pentru fenomene periodice în regim permanent și tranzitoriu, pentru o gamă întinsă de frecvențe, tensiuni și curenți.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de utilizări electrice,
Laboratorul de electronică industrială,

BIBLIOGRAFIE

1. Adamson C., El-Serafi M. S., Proc. of the Inst. of electr, eng., 1957, **104.**
2. Venikov V. A., Jukov L. A., *Procesele tranzitorii în sistemele electrice,* EES, Buc. 1954, (trad. din l. rusă).

ИЗМЕРЕНИЕ СДВИГА ФАЗЫ В ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССАХ ДЛЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

(Резюме)

Создана установка из сработаных в лаборатории, на электронных принципах, специальных аппаратов, позволяющих измерение статической и динамической устойчивостей эквивалентных систем.

Эта установка измеряет также, с достаточной точностью, мгновенные величины разниц сдвига фаз в устанавливающемся и переходном режимах для большего интервала частот, напряжений и токов.

LA MESURE DE LA PHASE DES PHÉNOMÈNES PÉRIODIQUES EN RÉGIME TRANSITOIRE

(Résumé)

Les Auteurs ont réalisé un montage, formé par des appareils d'un type spécial, réalisés dans le laboratoire, basés sur des principes électroniques, qui permet la mesure de la stabilité statique et dynamique des systèmes équivalents.

L'ensemble réalisé mesure avec une précision suffisante les valeurs instantanées des différences de phases en régime permanent et transitoire pour une gamme large de fréquences, tensions et courants.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

531.314.2

ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ С ТРЕНИЕМ И СОПРОТИВЛЕНИЕМ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМ КВАДРАТУ СКОРОСТИ

В. А. САПА

§ 1. *Введение*

В работе рассматривается движение точки, масса которой меняется от одновременного присоединения и отбрасывания частиц, в среде сопротивление которой пропорционально квадрату скорости точки и при наличии трения. В первом параграфе дается решение задачи для случая, когда абсолютные скорости изменяющихся частиц постоянны. Во втором параграфе дается решение задачи для случая когда относительные скорости изменяющихся частиц постоянны.

Так поставленная задача соответствует задаче о движении аэросаней или другого вида наземного транспорта с воздушно-реактивным двигателем.

§ 2. *Движение точки в случае постоянства абсолютных скоростей изменяющихся частиц*

Обобщенное уравнение Мещерского, описывающее такого вида движения точки переменной массы, можно записать:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k_3 v^2}{F} + \frac{dF}{dt}\cdot\frac{bu_2 - u_1}{(1-b)F} + \frac{dF}{dt}\cdot\frac{v}{F} - k_2 g\,, \tag{2.1}$$

где: k_2 — коэффициент трения, $k_3' = k_3 M_0$ — коэффициент сопротивления, $F = af + b$, $a = (1-b)$, $f(t)$ — монотонно убывающая от 1 до нуля (для полного выгорания массы точки) функция времени, характеризующая закон отбрасывания частиц, $1/b$ — постоянный коэффициент характеризующий увеличение массы отбрасываемых частиц, по сравнению с массой присоединяемых частиц, u_1, u_2 — абсолютные скорости соответственно отбрасываемых и присоединяемых частиц, (их мы считаем постоянными), g — ускорение силы тяжести.

Уравнение (2.1) является уравнением типа Риккати. Известно, что уравнение Риккати при произвольных коэффициентах к квадратурам не приводится. Выясним при каких условиях, налагаемых на коэффициенты уравнения (2.1), оно интегрируется в элементарных функциях или в функциях Бесселя.

Для чего, сделаем в уравнении (2.1) замену переменной

$$v = \frac{F}{k_3}\cdot\frac{1}{u}\cdot\frac{du}{dt}\,. \tag{2.2}$$

Тогда уравнение (2.1) перейдет в линейное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \frac{k_3}{F}\left[\frac{d\ln F}{dt}\cdot\frac{bu_2 - u_1}{(1-b)} - k_2 g\right]u\,. \tag{2.3}$$

Далее в уравнение (2.3) вместо переменной u введем новую переменную z определяемую выражением

$$u = \varphi^{1/2} z, \text{ где } \varphi = F^{-1/2} \int F^{-1/2}\, dt. \tag{2.4}$$

Заменим аргумент t полагая

$$z = z(x), \quad x = c \int F^{-1/2}\, dt, \tag{2.5}$$

где c — постоянная, которую подберем ниже.

После таких преобразований, дифференциальное уравнение (2.3) переходит в уравнение вида

$$x^2 \frac{d^2 z}{dx^2} + xB \frac{dz}{dx} + zA = 0. \tag{2.6}$$

В уравнение (2.6)

$$B = 1 - \dot{F} F^{-1/2} \int F^{-1/2}\, dt, \tag{2.7}$$

$$A = \left(\int F^{-1/2}\, dt \right)^2 \left(-\frac{1}{4} \ddot{F} + \frac{5}{16} \cdot \frac{\dot{F}^2}{F} + k_3 \frac{\dot{F}}{F} \cdot \frac{bu_2 - u_1}{b-1} + k_2 g k_3 \right) - \frac{1}{2} \dot{F} F^{-1/2} \int F^{-1/2}\, dt - \frac{1}{4}. \tag{2.8}$$

Если известно общее решение уравнения (2.6) $z(x)$, то изменение скорости точки со временем (общее решение дифференциального уравнения (2.1)) запишется

$$V = \frac{F}{uk_3} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} F^{-1/2} + c \frac{1}{z} \cdot \frac{dz}{dx} \right) = \frac{F^{1/2}}{k_3} \left[-\frac{1}{4} F^{-1/2} \dot{F} + \frac{1}{2} \left(\int F^{-1/2}\, dt \right)^{-1} + c \frac{1}{z} \cdot \frac{dz}{dx} \right]. \tag{2.9}$$

Из равенства (2.9) получаем закон движения точки в виде

$$S = -\frac{F}{uk_3} + \frac{1}{2k_3} \int F^{1/2} \left(\int F^{-1/2}\, dt \right)^{-1} dt + \frac{c}{k_3} \int F^{1/2} \frac{1}{z} \cdot \frac{dz}{dx}\, dt + c_1, \tag{2.10}$$

где c_1 — определяется начальными данными конкретной задачи.

Коэффициенты A, B дифференциального уравнения (2.6), как видно из (2.7), (2.8) от z не зависят, а определяются постоянными g, k_2, k_3, u_1, u_3, a, b и видом функции $f(t)$.

Если закон изменения массы отбрасываемых частиц и коэффициент b такие, что I. $A = c_3$, $B = c_2$, (коэффициенты A, B постоянны), то дифференциальное уравнение (2.6) будет уравнением Эйлера вида

$$x^2 \frac{d^2 z}{dx^2} + xc_2 \frac{dz}{dx} + c_3 z = 0. \tag{2.11}$$

Общий интеграл дифференциального уравнения (2.11) записывается

$$z = c_4 x^{(1-c_2+\mu)/2} + c_5 x^{(1-c_2-\mu)/2}, \text{ где } \mu = \sqrt{(1-c_2)^2 - 4c_3}, \tag{2.12}$$

$$z = x^{(1-c_2)/2} (c_4 + c_5 \ln x) \text{ при } (1-c_2) - 4c_3 = 0, \tag{2.13}$$

$$z = x^2 [c_4 \cos (s \ln x) + c_5 \sin (s \ln x)] \text{ при } (1-c_2)^2 - 4c_3 < 0, \tag{2.14}$$

тогда $r = (1-c_2)$, $s = \sqrt{4c_3 - (1-c_2)^2}$.

Выясним какой должна быть функция F, а с ней f и коэффициент b, чтобы коэффициент B был постоянным. Из вида (2.7) заключаем, что B будет постоянным в случаях :

1. $\dot{F}=0$, что возможно когда $f=\text{const}$. — соответствует движению точки с постоянной массой без реактивных сил, либо когда $b=1$. Секундный расход равен секундному приходу массы (движение с постоянной массой) но при реактивных силах одновременно неравных нулю, как и неравной ($u_1 \neq u_2$) нулю их разностью. Если $\dot{F}=0$, то $B=c_2=1$ и функция F, в этом случае, не определяется условием постоянства коэффициента B.

2. Когда F является неравным нулю решением уравнения

$$1-c_2=\dot{F}F^{-1/2}\int F^{-1/2}\,dt, \tag{2.15}$$

$$F=\left(\frac{2+k}{2k}\dot{F}_0 t+1\right)^{2k/(2+k)} \quad \text{где} \quad k=1-c_2, \tag{2.16}$$

посмотрим к чему приводит требование постоянства коэффициента A, определяемого (2.8) в случаях 1, 2.

В случае 1 равенство (2.8) переписывается

$$c_3=[-k_3 f(u_2-u_1)+k_2 k_3 g]\,t^2-1/4. \tag{2.17}$$

Из (2.17) получаем

$$c_3=-1/4, \quad f=[k_2 g/(u_2-u_1)]\,t+1. \tag{2.18}$$

Для того, чтобы f была монотонной убывающей от 1 до нуля (при полном излучении массы точки), или от 1 до ε, $0<\varepsilon<1$, (для неполного излучения массы точки) функцией необходимо выполнение неравенств $u_1>u_2$, $k_2 g/(u_1-u_2)<1$.

Отсюда случаем 1 описывается движение точки переменной массы когда закон отбрасывания частиц линейный (при $\alpha=k_2 g/(u_1-u_2)$), абсолютная скорость отбрасываемых частиц больше абсолютной скорости присоединяемых частиц, секундный приход равен секундному расходу массы. В рассматриваемом случае движение точки происходит с постоянной массой M_0, но реактивные силы как и их разность не равны нулю.

В случае 2 равенство (2.8) принимает вид

$$A=c_3=\frac{k^2 F}{\dot{F}^2}\left\{-\frac{1}{4}\cdot\frac{\dot{F}^2}{F}\left(\frac{k}{2}-1\right)\frac{1}{k}+\frac{5}{16}\cdot\frac{\dot{F}^2}{F}+k_3\frac{\dot{F}}{F}\cdot\frac{bu_2-u_1}{b-1}+k_2 k_3 g\right\}-\frac{k}{2}-\frac{1}{4}. \tag{2.19}$$

A, определяемое равенством (2.19), может быть постоянным в случаях:

а) $k=0$, тогда $c_3=-1/4$, $c_2=1$. Из вида F (2.16) получаем $F=1$. Это возможно при $b=1$ — случай рассмотренный выше. $b=0$, $f=1$ — движение точки постоянной массы без реактивных сил, ни присоединения ни отбрасывания частиц нет.

б) $k=-2$, тогда равенство (2.16) дает

$$F=e^{\dot{F}_0 t}=af+b, \quad f=\frac{1}{a}e^{\dot{F}_0 t}+\frac{b}{a}. \tag{2.20}$$

При $\dot{F}_0<0$ и $b=0$ получаем показательный закон излучения частиц и изменения массы точки.

Движение только с излучением частиц. В общем же случае при $\dot{F}_0<0$ — показательный закон изменения массы точки. Из равенства (2.19) с учетом (2.20) получаем

$$c_3=1 \text{ и } u_1=(b-1)[bu_2/(b-1)+qk_2/\dot{F}_0]. \tag{2.21}$$

Итак, при $k=-2$, $c_2=3$, $c_3=1$. Этим случаем описывается движение точки когда изменение массы ее происходит по показательному закону, а абсолютные скорости изменяющихся частиц связаны соотношением (2.21) (то есть для $\dot{F}<0$ абсолютная скорость отбрасываемых частиц больше произведения коэффициента b на абсолютную

скорость присоединяемых частиц). При $b = 0$ имеем случай движения точки переменной массы, масса которой меняется вследствие только излучения частиц, абсолютная скорость отбрасываемых частиц, коэффициент трения и коэффициент α связаны соотношением $u_1 = gk_2/\alpha$, $\alpha = \dot{F}_0$.

в) Условие (2.19) можно заменить эквивалентным равенством $c_3 = (3/16)k^2 - (k+1)/4$ и требованием постоянства абсолютной скорости отбрасываемых частиц определяемой выражением

$$u_1 = bu_2 + \frac{F^{(k+2)/(2k)}}{\dot{F}} k_2 k_3 g (b-1) \text{ или } u_1 = bu_2 + \frac{k_2 k_3 gF}{\dot{F}} (b-1), \tag{2.22}$$

либо $k_3 = 0$. Случай для нас не интересен так как он приводит к отказу от учета сил сопротивления.

u_1, определяемая выражением (2.22), может быть постоянной когда:

α) $k = 0$, $k = -2$, случай рассмотренные выше;

β) $k_2 = 0$, тогда $u_1 = bu_2$. Движение точки без трения когда реактивные силы от отбрасывания и присоединения частиц не равны нулю, а разность их равна нулю. В этом случае закон изменения массы отбрасываемых частиц может быть любым. Если силы сопротивления отсутствуют, движение происходит в идеальной среде, то такое движение точки переменной массы соответствует движению по инерции точки постоянной массы;

γ) $b = 1$, $\dot{F}_0 \neq 0$, случай аналогичный предыдущему;

δ) $b = 1$, $\dot{F} = 0$, $k = 2$, $c_2 = 1$, тогда легко получаем, что $u_1 = k_2 g/\alpha + u_2$ и $f = (1 - \alpha t)$ так как при $k = 2$, $F = \dot{F}_0 t + 1$ а при $f = (1 - \alpha t)$, $F = \alpha(b-1)t + 1$.

В этом случае закон изменения массы отбрасываемых частиц линейный, но масса точки не меняется, секундный приход и расход массы равны.

Заслуживает быть отмеченным то обстоятельство, что в рассмотренных случаях коэффициент сопротивления k_3 ни каким образом не влияет на выбор закона изменения массы и на величину скорости отбрасываемых частиц.

II. $$B = c_2, \quad A = c^2\left(\int F^{-1/2}\,dt\right)^2 + q, \tag{2.23}$$

где c, q — неопределенные пока постоянные.

При выполнении условий (2.23), уравнение (2.6) переходит в уравнение Бесселя вида

$$x^2\frac{d^2z}{dx^2} + c_2 x\frac{dz}{dx} + (x^2 + q)z = 0.$$

Решение уравнения (2.23) записывается

$$z = x^{(1-c_2)}\, z_\nu(x) \text{ при } \nu = \frac{1}{2}\sqrt{(1-c_2)^2 - 4q}, \tag{2.25}$$

где $z_\nu(x) = c_4 J_\nu(x) + c_5 Y_\nu(x)$, c_4, c_5 — произвольнне постоянные интегрирования, $J_\nu(x)$, $Y_\nu(x)$ — функции Бесселя первого и второго рода.

Используя формулы дифференцирования функций Бесселя, будем иметь

$$\frac{1}{z_\nu}\cdot\frac{dz_\nu}{dx} = \left(-\frac{\nu}{x}z_\nu + z_{\nu-1}\right)\frac{1}{z_\nu} = -\frac{\nu}{x} + \frac{J_{\nu-1}(x) + \varkappa Y_{\nu-1}(x)}{J_\nu(x) + \varkappa Y_\nu(x)}, \tag{2.26}$$

где $\varkappa$ — определяется начальной скоростью точки v_0.

Учтя выражение (2.26) и (2.9), (2.10) не стоит труда записать закон изменения скорости и закон движения точки. На основании тождества (2.8) условие (2.23) запишется в виде

$$\left(\int F^{-1/2}\,dt\right)^2\left(\ddot{F}-\frac{5}{4}\cdot\frac{\dot{F}^2}{F}-4k_3\frac{\dot{F}}{F}\cdot\frac{bu_2-u_1}{b-1}+4c_2^2-4k_2gk_3\right)+$$

$$+1+4q+2\dot{F}F^{-1/2}\int F^{-1/2}\,dt=0. \tag{2.27}$$

Получим несколько законов изменения массы и значений коэффициентов c_2, c, q, для которых выполняются условия (2.23), (2.27).

1) $c_2=1$, тогда для выполнения условия (2.27) необходимо чтобы $q=-1/4$, $b=1$, $c=\sqrt{k_3}$, $f=[(k_2g-1)/(u_2-u_1)]\,t+1$.

Чтобы f была монотонно убывающей от 1 до нуля функцией необходимо выполнение неравенств

$$-1<(k_2g-1)/(u_2-u_1)<0. \tag{2.28}$$

Либо если $f=1-\alpha t$, то

$$q=-1/4,\quad b=1,\quad c^2=k_2gk_3+u_1\alpha k_3-u_2\alpha k_3. \tag{2.29}$$

2) $B=c$ будет постоянной, если F определяется равенством (2.16). В рассматриваемом случае тождество (2.8), в силу условия (2.23), принимает вид

$$\frac{k^2F}{\dot{F}^2}\left[-\frac{1}{F}\cdot\frac{1}{4}\left(\frac{k}{2}-1\right)\frac{\dot{F}^2}{k}+\frac{5}{16}\cdot\frac{\dot{F}^2}{F}+k_3\frac{bu_2-u_1}{b-1}\cdot\frac{\dot{F}}{F}+k_2gk_3-c^2\right]-$$

$$-\frac{k}{2}-\left(q+\frac{1}{4}\right)=0. \tag{2.30}$$

Условие (2.30) будет выполненно если только при

$\alpha)$ $k=-2$ и $c_2=3$ будет $q=-1$, $F=e^{\dot{F}_0t}$

$$c^2=[k_3\dot{F}_0(bu_2-u_1)+(b-1)k_2k_3g]/(b-1). \tag{2.31}$$

В случае $\alpha)$ имеем показательный закон изменения массы точки.

$\beta)$ $k=2$ и $c_2=-1$ будет

$$q=(k_3/\dot{F}_0).[(bu_2-u_1)/(b-1)],\quad F=\dot{F}_0t+1,\quad f=(\dot{F}_0/a)t+1,\quad c^2=k_2gk_3. \tag{2.32}$$

Ясен случай когда имеем линейный закон изменения массы отбрасываемых частиц. В общем же случае $\beta)$ имеем линейный закон изменения массы точки.

$\gamma)$ k — произвольно и $c_2=1-k$, $q=(3/16)k^2-(k+1)/4$, $c^2=k_2gk_3$, $bu_2=u_1$, F определяется выражением (2.16).

§ 3. *Относительные скорости отбрасываемых и присоединяемых частиц постоянны*

Обобщенное уравнение Мещерского, описывающее движение рассматриваемой нами точки переменной массы в этом случае будет иметь вид

$$\frac{dv}{dt}=-\frac{k_3v^2}{F}+\frac{dF}{dt}\cdot\frac{1}{F}\cdot\frac{bv_{r1}-v_{r2}}{b-1}-k_2g. \tag{3.1}$$

Обозначения в уравнение (3.1) такие же как и в первом параграфе, а v_{r1} — относительная скорость отбрасываемых частиц, v_{r2} — относительная скорость присоединяемых частиц. Считаем, что v_{r1} и v_{r2} постоянны.

Уравнение (3.1) является также как и (2.1) уравнением типа Риккати.

После преобразований и замены переменных в уравнении (3.1), аналогичным тем которые мы проделывали с уравнением (2.1) при получении уравнения (2.6), будем иметь

(3.2) $$x^2\frac{d^2z}{dx^2}+x\frac{dz}{dx}+A_1z=0,$$

где

(3.3) $$A_1=\left(-\frac{1}{4}\ddot{F}+\frac{1}{16}\cdot\frac{\dot{F}^2}{F}+k_3\frac{\dot{F}}{F}\cdot\frac{bv_{r_2}-v_{r_1}}{b-1}+k_2gk_3\right)\left(\int F^{-1/2}\,dt\right)^2-\frac{1}{4}.$$

Если известно общее решение дифференциального уравнения (3.3), то решение (3.1) $v(t)$ запишется в виде (2.9), а закон движения точки, в виде (2.10).

Когда закон изменения массы отбрасываемых частиц и коэффициент b такие, что:

I. $A_1=\text{const}=h$, то дифференциальное уравнение (3.2) будет уравнением Эйлера вида

(3.4) $$x^2\frac{d^2z}{dx^2}+x\frac{dz}{dx}+hz=0.$$

Общие интегралы этого уравнения нами приведены в § **2.** Они выражаются формулами (2.12), (2.13), (2.14).

1) В случае линейного закона изменения массы отбрасываемых частиц $f=1-at$, чтобы условие (3.3) имело место, достаточно чтобы

(3.5) $$h=-1/4,\quad b=1,\quad v_{r_1}=v_{r_2}+k_2g/a.$$

2) Если закон изменения массы отбрасываемых частиц показательный, то условие (3.3) будет выполнено если

(3.6) $$h=-1,\quad b=0,\quad v_{r_1}=k_2g/a.$$

В рассмотренном случае движение точки переменной массы происходит только при отбрасывании частиц, присоединения их нет.

(3.7) II. $$A_1=c^2\left(\int F^{-1/2}\,dt\right)^2+q,$$

где c, q — неопределенные постоянные.

При выполнении условия (3.7) уравнение (3.2) переходит в уравнение Бесселя вида

(3.8) $$x^2\frac{d^2z}{dx^2}+x\frac{dz}{dx}+(x^2+q)z=0.$$

Уравнение (3.8) типа (2.24) и общее решение его записывается в виде (2.25) при $\nu^2=-q$.

Для записи решения уравнения (3.1) и закона движения точки необходимо воспользоваться выражением (2.26) и равенствами (2.9), (2.10).

На основании (3.3) условие (3.7) перепишется

(3.9) $$\left(\int F^{-1/2}\,dt\right)\left[\ddot{F}-\frac{1}{4}\cdot\frac{\dot{F}^2}{F}-4\frac{\dot{F}}{F}\cdot\frac{bv_{r_2}-v_{r_1}}{b-1}-4(k_2gk_3-c^2)\right]+1+4q=0.$$

Получим для некоторых значений коэффициентов c и q законы изменения массы точки удовлетворяющие условию (3.12):

1) $q=-1$, $c^2=k_3\{k_2g+[(bv_{r_2}-v_{r_1})/(1-b)]\,\alpha\}$. В этом случае, для того чтобы тождество (3.9) имело место, необходимо чтобы закон изменения массы точки был показательный

(3.10) $$F=e^{-\alpha t}.$$

Закон же изменения массы отбрасываемых частиц должен иметь вид

(3.11) $$f=(e^{-\alpha t}-b)/a.$$

2) $q = 4b\,(v_{r_2} - v_{r_1}) / [a\,(1 - b)]$, $c^2 = k_2 k_3 g$. Закон изменения массы точки должен быть, для выполнения тождества (3.9), линейным, $F=(1 - at)$, а закон изменения массы отбрасываемых частиц, в виде

$$f = (1 - at + b) / a. \tag{3.12}$$

Для того, чтобы индекс функции Бесселя был действителен необходмо, чтобы

$$v_{r_1} > bv_{r_2}. \tag{3.13}$$

3) Если закон изменения массы отбрасываемых частиц линейный, $f = (1 - at)$, то для удовлетворения тождества (3.9) необходимо, чтобы

$$q = 4k_3\,(bv_{r_2} - v_{r_1}) / [a\,(1 - b)^2], \quad v_{r_1} > bv_{r_2}, \quad c^2 = k_2 k_3 g. \tag{3.14}$$

Заметим, что мы как и в первом так и во втором параграфах привели только некоторые из возможных значений коэффициентов и законов изменения массы точки удовлетворяющих требуемым условиям.

Поступила 31 I 1960 г.

Казахский Государственный Университет им. С. М. Кирова, Алма-Ата, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Космодемьянский А. А, Тарг С. М., Гольцман В. К., *Курс теоретической механики*, В.В.И.А. им. Жуковского, 1954 г.
2. Белецкий В. В., ПММ, 1956, **XX**, *4*.

SOPRA IL MOTO DI UN PUNTO DI MASSA VARIABILE, TENENDOVISI CONTO DELL'ATTRITO E DELLA RESISTENZA DELL'AMBIENTE PROPOZIONALE AL QUADRATO DELLA VELOCITÀ

(Sunto)

L'Autore considera il moto di un punto materiale con massa variabile. La variazione di essa massa si produce come risultato dell'associazione e delle dissociazione dei particoli. Il moto si considera svolgendosi in un ambiente ove resistenza vi è proporzionale col quadrato della velocità ed il moto ne ha luogo in presenza dell'attrito.

Nel paragrafo introduttivo si espongono le considerazioni generali d'inquadramento del problema proposta ad essere risoto.

Nel paragrafo secondo si studia il problema formulato qui sopra nell'ipotesi che vi rimangono costanti le velocità assolute dei particoli associati e dissociati.

Nel paragrafo terzo si studia il medesimo problema in cui si suppongono costanti le velocità relative dei particoli associati a dissociati mentovati.

Si sottolinea infine l'interesse che ne può avere il problema trattato per lo studio del moto delle slitte provviste di un'elica oppure di vari altri veicoli terrestri a turboreattore oppure ai motori ai razzi.

ASUPRA MIŞCĂRII UNUI PUNCT MATERIAL CU MASĂ VARIABILĂ, ÎN PREZENŢA FRECĂRII ŞI A REZISTENŢEI PROPORŢIONALE CU PATRATUL VITEZEI

(Rezumat)

Autorul consideră mişcarea unui punct material cu masă variabilă. Variaţia masei se produce ca rezultat al asocierii simultane precum şi a disocierii particulelor. Mişcarea se consideră într-un mediu în care rezistenţa este proporţională cu patratul vitezei şi are loc în prezenţa frecării.

În introducere se expun premizele inițiale ce stau la baza problemei formulate și tratate mai sus.

În paragraful al doilea se studiază problema de mai sus în ipoteza că sînt constante vitezele absolute ale particulelor asociate și disociate.

În paragraful al treilea se studiază aceeași problemă în cazul în care sînt constante vitezele relative ale particulelor asociate și disociate.

În încheiere se subliniază faptul că problema tratată corespunde, în particular, la problema de mișcare a săniilor cu elice sau la problema de mișcare a altor vehicule terestre prevăzute cu turboreactoare sau cu alte motoare cu reacție.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

531.25

REZOLVAREA GRAFICĂ A UNOR PROBLEME DE GEOMETRIA MASELOR SPAŢIALE

DE

N. IRIMICIUC

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

În această lucrare se indică procedeele grafice, bazate pe „metoda coordonatelor vectoriale cilindrice" elaborată de noi, de determinare a momentelor statice şi a momentelor de inerţie ale corpurilor oarecare în spaţiu, dar care pot fi descompuse într-un număr determinat de corpuri omogene simple, cărora li se cunosc volumele şi poziţiile centrelor de greutate.

2. Determinarea momentelor statice

Momentul static faţă de un pol oarecare, al unui corp care poate fi împărţit în corpuri simple omogene de volume V_ν, este dat de vectorul definit prin expresia $\bar{S}_0 = \int_V \varrho \bar{r}\, dV = \sum_\nu \int_{V_\nu} \varrho_\nu \bar{r}\, dV$, avînd, în cazul cînd polul se găseşte în planul reprezentării, componentele cilindrice:

$$(1)\qquad \begin{cases} \bar{S}_{0c} = \int_V \varrho \bar{r}_c\, dV = \sum_\nu \int_{V_\nu} \varrho_\nu \bar{r}_c\, dV = \sum_\nu \varrho_\nu V_\nu \bar{r}_{G_{\nu c}}, \\ \bar{S}_{0a} = \int_V \varrho \bar{r}_a\, dV = \sum_\nu \int_{V_\nu} \varrho_\nu \bar{r}_a\, dV = \sum_\nu \varrho_\nu V_\nu \bar{r}_{G_{\nu a}}. \end{cases}$$

În cazul cînd corpul este omogen relaţiile (1) se pot scrie:

$$(1')\qquad \bar{S}_{0c} = \varrho \sum_\nu V_\nu \bar{r}_{G_{\nu c}} = \varrho \bar{S}_{g_{0c}}, \quad \bar{S}_{0a} = \varrho \sum_\nu V_\nu \bar{r}_{G_{\nu a}} = \varrho \bar{S}_{g_{0a}},$$

$\bar{S}_{g_{0c}}$ şi $\bar{S}_{g_{0a}}$ fiind componentele cilindrice ale momentului static polar geometric. Se observă însă că momentul $\bar{S}_{g_{0c}}$ se prezintă ca momentul static polar, în planul reprezentării, al unui sistem de puncte, format din proiecţiile pe acest plan ale centrelor de greutate parţiale ale corpului, în care ar fi concentrate masele porţiunilor corpului, proporţionale cu volumele respective. Acest moment va putea fi determinat compunînd geometric momentele statice faţă de două axe Δ_1 şi Δ_2, perpendiculare

situate în planul reprezentării şi trecînd prin polul considerat, momente ce vor putea fi determinate, la rîndul lor, cu ajutorul unor construcţii grafice analoge celor folosite în cazul plan, adică cu ajutorul unor poligoane funiculare, considerînd vectorii proporţionali, de astă dată, cu volumele corpurilor parţiale.

Momentul static faţă de planul reprezentării, considerat ca moment static faţă de o axă din planul reprezentării trecînd prin pol, al sistemului de puncte coliniare formate din proiecţiile pe axa reprezentării a centrelor parţiale de greutate, avînd concentrate în ele masele respective, va fi determinat prin construcţia unui alt poligon funicular, considerînd în poligonul vectorial, vectorii, proporţionali cu volumele parţiale, paraleli la planul reprezentării.

3. Determinarea momentelor de inerţie

Considerînd polul situat în planul reprezentării, momentul de inerţie polar al unui solid omogen, ce poate fi împărţit într-un număr determinat de corpuri simple, cărora li se cunosc volumele şi poziţiile centrelor de greutate, va fi egal cu suma momentelor de inerţie faţă de planul reprezentării şi faţă de axa reprezentării, anume, $I_0 = I_\Delta + I_\pi$.

Dacă se notează cu $I_{\Delta G_\nu}$ momentul de inerţie al corpului simplu cu numărul de ordine ν, în raport cu o axă paralelă la axa reprezentării şi trecînd prin centrul de greutate al corpului respectiv, cu $I_{\pi G_\nu}$ — momentul de inerţie al corpului în raport cu un plan paralel la planul reprezentării şi conţinînd centrul de greutate G_ν, şi cu $\bar{r}_{G_{\nu c}}$ şi $\bar{r}_{G_{\nu a}}$ — componentele cilindrice ale vectorului de poziţie al centrului de greutate G_ν în raport cu polul considerat iniţial, se obţin relaţiile:

$$(2) \qquad I_\Delta = \sum_\nu I_{\Delta G_\nu} + \sum_\nu V_\nu \bar{r}^2_{G_{\nu c}}, \quad I_\pi = \sum_\nu I_{\pi G_\nu} + \sum_\nu V_\nu \bar{r}^2_{G_{\nu a}}.$$

Se observă că atît momentul de inerţie axial al corpului cît şi cel planar rezultă din adunarea a cîte două sume de momente de inerţie, dintre care primele sume din fiecare relaţie conţin în general termeni cunoscuţi pentru marea majoritate a corpurilor geometrice simple iar celelalte sume reprezintă, în prima relaţie, momentul de inerţie polar al unui sistem de puncte materiale situate în planul reprezentării, constituit din proiecţiile pe acest plan ale centrelor de greutate ale părţilor componente, considerîndu-se concentrate în ele masele lor, proporţionale cu volumele respective, iar în a doua relaţie — momentul de inerţie faţă de pol al unui sistem de puncte coliniare, reprezentate de proiecţiile pe axa reprezentării a centrelor de greutate parţiale, masele parţiale, proporţionale cu volumele respective, fiind considerate de asemenea concentrate în aceste puncte.

Rezultă, în acest caz, că aceste ultime două sume vor putea fi determinate folosind procedeele grafice cunoscute pentru cazul plan.

Se vor construi deci două poligoane funiculare pentru determinarea sumei $\sum_\nu V_\nu \bar{r}^2_{G_{\nu c}}$, momentul de inerţie axial fiind dat atunci de:

(3) $$I_{\Delta} = \sum_{\nu} I_{\Delta G_\nu} + 2\sigma_L^2 \sigma_V H(S_1 + S_2 + S_{s_1} + S_{s_2}),$$

unde σ_V și σ_L sînt, respectiv, scările de reprezentare a distanțelor și volumelor, H — distanța polară din poligonul vectorial, S_1 și S_2 — ariile cuprinse între laturile celor două poligoane funiculare și două axe Δ_1 și Δ_2 perpendiculare și trecînd prin proiecția pe planul reprezentării a centrului de greutate al corpului, una din ele fiind paralelă la vectorii din poligonul vectorial, iar S_{s_1} și S_{s_2} — ariile suplimentare, determinate de laturile extreme ale acelorași poligoane funiculare, cu două drepte paralele la Δ_1 și Δ_2, dar trecînd de astă dată prin polul O.

Pentru determinarea sumei $\sum_{\nu} V_\nu \bar{r}^2_{G_{\nu a}}$ se va executa într-un plan axial un nou poligon funicular, construind vectorii, avînd mărimile egale cu V_ν, perpendiculari pe axa reprezentării, momentul de inerție planar fiind dat de relația:

(4) $$I_{\pi} = \sum_{\nu} I_{\pi G_\nu} + 2\sigma_L^2 \sigma_V H_a (S_a + S_{s_a}),$$

H_a fiind noua distanță polară, S_a — aria cuprinsă între laturile poligonului funicular și o dreaptă trecînd prin proiecția axială a centrului de greutate și paralelă la planul reprezentării iar S_{s_a} — aria suplimentară, cuprinsă între laturile extreme ale poligonului funicular și dreapta de intersecție a planului axial cu planul reprezentării.

4. Determinarea momentului de inerție al unui corp față de o axă oarecare, formînd cu planul reprezentării unghiul ψ_A

Dacă axa Δ este determinată prin cunoașterea vectorului de poziție al unui punct 0 al ei $\bar{r}'_0 = r'_{0c} u^r_{\theta_{01}} + r'_{0a} \bar{n}$ și a versorului ei $\bar{u} = \cos \psi_\Delta \bar{u}_{\theta^\Delta} + \sin \psi_\Delta \bar{n}$ și se cunoaște de asemenea vectorul de poziție $\bar{r}_G$ al centrului de greutate în raport cu punctul 0, atunci momentul de inerție față de axa Δ va fi dat de relația:

(5) $$\mathcal{J}_\Delta = M(\bar{r}_G \times \bar{u})^2 + \mathcal{J}_{\Delta_G} = M(\bar{r}_G \times \bar{u})^2 + \mathcal{J}_1 + \mathcal{J}_{II} \cos^2 \psi_\Delta - \mathcal{J}_{III} \sin 2\psi,$$

unde: $\mathcal{J}_I = \mathcal{J}_{G_a} \sin^2 \psi_\Delta + \mathcal{J}_{\pi G} \cos^2 \psi_\Delta$, $\mathcal{J}_{II} = \mathcal{J}_{\pi_{a_1}} \cos^2 \theta^\Delta + \mathcal{J}_{\pi_{a_2}} \sin^2 \theta^\Delta - 2\mathcal{J}_2 \sin \theta^\Delta \cos \theta^\Delta$, $\mathcal{J}_{III} = \sqrt{\mathcal{J}^2_{1a} + \mathcal{J}^2_{2a}} \sin [\theta^\Delta + \text{arc tg } (\mathcal{J}_{1a}/\mathcal{J}_{2a})]$, $\mathcal{J}_{Ga}$ fiind momentul de inerție al corpului față de o axă Δ_{G_a}, paralelă la axa reprezentării și trecînd prin centrul de greutate, $\mathcal{J}_{\pi_G}$ — momentul de inerție al corpului față de un plan paralel la planul reprezentării conținînd centrul de greutate, $\mathcal{J}_{\pi_{a_1}}$ și $\mathcal{J}_{\pi_{a_2}}$ — momentele de inerție ale corpului față de planele trecînd prin centrul de greutate al corpului, conținînd paralela Δ_{G_a} la axa reprezentării dusă prin acest centru și cîte o dreaptă situată în planul reprezentării, una Δ_{G_1}, paralelă la axa origine pentru unghiuri, alta, Δ_{G_2},

perpendiculară pe ea, iar $\mathcal{J}_{12}$, $\mathcal{J}_{1a}$ şi $\mathcal{J}_{2a}$ fiind momentele centrifugale ale corpului respectiv faţă de axele $(\Delta_{G_1}, \Delta_{G_2})$, $(\Delta_{G_1}, \Delta_{G_a})$ şi $(\Delta_{G_2}, \Delta_{G_a})$.

Considerînd elipsa (E_I):

$$\mathcal{J}_{\pi_G} \xi^2 + \mathcal{J}_{G_a} \eta^2 = 1, \tag{6}$$

momentul $\mathcal{J}_I$, corespunzător unui unghi ψ_Δ, va fi dat de relaţia:

$$\mathcal{J}_I = 1 / r_I^2, \tag{7}$$

r_I fiind raza vectoare corespunzătoare unghiului ψ_Δ dat.

Considerînd de asemenea elipsa (E_{II}):

$$\mathcal{J}_{\pi_{a1}} x^2 + \mathcal{J}_{\pi_{a2}} y^2 - 2\mathcal{J}_{12} xy = 1, \tag{8}$$

momentul de inerţie va fi dat de relaţia:

$$\mathcal{J}_{II} = 1 / r_{II}^2, \tag{9}$$

r_{II} fiind raza vectoare corespunzătoare unghiului θ^Δ dat.

În fine, considerînd în cercul de rază egală cu $\sqrt{\mathcal{J}_{1a}^2 + \mathcal{J}_{2a}^2}$, unghiul la centru avînd mărimea egală cu suma $\theta + \varphi = \theta + \operatorname{arc\,tg}(\mathcal{J}_{1a} / \mathcal{J}_{2a})$, momentul $\mathcal{J}_{III}$ va fi dat de lungimea h a perpendicularei dusă din extremitatea arcului corespunzător, pe diametrul care trece prin originea lui.

În consecinţă, momentul $\mathcal{J}_{\Delta_G}$ va fi dat de relaţia:

$$\mathcal{J}_{\Delta_G} = 1/r_I^2 + (1/r_{II}^2) \cos^2 \psi_\Delta - h \sin 2\psi, \tag{10}$$

putînd fi obţinut prin construcţia a două elipse de inerţie şi a unui cerc, construcţiile reducîndu-se pentru cazul plan ($\psi_\Delta = 0$ şi $\mathcal{J}_{\pi_G} = 0$) numai la cunoscuta elipsă E_{II}.

Institutul politehnic, Iaşi
Catedra de mecanică şi organe de maşini

BIBLIOGRAFIE

1. Bălan Şt., Beiu-Paladi E., *Curs de Mecanică*, Lit. MIC, Buc., 1957.
2. Buzdugan Gh., *Curs de Rezistenţa materialelor*, Ed. Tehn., Buc., 1 56.
3. Irimiciuc N., Klepper I., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *3–4*, pp. 304—305.

ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ МАСС В ПРОСТРАНСТВЕ

(Резюме)

Даются графические методы определения моментов статических и аксиальной инерции пространственных тел.

LA RÉSOLUTION GRAPHIQUE DE QUELQUES PROBLÈMES DE LA GÉOMÉTRIE DES MASSES DANS L'ÉSPACE

(Résumé)

Dans cette Note sont indiqués les procédés graphiques de détermination des moments statiques et des moments d'inertie des corps spatiaux.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

531.25

ASUPRA PROBLEMEI REDUCERII FORŢELOR DE INERŢIE ALE UNUI SOLID ÎN MIŞCARE GENERALĂ

DE
N. IRIMICIUC

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

Pentru a se putea lucra în diferitele construcţii grafice, în care vor interveni forţe şi momente, tot la scara lungimilor, se introduc de la început noţiunile de forţă de inerţie redusă şi de moment de inerţie redus, noţiuni definite în sensul lui Federhofer [1] prin relaţiile:

$$\text{(I)}\quad \begin{cases} \bar{f}^i = \bar{F}^i/(M\Omega_0^2) = -[\bar{a}_0 + \bar{\varepsilon}\times\bar{r}_G + \bar{\omega}\times(\bar{\omega}\times\bar{r}_G)] = -\bar{a}_G, \\ \bar{\mathfrak{m}}^i = \bar{\mathfrak{M}}^i/(M\Omega_0^2) = -\left\{\bar{r}_G\times\bar{a}_0 + \int\limits_V \bar{r}\times(\bar{\varepsilon}\times\bar{r})\,dm + \int\limits_V \bar{r}\times(\varepsilon\times\bar{r})\,dm + \right. \\ \qquad\qquad \left. + \int\limits_V \bar{r}\times[\bar{\omega}\times(\bar{\omega}\times\bar{r})]\,dm\right\}, \end{cases}$$

unde: M — masa solidului, Ω_0 — o viteză unghiulară cunoscută, (obişnuit a organului conducător), $\bar{a}_0$ — acceleraţia redusă a polului, $\bar{a}_G$ — acceleraţia redusă a centrului de greutate al solidului, $\bar{\omega}$ — vectorul viteză unghiulară redusă, $\bar{\varepsilon}$ — vectorul acceleraţie unghiulară redusă, $\bar{r}$ şi $\bar{r}_G$ — vectorii de poziţie în raport cu polul invariabil O, legat de solid, al unui punct curent al solidului, respectiv al centrului de greutate al său.

Vectorilor $\bar{f}^i$ şi $\bar{\mathfrak{m}}^i$ le corespund componentele cilindrice:

$$\text{(I')}\quad \begin{cases} \bar{f}_c^i = -a_{G_c},\ \bar{f}_a^i = -a_{G_a}, \\ \bar{\mathfrak{m}}_c^i = -\int\limits_V \bar{r}_{G_a}\times[\bar{a}_{O_c} + \bar{\varepsilon}_c\times\bar{r}_a + \bar{\varepsilon}_a\times\bar{r}_c + (\bar{\omega}\bar{r})\,\bar{\omega}_c - \bar{\omega}^2\bar{r}_c]\,dm - \\ \qquad\qquad - \int\limits_V \bar{r}_{G_c}\times[\bar{a}_{O_a} + \bar{\varepsilon}_c\times\bar{r}_c + (\bar{\omega}\bar{r})\,\bar{\omega}_a - \bar{\omega}^2\bar{r}_a]\,dm, \\ \bar{\mathfrak{m}}_a^i = -\int\limits_V \bar{r}_{G_c}\times[\bar{a}_{O_c} + \bar{\varepsilon}_c\times\bar{r}_c + (\bar{\omega}\bar{r})\,\bar{\omega}_c - \bar{\omega}^2\bar{r}_c]\,dm. \end{cases}$$

În modul acesta sistemul forţelor de inerţie al solidului se reduce într-un punct oarecare, în particular în centrul de greutate al solidului, la următorul sistem de vectori:

a) forţa axială $\overline{f}_a^i$,

b) forţa coplanară $\overline{f}_{G_c}^i$, situată într-un plan paralel la planul reprezentării.

c) momentul coplanar $\overline{m}_c^i$, situat într-un plan paralel la planul reprezentării.

d) momentul axial $\overline{m}_a^i$.

Sistemul format însă din forţa $\overline{f}_{G_c}^i$, aplicată în centrul de greutate al solidului şi de momentul $\overline{m}_a^i$, poate fi înlocuit cu o singură forţă, situată în planul paralel la planul reprezentării conţinînd centrul de greutate, cu suportul determinant prin ecuaţia:

$$\overline{r}_c = \lambda\, \overline{f}_c^i + \overline{f}_c^i \times \overline{m}_{G_a}^i / f_c^{i2}. \tag{1}$$

Astfel, sistemul forţelor de inerţie ale solidului se reduce la un sistem format din:

a) forţa axială $\overline{f}_a^i$, aplicată în centrul de greutate,

b) forţa coplanară $\overline{f}_c^i$, ca vector alunecător într-un plan paralel cu planul reprezentării,

c) momentul coplanar $\overline{m}_c^i$.

În cele ce urmează se efectuează calculele pentru reducerea forţelor inerţie, în următoarele două cazuri:

a) *Cazul barei cu extremităţile situate pe curbe spaţiale prestabilite*

În ipoteza neglijării mişcării de rotaţie în jurul axei barei, vectorii de mai sus au expresiile:

$$\text{(II)}\quad \begin{cases} \overline{f}_c^i = -\overline{a}_{G_c}, \text{ cu suportul situat la distanţa} \\ \qquad d = (r_G/r_{01})^2 (r_{01_c} a_{01_c}/a_{G_c}) \sin(\theta_{01}^a - \theta_{01}^r), \\ \overline{f}_a^i = -\overline{a}_{G_a}, \\ \overline{m}_{G_c}^i = -(r_G/r_{01})^2 (\overline{r}_{01} \times \overline{a}_{01})_c = -(r_G/r_{01})^2 [r_{0_{1c}} a_{01_a} \overline{u}_{\theta_{01}^r - \pi/2} + \\ \qquad + r_{01_a} a_{01_c} \overline{u}_{\theta_{01}^a + \pi/2}], \end{cases}$$

$\bar{a}_{01_c}$ și $\bar{a}_{01_a}$ fiind componentele cilindrice ale acceleraţiei $\bar{a}_{01}$ a extremităţii P_1 a barei, în mişcarea relativă faţă de extremitatea P_0 a ei, avînd mişcare comandată, iar $\bar{r}_G$ fiind vectorul de poziţie al centrului de greutate în raport cu polul P_0.

b) *Cazul solidului rigid, cu două puncte situate pe curbe spaţiale prestabilite şi cu un al treilea punct silit să rămînă pe o suprafaţă dată.*

Considerînd legat de solid un sistem de axe cu originea în punctul P_0, avînd mişcare comandată, cu axa Ox_1 orientată după linia ce uneşte punctele P_0 şi P_1, şi cu axa Ox_2 situată în planul celor trei puncte date, sistemul forţelor de inerţie se reduce la sistemul de vectori:

$$\text{(III)} \quad \begin{cases} \text{forţa coplanară } \bar{f}_c^i = -\bar{a}_{G_c}, \\ \text{forţa axială } \bar{f}_a^i = -\bar{a}_{G_a}, \\ \text{momentul coplanar } \bar{m}_{G_c}^i = -\mathcal{J}_{ij}[\varepsilon_i a_{jc}\bar{u}_{0_j^\tau} + \omega_i(\omega_c a_{ja}\bar{u}_{0^\omega - \pi/2} + \\ \qquad + \omega_a a_{jc}\bar{u}_{0_j^{\tau+\pi/2}})]/M, \ (i, j = 1,2,3), \end{cases}$$

unde: a_{jc} şi a_{ja} — coordonatele cilindrice ale versorilor axelor alese, care pot fi uşor determinaţi grafic pentru o poziţie dată a solidului, ε_i şi ω_i — proiecţiile pe axe ale vectorilor $\bar{\omega}$ şi $\bar{\varepsilon}$, de asemenea destul de uşor de determinat grafic, iar $\mathcal{J}_{ij}$ — momentele de inerţie axiale şi centrifugale ale solidului în raport cu axele alese, momente presupuse cunoscute, i şi j fiind indici muţi de sumare.

Ultima relaţie ia forma:

$$\bar{m}_{G_c}^i = -\mathcal{J}_{ii}[\varepsilon_i a_{ic}\bar{u}_{0_j^\tau} + \omega_i(\omega_c a_{ia}\bar{u}_{0^\omega - \pi/2} + \omega_a a_{ic}\bar{u}_{0_i^{\tau+\pi/2}})]/M, \ (i = 1,2,3),$$

în cazul cînd axele alese ar coincide cu axele principale de inerţie.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică şi organe de maşini

BIBLIOGRAFIE

1. Federhofer K., *Graphische Kinematik und Kinetostatik des starren räumlichen System* Jul. Springer, Wien, 1928.
2. Artobolevski I., *Teoria Mecanismelor şi Maşinilor,* Ed. tehn., Buc., 1955, (trad.,, din l. rusă).
3. Irimiciuc N., Bul. Inst. Polit. Iaşi 1957, **III** (**VII**), *3—4,* pp. 196 - 200.
4. Irimiciuc N, Klepper I., Ibid., 1957, **III** (**VII**), *3—4,* pp. 205 - 210.
5. Irimiciuc N., Ibid., 1959, **IV** (**VIII**), pp. 303—304.

О ЗАДАЧЕ ПРИВЕДЕНИЯ СИЛ ИНЕРЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА В ПРОСТРАНСТВЕННОМ ДВИЖЕНИИ

(Резюме)

Даются графические методы определения цилиндрических компонент главного вектора и главного момента сил инерции твердого тела в пространственном движении.

SUR LE PROBLÈME DE LA RÉDUCTION DES FORCES D'INERTIE D'UN SOLIDE EN MOUVEMENT SPATIAL

(Résumé)

Dans cette Note on expose les procédés graphiques de détermination des composantes cylindriques du torseur des forces d'inertie d'un solide en mouvement spatial.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621-231

К ВОПРОСУ ОБ ИССЛЕДОВАНИИ СЛОЖНЫХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

И. И. АРТОБОЛЕВСКИЙ

Вопрос об исследовании сложных по структуре кинематических цепей имеет большую историю. По этому вопросу за последнее столетие опубликовано громадное количество работ. В 1959 году опубликована статья проф. Дж. Модрей [1], посвященная исследованию нескольких частных случаев таких цепей образованных восемью звеньями. Метод исследования, изложенный в этой статье, заключается в последовательном рассмотрении кинематических цепей получаемых путем остановки (в формулировке автора „замораживания") одного из звеньев, с соответствующим разрушением другого звена. Это позволяет получать частные кинематические цепи, приводимые к простейшим цепям 2-го класса (по нашей классификации), и следовательно, к рассмотрению кинематики простейших цепей с последующим векторным суммированием полученных скоростей и ускорений.

Очевидно, автор не знал, что данный метод принадлежит еще О. Мору [2], который в гораздо более общем виде применил его к исследованию сложных кинематических цепей. В дальнейшем этот метод был изложен применительно к статике стержневых ферм И. М. Рабиновичем [3]. Наконец, в векторной интерпретации тот же метод описан в работе Н. Г. Бруевича [4]. В основу своего метода О. Мор положил в принцип виртуальных перемещений и то положение, что сумма нескольких возможных перемещений точек кинематической цепи является ее возможным и действительным перемещением, т.к. для любой точки цепи скорость суммарного движения равна геометрической сумме ее скоростей во всех составляющих движениях.

Так как в основе метода лежит принцип виртуальных перемещений, то метод О. Мора является, конечно, универсальным и в принципе может быть использован при анализе кинематической цепи любой степени сложности.

К числу существенных недостатков метода О. Мора относится то, что при исследовании более сложных по структуре цепей, О. Мор не указал порядок преобразования данного механизма в систему простейших механизмов. Кроме того, при исследовании ускорений необходимо, чтобы неподвижное звено в основном механизме было бы неподвижным и в преобразованных—простейших. На это обстоятельство указали еще Л. В. Ассур [5] и Н. Г. Бруевич в выше цитированной работе. Кроме того данный метод является в общем виде крайне громоздким требующим большого количества графических построений или аналитических расчетов. Пример цепи, рассматриваемый проф. Дж. Модрей является относительно простым и естественно, что исследование этой цепи не встретило у проф. Дж. Модрей серьезных затруднений.

В данной статье мы хотим показать, что в применении к исследованию кинематических цепей вида рассмотренного проф. Дж. Модрей нет никакой необходимости применять метод О. Мора, т.к. задача может быть решена гораздо проще если использовать метод особых точек Ассура и его развитие данное в нашей работе [6].

На рис. 1 показан первый механизм, рассмотренный Дж. Модрей. Нетрудно видеть, что если ведущими звеньями будут звенья *2* или *4*, то группы, образующие механизм будут группами 2-го класса. (В дальнейшем мы будем пользоваться нашей

системой классификаций). Следовательно кинематический анализ такого механизма будет тривиальным и мы его рассматривать не будем. Отметим только, что при кинематическом анализе нет необходимости, как это делает Дж. Модрей рассматривать движение ведущих звеньев неравномерным с угловым ускорением $\varepsilon = d\omega / dt = \dot{\omega}$. Достаточно построить планы скоростей и ускорений в предположении $\omega = \text{const.} = 1$ сек.$^{-1}$, т.е. $\varepsilon = 0$. Далее, можно использовать, предложенный Н. Е. Жуковским [7] принцип разделения движения на основное (перманентное) при котором $\omega = \text{const.} = 1$ сек.$^{-1}$ и $\varepsilon = 0$ и добавочное (начальное) при котором $\omega = 0$, $\varepsilon = 1$ сек$^{-2}$.

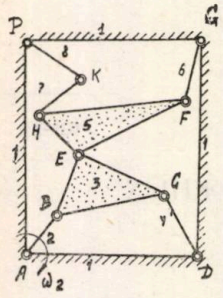


Рис. 1.

В самом деле построим план скоростей приняв $\omega = 1$ сек$^{-1}$. Далее строим план ускорений в предположении, что угловое ускорение $\dot{\omega} = 0$. Это будут планы скоростей и ускорений в основном движении. В добавочном движении плана скоростей не будет, т.к. $\omega = 0$, а план ускорений будет тождественен с планом скоростей основного движения, так как при $\omega = 0$ все центростремительные составляющие ускорений точек цепи будут равны нулю, а тангенциальные ускорения будут иметь направления, совпадающие с направлениями скоростей. Следовательно для получения истинной скорости какой либо точки цепи при заданных $\omega = a$ сек.$^{-1}$ и $\varepsilon = b$ сек.$^{-2}$ надо вектор скорости этой точки скалярно помножить на a, а вектор ускорения на a^2. Далее к вектору ускорения основного движения прибавить как вектор ускорение добавочного движения взяв его с плана скоростей основного движения и помножив на b. Таким образом полное исследование любого механизма сводится к построению плана скоростей и плана ускорений в предположении $\omega = 1$ сек.$^{-1}$ с последующими элементарными дополнительными расчетами и построениями.

Проф. Дж. Модрей различает механизмы, показанные на рис. 1 и рис. 2 считая, что если ведущим будет звено *6*, то кинематическое исследование такого механизма возможно только с помощью метода так называемых „ложных положений". В свете вышеуказанного совершенно очевидно, что нет никакой необходимости в данном конкретном механизме за ведущее выбирать звено *6*, т.к. в этом случае кинематическая цепь распадается на две группы: одну трехповодковую группу 3-го класса, состоящую из звеньев *2*, *3*, *5* и *4* и другую группу 2-го класса, состоящую из звеньев *7* и *8*. Таким образом выбор за ведущее звено—звено *6* повышает класс присоединяемых групп по сравнению с ведущим звеном номер *2*. Но и в этом случае выбора ведущим звена *6*, (рис. 2), кинематический анализ может быть сделан без использования метода ложных положений, а с помощью метода особых точек при котором задача фактически сводится к решению уравнений аналогичных для групп 2-го класса. В самом деле находим особую точку S_3, принадлежащую звену *3* и лежащую на пересечении направлений *AB* и *EF*.

Скорость $\overline{v}_{S_3}$ точки S_3 определится из уравнений:

$$(1) \qquad \overline{v}_{S_3} = \overline{v}_F + \overline{v_{EF} + v_{S_3E}},$$

$$(2) \qquad \overline{v}_{S_3} = \overline{v}_A + \overline{v_{BA} + v_{S_3B}} = \overline{v_{BA} + v_{S_3B}},$$

т.к. скорость $\overline{v}_A = 0$.

Общая черта над векторами относительных скоростей указывает, что эти векторы параллельны и при построении плана скоростей могут быть представлены в виде векторов $\overline{v}_{S_3F}$ и $\overline{v}_{S_3A}$; $\overline{v}_{S_3F} = \overline{v_{EF} + v_{S_3E}}$ и $\overline{v}_{S_3A} = \overline{v_{BA} + v_{S_3B}}$.

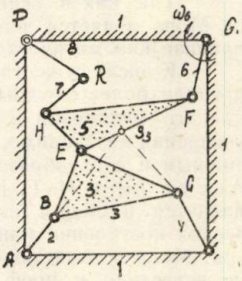


Рис. 2.

Скорость точки *C* теперь определится из уравнений:

$$(3) \qquad \overline{v}_C = \overline{v}_{S_3} + \overline{v}_{CS_3},$$

$$(4) \qquad \overline{v}_C = \overline{v}_D + \overline{v}_{CD} = \overline{v}_{CD},$$

т.к. скорость $\overline{v}_D = 0$.

Зная скорость $\bar{v}_C$ точки C легко найти скорости остальных точек механизма тривиальным методом, применяемым для механизма показанного на рис. 1.

Для определения ускорений механизма (рис. 2) используем уравнения аналогичные уравнениям для определения скоростей. Имеем

$$\bar{a}_{S_3} = \bar{a}_F + \overline{a^n_{EF} + a^n_{S_3E}} + \overline{a^t_{EF} + a^t_{S_3E}}, \tag{5}$$

$$\bar{a}_{S_3} = \bar{a}_A + \overline{a^n_{BA} + a^n_{S_3B}} + \overline{a^t_{BA} + a^t_{S_3B}} = \overline{a^n_{BA} + a^n_{S_3B}} + \overline{a^t_{BA} + a^t_{S_3B}}. \tag{6}$$

т.к. ускорение $\bar{a}_A = 0$.

Уравнение точки C найдется из уравнений:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_{S_3} + \bar{a}^n_{CS_3} + \bar{a}^t_{CS_3}, \tag{7}$$

$$\bar{a}_C = \bar{a}_D + \bar{a}^n_{CD} + \bar{a}^t_{CD} = \bar{a}^n_{CD} + \bar{a}^t_{CD}, \tag{8}$$

т.к. ускорение $\bar{a}_D = 0$.

Зная ускорение $\bar{a}_C$ точки C легко определяются ускорения всех остальных точек механизма.

Даже если ведущим выбрано звено *8* (рис. 3), то и в этом случае кинематическое исследование может быть сделано без использования метода ложных положений. В самом деле в этом случае присоединенная к ведущему звену *8* и неподвижному звену *1*, группа, состоящая из звеньев *2, 3, 4, 5, 6* и *7*, будет четырехзвенной группой 3-го класса. Особую точку S_5 звена *5* найдем на пересечении направлений *HR* и *FG*. Полученную точку S_5 соединяем с точкой *E* и на пересечении направлений ES_5 и *DC* находим особую точку S_3 звена *3*. Уравнения для определения скоростей будут иметь следующий вид:

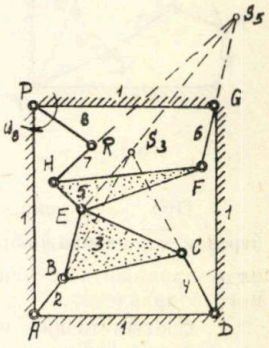


Рис. 3.

$$\bar{v}_{S_5} = \bar{v}_R + \overline{v_{HR} + v_{S_5H}}, \tag{9}$$

$$\bar{v}_{S_5} = \bar{v}_G + \overline{v_{FG} + v_{S_5F}} = \overline{v_{FG} + v_{S_5F}}. \tag{10}$$

Из уравнений (9) и (10) определится скорость $\bar{v}_{S_5}$ точки S_5.

Далее имеем для определения скорости $\bar{v}_{S_3}$ точки S_3 уравнения

$$\bar{v}_{S_3} = \bar{v}_{S_5} + \overline{v_{ES_5} + v_{S_3E}}, \tag{11}$$

$$\bar{v}_{S_3} = \bar{v}_D + \overline{v_{CD} + v_{S_3C}} = \overline{v_{CD} + v_{S_3C}}. \tag{12}$$

Соединив точку S_3 с точкой *B* составляем уравнения, из которых определится скорость точки *B*. Имеем

$$\bar{v}_B = \bar{v}_{S_3} + \bar{v}_{BS_3}, \tag{13}$$

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA} = \bar{v}_{BA}. \tag{14}$$

Аналогичные уравнения могут быть составлены для построения плана ускорений Определив скорость v_B и ускорение $\bar{a}_B$ точки *B* легко найти обычным способом скорости и ускорения остальных точек механизма.

Проф. Модрей выделяет как особый механизм, механизм показанный на рис. 4. Нетрудно показать, что и этот механизм ничем не отличается от ранее рассмотренных. В самом деле, если за ведущее звено выбрать звено *5*, (рис. 5), то присоединенная группа, состоящая из звеньев *2, 3, 4, 6, 7* и *8* будет четырехповодковой группой 3-го класса, т.е. она принципиально ничем не отличается от группы, рассмотренной на

рис. 3. Особую точку S_7 находим на пересечении направлений RG и ED. Далее соединяем точку S_7 с точкой F и на пересечении направлений S_7F и BC находим особую точку S_3. Скорость $\bar{v}_{S_7}$ точки S_7 определится из уравнений:

(15) $$\bar{v}_{S_7} = \bar{v}_R + \overline{v_{GR} + v_{S_7G}},$$ (16) $$\bar{v}_{S_7} = \bar{v}_D + \overline{v_{ED} + v_{S_7E}}.$$

Скорость $\bar{v}_{S_3}$ определится из уравнений

(17) $$\bar{v}_{S_3} = \bar{v}_{S_7} + \overline{v_{FS_7} + v_{S_3F}},$$ (18) $$\bar{v}_{S_3} = \bar{v}_C + \overline{v_{BC} + v_{S_3B}}.$$

Наконец скорость $\bar{v}_A$ точки A определится из уравнений:

(19) $$\bar{v}_A = \bar{v}_{S_3} + \bar{v}_{AS_3},$$ (20) $$\bar{v}_A = \bar{v}_Q + \bar{v}_{AQ} = \bar{v}_{AQ}.$$

Зная скорость $\bar{v}_A$ нетрудно найти скорости всех остальных точек механизма. С помощью аналогичных уравнений определятся и ускорения механизма, показанного на рис. 5.

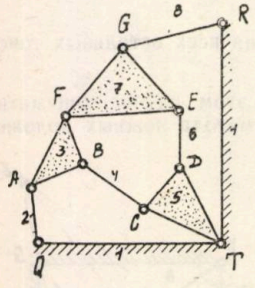


Рис. 4.

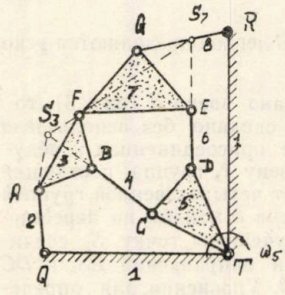


Рис. 5.

На рис. 6 а показано построение повернутого плана скоростей этого механизма, а на рис. 6 b, плана ускорений. План ускорений построен в предположении, что угловое ускорение ε_5 звена *5* равно нулю. На основании вышеизложенного если, например, требуется исследовать механизм в предположении, что угловое ускорение ε_2 звена *2* равно нулю, то следует сделать следующее дополнительное построение в плане ускорений (рис. 6 b).

При $\varepsilon_2 = 0$ ускорение $\bar{a}_A$ будет изображаться в виде отрезка πn (рис. 6 b), т.е. отрезок $\overline{n\pi}$, изображающий тангенциальные ускорения $\bar{a}^t_A$ должен равняться нулю, т.е. надо приложить к точке a плана ускорений отрезок $\overline{an}$ равный отрезку $\overline{na}$ и обратного направления.

Соответственно ускорения всех остальных точек получат дополнительные тангенциальные ускорения пропорциональные векторам скоростей, изображенных в плане скоростей (рис. 6 а). Так, например, ускорение a_B точки B, изображенное в плане ускорений в виде вектора $\overline{\pi b}$ изменится на величину вектора bb', который определится из условия

(21) $$(bb') = [(na)/(pa)]\,(pb),$$

где отрезки (pa) и (pb) должны быть взяты из плана скоростей (рис. 6 а).

Направление вектора bb' должно совпадать с направлением скорости $\bar{v}_B$, т.е. быть направлено перпендикулярно к отрезку (pb) плана скоростей, т.к. этот план является планом повернутых скоростей.

Таким образом применение метода О. Мора возможно, но неоправдано по сложности по сравнению с методом особых точек. У проф. Дж. Модрей не встретилось больших трудностей в применении метода О. Мора, еще и потому, что звенья *5* и *8* (рис. 4), присоединены непосредственно к неподвижному звену *1*.

Рассмотрим более общий случай, когда эти звенья присоединены к неподвижным звеньям как это имеет место, например, в механизме, показанном на рис. 7 а. Как это видно из рис. 7 а точки T и R цепи, показанной на рис. 4, присоединены к звеньям *9* и *10*. Для механизма, показанного на рис. 7 а, метод О. Мора принципиально

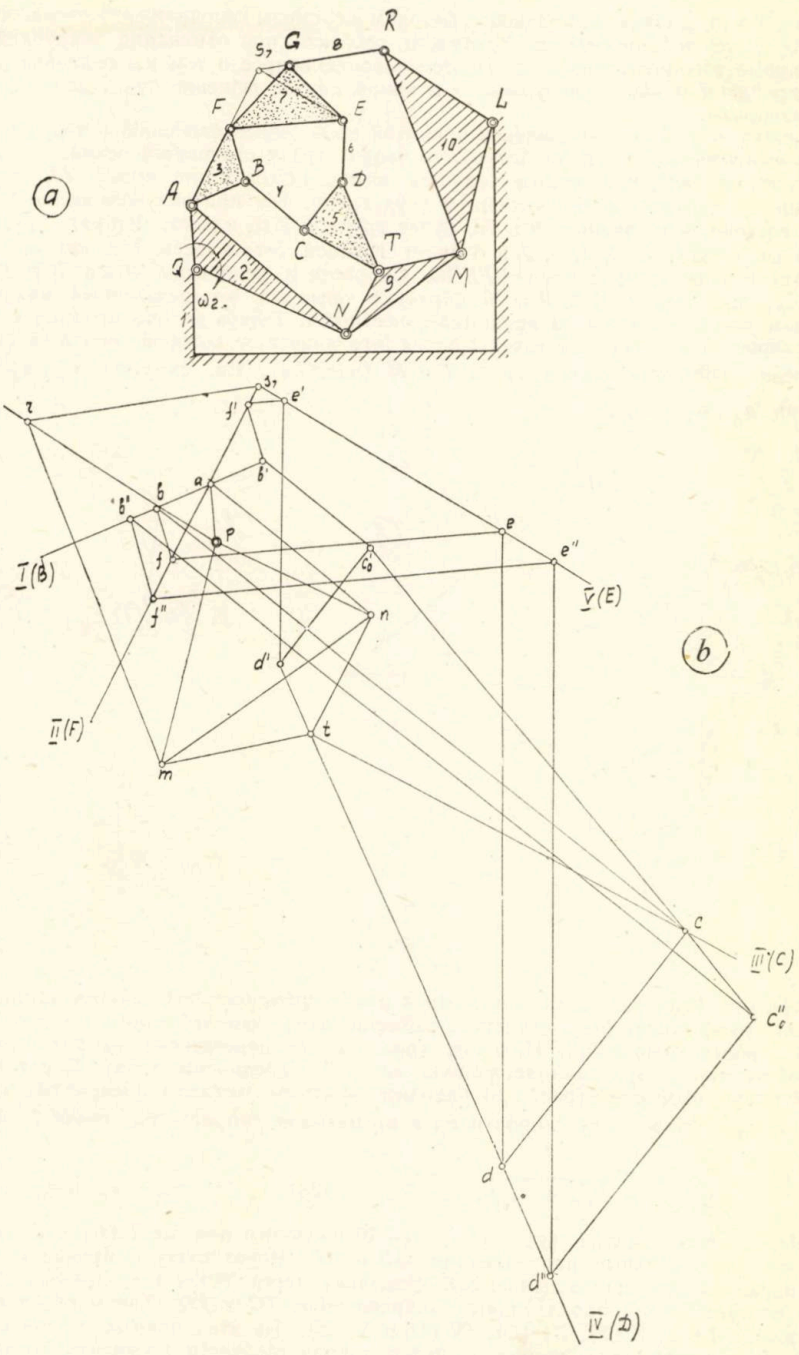


Рис. 6.

применим, но он должен сочетаться с методом перемены неподвижного звена, что создает громадные дополнительные трудности особенно при отыскании ускорений механизма. Кроме того подлежит особому исследованию вопрос о том какие звенья должны быть закреплены и какие разрушены и в каком случае решение будет наиболее простым и изящным.

Между тем если пользоваться принятой нами классификацией и теорией структуры кинематических цепей по Ассуру, то задача сразу становится ясной.

В самом деле, при любом ведущем звене, номер *2* или номер *10*, механизм образован последовательным наслоением двух групп. Так при ведущем звене *2*, первая группа, состоящая из звеньев *9* и *10*, будет группой 2-го класса. Вторая группа, состоящая из звеньев *3*, *4*, *5*, *6*, *7* и *8* будет группой 5-го класса, так как она имеет пятизвенный замкнутый контур *BFEDC*. Скорости и ускорения точек *R* и *T* легко находятся, т.к. звенья *1*, *2*, *9* и *10* образуют обычный четырехзвенный механизм и скорость и ускорение точки *A* являются известными. Теперь задача сводится к нахождению скоростей и ускорений точек группы 5-го класса, у которой известны скорости и ускорения концевых шарниров *A*, *T* и *R* (рис. 7 а), т.е. скорости $\overline{v}_A$, $\overline{v}_T$ и $\overline{v}_R$ и ускорения $\overline{a}_A$, $\overline{a}_T$ и $\overline{a}_R$.

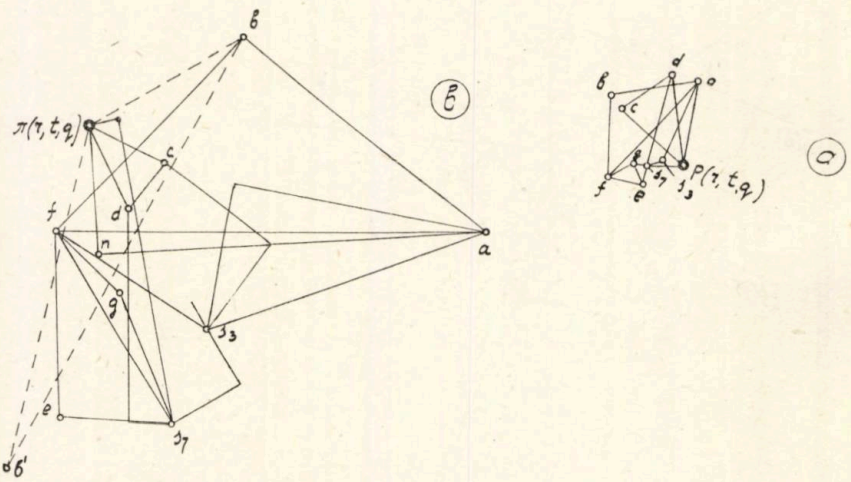


Рис. 7.

Как это было уже показано нами в ранее цитированной работе, исследование подобных групп может быть сведено к комплексному использованию методов особых точек и ложных положений. Находим (рис. 7 а) на пересечении направлений *AF* и *KG* особую точку S_7, принадлежащую звену *7* и соединяем точку S_7 с точкой *E*.

В плане скоростей (рис. 7 b) находим обычным методом повернутые скорости $\overline{v}_A$, $\overline{v}_T$ и $\overline{v}_R$. Далее зная скорости $\overline{v}_A$ и $\overline{v}_R$ находим скорость $\overline{v}_{S_7}$ точки S_7 из уравнений:

$$\overline{v}_{S_7} = \overline{v}_A + \overline{\overline{v}_{FA} + \overline{v}_{S_7F}}, \qquad (22)$$

$$\overline{v}_{S_7} = \overline{v}_R + \overline{\overline{v}_{GR} + \overline{v}_{S_7G}}. \qquad (23)$$

Через точку *a* плана скоростей (рис. 7 b) проводим прямые I (*B*) и II (*F*) соответственно параллельные направлениям *AB* и *AF*. Через точку s_7 проводим прямую V (*E*) параллельную направлению S_7E. Наконец, через точку *t* — прямые III (*C*) и IV (*D*) соответственно параллельные направлениям *TC* и *TD*. Таким образом имеем пять прямых I (*B*), II (*F*), III (*C*), IV (*D*) и V (*E*). На этих прямых должны лежать точки *b*, *f*, *c*, *d* и *e* плана скоростей, иначе говоря требуется построить контур *bfcde* подобно расположенный контуру *BFCDE* механизма (рис. 7 а). Для этого используем

метод ложных положений. Задаемся произвольным положением точки b на прямой I (B) — положением b' и находим точки f', e', d'. Из точки d' проводим прямую параллельную DC, а из точки b' прямую параллельную BC. На пересечении этих прямых находим ложное положение c_0' точки c.

Выбираем далее произвольное положение b'' точки b и аналогичным построением находим точку c_0''. Соединив точки c_0' и c_0'' прямой находим на пересечении этой прямой с прямой III (C) точку c — истинный конец скорости $\overline{v}_C$ точки C. Далее обратным построением находим точки d, e, f и g, являющиеся концами повернутых скоростей $\overline{v}_D$, $\overline{v}_E$, $\overline{v}_F$ и $\overline{v}_B$ точек D, E, F и B. Аналогично можно построить и план ускорений механизма показанного на рис. 7 а.

На рис. 8 b рассмотренным методом построен повернутый план скоростей механизма (рис. 8 а) исследованного проф. Дж. Модрей при ведущем звене 2. Отличие от ранее рассмотренного механизма (рис. 7) заключается в том, что скорости $\overline{v}_R$ и $\overline{v}_T$ точек R и T механизма (рис. 8 а) равны нулю. Нетрудно видеть, что планы скоростей построенные на рис. 6 а и 8 а совершенно идентичны, но построение плана скоростей, показанного на рис. 6 а, конечно значительно проще.

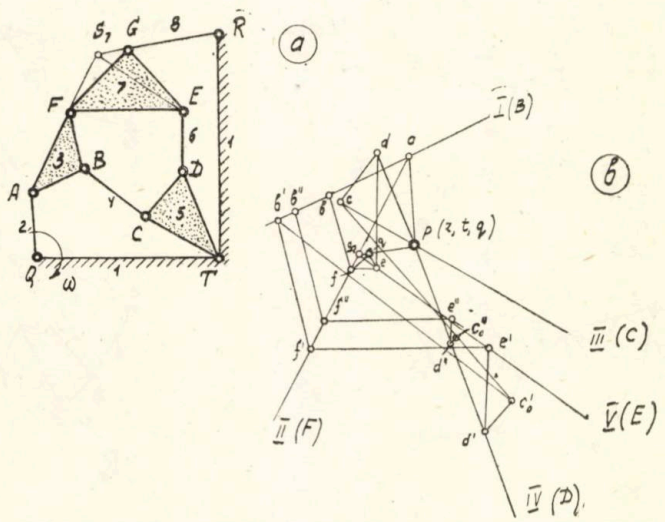


Рис. 8

Задача, поставленная проф. Дж. Модрей может быть не только обобщена, но и рассмотрена в самом общем виде если использовать метод наслоения групп, предложенный Л. В. Ассуром в ранее цитированной работе.

В самом деле любой восьмизвенный механизм, три возможных вида которых были рассмотрены проф. Дж. Модрей (см. рис. 1, 2 и 4) может быть образован присоединением к ведущему и неподвижному звеньям шестизвенной кинематической цепи, удовлетворяющей условию, что ее степень подвижности равна нулю. Каждая такая шестизвенная кинематическая цепь будет или группой или совокупностью групп.

Пользуясь принципом наслоения кинематических цепей можно дать самый общий анализ шестизвенных групп с точки зрения методов их кинематического исследования.

Шестизвенная группа, показанная на рис. 9 а, распадается на три группы 2-го класса. Первая группа, состоящая из звеньев *1* и *2* (показана сплошными линиями), вторая группа, состоящая из звеньев *3* и *4* (показана пунктиром) и третья группа,

состоящая из звеньев *5* и *6* (показана пунктиром с точкой). Цепь присоединяется в точках *A*, *B*, *C* и *D*. Следовательно скорости v_A, v_B, v_C и v_D этих точек будут всегда известны. Определение скоростей остальных точек не представляет никаких трудностей если использовать уравнения:

$$(24)\quad \begin{cases} \overline{v}_E = \overline{v}_A + \overline{v}_{EA}, \quad \overline{v}_E = \overline{v}_B + \overline{v}_{EB}, \quad \overline{v}_G = \overline{v}_F + \overline{v}_{GF}, \quad \overline{v}_G = \overline{v}_C + \overline{v}_{GC}, \\ \overline{v}_K = \overline{v}_H + \overline{v}_{KH}, \qquad \overline{v}_K = \overline{v}_D + \overline{v}_{KD} \end{cases}$$

и условия подобия жестких контуров *BEF* и *CGH* соответствующим контурам в плане скоростей.

На рис. 9 а показан один из возможных вариантов последовательного присоединения групп 2-го класса, когда число точек присоединения равно четырем. Возможно получение и других вариантов когда число точек присоединения равно трем (рис. 10 а) или двум (рис. 10 b). Порядок исследования и метод при этом остаются без изменения, но модификаций таких цепей может быть получено весьма мало.

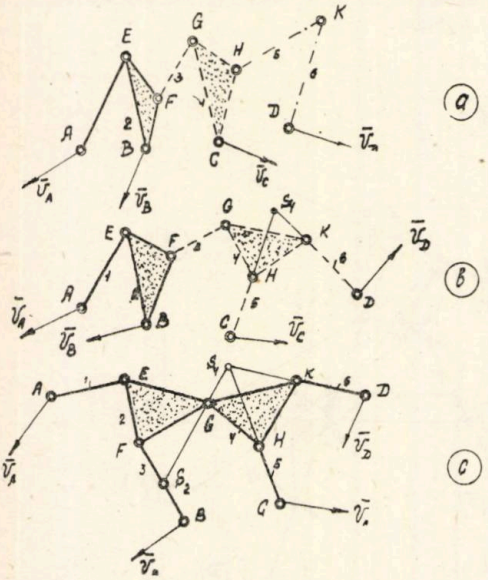


Рис. 9

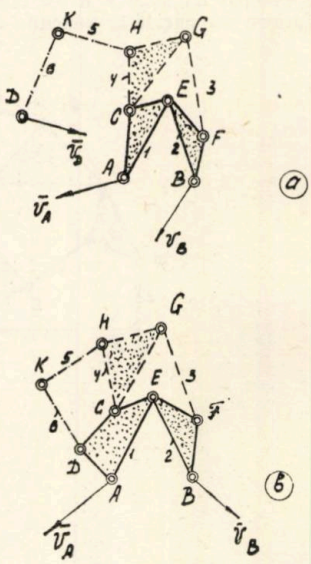


Рис. 10

Группа, показанная на рис. 9 b распадается на две группы. Первая группа, состоящая из звеньев *1* и *2*, будет группой 2-го класса и вторая группа, состоящая из звеньев *3*, *4*, *5* и *6* (показана пунктиром), будет группой 3-го класса третьего порядка.

Для определения скоростей точек первой группы имеем уравнения

$$(25)\qquad \overline{v}_E = \overline{v}_A + \overline{v}_{EA}, \qquad \overline{v}_E = \overline{v}_B + \overline{v}_{EB}.$$

Для определения скоростей второй группы находим на пересечении направлений *CH* и *DK* особую точку S_4, принадлежащую звену *4*. Скорости точек этой группы теперь найдутся из уравнений:

$$(26)\qquad \overline{v}_{S_4} = \overline{v}_C + \overline{v_{HC} + v_{S_4H}}, \qquad \overline{v}_{S_4} = \overline{v}_D + \overline{v_{KD} + v_{S_4K}}$$

и далее

$$(27)\qquad \overline{v}_G = \overline{v}_{S_4} + \overline{v}_{GS_4}, \qquad \overline{v}_G = \overline{v}_F + \overline{v}_{GF}.$$

Определив скорость $\bar{v}_G$ точки G, обычным методом определим скорости остальных точек группы с помощью уравнений аналогичных уравнениям для группы, показанной на рис. 9 а.

Группа, показанная на рис. 9 с, будет группой 3-го класса четвертого порядка.

Для определения скоростей этой группы находим на пересечении направлений CH и DK общую точку S_4, принадлежащую звену *4*. Соединив точку S_4 с точкой G и продолжив это направление находим в пересечении с направлением BF особую точку S_2 принадлежащую звену *2*.

Для определения скоростей точек группы составим уравнения

$$\bar{v}_{S_4} = \bar{v}_D + \overline{v_{KD} + v_{S_4K}}, \qquad \bar{v}_{S_4} = \bar{v}_C + \overline{v_{HC} + v_{S_4H}} \tag{28}$$

и далее

$$\bar{v}_{S_2} = \bar{v}_{S_4} + \overline{v_{GS_4} + v_{S_2G}}, \qquad \bar{v}_{S_2} = \bar{v}_B + \overline{v_{FB} + v_{S_1F}}. \tag{29}$$

Скорость $\bar{v}_E$ точки E звена *2* определится из уравнений

$$\bar{v}_E = \bar{v}_A + \bar{v}_{EA}, \qquad \bar{v}_E = \bar{v}_{S_2} + \bar{v}_{ES_2}. \tag{30}$$

Определив скорость $\bar{v}_E$ точки E нетрудно обычными методами определить и скорости всех остальных точек. Нетрудно видеть, что механизм, рассматриваемый проф. Дж. Модрей (рис. 4) состоит из ведущего звена *5* и неподвижного звена *1* и

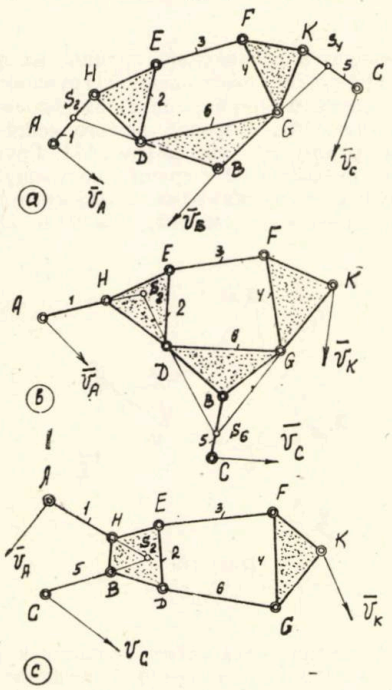


Рис. 11

группы показанной на рис 9 с. Для определения скоростей механизма можно использовать уравнения (28), (29), (30) положив в них скорости концов двух крайних поводков нулю.

Шестизвенные группы с замкнутым четырехсторонним подвижным контуром $DEFG$ показаны на рис. 11. Это будут группы 4-го класса. На рис. 11 а, 11 b и 11 c

показаны три возможных модификации этих групп. Они получены путем переноса на различные звенья поводков и концевых шарниров. Другие модификации приводят к распадению группы 4-го класса (рис. 12) на группу 3-го класса, состоящую из звеньев *1, 2, 5* и *6* и группу 2-го класса, состоящую из звеньев *3* и *4*, т.е. приводят к одной из возможных модификаций цепи, показанной на рис. 9 b. При переносе концевого шарнира *C* (рис. 13) на другое звено, например, звено *3* (рис. 15), группа также распадается и переходит в цепь, показанную на рис. 9 a. Шестизвенная группа 5-го класса с замкнутым пятисторонним подвижным контуром *DEFGK* (рис. 13) может быть только одной модификации, т.к. перенос поводка *6* (рис. 14) или одного из концевых

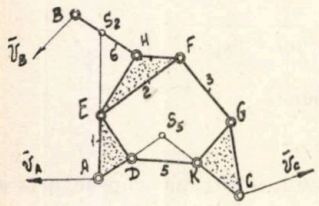


Рис. 12

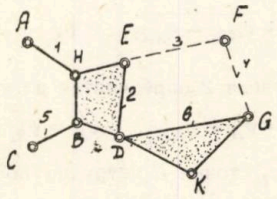


Рис. 13

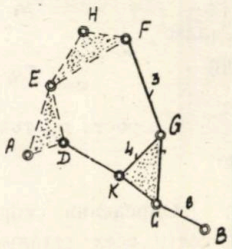


Рис. 14

шарниров *C* (рис. 15) приводят к распадению группы, на одну группу 3-го класса и одну группу 2-го класса. Последней шестизвенной группой будет группа 6-го класса без поводков с одними концевыми шарнирами с замкнутым шестисторонним подвижным контуром *DEFGKH* (рис. 16). Перенос любого концевого шарнира приводит к распадению группы на три группы 2-го класса (рис. 17). Группу, состоящую из звеньев *5, 6*, группу, состоящую из звеньев *1, 2* и группу, состоящую из звеньев *3, 4*.

Таким образом группы с замкнутыми подвижными контурами могут быть только пяти возможных модификаций (см. рис. 11 a, 11 b, 11 c, 13 и 16).

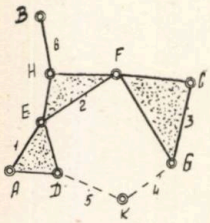


Рис. 15

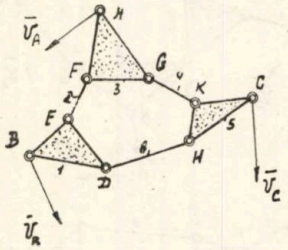


Рис. 16

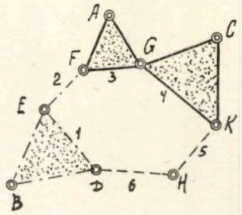


Рис. 17

Кинематическое исследование этих групп сводится к комплексному использованию метода особых точек и ложных положений. В качестве примера рассмотрим наиболее сложную группу 6-го класса, показанную на рис. 18 a.

Пусть заданные скорости $\overline{v}_A$, $\overline{v}_B$ и $\overline{v}_C$ (рис. 18 a) суть повернутые на 90° векторы скоростей этих точек. Из начала плана скоростей откладываем отрезки (*pa*), (*pb*) и (*pc*), изображающие повернутые скорости $\overline{v}_A$, $\overline{v}_B$ и $\overline{v}_C$. Далее проводим через точку *a* прямую I (*F*) параллельную направлению *AF* и прямую VI (*G*) параллельную направлению *AG*.

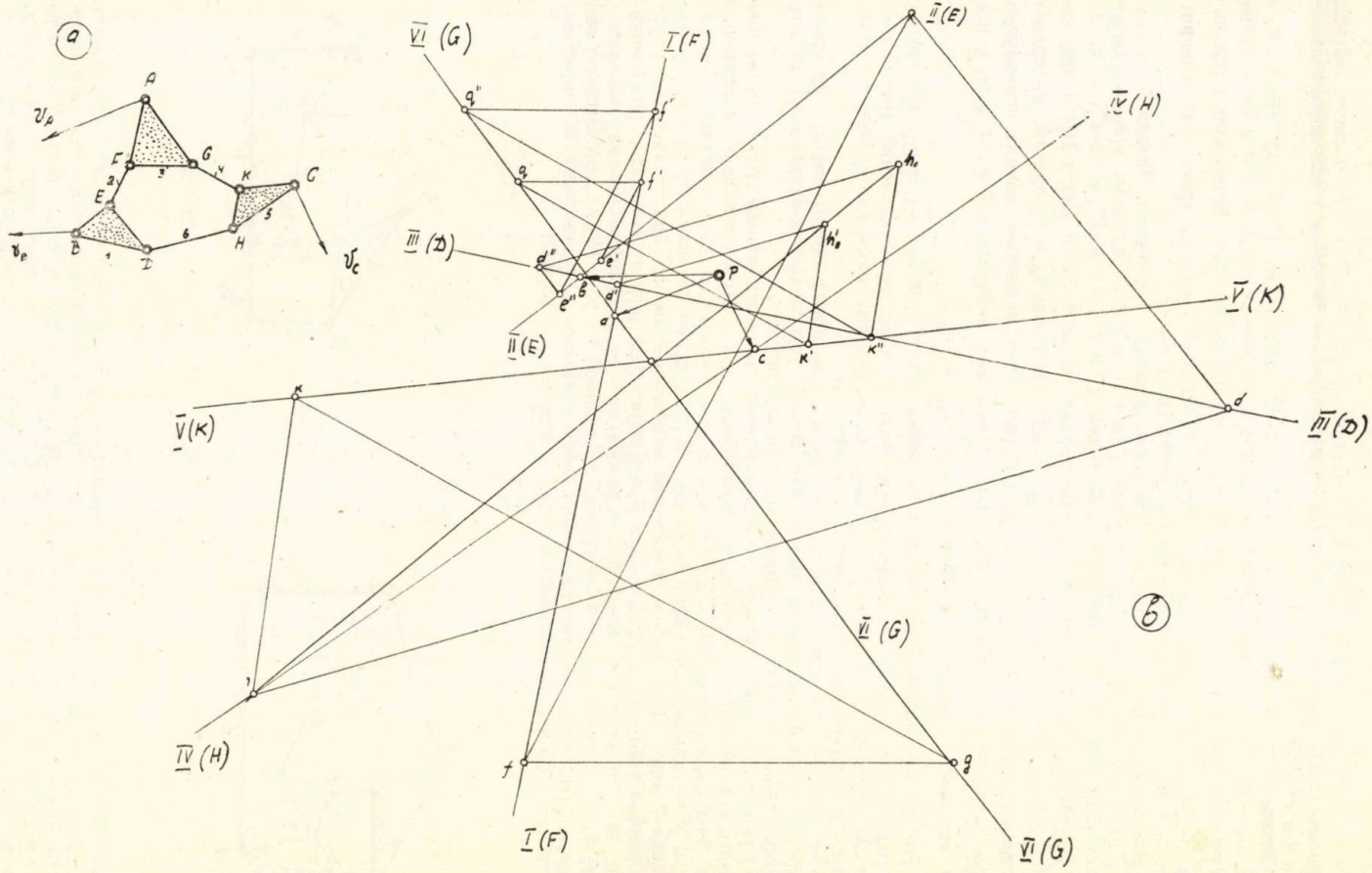


Рис. 18

Соответственно через точку *b* проводим прямые II (*E*) и III (*D*) параллельные направлениям *BE* и *BD* и наконец через точку *c* прямые IV (*H*) и V (*K*) параллельные направлениям *CH* и *CK*.

Таким образом определится шесть прямых: I (*F*), II (*E*), III (*D*), IV (*H*), V (*K*) и VI (*G*), на которых должны соответственно лежать концы *f*, *e*, *d*, *h*, *k* и *g* повернутых скоростей $\overline{v}_F, \overline{v}_E, \overline{v}_D, \overline{v}_H, \overline{v}_K, \overline{v}_G$. Иначе говоря надо построить многоугольник *fedhkg* подобно расположенный многоугольнику *FEDHKG* группы (рис. 18а) вершины *f*, *e*, *d*, *h*, *k* и *g*, которого лежат на построенных прямых.

Эта задача решается просто с помощью ложных положений. Задаемся на прямой I (*F*) двумя произвольными точками *f'* и *f''* и находим проводя прямые параллельные направлениям *FG*, *GK*, *FE*, *ED* точки *g'* и *g''*, *k'* и *k''*, *e'* и *e''*, *d'* и *d''*.

Из точек *k'* и *d'* проводим прямые параллельные прямым *KH* и *DH* и находим точку h_0'. Аналогично находим точку h_0''. Соединив точки h_0' и h_0'' прямой находим в пересечении с прямой IV (*H*) точку *h*, которая будет истинным концом повернутого вектора скорости $\overline{v}_H$ точки *H*. Обратным построением найдутся точки: *d*, *e*, *f*, *g* и *k*, концы истинных векторов скоростей $\overline{v}_E$, $\overline{v}_F$, $\overline{v}_G$ и $\overline{v}_K$.

Построение плана ускорений при заданных ускорениях $\overline{a}_A$, $\overline{a}_B$ и $\overline{a}_C$ для группы (рис. 18а) будет аналогичным. Построение планов скоростей и ускорений других шестизвенных групп с подвижными контурами, рассмотренных нами выше, может рассматриваться как более простая и частная задача.

Мы рассмотрели все шестизвенные группы для самых общих случаев их присоединения. Задачи исследования могут значительно упроститься в зависимости от того к какому основному механизму происходит присоединение.

Так если механизм является восьмизвенным, то шестизвенная группа будет присоединяться к ведущему звену и неподвижному звену. Применительно, например, к группе 6-го класса (рис. 16) мы можем получить два механизма, показанных на рис. 19 и 20. У механизма, показанного на рис. 19, ведущими звеньями могут быть выбраны звенья *7* или . При выборе в качестве ведущего — звена *7*, присоединенная группа, образованная звеньями *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, и *6*, будет группой 6-го класса вида, показанного на рис. 16. При ведущем звене *5* присоединенная группа, образованная звеньями *1*, *2*, *3*, *4*, *6* и *7* будет группой 4-го класса, показанной на рис. 11а. Следовательно анализ рассматриваемого механизма удобно вести принимая ведущим звено *5* и применяя для его исследования метод особых точек и ложных положений.

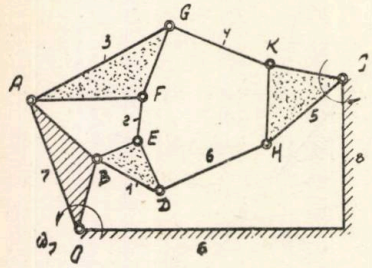


Рис. 19

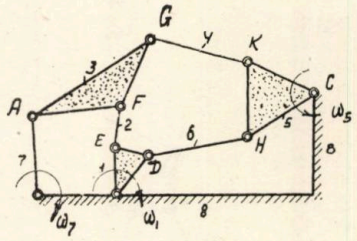


Рис. 20

Если теперь у механизма, показанного на рис. 20 в качестве ведущего выбрать звено *7*, то присоединенная группа будет группой 6-го класса. Если ведущим будет принято звено *1*, то мы получаем распадение цепи на две группы. Звенья *6* и *5* образуют группу 2-го класса, а звенья *2*, *3*, *4*, и *7* трехповодковую группу 3-го класса. Наконец, если ведущим выбрано звено *5*, то цепь также распадается на группу 2-го

класса, образованную звеньями *1* и *6* и группу 3-го класса, образованную звеньями *2, 3, 4* и *7*.

Таким образом при кинематическом анализе механизма надо в качестве ведущего звена выбрать звено, *1* или *5*, т к. в этом случае анализ может быть произведен методом особых точек без использования метода ложных положений.

Таким образом задача об исследовании восьмизвенных механизмов, поставленная проф. Дж. Модрей рассмотрена им далеко не полно, т. к. возможно образование, еще целого ряда механизмов если использовать все многообразия шестизвенных групп присоединяемых к ведущему и неподвижному звеньям. При этом подавляющее большинство восьмизвенных механизмов при соответствующем выборе ведущего звена могут быть исследованы с помощью метода особых точек. В отдельных случаях необходимо дополнительно применять метод ложных положений.

Конкретные механизмы, рассмотренные проф. Дж. Модрей могут быть исследованы с помощью элементарного метода особых точек, что на наш взгляд, не оправдывает применения к их исследованию громоздкого метода О. Мора.

Поступила 26 IV 1960 г.

Академия Наук СССР,
Москва

ЛИТЕРАТУРА

1. Modrey J., J. appl. Mech., 1959, *6*, pp. 184—188.
2. Mohr O., *Abhandlungen aus dem Gebiete der technischen Mechanik*, 3 Aufl., Berlin, 1928.
3. Рабинович И. М., *Кинематический метод в строительной механике*, МВТУ, 1928.
4. Бруевич Н. Г., *Применение векторных уравнений в кинематике плоских механизмов*, Тр. В.В.А. им. Н. Е. Жуковского, 1934, *10*.
5. Ассур А. В., *Исследование плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структуры и классификации*, ИАН, М., 1952.
6. Артоболевский И. И., *Структура, кинематика и кинетостатика многозвенчых плоских механизмов*, ГОНТИ НКТП, М.-Л., 1939.
7. Жуковский Н. Е., *Сведение динамических задач о кинематической цепи к задачам о рычаге*, Матем. сб. Моск. Матем. об-ва, 1911.

SOME PROBLEMS CONCERNING ANALYSIS OF COMPLEX KINEMATIC CHAINS

(Summary)

In a recent paper by J. Modrey [1] complex kinematic chains involving a large number of links (eight or more) are solved by means of influence coefficients. Influence coefficients are obtained by sequentially setting all variables but one to zero and relaxing appropriate constrants to maintain mobility. One example is presented concerning velocities and accelerations distribution of one eight links mechanisms containing a closed contour.

The Author completes the paper mentionated above by proving the existence of a large series of other eight links mechanisms. The Author's proceeding based on the consideration of Assur's special points and sometimes on the fictitions positions method leads in an elementary way to J. Modrey's results concerning eight links mechanisms he has studied.

ASUPRA PROBLEMELOR REFERITOARE LA LANŢURILE CINEMATICE COMPLEXE

(Rezumat)

Autorul, luînd ca punct de plecare o lucrare recentă a lui J. Modrey [1] consacrată analizei lanţurilor cinematice complexe bazată pe folosirea coeficienţilor de influenţă [2], arată că studiul mecanismelor cu opt organe expus în lucrarea menţiona ă [1]

este departe de a fi complet. Aceasta întrucît este posibil a se forma o serie întreagă de mecanisme, utilizîndu-se toată mulţimea de grupe cu şase organe ce se asociază la organul conducător şi la batiu.

Se constată cu acest prilej că, o dată cu alegerea corespunzătoare a organului conducător, cea mai mare parte a mecanismelor cu opt organe poate fi studiată cu ajutorul metodei punctelor speciale.

În unele cazuri este necesar a se aplica în plus şi metoda poziţiilor fictive.

Mecanismele concrete considerate de J. Modrey pot fi studiate cu ajutorul metodei punctelor speciale elementare. Acest fapt nu îndreptăţeşte folosirea, în cadrul memoriului citat [1], a metodei anevoioase a lui Mohr [2].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621—231

АЛГОРИТМ СОСТАВЛЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ШАТУННЫХ КРИВЫХ СЛОЖНЫХ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

П. А. ЛЕБЕДЕВ

1. Как известно аналитическое исследование траекторий точек шатунов (так называемые шатунные кривые) сложных плоских механизмов является трудной задачей. Это объясняется тем, что степень алгебраических уравнений шатунных кривых даже простейших механизмов — кривошипно-шатунного и четырехшарнирного — составляет соответственно 4 и 6. Степень уравнений шатунных кривых более сложных механизмов оказывается значительно большей. Между тем современный уровень развития математики не дает возможности определения в общем виде корней алгебраических уравнений степени более высокой, чем четвертая. Поэтому при решении задач теории механизмов и машин широкое применение нашли графические методы, недостатки которых общеизвестны.

Современное развитие техники вычислений побудило автора к поискам такого аналитического метода исследования и синтеза сложных механизмов, который дает возможность получения алгебраических уравнений для определения параметров кинематики механизмов в явном виде и применения вычислительных устройств с программным управлением при решении указанных задач.

В настоящей статье изложен алгоритм построения алгебраических уравнений в параметрической форме и явном виде прямоугольных координат точек звеньев сложных плоских механизмов второго класса второго порядка [1]), которые находят преимущественное распространение в технике.

2. Как известно [1] существуют виды кинематических групп второго класса второго порядка, представленные в таблице 1. Обозначим элементы кинематических пар этих групп A, B, C и свяжем с одним из звеньев, например AB, прямоугольную систему координат ξ, η, начало которой для простоты поместим в точку A, как показано на рисунках, изображенных в таблице 1.

Элементы кинематической пары C, принадлежащие звену BC, описывают в координатной плоскости ξ, η траектории относительного движения, определяемые уравнениями, приведенными для каждой из групп в таблице 1.

Из механизма первого класса путем присоединения кинематических групп второго порядка могут быть образованы восемь разновидностей плоских четырехзвенных механизмов второго класса второго порядка, которые приведены в таблице 2.

Для всех разновидностей плоских четырехзвенников существует общее уравнение, определяющее координаты шатунной кривой относительно неподвижной системы координат xy, описываемой любой точкой (ξ, η), принадлежащей подвижной плоскости, связанной с шатуном AB. Для вывода уравнения воспользуемся формулами преобразования координат ξ, η к системе x, y:

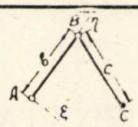
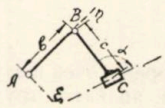
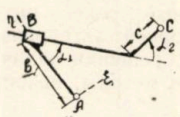
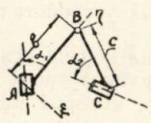
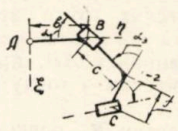
$$x = x_A + \xi \cos \psi - \eta \sin \psi, \quad y = y_A + \xi \sin \psi + \eta \cos \psi. \tag{1}$$

---

1) Имеется ввиду классификация механизмов Акад. И. И. Артоболевского.

Таблица 1

Разновидности кинематических групп II класса 2-го порядка и уравнений траекторий относительного движения точек и их звеньев

Вид группы	Схема	Вид уравнения
1		$\xi_C^2 + (\eta_C - b)^2 = c^2$
2		$\xi_C^2 + (\eta_C - b)^2 = c^2$
3		$\eta_C = b + (c \sin \alpha_2) / \sin \alpha_1 - \xi_C \operatorname{ctg} \alpha_1$
4		$\xi_C^2 + (\eta_C - b)^2 = c^2$
5		$\eta_C = \xi_C \operatorname{tg} \alpha_1 + b - (f \sin \alpha_3) / \sin \alpha_1$

Угол поворота координатных осей ξ и x определяется величиной [2][2]

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{(y_C - y_A)(\xi_C - \xi_A) - (x_C - x_A)(\eta_C - \eta_A)}{(x_C - x_A)(\xi_C - \xi_A) + (y_C - y_A)(\eta_C - \eta_A)} \tag{2}$$

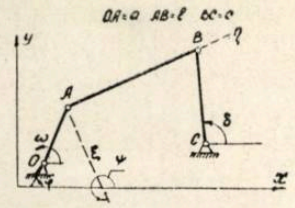
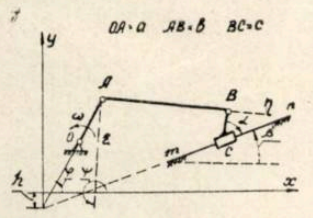
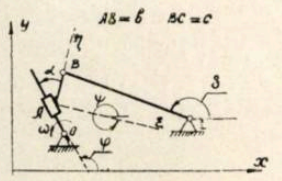
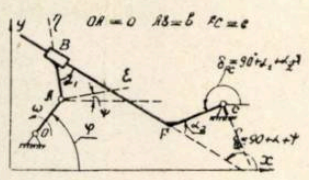
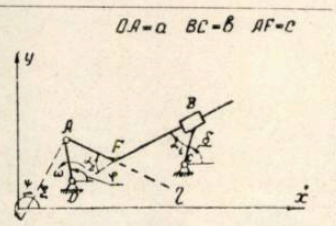
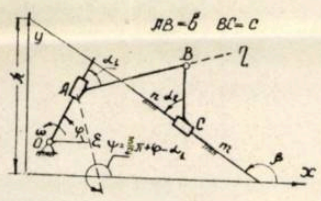
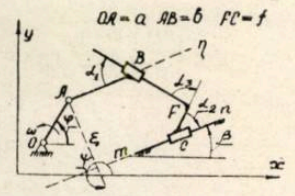
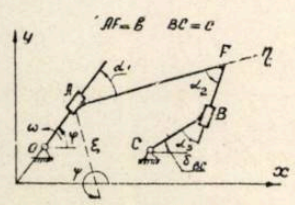
причем

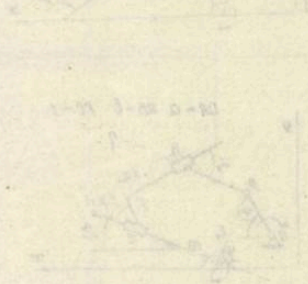
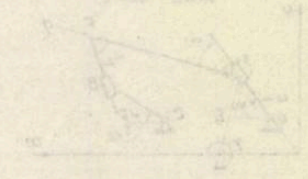
$$\sin \psi = \pm [(y_C - y_A)(\xi_C - \xi_A) - (x_C - x_A)(\eta_C - \eta_A)] / U^2, \tag{3}$$

[2]) Этот результат впервые доложен автором на XV научно-технической конференции кафедр ЛИИЖТ, Сб. тезисов докладов, Ленинград, 1953.

Таблица 2

Кинематические схемы разновидностей плоских четырехзвенных механизмов II-го класса 2-го порядка и уравнения зависимости их параметров

Вид группы	Схема механизма	Исходные уравнения зависимости параметров механизмов	Уравнения для определения зависимых параметров механизмов через независимые переменные и параметры
1		$(x_A - x_0)^2 + (y_A - y_0)^2 = a^2$; $x_A = x_0 + a\cos\varphi$, $y_A = y_0 + a\sin\varphi$; $(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = \xi_C^2 + \eta_C^2$, $\xi_C^2 + (\eta_C - b)^2 = c^2$.	$\xi_C = \sqrt{c^2 - \{[(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 - c^2 - b^2]/(2b)\}^2}$, $\eta_C = [(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 - c^2 + b^2]/(2b)$; $x_C = \text{const.}$, $y_C = \text{const.}$
2	*а)* 	$(x_A - x_0)^2 + (y_A - y_0)^2 = a^2$; $(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = \xi_C^2 + \eta_C^2$; $\xi_C^2 + (\eta_C - b)^2 = c^2$; $x_B = x_C + c\cos(\beta + \alpha)$, $y_B = x_C\operatorname{tg}\beta + h + c\sin(\beta - \alpha)$, $(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = b^2$.	$\xi_C = \sqrt{c^2 - (\eta_C - b)^2}$, $\eta_C = [(x_C - x_A)^2 + (x_C\operatorname{tg}\beta + h - y_A)^2 - c^2 + b^2]/(2b)$; $x_C = -N \pm \sqrt{N^2 - P}$, $y_C = x_C\operatorname{tg}\beta + h$, где: $N = \{c\cos(\beta - \alpha) - x_A + [h + c\sin(\beta - \alpha) - y_A]\operatorname{tg}\beta\}\cos^2\beta$, $P = \{[c\cos(\beta - \alpha) - x_A]^2 - b^2[h + c\sin(\beta - \alpha) - y_A]^2\}\cos^2\beta$
	б) 	$y_A = (x_A - x_0)\operatorname{tg}\varphi + y_0$; $x_B = x_A + b\cos(\varphi - \alpha)$, $y_B = y_A + b\sin(\varphi - \alpha)$; $(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 = c^2$; $\xi_C^2 + (\eta_C - b)^2 = c^2$; $x_B = x_A - b\sin\psi$, $y_B = y_A + b\cos\psi$.	$x_A = D \pm \sqrt{D^2 - E}$, $y_A = (x_A - x_0)\operatorname{tg}\varphi + y_0$, где: $D = \{x_C + x_0\operatorname{tg}^2\varphi - b\cos(\varphi - \alpha) - [y_0 - y_C + b\sin(\varphi - \alpha)]\operatorname{tg}\varphi\}\cos^2\varphi$, $E = \{x_0^2\operatorname{tg}^2\varphi + b^2\cos^2(\varphi - \alpha) - 2x_C b\cos(\varphi - \alpha) + x_C^2 - 2x_0[y_0 + b\sin(\varphi - \alpha) - y_C]\operatorname{tg}\varphi - c^2 + [y_0 + b\sin(\varphi - \alpha) - y_C]^2\}\cos^2\varphi$; $x_C = \text{const.}$, $y_C = \text{const.}$; $\psi = 270° + \varphi - \alpha$.
3	*а)* 	$(x_A - x_0)^2 + (y_A - y_0)^2 = a^2$; $(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = \xi_C^2 + \eta_C^2$; $\eta_C = b + (c\sin\alpha_2)/(\sin\alpha_1) - \xi_C\operatorname{ctg}\alpha_1$.	$\xi_C = D_1 \pm \sqrt{D_1^2 + [(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2]\sin^2\alpha_1 - E_1}$, $\eta_C = b \pm (c\sin\alpha_2)/(\sin\alpha_1) - \xi_C\operatorname{ctg}\alpha_1$, где: $D_1 = \frac{1}{2}b\sin 2\alpha_1 + c\cos\alpha_1\sin\alpha_2$, $E_1 = (B\sin\alpha_1 + c\sin\alpha_2)^2$; $x_C = \text{const.}$, $y_C = \text{const}$
	б) 	$(x_A - x_0)^2 + (y_A - y_0)^2 = a^2$; $(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 = \xi_C^2 + \eta_C^2$; $\eta_C = c - (b\sin\alpha_1)/(\sin\alpha_2) - \xi_C\operatorname{ctg}\alpha_2$.	$\xi_C = D_2 \pm \sqrt{D_2^2 + [(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2]\sin^2\alpha_2 - E_2}$, $\eta_C = c - (b\sin\alpha_1)/(\sin\alpha_2) - \xi_C\operatorname{ctg}\alpha_2$; где: $D_2 = \frac{1}{2}c\sin 2\alpha_2 + b\cos\alpha_2\sin\alpha_1$, $E_2 = (c\sin\alpha_2 + b\sin\alpha_1)^2$; $x_C = \text{const.}$, $y_C = \text{const}$.
4		$y_A = (x_A - x_0)\operatorname{tg}\varphi + y_0$; $y_C = x_C\operatorname{tg}\beta + h$; $x_B = x_C + c\sin(\beta - \alpha_2) = x_A + b\cos(\varphi - \alpha_1)$; $y_B = y_A + b\sin(\varphi - \alpha_1) = y_C + c\sin(\beta - \alpha_2)$.	$x_A = \cos\varphi[(x_0\operatorname{tg}\varphi - y_0 + h)\cos\beta + b\sin(\beta - \varphi + \alpha_1) - c\sin\alpha_1]/\sin(\varphi - \beta)$; $y_A = (x_A - x_0)\operatorname{tg}\varphi + y_0$; $\psi = 270° + \varphi - \alpha_1$; $x_C = x_A + b\cos(\varphi - \alpha_1) - c\cos(\beta - \alpha_2)$, $y_C = x_C\operatorname{tg}\beta + h$.
5	*а)* 	$(x_A - x_0)^2 + (y_A - y_0)^2 = a^2$; $y_C = x_C\operatorname{tg}\beta + h$, $x_B = x_A + b\cos(\beta - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_1)$, $y_B = y_A + b\sin(\beta - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_1)$; $\eta_C = \xi_C\operatorname{tg}\alpha_1 + b - (f\sin\alpha_3)/(\sin\alpha_1)$.	$\xi_C = \dfrac{h + x_A\operatorname{tg}\beta - y_A - [b - (f\sin\alpha_3)/(\sin\alpha_1)](\cos\psi + \sin\psi\operatorname{tg}\beta)}{\sin\psi - \cos\psi\operatorname{tg}\beta + (\cos\psi + \sin\psi\operatorname{tg}\beta)\operatorname{tg}\alpha_1}$, $\eta_C = \xi_C\operatorname{tg}\alpha_1 + b - (f\sin\alpha_3)/(\sin\alpha_1)$; $x_C = x_A + \xi_C\cos\psi - \eta_C\sin\psi$, $y_C = y_A + \xi_C\sin\psi + \eta_C\cos\psi$; $\psi = \beta - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_1 + 90°$.
	б) 	$y_A = (x_A - x_0)\operatorname{tg}\varphi + y_0$; $\eta_C = \xi_C\operatorname{tg}(90° + \alpha_2) + b - (c\sin\alpha_3)/(\sin\alpha_2)$; $x_C = x_A + \xi_C\cos\psi - \eta_C\sin\psi$, $y_C = y_A + \xi_C\sin\psi + \eta_C\cos\psi$.	$x_A = x_C - \xi_C(\operatorname{ctg}\alpha_2\sin\psi + \cos\psi) + [b - (c\sin\alpha_3)/(\sin\alpha_2]\sin\psi$, $y_A = (x_A - x_0)\operatorname{tg}\varphi + y_0$; $\xi_C = \dfrac{y_C - y_0 - (x_C - x_0)\operatorname{tg}\varphi - [(b - (c\sin\alpha_3)/(\sin\alpha_2)](\cos\psi + \sin\psi\operatorname{tg}\varphi)}{(1 - \operatorname{ctg}\alpha_2\operatorname{tg}\varphi)\sin\psi - (\operatorname{ctg}\alpha_2 + \operatorname{tg}\varphi)\cos\psi}$, $\eta_C = -\xi_C\operatorname{ctg}\alpha_2 + b - (c\sin\alpha_3)/(\sin\alpha_1)$; $x_C = \text{const.}$, $y_C = \text{const.}$; $\psi = 270° + \varphi - \alpha_1$; $\delta_{BC} = \varphi - \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3$.

1			
2			
3			
4			
5			
6			

$$\cos\psi = \pm\left[(x_C - x_A)(\xi_C - \xi_A) + (y_C - y_A)(\eta_C - \eta_A)\right] / U^2, \tag{4}$$

где величина $U = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(\xi_C - \xi_A)^2 + (\eta_C - \eta_A)^2}$ представляет собой переменное расстояние между точками A и C (см. рисунки таблицы 2).

Подставляя в (1) значения (3) и (4), найдем общий вид параметрического уравнения шатунной кривой

$$\begin{cases} x = x_A \pm \{(\xi_C - \xi_A)[\xi(x_C - x_A) - \eta(y_C - y_A)] + \\ \qquad + (\eta_C - \eta_A)[\xi(y_C - y_A) + \eta(x_C - x_A)]\} / U^2, \\ y = y_A \pm \{(\xi_C - \xi_A)[\xi(y_C - y_A) + \eta(x_C - x_A)] + \\ \qquad + (\eta_C - \eta_A)[\eta(y_C - y_A) - \xi(x_C - x_A)]\} / U^2. \end{cases} \tag{5}$$

Положительные и отрицательные значения знаменателя уравнений (5) дают возможность получить уравнения двух шатунных кривых, симметричных относительно начала координат системы x, y. Для построения шатунных кривых, описываемых точками шатунов механизмов, изображенных в таблице 2, должны быть приняты положительныезначения знаменателя.

3. Способ присоединения кинематических групп второго класса к механизму первого класса накладывает некоторые особенности на аналитическое определение координат, входящих в уравнения (5). Аналогичная специфика, как известно, имеет место и при графическом исследовании механизмов. Соответствующие уравнения зависимости между параметрами механизмов представлены в столбце 3, таблицы 2, а полученные на основе совместного решения последних уравнения координат и других основных параметров механизмов—в столбце 4, таблицы 2.

Положительным направлением звеньев, ограниченных поступательными кинематическими парами (группы *5*-го вида) или поступательными и вращательными кинематическими парами (группы *2...4* видов) следует считать направление от середины ползуна к противоположному концу звена. Отсчет углов $\alpha, \psi, \varphi, \delta$ и др. следует производить от положительного направления звеньев или осей. Если при этом в правой системе координат отсчет производится в направлении, совпадающем с направлением вращения стрелки часов, то, как известно, угол считается отрицательным, если же—в направлении противоположном вращению стрелки часов, то — положительным. Для левой системы координат имеет место обратное заключение.

При определении траекторий, скоростей и ускорений точек, принадлежащих подвижной плоскости ξ, η механизмов видов *2b*, *4* и *5*, для которых угол ψ определяется непосредственно по схеме механизма, целесообразнее применять уравнения (1). Углы поворота шатунов остальных механизмов относительно неподвижной оси абсцисс определяются по уравнению (2).

Углы поворота δ звеньев BC разновидностей механизмов *1* и *2b* (таблица 2) могут быть определены из равенства

$$\delta = \psi + \beta - 3\pi/2, \tag{6}$$

где

$$\beta = \operatorname{arctg}\frac{d\eta_C}{d\xi_C} = \operatorname{arctg}\frac{\xi_C}{\sqrt{c^2 - \xi_C^2}} = \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{4b^2c^2}{[(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 - c^2 - b^2]^2} - 1}.$$

Перечисленные выше уравнения дают возможность определить все параметры кинематики звеньев механизмов как в их абсолютном, так и в относительном движении.

4. Усложнение механизма путем присоединения к четырехзвеннику новых кинематических групп второго класса второго порядка (двухповодковых) с тремя элементами кинематических пар, например *MKN* (эквивалентных двухповодковым группам *ABC*) с новой подвижной координатной системой ϑ, ζ связанной с одним из звеньев группы *MKN*, не вносит никаких дополнительных принципиальных трудностей при

исследовании кинематики механизма по излагаемому методу, поскольку параметры кинематики любого звена или любой точки первоначального механизма уже известны. Поэтому следует считать известными и все параметры точек исходного механизма, в которых осуществляется присоединение новой кинематической группы, а именно точек M и N. При этом необходимо иметь ввиду, что присоединение элементов кинематических пар M и N к смежным или противоположным звеньям исходного механизма отразится лишь на виде уравнений, отображающих параметры кинематики точек M и N.

Как было оговорено выше, присоединяемая кинематическая группа снабжается отдельной подвижной системой координат ϑ, ζ с началом в какой-либо точке присоединения, например M. Предпочтительнее связать эту координатную систему с тем из присоединяемых звеньев, которое является шатуном. Затем определяются координаты точек M и N в неподвижной плоскости (x_M, y_M, x_N и y_N) при помощи выведенных выше уравнений. Так например, если точка M принадлежит шатуну AB, то координаты x_M и y_M определяются из уравнений (1) или (5) соответственно при исходных четырехзвенниках видов *2б*, *4*, *5а* и *5б* или *1*, *2а*, *3а* и *3б* (таблица 2) путем подстановки в них значений координат $\xi = \xi_M, \eta = \eta_M$.

Обозначим λ угол относительного поворота систем координат ϑ, ζ и x, y, ν — угол поворота звеньев MK и KN в их относительном движении. Уравнения (1)...(6) справедливы для определения параметров движения звеньев присоединенной двухповодковой группы при условии замены в них символов ψ, ξ, η и β соответственно символами $\lambda, \vartheta, \zeta$ и ν, а индексов A и C соответственно индексами M и N.

Необходимо иметь ввиду, что все вводимые при решении задач координатные системы должны отличаться сходственным расположением.

Разработанный и изложенный выше алгоритм исследования параметров кинематики механизмов второго класса второго порядка справедлив для любых многозвенных механизмов того же класса и того же порядка.

Из четырехзвенных механизмов и кинематических групп, приведенных в таблицах 2 и 1, могут быть получены 528 разновидностей шестизвенных механизмов, весьма значительное количество механизмов с большим числом звеньев. Достаточно велико и число видов уравнений параметров точек присоединения звеньев. Однако все упомянутые разновидности уравнений могут быть получены на основе применения выведенных выше уравнений.

Поступила 13 VIII 1959 г.

Ленинградский Текстильный Институт, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И. И., *Теория механизмов и машин*, Гостехтеориздат, М.-Л., 1951.
2. Лебедев П. А., Научн. Докл. Высш. Шк. по разделу Машиностроение и Приборостроение, 1958, *3*.

PROCEEDING OF THE FORMATION OF SLIDER LINES ALGEBRAIC EQUATIONS FOR PLANE MECHANISMS INVOLVING A LARGE NUMBER OF LINKS

(Summary)

The Author's proceeding of the formation of slider lines algebraic equations for plane mechanisms involving a large number of links consists in the analytical interpretation of the Assur's graphical method. It prepares leading steps in view of the application of modern electronic computers for solving engineering kinematics problems.

ALGORITM DE FORMARE A ECUAŢIILOR ALGEBRICE ALE CURBELOR DE BIELĂ PENTRU MECANISME PLANE CU MAI MULTE ORGANE

(Rezumat)

Autorul expune un algoritm de formare a ecuaţiilor algebrice ale curbelor de bielă pentru mecanisme plane cu mai multe organe. Esenţa metodei constă în interpretarea analitică a metodei grafice a lui L. V. Assur. Rezultatele obţinute sînt destinate soluţionării cu ajutorul maşinilor matematice de calcul a problemelor legate de teoria mecanismelor articulate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621 – 231

GETRIEBEANALYTISCHE UND GETRIEBESYNTHETISCHE UNTERLAGEN FÜR DEN ENTWURF ZWANGLÄUFIGER UND ÜBERGESCHLOSSENER VIERGELENKIGER RAUMKURBELGETRIEBE (I)

VON
H. WÖRLE

1. Einführung

Im Anschluss an die grundlegenden Arbeiten von F. Reuleaux [4], L Burmester [2], R. Müller [29], F. Wittenbauer [34] und R. Franke [27], sind in den letzten Jahrzehnten auf dem Gebiet der ebenen Getriebelehre weitere grosse Fortschritte erzielt worden. So gelang es H. Alt [5], [6], die vorhandenen geometrischen Erkenntnisse über Lagenbeziehungen in eine auf die praktischen Erfodernisse abgestimmte Form zu bringen und dem Konstrukteur einfache zeichnerische Verfahren für die Synthese ebener, insbesondere periodisch ungleichförmig übersetzender Getriebe bereitzustellen. Diese quantitative Getriebelehre, auch Masssynthese genannt, ist u. a. in der *Kinematischen Getriebesynthese* von R. Beyer [22] zusammengefasst dargestellt.

Dagegen wurde im getriebetechnischen Schrifttum den eigentlichen Raumgetrieben und unter diesen den räumlichen Kurbelgetrieben noch nicht die Beachtung geschenkt, die ihnen bezüglich ihrer möglichen praktischen Anwendungen zukommen könnte. Zur Verfügung standen bisher im Wesentlichen nur analytische und graphische Methoden für die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsermittlung, sowie für die Getriebedynamik die teils das Mayor-Misesche Abbildungsverfahren benützten, teils rein darstellend geometrisch vorgingen.

Genannt seien in diesem Zusammenhang Arbeiten von K. Federhofer [23]...[26], W. Prager [30], H. Winter [32], [33] und R. Beyer [17]. Der Aufbaulehre eigentlicher Raumgetriebe widmeten sich F. Altmann [7]...[10] und R. Franke (*loc. cit.*); Arbeiten von R. Beyer (*loc. cit.*) bahnten Wege für eine Synthese der Raumgetriebe.

In jüngster Zeit wurde auf Anregung von R. Beyer durch eine Arbeit von M. Weckert [31] ein zwangläufiges räumliches Kurbelgetriebe mit einem Drehgelenk und drei Drehschubgelenken untersucht, also ein Getriebe herausgegriffen,dem etwa die gleiche Bedeutung zukommen dürfte wie dem Viergelenkgetriebe der ebenen Kinematik. M. Weckert leitete unter Benützung eines dem Raumgetriebe zugeordneten sphärischen. Getriebes analytische Zusammenhänge zwischen dem Drehwinkel der Antriebskurbel und dem Schwingwinkel wie auch dem Hub des Abtriebsgliedes her und untersuchte die Schwingwinkeltotlagen im Abtrieb. Ferner wies er Wege für die darstellend geometrische Ermittlung der einzelnen Getriebestellungen aus gegebener Anfangslage und gab Bedingungen für das Eintreten von Verzweigungslagen.

Der erzielte Fortschritt brachte unmittelbar eine grosse Zahl weiterer Probleme mit sich, die vor allem für den gestaltenden Entwurf solcher räumlicher Getriebe von Bedeutung sind, wie beispielsweise die Aufstellung expliziter analytisher Formeln für sämtliche relativen Dreh- und Hubbewegungen der einzelnen Glieder gegeneinander. Weiterhin schien als vordringlich geboten die Ermittlung derjenigen Bedingungen, unter welchen die einzelnen Glieder gegeneinander umlaufen können.

Im ersten Teil der vorliegenden Abhandlung soll auf diese Fragestellungen eingegangen und ausserdem eine Herleitung der expliziten Gleichungen für die Winkelgeschwindigkeiten gebracht werden. Ein numerisch vollständig durchgerechnetes Beispiel eines praktisch bedeutsamen Getriebes zur Umwandlung einer Drehbewegung in eine Schwingschubbewegung ist zur Eräuterung angefügt.

Die Auswertung des aufgestellten Formelwerkes hinsichtlich der Abwandlungsmöglichkeiten durch Herabsetzung des Freiheitsgrades einzelner oder mehrerer Gelenke führt auf eine grössere Zahl neuartiger Getriebe, die durch spezielle Wahl von Kreuzungswinkeln und Kreuzungsabständen gekennzeichnet sind. Die theoretischen Grundlagen für Reduktion der einzelnen Drehschubgelenke auf Drehgelenke oder Schubgelenke werden im zweiten Abschnitt bereitgestellt. Daran schliesst sich eine systematische Behandlung der wichtigsten möglichen Getriebe mit herabgesetzter Freiheitsgradsumme ihrer Gelenke an, wobei zur Erläuterung mehrere Beispiele ausführlich behandelt sind.

2. Die wichtigsten Bezeichnungen

Teile A, B, und C (Vgl. hierzu die Abb. 2 und 3)

F — Freiheitsgrad eines Getriebes ;
f — Freiheitsgrad eines Gelenkes ;
a, b, c, d — Glieder des viergelenkigen Raumkurbelgetriebes ;
a — Kurbel
b — Koppel
c — Schwinge
d — Gestell
} des zwangläufigen viergelenkigen räumlichen Kurbelgetriebes bei Umlaufmöglichkeit von a und d als Stand (Standglied oder Gestell) ;

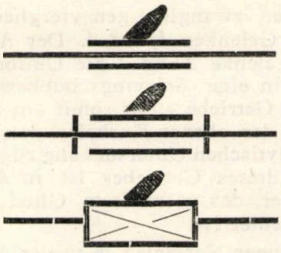
k_{ad} oder k_{da} — Achse *1*
k_{ba} oder k_{ab} — Achse *2*
k_{cb} oder k_{bc} — Achse *3*
k_{dc} oder k_{cd} — Achse *4*
} des zwangläufigen viergelenkigen räumlichen Kurbelgetriebes ;

x_i, y_i, z_i — Richtungscosinusse der Achse i, $(i = 1, 2, 3, 4)$;
λ_1 — axialer Abstand längs der Achse *1* ;
λ_2 — relativer Vorschub des Gliedes b gegenüber dem Glied a längs der Achse *2* ;
λ_3 — relativer Vorschub des Gliedes c gegenüber dem Glied b längs der Achse *3* ;
λ_4 — relativer Vorschub des Gestells d gegenüber dem Glied c längs der Achse *4* ;
$\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$ — Einheitsvektoren der Achsen *1, 2, 3, 4* ;
e_{12} —
e_{23} —
e_{34} —
e_{41} — } Länge der gemeinsamen Normalen (Kreuzungsabstand) zwischen den Achsen { *1* und *2* / *2* und *3* / *3* und *4* / *4* und *1* ;

x_{ik}, y_{ik}, z_{ik} — Richtungscosinusse der gerichteten Kreuzungsabstände e_{ik} ;
$\mathbf{u}_{12}, \mathbf{u}_{23}, \mathbf{u}_{34}, \mathbf{u}_{41}$ — Einheitsvektoren der Kreuzungsabstände $e_{12}, e_{23}, e_{34}, e_{41}$;
ϑ_{12} —
ϑ_{23} —
ϑ_{34} —
ϑ_{41} — } Kreuzungswinkel zwischen den Achsen { *1* und *2*, / *2* und *3*, / *3* und *4*, / *4* und *1* ;

$\psi_{ad} = -\psi_{da} = \varphi$ — Drehwinkel der Antriebskurbel gegen das Gestell d ;
ψ_{ab} —
ψ_{bc} — } relativer Drehwinkel von Glied { a gegen b / b gegen c } um die Achse { *2*, / *3* ;
$\psi_{cd} = \psi$ — Drehwinkel des Abtriebsgliedes gegen das Gestell d ;
$\bar{\omega}_{ad}$ —
$\bar{\omega}_{ba}$ —
$\bar{\omega}_{bc}$ —
$\bar{\omega}_{cd}$ — } Vektor der relativen Winkelgeschwindigkeit des Gliedes { a gegen Glied d, / b gegen Glied a, / b gegen Glied c, / c gegen Glied d,
mit $\bar{\omega}_{ik} = -\bar{\omega}_{ki}$, z. B.: $\bar{\omega}_{ad} = -\bar{\omega}_{da}$;

i, j, k — Einheitsvektoren in den Achsen x, y, z eines orthogonalen räumlichen Koordinatensystems ;



— Symbol für Drehschubgelenk ($f=2$);

— Symbol für Drehgelenk ($f=1$);

— Symbol für Schubgelenk ($f=1$).

Aldine oder überstrichene griechische Buchstaben kennzeichnen den vektoriellen Charakter der betreffenden Grösse.

Vektorprodukte werden mit eckigen Klammern, z. B. $[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2]$, Skalarprodukte mit runden Klammern, z. B $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$ bezeichnet.

Die Schrägbilder sind als schiefe Parallelprojektion mit einem Verkürzungsverhältnis $x:y:z=\frac{1}{2}:1:1$ und einem Verzerrungswinkel von 45° (Kavalierperspektive) ausgeführt; M_z — Zeichenmassstab.

Teil A

Zur Geometrie und Synthese eigentlicher viergliedriger und viergelenkiger Raumkurbelgetriebe

a) *Überblick über die möglichen Getriebe*

Die den Zwanglauf räumlicher Getriebe kennzeichnende grundlegende Formel $F=6(n-g-1)+\sum f_i$ liefert für den Freiheitsgrad F eigentlicher viergliedriger Raumkurbelgetriebe, falls die Anzahl n der Glieder gleich der Anzahl g der Gelenke ist, die einfachere Beziehung $F=\sum f_i-6$. Hierbei bedeutet f_i den Freiheitsgrad jeweils des i. Gelenkes.

Unter der Voraussetzung des Zwanglaufs des betrachteten Getriebes, also mit $F=1$, folgt die charakteristische Bedingung $\sum f_i=7$.

Die Frage nach der Anzahl der möglichen Viergelenkgetriebe in bezug auf die Freiheitsgrade der einzelnen Gelenke ist damit zurückgeführt auf die Ermittlung sämtlicher möglicher Zerlegungen von 7 in vier ganzzahlige positive Summanden

Die Aufstellung [9]

$$7=1+2+2+2,\quad 7=1+1+2+3,\quad 7=1+1+1+4,$$

zeigt, dass man Viergelenkgetriebe bauen kann mit beispielsweise: a) 1 Drehgelenk und 3 Drehschubgelenken, b) 2 Drehgelenken, 1 Drehschubgelenk und einem Kugelgelenk, c) 3 Drehgelenken und einem Kugelzapfen in Hohlzylinder gleichen Durchmessers.

Es sei aber bereits an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass speziell gewählte Achsenlagen die Freiheitsgrade gewisser Gelenkanordnungen herabsetzen und damit die im allgemeinen gültige Formel $\sum f_i=7$ bis auf $\sum f_i=4$ herabdrücken können, dass also die eingangs aufgestellte Formel für F mit Vorsicht anzuwenden ist [1], [28]. Diese Sonderfälle haben gegenüber den allgemeinen Getrieben den Nachteil, dass sie ein genaues Einhalten bestimmter Abmessungen für die Lagen der Drehachsen erfordern und daher gegen Verformung ihrer Glieder unter Einwirkung von Kräften empfindlich sind [10].

b) *Grundgleichungen für das eigentliche viergliedrige und viergelenkige Raumkurbelgetriebe mit einem Drehgelenk und drei Drehschubgelenken*

Für die eigentlichen viergliedrigen Raumkurbelgetriebe liegt, abgesehen von wenigen Spezialfällen [1], [28] m. W. eine getriebesynthetische Untersuchung mit dem Zweck der Beschaffung konstruktiver Unterlagen nur in der schon angeführten Arbeit von M. Weckert (*loc. cit.*) vor.

Die Abb. 1 zeigt das Modell des dort behandelten zwangläufigen viergliedrigen Raumkurbelgetriebes mit den Gliedern a, b, c, d und den Gelenken $1, 2, 3, 4$. Der Antrieb erfolgt am Glied a und liefert über die beiden Drehschubgelenke 2 und 3 die Umformung einer Drehung in eine Schwingschubbewegung im Abtrieb. Das Getriebe stellt somit ein räumliches Analogon der ebenen Kurbelschwinge dar.

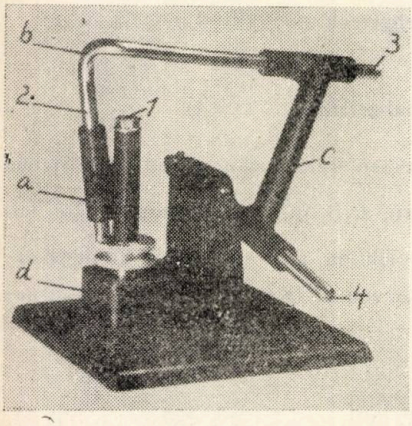


Abb. 1. — Viergliedriges rä mliches Kurbelgetriebe mit einem Drehgelenk und drei Drehschubgelenken.

Das der analytischen Untersuchung zugrunde gelegte Schema dieses Getriebes ist in Abb. 2 dargestellt, wobei das gestellfeste Glied durch Schraffur angedeutet ist.

Die gemeinsamen Normalen je zweier Achsen i und k legen die Kreuzungsabstände fest, die mit e_{ik} bezeichnet werden; die Kreuzungswinkel zweier Achsen werden mit ϑ_{ik} benannt.

Zur rechnerischen Erfassung wird ein rechtshändiges räumliches orthogonales xyz Koordinatensystem verwandt, dessen z-Achse mit der Achse 1 (k_{ad}) und dessen x-Achse mit der Normale e_{41} gemäss Abb. 3 zusammenfällt. Dem Getriebe wird mittels der Kreuzungsabstände e_{ik}, des axialen Abstandes λ_1 längs der Achse 1 und den axialen Vorschüben längs der Achsen $2, 3, 4$ ein durchgehender räumlicher Vektorzug zugeordnet. Hierbei bedeutet allgemein λ_i den Abstand der beiden an der Achse i anliegenden Kreuzungsabstände Der Durchlaufssinn des genannten Vektorzuges wird durch die Forderung festgelegt, dass der positive Richtungssinn der Achse 1 mit dem positiven Richtungssinn der z-Achse übereinstimmen soll.

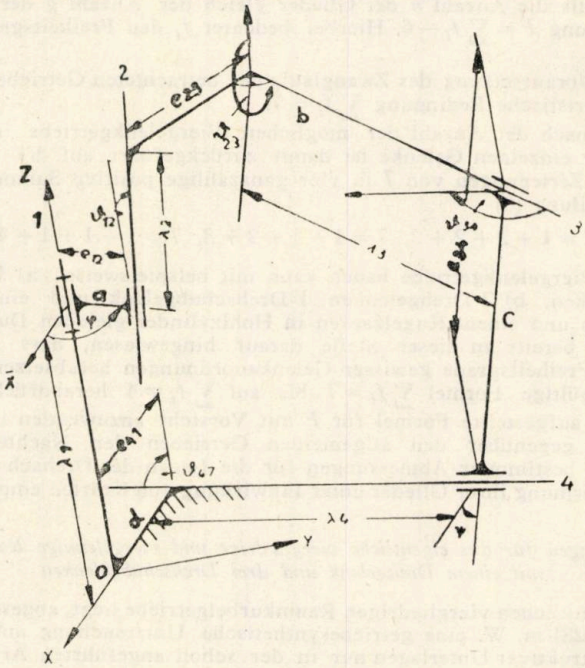


Abb. 2. — Kettenbild eines zwangläufigen viergliedrigen räumlichen Kurbelgetriebes mit einem Drehgelenk und drei Drehschubgelenken.

Um für den praktischen Gebrauch des Formelwerkes bezüglich des Drehsinnes der Kreuzungswinkel ϑ_{ik} und der relativen Drehwinkel $\varphi = -\psi_{da}, \psi_{ab}, \psi_{bc}, \psi_{cd} = \psi$ allgemeingültige Eindeutigkeit zu erzielen, sei unter Benützung von Abb. 2 u 3 ergänzend definiert. Der Kreuzungswinkel ϑ_{12} der Achsen *1* und *2*, in Aufeinanderfolge *1*, *2*, ist derjenige Winkel, bei dem die Achse *1* — bei Blickrichtung längs der positiven Richtung des Einheitsvektors $\mathbf{u}_{12}$ der gemeinsamen Normale von *1* und *2* — durch Drehung im Gegensinn des Uhrzeigers in die Lage der Achse *2* übergeführt wird, wobei nach der Drehung der positive Richtungssinn des Einheitsvektors $\mathbf{a}_1$ mit dem positiven Richtungssinn von $\mathbf{a}_2$ übereinstimmen soll. Für die anderen Kreuzungswinkel ϑ_{23}, ϑ_{34} ϑ_{41} gilt diese Definition sinngemäss.

Als relativer Drehwinkel $\psi = \psi_{cd}$ wird der von den beiden Einheitsvektoren $\mathbf{u}_{41}$ und $\mathbf{u}_{34}$ gebildete Winkel bezeichnet. Dieser wird bei Blickrichtung längs der positiven Richtung des Einheitsvektors $\mathbf{u}_4$ der Achse *4*, im Gegensinn des Uhrzeigers gemessen, von $\mathbf{u}_{41}$ nach $\mathbf{u}_{34}$ (Abb. 3 u. 4). Auf die anderen relativen Drehwinkel ψ_{da}, ψ_{ab}, ψ_{bc} ist diese Definition sinngemäss zu übertragen.

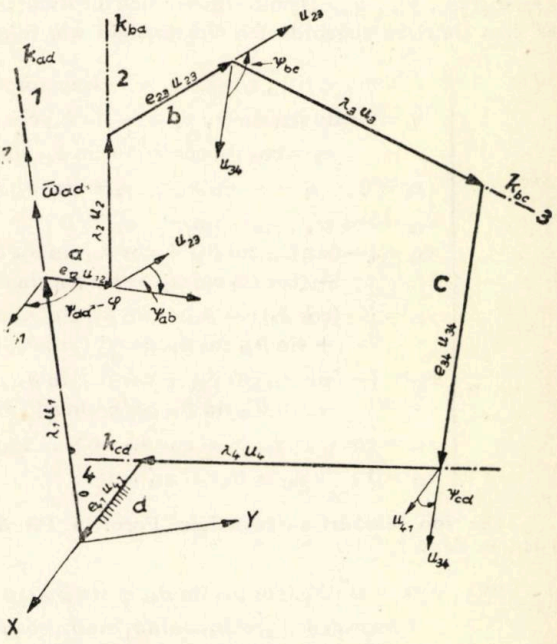


Abb. 3. — Relative Drehwinkel und relative Hubwege des Getriebes nach Abb. 1.

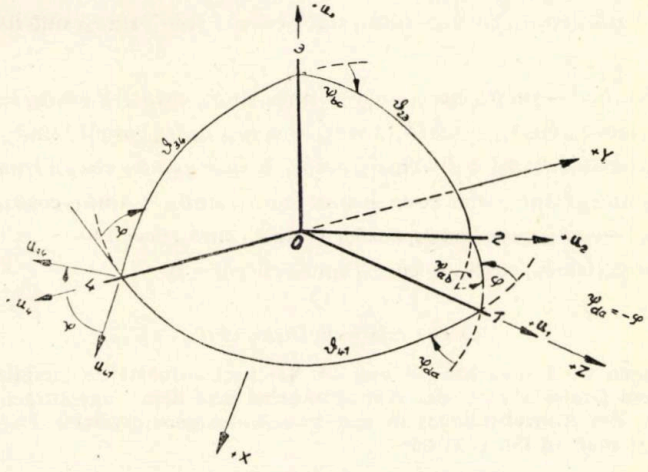


Abb 4. — Kreuzungswinkel und relative Drehwinkel bei einem sphärischen Getriebe.

Werden die Komponenten des Einheitsvektors $\mathbf{a}_i$ längs $\bar{\lambda}_i$ mit x_i, y_i, z_i und die von $\mathbf{a}_{ik}$ längs $\bar{e}_{i_k}$ mit x_{ik}, y_{ik}, z_{ik} bezeichnet, so gilt für die gerichteten Hublängen $\bar{\lambda}_i = \lambda_i \mathbf{a}_i = \lambda_i \mathbf{a}_i (x_i, y_i, z_i)$ und für die gerichteten Kreuzungsabstände $\bar{e}_{ik} = e_{ik} \mathbf{u}_{ik} = e_{ik} \mathbf{u}_{ik}(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik})$. Damit ergeben sich die Richtungscosinusse der einzelnen Vektoren des dem Getriebe zugeordneten Vektorzuges wie folgt:

$$
(1)\quad \left\{\begin{aligned}
&x_1 = 0,\ y_1 = 0,\ z_1 = 1;\quad x_2 = -\sin\varphi \sin\vartheta_{12},\quad y_2 = \cos\varphi \sin\vartheta_{12},\quad z_2 = \cos\vartheta_{12};\\
&x_3 = -\sin\vartheta_{34}\sin\psi,\quad y_3 = -\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} - \cos\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi,\\
&\qquad z_3 = \cos\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} - \sin\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi;\\
&x_4 = 0,\quad y_4 = -\sin\vartheta_{41},\quad z_4 = \cos\vartheta_{41};\\
&x_{12} = \cos\varphi,\quad y_{12} = \sin\varphi,\quad z_{12} = 0;\\
&x_{23} = [-(\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} + \cos\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi)\cos\vartheta_{12} -\\
&\qquad -(\cos\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} - \sin\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi)\cos\varphi\sin\vartheta_{12}] / \sin\vartheta_{23},\\
&y_{23} = [-(\cos\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} - \sin\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi)\sin\varphi\sin\vartheta_{12} +\\
&\qquad +\sin\vartheta_{34}\cos\vartheta_{12}\sin\psi] / \sin\vartheta_{23},\\
&z_{23} = [-(\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} + \cos\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi)\sin\varphi\sin\vartheta_{12} -\\
&\qquad -\sin\vartheta_{34}\sin\vartheta_{12}\cos\varphi\sin\psi] / \sin\vartheta_{23};\\
&x_{34} = \cos\psi,\quad y_{34} = -\cos\vartheta_{41}\sin\psi,\quad z_{34} = -\sin\vartheta_{41}\sin\psi;\\
&x_{41} = 1,\quad y_{41} = 0,\quad z_{41} = 0.
\end{aligned}\right.
$$

Die von Weckert aufgestellten Formeln für den Schwingwinkel ψ und den Hub λ_4 lauten dann:

$$
\begin{aligned}
(2\,a)\quad W(\varphi,\psi) \equiv\ & -\sin\vartheta_{34}(\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41}\cos\varphi)\cos\psi +\\
&+\cos\vartheta_{34}(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi) + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\sin\varphi\sin\psi - \cos\vartheta_{23} = 0,
\end{aligned}
$$

oder bei anderer Zusammenfassung

$$
\begin{aligned}
(2\,b)\quad W(\varphi,\psi) \equiv\ & -\sin\vartheta_{12}(\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} + \cos\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi)\cos\varphi +\\
&+\cos\vartheta_{12}(\cos\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} - \sin\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi) + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\sin\varphi\sin\psi - \cos\vartheta_{23} = 0
\end{aligned}
$$

und

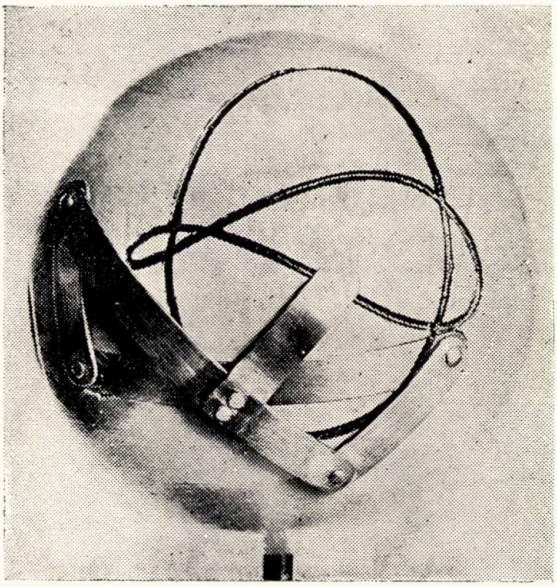
$$
\begin{aligned}
H(\varphi,\psi,\lambda_1,\lambda_4) \equiv\ & \lambda_1 \sin\vartheta_{12}[-\sin\vartheta_{34}\cos\varphi\sin\psi - \sin\psi(\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} + \cos\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi)] +\\
&+ e_{12}[\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23} - (\cos\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} - \sin\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi)] / \sin\vartheta_{12} + e_{23}\sin\vartheta_{23} +\\
&+ e_{34}[\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{34} + (-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi)] / \sin\vartheta_{34} -\\
&- \lambda_4 \sin\vartheta_{34}[\sin\vartheta_{12}\sin\varphi\cos\psi + \sin\varphi(\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41}\cos\varphi)] +\\
&+ e_{41}[-\sin\vartheta_{12}\cos\varphi(\cos\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} - \sin\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi) -\\
&- \cos\vartheta_{12}(\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} + \cos\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi)] = 0.
\end{aligned}
$$

c) *Die relativen Drehwinkel*

Im folgenden wird zunächst die von M. Weckert aufgestellte „implizite" Beziehung zwischen dem Drehwinkel φ der Antriebskurbel und dem zugehörigen Dreh- oder Schwingwinkel ψ des Abtriebsgliedes in eine zweckmässigere explizite Darstellungsform übergeführt. Setzt man in Gl. (2 a) für

$$
-\sin\vartheta_{34}(\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41}\cos\varphi) = A,
$$

$$
\cos\vartheta_{34}(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi) - \cos\vartheta_{23} = B,\quad \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\sin\varphi = C,
$$



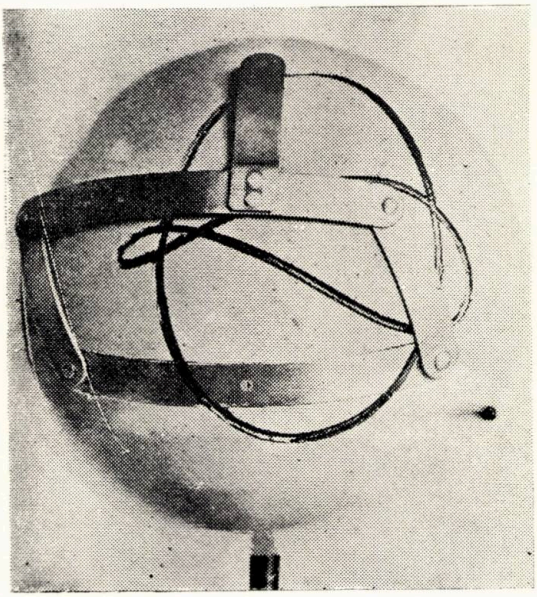
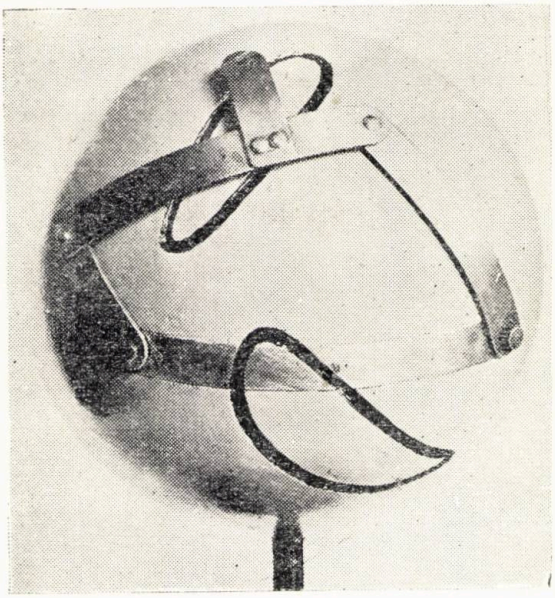


Abb. 5 und 6 -- Erzeugung einteiliger sphärischer Koppelkurven mit Doppelpunkten bei durchschlagender Getriebeanordnung.



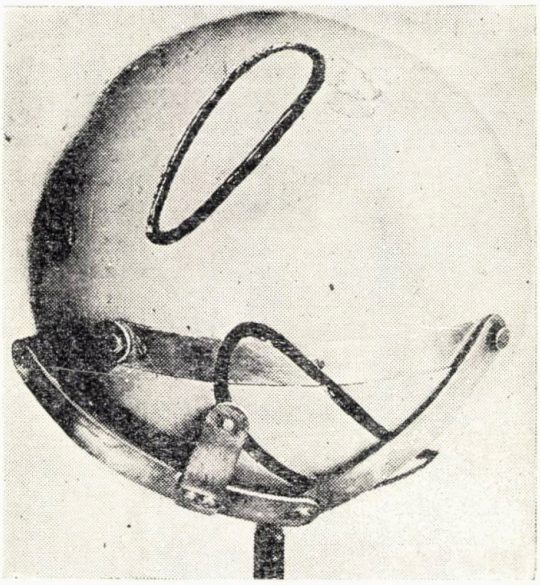


Abb. 7 und 8 — Erzeugung zweiteiliger sphärischer Koppelkurven einer sphärischen Kurbelschwinge für die beiden möglichen Getriebebauformen gleiche Abmessungen.

so ergibt sich mit A, B, C als Funktionen von φ:

$$A\cos\psi + B + C\sin\psi = 0.$$

Die Auflösung dieser in $\cos\psi$ bzw. $\sin\psi$ quadratischen Gleichung liefert:

(4 a) $$\cos\psi_{1,2} = \left(-AB \pm C\sqrt{A^2 - B^2 + C^2}\right)/(A^2 + C^2),$$

(4 b) $$\sin\psi_{1,2} = \left(-BC \mp A\sqrt{A^2 - B^2 + C^2}\right)/(A^2 + C^2).$$

Nach einigen Umformungen folgt:

(5)
$$\cos\psi_{1,2} = \{(\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41}\cos\varphi\,[\cos\vartheta_{34}(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi) - \cos\vartheta_{23}] \pm \sin\vartheta_{12}\sin\varphi\sqrt{D_1}\}/\{\sin\vartheta_{34}[1 - (-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41}]\vartheta + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi)^2]\},$$

(6)
$$\sin\psi_{1,2} = \{-\sin\vartheta_{12}\sin\varphi\,[\cos\vartheta_{34}(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi) - \cos\vartheta_{23}] \pm (\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41}\cos\varphi)\sqrt{D_1}\}/\{\sin\vartheta_{34}[1 - (-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi)^2]\},$$

wobei als Abkürzung

(7) $$\sin^2\vartheta_{23}\sin^2\vartheta_{34} - (\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{34} - \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi)^2 = D_1$$

gesetzt wurde.

Durch Division der Gleichungen (4 a), (4 b) wird ferner

(8)
$$\operatorname{tg}\psi_{1,2} = \{-\sin^2\vartheta_{34}\sin\vartheta_{12}\sin\varphi\,(\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41}\cos\varphi) + \pm[\cos\vartheta_{34}(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi) - \cos\vartheta_{23}]\sqrt{D_1}\}/\{\cos\vartheta_{34}(-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi) + \cos\vartheta_{23}]^2 - \sin^2\vartheta_{12}\sin^2\vartheta_{34}\sin^2\varphi$$

erhalten.

Mit den Formeln (5)...(8) kann bei bekannten Kreuzungswinkeln ϑ_{ik} für jede Kurbelstellung φ des Antriebsgliedes unmittelbar der dazugehörige Winkel ψ im Abtrieb berechnet werden.

Diese Gleichungen liefern zu gegebenem Antriebswinkel φ zwei verschiedene Werte für den Abtriebswinkel ψ, da in den Gleichungen (5), (6) und (8) sowohl das obere wie das untere bei den doppelten Vorzeichen verwendet werden kann. Es ist also möglich bei festgelegten Kreuzungswinkeln ϑ_{ik} zwei verschiedene sphärische Getriebe [1]) und damit auch zwei dazugehörige eigentliche Raumkurbelgetriebe zu entwerfen. Es liegen hier ähnliche Verhältnisse wie in der ebenen Kinematik des Viergelenkgetriebes vor (einteilige und zweiteilige Koppelkurven). Die Abb. 5 und 6 zeigen die beiden möglichen Bauformen für ein durchschlagendes sphärisches Getriebe mit eingetragener einteiliger Koppelkurve. In den Abb. 7 und 8 ist ein nicht durchschlagendes sphärisches Getriebe in seinen zwei Ausführungen dargestellt. In diesem Fall werden zweiteilige Koppelkurven erzeugt.

Für gewisse Untersuchungen, insbesondere in Verbindung mit Standwechsel, ist es vorteilhaft, die von Weckert in impliziter Form angegebene Winkelbeziehung auch nach $\cos\varphi$ und $\sin\varphi$ explizit aufgelöst zur Verfügung zu haben.

Es ergibt sich:

(9)
$$\cos\varphi_{1,2} = \{(\cos\vartheta_{34}\sin\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41}\cos\psi)\,[\cos\vartheta_{12}(\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \sin\vartheta_{34}\sin\vartheta_{41}\cos\psi) - \cos\vartheta_{23}] \pm \pm\sin\vartheta_{34}\sin\psi\sqrt{D_2}\}/\{\sin\vartheta_{12}[1 - (\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \sin\vartheta_{34}\sin\vartheta_{41}\cos\psi)^2]\},$$

[1]) Sphärische Getriebe entstehen aus einem eigentlichen viergelenkigen räumlichen Kurbelgetriebe dadurch, das dessen sämtliche relativen Drehachsen unter Beibehaltung ihrer Richtung im Raum in einem Punkt vereinigt werden (Vgl. Abb. 3 und 4).

$$\sin\varphi_{1,2} = \{-\sin\vartheta_{34}\sin\psi\,[\cos\vartheta_{12}(\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \sin\vartheta_{34}\sin\vartheta_{41}\cos\psi) - \cos\vartheta_{23}] \pm (\cos\vartheta_{34}\sin\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41}\cos\psi)\sqrt{D_2}\} / \{\sin\vartheta_{12}[1 - (\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \sin\vartheta_{34}\sin\vartheta_{41}\cos\psi)^2]\}\,, \tag{10}$$

wobei als Abkürzung

$$\sin^2\vartheta_{12}\sin^2\vartheta_{23} - (\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23} - \sin\vartheta_{34}\sin\vartheta_{41}\cos\psi)^2 = D_2 \tag{11}$$

gesetzt wurde.

Die in den Gleichungen (9) und (10) auftretenden doppelten Vorzeichen sind den zweifachen Vorzeichen in den Gleichungen (5) und (6) derart zugeordnet, dass die eine bauliche Ausführungsmöglichkeit bei gegebenen Kreuzungswinkeln ϑ_{ik} durch die Verwendung jeweils sämtlicher oberer Vorzeichen in (5), (6) und (9), (10), die andere Bauform durch die unteren Vorzeichen erfasst wird.

Es erweist sich ferner als zweckmässig, auch die übrigen relativen Drehwinkel in das bereitzustellende mathematische Rüstzeug mit einzubeziehen.

Bezeichnet man den relativen Drehwinkel des Gliedes a gegenüber dem Glied b mit ψ_{ab}, so gilt

$$\cos\psi_{ab} = (\mathbf{u}_{12}, \mathbf{u}_{23}). \tag{12}$$

Unter Benützung der in den Gleichungen (1) angegebenen Richtungscosinusse ergibt sich hieraus nach einfachen Umformungen

$$\cos\psi_{ab} = (-\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} + \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23} + \sin\vartheta_{34}\sin\vartheta_{41}\cos\psi) / (\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}) \tag{13}$$

Durch Einsetzen des in Gleichung (5) vorliegenden Ausdrucks für $\cos\psi$ erhält man $\cos\psi_{ab}$ in expliziter Darstellung, abhängig vom Kurbelwinkel φ:

$$\cos\psi_{ab} = \{(\sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} + \cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi)[-\cos\vartheta_{34} + \cos\vartheta_{23}(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi)] \pm \sin\vartheta_{41}\sin\varphi\sqrt{D_1}\} / \{\sin\vartheta_{23}[1-(-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi)^2]\} \tag{14}$$

und

$$\sin\psi_{ab} = \{-\sin\vartheta_{41}\sin\varphi\,[\cos\vartheta_{23}(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi) - \cos\vartheta_{34}] \pm (\cos\vartheta_{41}\sin\vartheta_{12} + \sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{12}\cos\varphi)\sqrt{D_1}\} / \{\sin\vartheta_{23}[1 - (-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi)^2]\}\,, \tag{15}$$

oder auch wegen Gleichung (11)

$$\sin\psi_{ab} = \pm\sqrt{D_2} / (\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23})\,. \tag{16}$$

Der Drehwinkel ψ_{bc} zwischen den Gliedern b und c um die Achse 3 lässt sich mit

$$\cos\psi_{bc} = (\mathbf{u}_{23}, \mathbf{u}_{34}) \tag{17}$$

darstellen durch

$$\cos\psi_{bc} = (-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} + \cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{34} + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi) / (\sin\vartheta_{23}\sin\vartheta_{34}) \tag{18}$$

und

$$\sin\psi_{bc} = \pm\sqrt{D_1} / (\sin\vartheta_{23}\sin\vartheta_{34})\,. \tag{19}$$

Die in den Gleichungen (14), (15), (16) und (18) auftretenden doppelten Vorzeichen beziehen sich wiederum auf die beiden Ausführungsmöglichkeiten des Getriebes bei gegebenen gleichen Abmessungen, wobei jeweils die oberen bzw. unteren Vorzeichen den oberen bzw. unteren Verzeichen in den Gleichungen (5) und (6) zugeordnet sind.

d) *Umlaufbedingungen*

Für die praktische Anwendung der Raumkurbelgetriebe ist vor allem auch die Kenntnis notwendiger und hinreichender Bedingungen für das Umlaufen der im Standglied gelagerten Getriebeglieder erforderlich, desgleichen die Ermittlung der grössten und kleinsten Werte des Schwingwinkels im Abtrieb für die Umformung einer Drehbewegung in eine Schwingschubbewegung.

Zur Klärung dieser Fragen sei auf die Gleichungen (5) und (9) zurückgegriffen. Erstere liefert nur dann reelle Werte für den Schwingwinkel ψ, wenn der Ausdruck unter der Wurzel nicht negativ wird. Als notwendige Bedingung für Umlaufen der *Antriebskurbel* folgt daher die Beziehung

$$\sin^2\vartheta_{23}\sin^2\vartheta_{34} \geqslant (\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{34} - \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi)^2, \tag{20}$$

die für jeden Wert des Kurbelwinkels φ erfüllt sein muss.

Die Gültigkeit von

$$\sin^2\vartheta_{12}\sin^2\vartheta_{23} \geqslant (\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23} - \sin\vartheta_{34}\sin\vartheta_{41}\cos\psi)^2 \tag{21}$$

für jeden Wert von ψ ist nach Gleichung (9) eine notwendige Bedingung für das Umlaufen des *Abtriebsgliedes*.

Diese beiden obigen Bedingungen sind aber auch hinreichend, da die Gleichung (5) bzw. Gleichung (9) dann immer, wie durch Abschätzung bewiesen werden kann, reelle Winkelwerte ψ bzw. φ liefern.

Ein umlaufendes Antriebsglied *a* (Abb. 2) kann also im Abtrieb nur dann eine umlaufende Bewegung erzeugen, wenn die Bedingungen (20) und (21) gleichzeitig erfüllt sind. Genügen die Getriebeabmessungen nur der ersten der beiden Beziehungen, so liegt, abgesehen von Sonderabmessungen im allgemeinen im Abtrieb eine Schwingbewegung vor. Bemerkenswert ist ferner, dass auch bei den eigentlichen Raumkurbelgetrieben das Umlaufverhalten ausschliesslich von Grossen der Kreuzungswinkel und nicht von den Kreuzungsabständen abhängig ist.

Die Umflaufbedingungen nach Gleichungen (20) und (21) können auch in einer den Grashofschen Bedingungen des ebenen Viergelenkgetriebes analogen Form angegeben werden ([3], Bd. **II**, S. 117).

Die Bedingung (20) ist nämlich gleichbedeutend mit dem gleichzeitigen Erfülltsein von

$$[\cos(\vartheta_{12}+\vartheta_{41}) - \cos(\vartheta_{23}+\vartheta_{34})]\cdot[\cos(\vartheta_{12}+\vartheta_{41}) - \cos(\vartheta_{23}-\vartheta_{34})] \leqslant 0, \tag{22 a}$$

$$[\cos(\vartheta_{12}-\vartheta_{41}) - \cos(\vartheta_{23}+\vartheta_{34})]\cdot[\cos(\vartheta_{12}-\vartheta_{41}) - \cos(\vartheta_{23}-\vartheta_{34})] \leqslant 0. \tag{22 b}$$

Hieraus ergeben sich unmittelbar die notwendigen und hinreichenden Bedingungen für Umlaufen des Antriebsgliedes *a* bei festgehaltenem Gestell *d* zu

$$\begin{aligned}
&\cos(\vartheta_{23}+\vartheta_{34}) \leqslant \cos(\vartheta_{12}+\vartheta_{41}) \leqslant \cos(\vartheta_{23}-\vartheta_{34}), \text{ oder}\\
&\cos(\vartheta_{23}-\vartheta_{34}) \leqslant \cos(\vartheta_{12}+\vartheta_{41}) \leqslant \cos(\vartheta_{23}+\vartheta_{34})\\
&\text{und}\\
&\cos(\vartheta_{23}+\vartheta_{34}) \leqslant \cos(\vartheta_{12}-\vartheta_{41}) \leqslant \cos(\vartheta_{23}-\vartheta_{34}), \text{ oder}\\
&\cos(\vartheta_{23}-\vartheta_{34}) \leqslant \cos(\vartheta_{12}-\vartheta_{41}) \leqslant (\cos(\vartheta_{23}+\vartheta_{34}),
\end{aligned} \tag{23}$$

von denen jeweils eine der ersten Gruppe in Verbindung mit einer der zweiten Gruppe erfüllt sein muss, unabhängig davon ob die anderen erfüllt sind.

Anders ausgedrückt, es muss sowohl $\cos(\vartheta_{12}+\vartheta_{41})$ wie auch $\cos(\vartheta_{12}-\vartheta_{41})$ in einem Intervall liegen, das von $\cos(\vartheta_{23}+\vartheta_{34})$ und $\cos(\vartheta_{23}-\vartheta_{34})$ begrenzt ist.

In ähnlicher Weise erkennt man als notwendige und hinreichende Bedingung für Umlaufen des Abtriebsgliedes gegenüber dem Gestell das Erfülltsein von

$$\begin{aligned}
&\cos(\vartheta_{12}+\vartheta_{23}) \leqslant \cos(\vartheta_{34}+\vartheta_{41}) \leqslant \cos(\vartheta_{12}-\vartheta_{23}) \text{ oder}\\
&\cos(\vartheta_{12}-\vartheta_{23}) \leqslant \cos(\vartheta_{34}+\vartheta_{41}) \leqslant \cos(\vartheta_{12}+\vartheta_{23}),\\
&\text{und}\\
&\cos(\vartheta_{12}+\vartheta_{23}) \leqslant \cos(\vartheta_{34}-\vartheta_{41}) \leqslant \cos(\vartheta_{12}-\vartheta_{23}) \text{ oder}\\
&\cos(\vartheta_{12}-\vartheta_{23}) \leqslant \cos(\vartheta_{34}-\vartheta_{41}) \leqslant \cos(\vartheta_{12}+\vartheta_{23}).
\end{aligned} \tag{24}$$

Es muss also hier sowohl $\cos(\vartheta_{34} + \vartheta_{41})$ wie auch $\cos(\vartheta_{34} - \vartheta_{41})$ in einem Intervall liegen, das von $\cos(\vartheta_{12} + \vartheta_{23})$ und $\cos(\vartheta_{12} - \vartheta_{23})$ begrenzt ist.

Sollen beide im Gestell gelagerten Glieder umlaufen (Analogon der Doppelkurbel in der ebenen Kinematik), so müssen die Bedingungen (23) und (24) gleichzeitig erfüllt sein.

Diejenigen Winkelwerte φ bzw. ψ für die in Gleichung (20) bzw. (21) nur das Gleichheitszeichen gilt, stellen die Grenzfälle dar, in denen noch eine reelle Zuordnung zwischen Antriebs- und Abtriebswinkel besteht.

Die Gleichungen $D_1 = 0$ (Gleichung (7)) bzw. $D_2 = 0$ (Gleichung (11)) liefern somit diejenigen Winkelstellungen, in denen im Antrieb bzw. im Abtrieb Schwingwinkeltotlagen auftreten.

Nach Gleichung (16) ist das Verschwinden der Diskriminante D_2 unter der Voraussetzung, dass weder die Achsen *1* und *2* noch *2* und *3* parallel sind, gleichbedeutend mit $\sin \psi_{ab} = 0$. Dann sind auch die beiden Kreuzungsabstände e_{12} und e_{23} in paralleler Lage.

Allgemein gilt: Unter der Voraussetzung, dass keine zwei benachbarten Achsen einander parallel sind, treten Schwingwinkeltotlagen im Abtrieb dann und nur dann auf, wenn die beiden der Abtriebsachse nicht anliegenden Kreuzungsabstände in parallele Lage kommen.

c) *Verzweigungslagen*

Verzweigungslagen eines sphärischen Getriebes sind solche Getriebestellungen, in denen die auf Grund der doppelten Vorzeichen etwa in Gleichung (5) und Gleichung (9) möglichen beiden Bauformen in einander überführbar sind. Das kann nur in solchen Lagen der Fall sein, in denen die beiden Ausführungsmöglichkeiten für einen Antriebswinkel gleichgrosse Abtriebswinkel besitzen. Umgekehrt darf aber auch in dieser Stellung der Abtriebsschwinge gegenüber dem Gestell für beide Bauformen nur ein gemeinsamer Kurbelwinkel im Antrieb möglich sein. Unter der Voraussetzung, dass keine benachbarten Achsen parallel sind, ist somit eine notwendige Bedingung für das Eintreten von Verzweigungslagen das gleichzeitige Erfülltsein von $D_1 = 0$ (Gleichung (7)) und $D_2 = 0$ (Gleichung (11)). Nach den Gleichungen (16) und (19) werden dann $\sin \psi_{ab} = 0$ und $\sin \psi_{bc} = 0$, wodurch die Achsen *2* und *3* gemäss Abb. 4 in die durch die gestellfesten Achsen *1* und *4* bestimmte Ebene zu liegen kommen.

Verzweigungslagen eines sphärischen Getriebes können somit nur eintreten wenn alle relativen Drehwinkel 0° oder 180° sind. Damit ergibt sich aus Gleichung (2 b) die notwendige Bedingung zwischen den Kreuzungswinkeln für das Vorliegen von Verzweigungslagen zu

$$\cos[\vartheta_{12} \pm (\vartheta_{41} \pm \vartheta_{34})] = \cos \vartheta_{23}, \tag{25}$$

wobei die doppelten Vorzeichen in jeder beliebigen Kombination gültig sind. Scheidet man diejenigen Möglichkeiten aus, bei denen das sphärische Getriebe starr ist, so ist die Gleichung (25), wie gezeigt werden kann, auch hinreichend.

In Gleichung (25) sind insbesondere die auch von M. Weckert (*loc. cit.*) gefundenen Fälle,

$$\vartheta_{23} + \vartheta_{34} = \vartheta_{12} + \vartheta_{41}, \quad \text{bei } \varphi = 0^\circ, \tag{26 a}$$

$$\left.\begin{aligned} \vartheta_{23} - \vartheta_{34} &= \vartheta_{12} - \vartheta_{41} \quad (26\text{ b}) \\ \vartheta_{23} - \vartheta_{34} &= \vartheta_{41} - \vartheta_{12} \quad (26\text{ c}) \end{aligned}\right\} \text{ bei } \varphi = 180^\circ,$$

enthalten.

Bei eigentlichen Raumkurbelgetrieben ist Gleichung (25) für das Eintreten von Verzweigungslagen aber nur eine notwendige Bedingung, da die beiden möglichen Bauformen in diesen Stellungen im allgemeinen noch voneinander verschiedene relative Vorschübe aufweisen. Stimmen jedoch sowohl die relativen Drehwinkel wie die relativen Hübe überein, liegt auch hier eine Verzweigungslage vor. In diesem Fall sind dann sämtliche Kreuzungsabstände einander parallel und die relativen Drehachsen können durch Parallelverschiebung alle in eine Ebene gebracht werden.

e) *Die relativen Hubwege*

Nach der Klärung der mathematischen Zusammenhänge zwischen den relativen Drehwinkeln der einzelnen Glieder gegeneinander ist für die richtige Bemassung der Führungen in den Drehschubgelenken noch die Ableitung von Formeln für die relativen Hubwege notwendig.

Mit Benützung der Gleichungen (5) und (6) lässt sich aus Gleichung (3) der Hub λ_4 des Abtriebsgliedes gegenüber dem Gestell (Abb. 2) explizit als Funktion des Kurbelwinkels darstellen:

$$
\begin{aligned}
\pm\lambda_4 = \lambda_1 \sin\vartheta_{12} \{ & \sin\vartheta_{41}\,[(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{34} - \\
& - \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi)\sin\varphi\,] / \sqrt{D_1} \mp (\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi + \\
& + \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41}\} / N + e_{12}[(\sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{12}\cos\varphi)(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{41} - \\
& - \cos\vartheta_{34} - \sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{23}\sin\vartheta_{12}\cos\varphi) / \sqrt{D_1} \pm \sin\vartheta_{41}\sin\varphi] / N + \\
& + e_{34}(\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{34} - \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi / (\sqrt{D_1}\sin\vartheta_{34}) + \\
& + e_{41}\,[(\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{12} + \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41}\cos\varphi)(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{34} - \\
& - \sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{23}\sin\vartheta_{12}\cos\varphi) / \sqrt{D_1} \mp \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} - \\
& - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi)\sin\vartheta_{12}\sin\varphi\,] / N + (e_{23}\sin\vartheta_{23}) / \sqrt{D_1}\,,
\end{aligned}
\tag{27}
$$

wobei zur Abkürzung

$$
1 - (-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi)^2 = N \tag{28}
$$

gesetzt ist.

Das obere bzw. untere Vorzeichen entspricht hierbei dem oberen bzw. unteren Vorzeichen in den expliziten Darstellungen für $\cos\varphi$ und $\sin\psi$ in Gleichungen (5) und (6) und bezieht sich auf die beiden Getriebebaumöglichkeiten gleicher Abmessungen aber verschiedener Bewegungsgesetze.

Ergibt sich aus Gleichung (27) für eine der beiden Hublängen ein positiver Wert, so erstreckt sich der Hub in Richtung des der Achse *4* zugeordneten Einheitsvektors $\mathbf{a}_4$, also zum gestellfesten Kreuzungsabstand e_{41} hin; bei negativer Hublänge liegt umgekehrter Richtungssinn vor.

Zur Bestimmung der relativen Hubwege in den übrigen Drehschubgelenken ist es zweckmässig von der in Nr. 2 gemäss Abb. 3 eingeführten Darstellung des Getriebes durch einen geschlossenen Streckenzug auszugehen, der sich in der vektoriellen Schreibweise

$$
\lambda_1\mathbf{a}_1 + \lambda_2\mathbf{a}_2 + \lambda_3\mathbf{a}_3 + \lambda_4\mathbf{a}_4 + e_{12}\mathbf{u}_{12} + e_{23}\mathbf{u}_{23} + e_{34}\mathbf{u}_{34} + e_{41}\mathbf{u}_{41} = 0 \tag{29}
$$

angeben lässt.

Multipliziert man diese Vektorgleichung skalar mit den Vektorprodukt $[\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4]$, so erhält man

$$
\begin{aligned}
H(\varphi, \psi, \lambda_1, \lambda_3) \equiv {} & \lambda_1(\mathbf{a}_1[\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4]) + \lambda_3(\mathbf{a}_3[\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4]) + e_{12}(\mathbf{u}_{12}[\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4]) + \\
& + e_{23}(\mathbf{u}_{23}[\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4]) + e_{34}(\mathbf{u}_{34}[\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4]) + e_{41}(\mathbf{u}_{41}[\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4]) = 0.
\end{aligned}
\tag{30}
$$

Die Ausrechnung dieser Spatprodukte führt unter Benützung von Gleichung (1) zur folgenden expliziten Darstellung des Hubes λ_3 längs der Achse *3* in Abhängigkeit vom Kurbelwinkel φ:

$$
\begin{aligned}
\pm\lambda_3\sqrt{D_1} = {} & \lambda_1\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\sin\varphi + e_{12}(\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{12}\cos\varphi + \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41}) + \\
& + e_{23}(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{34} - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{23}\cos\varphi) / \sin\vartheta_{23} + \\
& + e_{34}(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{23} - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34}\cos\varphi) / \sin\vartheta_{34} + \\
& + e_{41}(\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{12} + \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41}\cos\varphi)\,.
\end{aligned}
\tag{31}
$$

Die skalare Multiplikation von Gleichung (29) mit $\mathbf{u}_{34}$ liefert nach Umformungen in ähnlicher Weise die Hubbeziehung für die Achse *2* zu

$$
\begin{aligned}
\pm \lambda_2 = \lambda_1 \sin\vartheta_{41} \{ & \sin\vartheta_{12}[(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{23} - \\
& - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34}\cos\varphi)\sin\varphi] / \sqrt{D_1} \mp (\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41}\cos\varphi)\} / N + \\
& + e_{12}[(\sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{12}\cos\varphi)(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \\
& - \cos\vartheta_{23} - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34}\cos\varphi) / \sqrt{D_1} \mp (\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} - \\
& - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi)\sin\vartheta_{41}\sin\varphi] / N + e_{23}(\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{34} - \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} + \\
& + \sin\vartheta_{21}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi) / (\sqrt{D_1}\sin\vartheta_{23}) + (e_{34}\sin\vartheta_{34}) / \sqrt{D_1} + \\
& + e_{41}[(\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41}\cos\varphi)(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \\
& - \cos\vartheta_{23} - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34}\cos\varphi) / \sqrt{D_1} \pm \sin\vartheta_{12}\sin\varphi] / N .
\end{aligned}
\tag{32}
$$

Hierbei entsprechen sowohl in Gleichung (31) wie auch in Gleichung (32) die doppelten Vorzeichen denen von Gleichungen (5) und (6). Die Hübe erstrecken sich für positive Werte von λ_3 bzw. λ_2 in Richtung von $\mathbf{a}_3$ bzw. $\mathbf{a}_2$, für negative Werte entgegengesetzt.

g) *Die relativen Winkelgeschwindigkeiten*

Für die relativen Winkelgeschwindigkeiten dreier räumlich bewegter Getriebeglieder i, k, l gilt in bekannter Weise

$$\overline{\omega}_{ik} = \overline{\omega}_{il} + \overline{\omega}_{lk} . \tag{33}$$

Angewandt auf die Glieder d, a, b, bzw. b, c, d des Getriebes gemäss Abb. 2 gilt:

$$\overline{\omega}_{bd} = \overline{\omega}_{ba} + \overline{\omega}_{ad} , \tag{34}$$

$$\overline{\omega}_{bd} = \overline{\omega}_{bc} + \overline{\omega}_{cd} , \tag{35}$$

oder zusammengefasst

$$\overline{\omega}_{ad} = \overline{\omega}_{ab} + \overline{\omega}_{bc} + \overline{\omega}_{cd} , \tag{36}$$

wobei allgemein

$$\overline{\omega}_{ik} = -\overline{\omega}_{ki} \tag{37}$$

ist.

Die Winkelgeschwindigkeit $\overline{\omega}_{bd}$ ist somit ein Vektor, der sowohl auf der gemeinsamen Normale der Achsen k_{ba} und k_{ad}, als auch auf der von k_{bc} und k_{cd} senkrecht steht.

Für die relativen Drehbewegungen der Glieder c und a gilt entsprechend:

$$\overline{\omega}_{ca} = \overline{\omega}_{cb} + \overline{\omega}_{ba} , \tag{38}$$

$$\overline{\omega}_{ca} = \overline{\omega}_{cd} + \overline{\omega}_{da} . \tag{39}$$

Bezüglich des Richtungssinnes der Winkelgeschwindigkeiten wird festgelegt:

Der dem relativen Drehwinkel ψ_{ik} zugeordnete Winkelgeschwindigkeitsvektor $\overline{\omega}_{ik}$ wird so in die zugehörige Drehachse gelegt, dass von seiner Pfeilspitze aus gesehen die Drehung des Gliedes i gegenüber dem Glied k im Gegensinn des Uhrzeigers geschieht.

Mit $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ als Einheitsvektoren in den Achsenrichtungen x, y, z folgt damit aus Gleichung (1) unter Berücksichtigung von Gleichung (37) nachstehende Komponentendarstellung für die Winkelgeschwindigkeiten um die Achsen *1*, *2*, *3*, *4*:

$$\overline{\omega}_{ad} = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{k} \end{Vmatrix} \omega_{ad} , \tag{40}$$

$$\overline{\omega}_{ba} = \begin{Vmatrix} -\sin\vartheta_{12}\sin\varphi . \mathbf{i} \\ \sin\vartheta_{12}\cos\varphi . \mathbf{j} \\ \cos\vartheta_{12} . \mathbf{k} \end{Vmatrix} \omega_{ba} , \tag{41}$$

$$(42)\quad \bar{\omega}_{bc} = \begin{Vmatrix} \sin\vartheta_{34}\sin\psi\,.\,\mathbf{i} \\ (\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} + \cos\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi)\,.\,\mathbf{j} \\ -(\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \sin\vartheta_{34}\sin\vartheta_{41}\cos\psi)\,.\,\mathbf{k} \end{Vmatrix} \omega_{bc}\,, \qquad (43)\ \omega_{cd} = \begin{Vmatrix} 0 \\ \sin\vartheta_{41}.\mathbf{j} \\ -\cos\vartheta_{41}.\mathbf{k} \end{Vmatrix} \omega_{cd}\,.$$

Die Komponentendarstellung der Winkelgeschwindigkeiten $\bar{\omega}_{bd}$ und $\bar{\omega}_{ca}$ ergibt unter Beachtung der oben angegebenen Normalenbedingungen nach einfacher Rechnung:

$$(44)\quad \bar{\omega}_{bd} = \begin{Vmatrix} \sin\varphi\sin\vartheta_{41}\sin\psi\,.\,\mathbf{i} \\ -\cos\varphi\sin\vartheta_{41}\sin\psi\,.\,\mathbf{j} \\ (\sin\varphi\cos\psi + \cos\vartheta_{41}\cos\varphi\sin\psi)\,.\,\mathbf{k} \end{Vmatrix} \frac{\omega_{bd}}{\sqrt{D_3}}\,,$$

wobei zur Abkürzung

$$(45)\quad \sin^2\vartheta_{41}\sin^2\varphi + (\sin\varphi\cos\psi + \cos\vartheta_{41}\cos\varphi\sin\psi)^2 = D_3$$

gesetzt wurde, sowie

$$(46)\quad \bar{\omega}_{ca} = \begin{Vmatrix} 0\,.\,\mathbf{i} \\ [(\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} + \cos\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi)\sin\vartheta_{12}\sin\varphi + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\cos\varphi\sin\psi]\,.\,\mathbf{j} \\ [-(\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} + \sin\vartheta_{34}\sin\vartheta_{41}\cos\psi)\sin\vartheta_{12}\sin\varphi + \sin\vartheta_{34}\cos\vartheta_{12}\sin\psi]\,.\,\mathbf{k} \end{Vmatrix} \frac{\omega_{ca}}{\sqrt{D_4}}$$

mit

$$(47)\quad D_4 = \sin^2\vartheta_{12}\sin^2\varphi + \sin^2\vartheta_{34}\sin^2\psi - 2\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\cos\vartheta_{23}\sin\varphi\sin\psi\,.$$

Der Gleichung (44) entsprechen 3 Gleichungen in Komponentendarstellung bezüglich der x, y, z-Richtungen. Für die Komponenten in der y- und z-Richtung ergeben sich unter Berücksichtigung von Gleichung (34), sowie den Gleichungen (40) und (41), die Beziehungen

$$(48)\quad -\sin\vartheta_{41}\cos\varphi\sin\psi\,.\,(1/\sqrt{D_3})\,\omega_{bd} = \sin\vartheta_{12}\cos\varphi\,.\,\omega_{ba}\,,$$

$$(49)\quad (\sin\varphi\cos\psi + \cos\vartheta_{41}\cos\varphi\sin\psi)\,(1/\sqrt{D_3})\,\omega_{ad} = \omega_{ad} + \cos\vartheta_{12}\,.\,\omega_{ba}\,,$$

aus denen sich ω_{ba} und ω_{bd} in Abhängigkeit von ω_{ad} berechnen lassen.

Man findet so unter Benützung der Gleichungen (5) und (6)

$$(50)\quad \omega_{ba} = \mp\sin\vartheta_{34}\sin\vartheta_{41}\sin\psi\,(1/\sqrt{D_1})\omega_{ad}\,, \qquad (51)\quad \omega_{bd} = \pm\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\,.\sqrt{D_3/D_1}\,\omega_{ad}\,.$$

Die Bestimmung von ω_{bc} und ω_{cd} geschieht durch Zerlegung der Gleichung (35) nach den Komponenten der x- und y-Richtung unter Beachtung der Gleichungen (42)... (44). Die dabei auftretenden zwei Gleichungen für die x- und y-Komponenten

$$(52)\quad \sin\vartheta_{41}\sin\varphi\sin\psi.(1/\sqrt{D_3})\,\omega_{bd} = \sin\vartheta_{34}\sin\psi\,.\,\omega_{bc}\,,$$

$$(53)\quad -\sin\vartheta_{41}\cos\varphi\sin\psi\,.\,(1/\sqrt{D_3})\omega_{bd} = (\sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34} + \cos\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\cos\psi)\,\omega_{bc} + \sin\vartheta_{41}\,.\,\omega_{cd}$$

liefern in Verbindung mit Gleichung (51)

$$(54)\quad \omega_{bc} = \pm\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\sin\varphi\,.\,(1/\sqrt{D_1})\,\omega_{ad}\,,$$

$$(55)\quad \omega_{cd} = (\mp\sin\vartheta_{34}\cos\varphi\sin\psi + \cos\vartheta_{41}\sin\vartheta_{34}\sin\varphi\cos\psi + \sin\vartheta_{41}\cos\vartheta_{34}\sin\varphi)(1/\sqrt{D_1})\sin\vartheta_{12}\,.\,\omega_{ad}\,.$$

Schliesslich folgt noch aus Gleichung (39)

$$(56)\quad \omega_{ca} = \mp\sin\vartheta_{41}\ \sqrt{D_4/D_1}\,\omega_{ad}\,.$$

Die vorliegenden Formeln für die relativen Winkelgeschwindigkeiten zwischen zwei benachbarten Achsen lassen sich nun noch bei Verwendung der Gleichungen (5), (6), (15), (16) und (19) auf eine wesentlich übersichtlichere Form bringen:

$$\omega_{ba} = -\left[(\sin\vartheta_{41}\sin\psi_{cd})/(\sin\vartheta_{23}\sin\psi_{bc})\right]\omega_{ad}\,, \tag{57}$$

$$\omega_{bc} = \left[(\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41}\sin\varphi)/(\sin\vartheta_{23}\sin\vartheta_{34}\sin\psi_{bc})\right]\omega_{ad}\,, \tag{58}$$

$$\omega_{cd} = -\left[(\sin\vartheta_{12}\sin\psi_{ab})/(\sin\vartheta_{34}\sin\psi_{bc})\right]\omega_{ad}\,. \tag{59}$$

Um die Komponenten der einzelnen Winkelgeschwindigkeitsvektoren zu erhalten, sind die aus den Gleichungen (50), (51), (54)...(59) sich ergebenden Werte einschliesslich des Vorzeichens in die Gleichungen (40)...(46) einzusetzen.

Es sei in diesem Zusammenhang nochmals erinnert, dass die doppelten Vorzeichen sich in gleicher Weise wie biesher auf die beiden möglichen, durch die Gleichungen (5) oder (6) bestimmten, Getriebebauformen beziehen.

Die Gleichungen (57)...(59) lassen ausserdem die Verhältnisse bezüglich der Schwingwinkeltotlagen um sämtliche Drehachsen ablesen. Man erkennt z. B., dass im algemeinen im Abtrieb dann eine Schwingwinkeltotlage auftritt, wenn $\sin\psi_{ab} = 0$ wird, da dann nach Gleichung (59) ω_{cd} verschwindet.

Aus Gleichung (59) ist beispielsweise ferner zu ersehen, dass bei parallelen Achsen *1* und *2*, d. h. $\sin\vartheta_{12}=0$, das Abtriebsglied nur eine Schubbewegung ausführen kann, da in diesem Fall ω_{cd} dauernd Null ist.

f) *Ein spezielles räumliches Viergelenkgetriebe*

Das in Abb. 9 dargestellte Getriebe mit einem Drehgelenk und drei Drehschubgelenken dient zur Umwandlung einer umlaufenden Drehbewegung in eine Schwing-

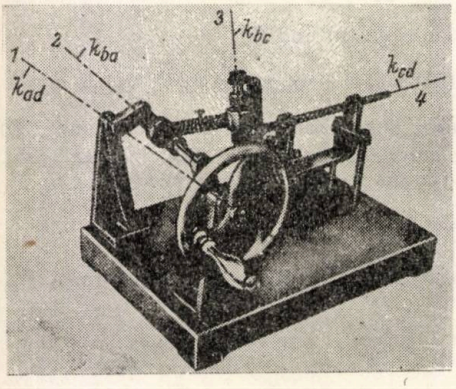


Abb. 9. — Viergliedriges räumliches Kurbelgetriebe nach Abb. 1 mit den Abmessungen: $\vartheta_{12} = 12{,}5°$, $\vartheta_{23} = \vartheta_{34} = \vartheta_{41} = 90°$, $e_{12} = 19$ mm, $e_{23} = 80$ mm, $e_{34} = e_{41} = \lambda_1 = 0$ in der Kurbelstellung $\varphi = 30°$.

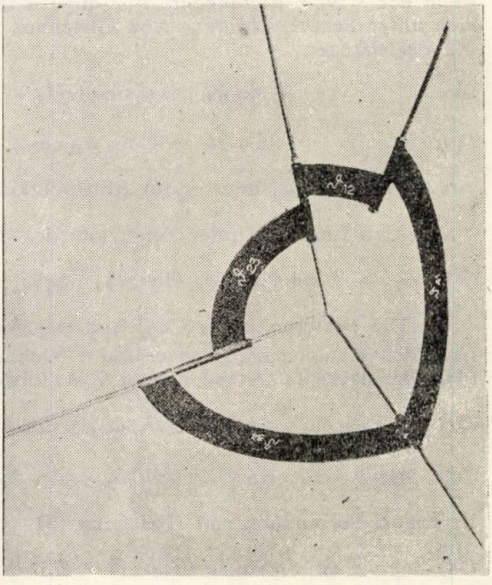


Abb. 10. — Sphärisches Getriebe, zugeordnet dem eigentlichen Getriebe von Abb. 1.

schubbewegung, wobei sich Antriebsachse *1* und Abtriebsachse *4* senkrecht schneiden. Gegenüber dem allgemeinen Getriebe nach Abb. 1 weist es die folgenden vereinfachenden Abmessungen auf:

Kreuzungswinkel:	Kreuzungsabstände:
$\vartheta_{12} = 12{,}5°$,	$e_{12} = 19$ mm, $e_{23} = 80$ mm,
$\vartheta_{23} = \vartheta_{34} = \vartheta_{41} = 90°$,	$e_{34} = e_{41} = \lambda_1 = 0$.

Das zugehörige sphärische Getriebe ist aus Abb. 10, der räumliche Vektorzug aus Abb. 11 zu ersehen

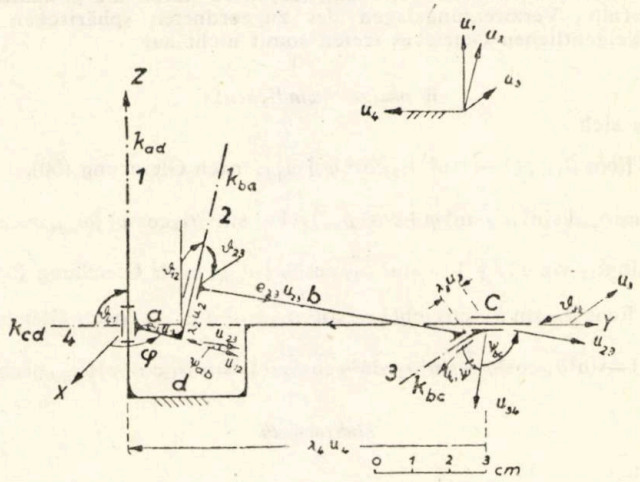


Abb. 11 — Kettenbild des Getriebes nach Abb. 9 in Schrägbilddarstellung für die Kurbelstellung $\varphi = 60°$, $M_z = 100$ cm/m.

Aufgabe. Ermittlung sämtlicher relativer Winkel- und Hubbeziehungen, Winkel- und Hubgeschwindigkeiten, sowie der Schwingwinkel- und Hubtotlagen.

Winkelbeziehungen

Es folgt

(60) $$\cos\psi = \pm (\sin\vartheta_{12} \sin\varphi) / \sqrt{1 - \sin^2\vartheta_{12}\cos^2\varphi},$$ nach Gleichung (5),

(61) $$\sin\psi = \pm (\cos\vartheta_{12}) / \sqrt{1 - \sin^2\vartheta_{12}\cos^2\varphi},$$ nach Gleichung (6),

(62) $$\cos\psi_{ab} = \pm (\sin\varphi) / \sqrt{1 - \sin^2\vartheta_{12}\cos^2\varphi},$$ nach Gleichung (14),

(63) $$\cos\psi_{bc} = \sin\vartheta_{12}\cos\varphi,$$ nach Gleichung (18).

Aus dem räumlichen Vektorzug nach Abb. 11 ist zu ersehen, dass der gewählten Bauform das obere der beiden Vorzeichen in den Gleichungen (60)...(62) zugeordnet ist.

In den Abb. 12...14 sind diese relativen Drehwinkel in Abhängigkeit vom Kurbelwinkel φ aufgetragen, und zwar sowohl für den dem Modell entsprechenden Winkel $\vartheta_{12} = 12{,}5°$ als auch, um den Einfluss des Kreuzungswinkels ϑ_{12} herauszustellen, für den Winkel $\vartheta_{12} = 30°$.

Aus der Umlaufbedingung (20) ersieht man sofort, dass der Antrieb umlaufen kann, da die sich für vorliegenden Spezialfall ergebende Beziehung

MŰSZAKI EGYETEM KÖNYVTÁRA BUDAPEST

(64) $$1 \geqslant \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi$$

für jeden Wert von φ erfüllt ist.

Die Gleichung (21) reduziert sich auf

$$\sin^2 \vartheta_{12} \geqslant \cos^2 \psi,$$

woraus sich die beiden äussersten Schwingwinkel des Abtriebsgliedes zu $\psi_I = 77{,}5°$ und $\psi_{II} = 102{,}5°$ bestimmen. Diese Schwingwinkeltotlagen treten für $\varphi_I = 90°$ und $\varphi_{II} = 270°$ ein.

Von den Beziehungen nach Gleichung (25) wird durch die gewählten Kreuzungswinkel keine erfüllt; Verzweigungslagen des zugeordneten sphärischen Getriebes und damit auch des eigentlichen Getriebes treten somit nicht auf.

Winkelgeschwindigkeiten

Es ergibt sich

(66) $\omega_{ba} = -[(\cos \vartheta_{12}) / (1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi)]\, \omega_{ad}$, nach Gleichung (50),

(67) $\omega_{bd} = \left[(\sin \vartheta_{12} \cdot \sqrt{\sin^2 \vartheta_{12} \sin^4 \varphi + \cos^2 \vartheta_{12}}) / (1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos \varphi)\right] \omega_{ad}$, nach Gleichung (51),

(68) $\omega_{bc} = \left[(\sin \vartheta_{12} \sin \varphi) / \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi}\right] \omega_{ad}$, nach Gleichung (54),

(69) $\omega_{cd} = -[(\cos \vartheta_{12} \sin \vartheta_{12} \cos \varphi)/(1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi)]\, \omega_{ad}$, nach Gleichung (55),

(70) $\omega_{ca} = \left[\sqrt{1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi - \sin^4 \vartheta_{12} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi} / (1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi)\right] \omega_{ad}$, nach Gleichung (56).

Hubformeln

Es wird:

(71) $$\lambda_4 = [(\sin \varphi) / (1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi)]\, e_{12} + e_{23} / \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi},$$

nach Gleichung (27),

(72) $$\lambda_3 = \left[(\cos \vartheta_{12} \cos \varphi) / \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi}\right] e_{12},$$

nach Gleichung (31),

(73) $$\lambda_2 = (\sin \vartheta_{12} \cos \varphi) \left\{ \left[(\sin \varphi) / \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi}\right] e_{12} + e_{23} \right\} / \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi},$$ nach Gleichung (32).

Die Abb. 15...17 bringen in graphischer Darstellung sämtliche relativen Hublängen in Abhängigkeit vom Kurbelwinkel φ. Auch hier sind in einem Fall die dem gebauten Modell zugrundeliegenden Werte, im anderen Fall zu Vergleichszwecken $e_{12} = 30$ mm, $e_{23} = 100$ mm, $\vartheta_{12} = 30°$ benützt worden.

Die *Hubgeschwindigkeiten* zwischen den einzelnen Getriebegliedern ergeben sich durch Differentiation der entsprechenden Hubformeln zu

(74) $$\tau_4 = \frac{d\lambda_4}{dt} = \frac{\cos \varphi\, (\cos^2 \vartheta_{12} - \sin^2 \vartheta_{12} \sin^2 \varphi)\, e_{12}}{(1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi)^2}\, \omega_{ad} - \frac{\sin^2 \vartheta_{12} \sin \varphi \cos \varphi \cdot e_{23}}{\sqrt{(1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi)^3}}\, \omega_{ad},$$

(75) $$\tau_3 = \frac{d\lambda_3}{dt} = \frac{-\cos \vartheta_{12} \sin \varphi \cdot e_{12}}{\sqrt{(1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi)^3}}\, \omega_{ad},$$

(76) $$\tau_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = \frac{\sin \vartheta_{12} (\cos^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi)\, e_{12}}{(1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi)^2}\, \omega_{ad} - \frac{\sin \vartheta_{12} \sin \varphi \cdot e_{23}}{\sqrt{(1 - \sin^2 \vartheta_{12} \cos^2 \varphi)^3}}\, \omega_{ad}.$$

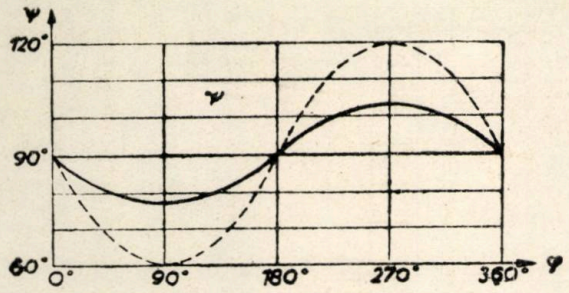


Abb. 12. — $\psi(\varphi)$ Schaubild für Getriebe nach Abb. 9.
——— $\vartheta_{12} = 12{,}5°$, ····· $\vartheta_{12} = 30°$.

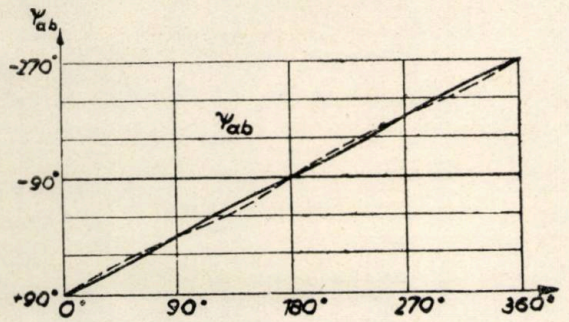


Abb. 13. — $\psi_{ab}(\varphi)$ Schaubild für Getriebe nach Abb. 9.
——— $\vartheta_{12} = 12{,}5°$, ····· $\vartheta_{12} = 30°$.

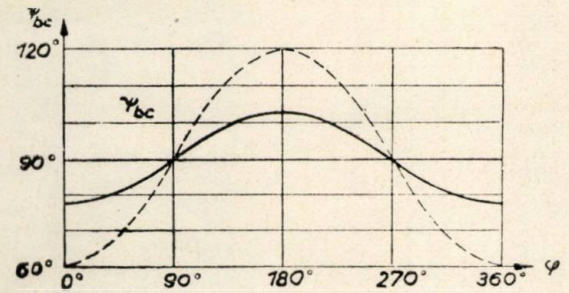


Abb. 14. — $\psi_{bc}(\varphi)$ Schaubild für Getriebe nach Abb. 9.
——— $\vartheta_{12} = 12{,}5°$ ····· $\vartheta_{12} = 30°$.

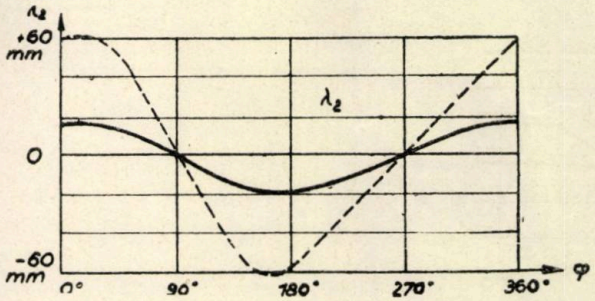


Abb. 15. — $\lambda_2(\varphi)$ Schaubild für Getriebe nach Abb. 9.
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, $e_{12}=19$ mm, $e_{23}=80$ mm;
····· $\vartheta_{12}=30°$, $e_{12}=30$ mm, $e_{23}=100$ mm.

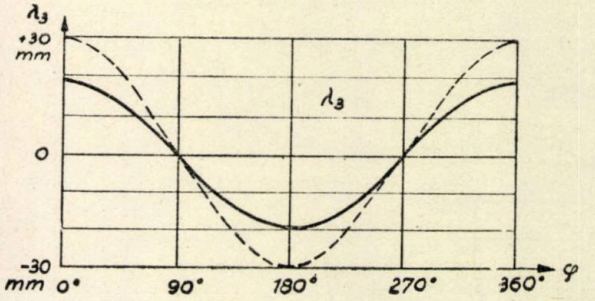


Abb. 16. — $\lambda_3(\varphi)$ Schaubild für Getriebe nach Abb. 9.
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, $e_{12}=19$ mm, $e_{23}=80$ mm;
····· $\vartheta_{12}=30°$, $e_{12}=30$ mm, $e_{23}=100$ mm.

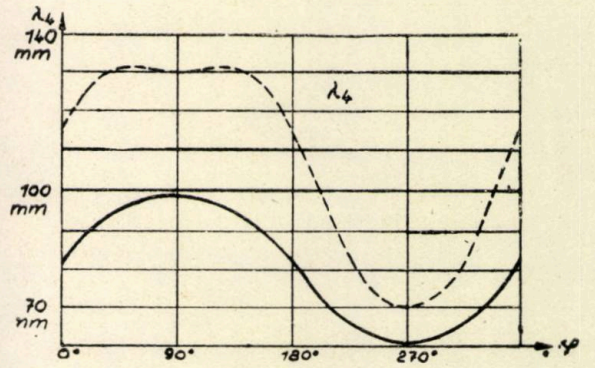
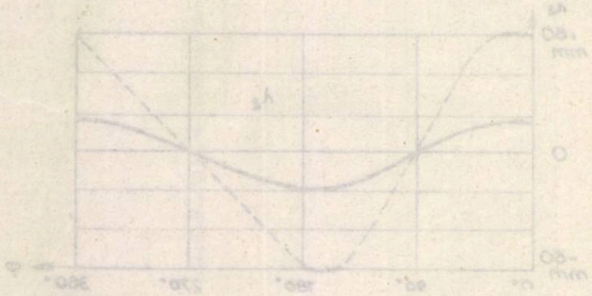
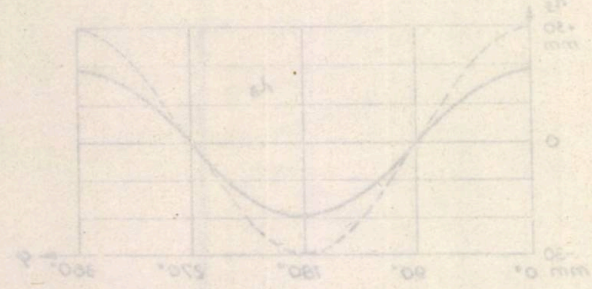
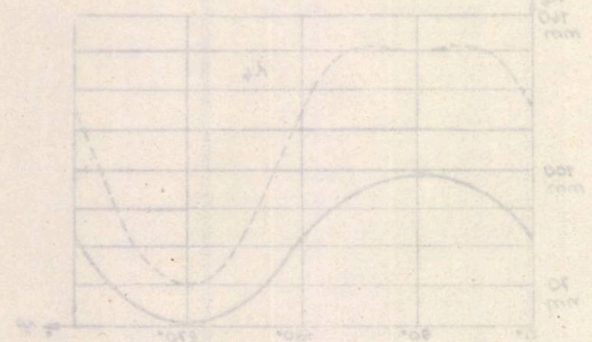
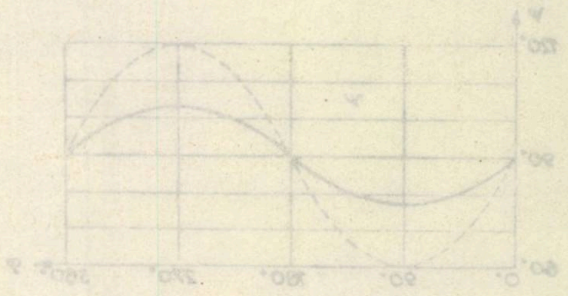


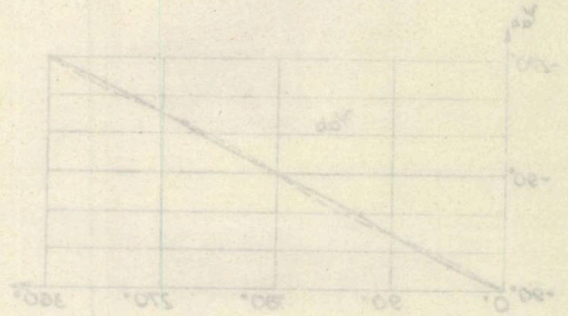
Abb. 17. — $\lambda_4(\varphi)$ Schaubild für Getriebe nach Abb. 9.
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, $e_{12}=19$ mm, $e_{23}=80$ mm;
····· $\vartheta_{12}=30°$, $e_{12}=30$ mm, $e_{23}=100$ mm.

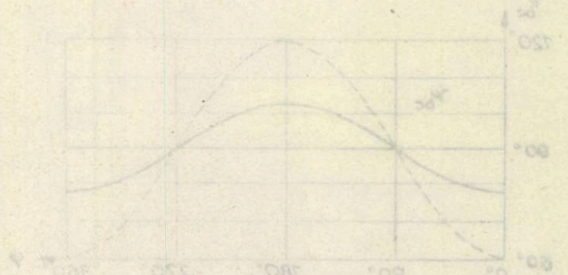












Hieraus bestimmen sich die *maximalen Hublängen* für die Abmessungen des gebauten Modells wie folgt:

λ_{4max} für $\varphi = 90°$, mit 99 mm, λ_{4min} für $\varphi = 270°$, mit 61 mm,

λ_{3max} für $\varphi = 0$, mit 19 mm, λ_{3min} für $\varphi = 180°$, mit −19 mm,

λ_{2max} für $\varphi = 11°55'$, mit 18,6 mm, λ_{2min} für $\varphi = 168°05'$, mit −18,6 mm.

Die maximalen relativen Verschiebungen betragen somit:

längs der Achse *4* — 38 mm, längs der Achse *3* — 38 mm, längs der Achse *2* — 37,2 mm.

Für die Abmessungen $\vartheta_{12} = 30°$, $e_{12} = 30$ mm und $e_{23} = 100$ mm ergibt sich:

λ_{4max} für $\varphi = 49°56'$ und $\varphi = 130°04'$, mit 131,3 mm,

λ_{4min} für $\varphi = 270°$, mit 70 mm,

λ_{3max} für $\varphi = 0°$ mit 30 mm, λ_{3min} für $\varphi = 180°$, mit −30 mm,

λ_{2max} für $\varphi = 13°30'$, mit 60,1 mm, λ_{2min} für $\varphi = 166°30'$, mit −60,1 mm.

Maximale relative Verschiebungen:

längs der Achse *4* — 61,3 mm, längs der Achse *3* — 60 mm, längs der Achse *2* — 120,2 mm

Aus den Abb. 15...17 sowie aus der rechnerischen Bestimmung der maximalen Hublängen ist zu entnehmen, dass für den Hub im Abtrieb in einer der beiden Hubendarstellungen bei geeigneter Wahl der Getriebeabmessungen eine kleine rückläufige Bewegung eintritt, und dass die Hubtotlagen längs der Achse *3* unabhängig von den Kreuzungsabständen sind.

Ein beachtenswerter Sonderfall des behandelten Getriebes liegt vor, wenn sämtliche Kreuzungsabstände und der konstante axiale Abstand längs der Achse *1* zu Null angenommen werden. Das dadurch entstehende sphärische Getriebe, dargestellt in Abb. 10, ist die bekannte Taumelscheibe, deren Bewegungsverhältnisse durch die Gleichungen (60)...(70) vollständig erfasst werden.

Wird im sphärischen Getriebe gemäss Abb. 10 das mit ϑ_{12} bezeichnete Glied als gestellfest betrachtet, erhält man die Kreuzgelenkkupplung.

Eingegangen am 25 VI 1959

Technische Hochschule, München,
Deutsche Bundesrepublik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Bennett G. T., Engineering, 1903, **76**, S. 777—778.
2. Burmester L., *Lehrbuch der Kinematik*, Leipzig, A. Felix, 1888.
3. Grashof F., *Theoretische Maschinenlehre*, Berlin, 1883.
4. Reuleaux F., *Theoretische Kinematik. Grundzüge einer Theorie des Maschinenwesens*, **I.** Teil, 1875; **II.** Teil, *Die praktischen Beziehungen der Kinematik zu Geometrie und Mechanik*, 1900, Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn.
5. Alt H., Masch. Bau-Betr., 1940, S. 173—176.
6. — Z. VDI, 1929, *73*, S 188—190.
7. Altmann F., *Schraubgetriebe. Ihre mögliche und ihre zweckmässigste Ausbildung*, 1932, Berlin, VDI-Verlag.
8. — Masch. Bau-Betr. (Getr. Techn.), 1938, S. 477—480.
9. — Z. VDI, 1951, *93*, S. 205—208.
10. — Z. Konstruktion, 1952, **4**, S. 97—106.
11. Beyer R., *Handbuchbeiträge in Auerbach-Hort, Handbuch der physik. und techn. Mechanik: Geometrische Bewegungslehre*, Bd. **I**, S. 405—467; *Zwanglaufmechanik*, Bd. **I**, S. 529—582, 1929, Leipzig, J. A. Barth.
12. — *Technische Kinematik*, 1931, Leipzig, J. A. Barth.

13. Beyer R., *Zur graphischen Behandlung der Statik und Kinematik des Raumes,* 1931, Zwickau, Förster & Borries.
14. — ZAMM, 1933, **13**, S. 17—31.
15. — Masch. Bau-Betr., 1938, S. 593—595.
16. — VDI-Forschungsheft, 1939, *394.*
17. — Z. Masch. Bau-Betr. (Getr. Techn.), 1939, S. 253—257.
18. — Z. Masch. Bau-Betr., 1940, S. 265—267.
19. — Z. Masch. Bau-Betr. (Werkstattechn.-Betr.), 1944, S. 133—134.
20. — Ibid., 1944, S. 199—200.
21. Schörner E., *Raumkinematische Grundlagen, graphisch behandelt und plastisch gesehen,* 1953, München, J. A. Barth.
22. Beyer R, *Kinematischegetriebesynthese,* 1953, Berlin, J. Springer.
23. Federhofer K., *Graphische Kinematik und Kinetostatik des starren räumlichen Systems,* 1928, Wien, J Springer.
24. — Sitz. Ber. d. Akad d. Wiss., Wien, math. nat. Kl., Abt. II a, 1929, **138**, *1—2*
25. — ZAMM, 1929, **9**, S. 312—318.
26. — *Graphische Kinematik und Kinetostatik,* Samml. Erg. d. Math. u. ihrer Grenzgebiete, 1932, Berlin, J. Springer.
27. Franke R., *Vom Aufbau der Getriebe,* Bd. **I**, *Die Entwicklungslehre der Getriebe,* 2, Aufl., 1948, Berlin, Beuth-Verl.; Bd. **II**, *Die Baulehre der Getriebe,* 1951. Düsseldorf, Deutscher Ing. Verlag.
28 Goldberg M., Trans. A.S.M.E., 1943, **65**, pp. 649—661.
29. Müller R., *Einführung in die theoretische Kinematik,* 1932, Berlin, J. Springer.
30. Prager W., ZAMM, 1926, **6**, S. 341—355; Ibid., 1927, **7**, S. 421—424.
31. Weckert M., *Analytische und graphische Verfahren für die Untersuchung eigentlicher, Raukmurbelgetriebe, dargestellt an einem räumlichen viergliedrigen Kurbelgetriebe mit einem Drehgelenk und drei Drehschubgelenken,* Diss., T. H. München, 1952.
32. Winter H., *Beitrag zur Kinematik und Kinetostatik der Getriebe,* Diss., T. H. Graz, 1930.
33. — ZAMM, 1930, **10**, S. 274—284.
34. Wittenbauer F., *Graphische Dynamik,* 1933, Berlin, J. Springer.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ И СИНТЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КРИВОШИПНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННОГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЕХАНИЗМА С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ (I)

(Резюме)

Автор, исходя из результатов недавно защищенной докторской диссертации М. Векерта [31], устанавливает, в целях проэктирования, уравнения в явном виде для совокупности относительных вращательных и относительных поступательных движений звеньев кривошипного пространственного четырехзвенного механизма с одной степенью свободы.

После введения, имеющего многочисленные литературные ссылки, и перечисления введенных обозначений, излагается геометрия и синтез пространственных кривошипных четырехзвенных и четырехшарнирных механизмов. Отмечаются формулы (20)...(24) кривошипного движения, формулы (27)...(32) относительных поступательных движений и формулы (33)...(59) относительных угловых скоростей.

Статья заканчивается приложением полученных результатов к одному специальному пространственному четырехзвеннику (рис. 9 и 10).

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Четырехзвенный пространственный кривошипный механизм с одной вращательной и тремя вращательно-поступательными парами.

Рих. 2. — Схема кинематической цепи четырехзвенного пространственного кривошипного механизма с одной степенью свободы, с одной вращательной и тремя вращательно-поступательными парами.

Рис. 3. — Относительные углы вращения и относителные поступательные перемещения механизма воспроизведенного на рис. 1.

Рис. 4. — Угол перекрещивания и относительные углы вращения у сферического механизма.
Рис. 5. — Порождение сферических шатунных кривых с двойными точками соответственно некоторой конфигурации механизма.
Рис. 6. — Порождение сферических шатунных кривых с двойными точками соответственно некоторой конфигурации механизма.
Рис. 7 — Порождение сферических шатунных кривых в случае качающегося сферического кривошипа в соответствии с двумя возможными формами механизма тех же измерений.
Рис. 8. — Порождение сферических шатунных кривых в случае качающегося сферического кривошипа в соответствии с двумя возможными формами механизма тех же измерений.
Рис. 9. — Четырехзвенный пространственный кривошипный механизм воспроизведенный на рис. 1 со следующими конкретными данными: $\vartheta_{12}=12{,}5°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{34}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=19$ мм, $e_{23}=80$ мм, $e_{34}=e_{41}=\lambda_1=0$, соответствующими положению кривошипа $\varphi=30°$.
Рис. 10. — Сферический механизм соответсвующий реальному механизму по данным рис. 9.
Рис. 11. — Конфигурация цепи механизма в соответствии с рис. 9, в наклонной проекции при положении кривошипа $\varphi=60°$, $M_z=100$ см/м.
Рис. 12. — График в плоскости ψ, φ для механизма рис. 9.
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, — — — $\vartheta_{12}=30°$.
Рис. 13. — График в плоскости ψ_{ab}, φ для механизма рис. 9.
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, — — — $\vartheta_{12}=30°$.
Рис. 14. — График в плоскости ψ_{bc}, φ для механизма рис. 9.
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, — — — $\vartheta_{12}=30°$.
Рис. 15. — График в плоскости λ_2, φ для механизма рис. 9.
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, $e_{12}=19$ мм, $e_{23}=80$ мм;
— — — $\vartheta_{12}=30°$, $e_{12}=30$ мм, $e_{23}=100$ мм.
Рис. 16. — График в плоскости λ_3, φ для механизма рис. 9.
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, $e_{12}=19$ мм, $e_{23}=80$ мм;
— — — $\vartheta_{12}=30°$, $e_{12}=30$ мм, $e_{23}=100$ мм.
Рис. 17. — График в плоскости λ_4, φ для механизма рис 9.
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, $e_{12}=19$ мм, $e_{23}=80$ мм;
— — — $\vartheta_{12}=30°$, $e_{12}=30$ мм, $e_{23}=100$ мм.

FUNDAMENTELE ANALITICE ŞI SINTETICE NECESARE PROIECTĂRII MECANISMELOR SPAŢIALE CU MANIVELĂ CU PATRU ORGANE, CU UN SINGUR GRAD DE LIBERTATE (I)

(Rezumat)

Autorul, luînd ca punct de plecare o lucrare recentă a lui M. Weckert [31], stabileşte, în vederea proiectării, ecuaţiile explicite pentru totalitatea mişcărilor relative de rotaţie şi de translaţie a diverselor organe componente ale mecanismului studiat

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Mecanism cu manivelă cu patru organe, spaţial, cu o cuplă rotoidă şi trei rototranslatorii.
Fig. 2. — Reprezentarea lanţului cinematic al unui mecanism cu manivelă spaţial, cu patru organe, cu un singur grad de libertate, avînd o cuplă rotoidă şi trei rototranslatorii.
Fig. 3. — Unghiurile şi cursele de translaţie relative la mecanismul din fig. 1.

Fig. 4. — Unghiul de încrucişare şi unghiurile de rotire relative la un mecanism sferic.
Fig. 5. — Generarea curbelor de bielă sferice, cu puncte duble, corespunzătoare unei anumite configuraţii a mecanismului.
Fig. 6. — Generarea curbelor de bielă sferice, cu puncte duble, corespunzătoare unei anumite configuraţii a mecanismului.
Fig. 7. — Generarea curbelor de bielă sferice în cazul unei manivele sferice oscilante, corespunzătoare la cele două forme posibile ale mecanismului cu aceleaşi dimensiuni.
Fig. 8. — Generarea curbelor de bielă sferice în cazul unei manivele sferice oscilante, corespunzătoare la cele două forme posibile ale mecanismului cu aceleaşi dimensiuni.
Fig. 9. — Mecanismul spaţial cu manivelă, cu patru organe, reprezentat în fig. 1, avînd dimensiunile : $\vartheta_{12}=12{,}5°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{34}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=19$ mm, $e_{23}=80$ mm, $e_{34}=e_{41}=\lambda_1=0$, corespunzătoare poziţiei manivelei $\varphi=30°$.
Fig. 10. — Mecanism sferic asociat mecanismului propriuzis din fig 9.
Fig. 11. — Configuraţia lanţului mecanismului conform fig. 9, în proiecţie oblică, corespunzătoare cu poziţia bielei : $\varphi=60°$, $M_z=100$ cm/m.
Fig. 12. — Reprezentarea grafică în planul ψ, φ pentru mecanismul din fig. 9.
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, — — — $\vartheta_{12}=30°$.
Fig. 13. — Reprezentarea grafică în planul ψ_{ab}, φ pentru mecanismul din fig. 9.
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, — — — $\vartheta_{12}=30°$.
Fig. 14. — Reprezentarea grafică în planul ψ_{bc}, φ pentru mecanismul din fig. 9.
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, — — — $\vartheta_{12}=30°$.
Fig. 15. — Reprezentarea grafică în planul λ_2, φ pentru mecanismul din fig. 9
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, $e_{12}=19$ mm, $e_{23}=80$ mm;
— — — $\vartheta_{12}=30°$; $e_{12}=30$ mm, $e_{23}=100$ mm.
Fig. 16. — Reprezentarea grafică în planul λ_3, φ pentru mecanismul din fig. 9.
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, $e_{12}=19$ mm, $e_{23}=80$ mm;
— — — $\vartheta_{12}=30°$, $e_{12}=30$ mm, $e_{23}=100$ mm.
Fig. 17. — Reprezentarea grafică în planul λ_4, φ pentru mecanismul din fig 9.
——— $\vartheta_{12}=12{,}5°$, $e_{12}=19$ mm, $e_{23}=80$ mm;
— — — $\vartheta_{12}=30°$, $e_{12}=30$ mm, $e_{23}=100$ mm.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.824

О КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ КРУЧЕНИИ КРУГЛОГО ВАЛА, ОСЛАБЛЕННОГО НЕКОТОРЫМИ КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ПОЛОСТЯМИ

М. З. НАРОДЕЦКИЙ

В настоящей статье рассматривается кручение круглого вала, ослабленного в центре вырезом в виде правильного криволинейного четырехугольника. Напряжения изучены для валов с различными криволинейными четырехугольниками, имеющими общие вершины и отличающимися длиною радиусов векторов во всех остальных точках с одинаковыми полярными углами, а также радиусами кривизн в этих точках и в вершинах. Устанавливается влияние радиусов кривизн на величину концентрации напряжений при кручении.

Предположим, что поперечное сечение S вала, скручиваемого моментом M, ограничено извне окружностью L_1 радиуса R, а изнутри — криволинейным четырехугольником L_2, симметрично расположенным относительно окружности L_1. Взяв одну из плоскостей, перпендикулярных к оси вала, за плоскость xy, поместим начало координат в центре фигуры S и направим координатные оси по диагоналям криволинейного четырехугольника.

Как известно [1], задача о кручении такого вала может быть сведена к отысканию функции $\varphi(z)$ комплексного переменного $z = x + iy$ однозначной и регулярной в области S и удовлетворяющей следующим граничным условиям

$$\varphi(t) + \overline{\varphi(t)} = C \quad \text{на} \quad L_1; \tag{1}$$

$$\varphi(t) + \overline{\varphi(t)} = t\bar{t} \quad \text{на} \quad L_2. \tag{2}$$

Здесь t — аффикс точки L_1 или L_2, C — некоторая вещественная постоянная, подлежащая определению, причем $\varphi(z)$ связана с так называемой функцией кручения $F(z)$ зависимостью

$$\varphi(z) = -iF(z). \tag{3}$$

Функцию $\varphi(z)$ будем искать в виде

$$\varphi(z) = \varphi_1(z) + \varphi_2(z), \tag{4}$$

причем функция $\varphi_1(z)$ регулярна внутри L_1, а $\varphi_2(z)$ — вне L_2. Кроме того, функцию $\varphi_1(z)$ будем искать в виде

$$\varphi_1(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \left(\frac{z}{R}\right)^{4k}, \tag{5}$$

где a_k, $(k=0,1,\ldots)$, —неизвестные вещественные коэффициенты, подлежащие определению.

С помощью последних двух формул преобразуем условие (2) к виду

$$\varphi_2(t) + \overline{\varphi_2(t)} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_k}{R^{4k}} (t^{4k} + \bar{t}^{4k}) = t\bar{t}. \tag{6}$$

Введем функцию [2]

$$z = A(\xi + m\xi^{-3}), \tag{7}$$

конформно отображающую внешность криволинейного четырехугольника на внешность единичной окружности γ в плоскости ξ и, перейдя затем в (6) к переменной τ — аффиксу точки этой единичной окружности — будем иметь

$$\varphi_2^*(\tau) + \overline{\varphi_2^*(\tau)} + 2a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \lambda^k \sum_{k_1=-k}^{3k} C_{4k}^{k_1+k} m^{k_1+k} (\tau^{4k_1} + \tau^{-4k_1}) = \tag{8}$$

$$= A^2(1+m^2) + A^2 m(\tau^4 + \tau^{-4}) \text{ на } \gamma,$$

причем $\varphi_2^*(\tau) = \varphi_2(t)$, $\lambda = (A/R)^4$.

Далее, помножим почленно равенство (8) на $[2\pi i(\tau - \xi)]^{-1} d\tau$ и проинтегрируем его по окружности γ, считая обход последней происходящим по направлению движения часовой стрелки. Будем иметь

$$\varphi_2(\xi) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \xi^{-4k}, \tag{9}$$

причем коэффициенты b_k связаны с a_k соотношениями

$$b_1 = A^2 m - \sum_{k=1}^{\infty} a_k \lambda^k m^{k-1} (C_{4k}^{k-1} + m^2 C_{4k}^{k+1}), \tag{10}$$

где

$$b_k = -\sum_{k_1=1}^{\infty} a_{k_1} \lambda^{k_1} m^{k_1-k} (C_{4k_1}^{k_1-k} + m^{2k} C_{4k_1}^{k_1+k}), \quad (k = 2, 3, \ldots). \tag{11}$$

Для того, чтобы при этом условие (8) тождественно удовлетворялось, необходимо положить

$$a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \lambda^k C_{4k}^k m^k = \frac{1}{2} A^2 (1 + m^2). \tag{12}$$

На окружности L_1 при $0 < m < 1/3$ будет справедливо разложение

$$\tau^{-4k} = \sum_{k_1=k}^{\infty} g(k, k_1) \left(\frac{A}{t}\right)^{4k_1}, \tag{13}$$

где

$$g(k, k_1) = 4k(4k_1 - 1)!/[(k_1 - k)!(3k_1 + k)!]. \tag{14}$$

Учитывая это, на основании формулы (10) будем иметь

$$\varphi_2(t) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \left(\frac{A}{t}\right)^{4k}, \tag{15}$$

причем

$$c_k = \sum_{k_1=1}^{k} g(k_1, k) b_{k_1}. \tag{16}$$

С помощью формул (5) и (15) преобразуем равенство (1) к виду

$$2a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{R^{4k}} (a_k + \lambda^k c_k)(t^{4k} + \bar{t}^{4k}) = C \text{ на } L_1. \tag{17}$$

Приравнивая в обеих частях последнего равенства коэффициенты при одинаковых двучленах $t^{4k} + \bar{t}^{4k}$, получим для определения коэффициентов a_k бесконечную систему

$$2a_0 = C, \tag{18}$$

$$a_k + \lambda^k C_k = 0, \quad (k = 1, 2, \ldots). \tag{19}$$

Обрывая систему (19) при некотором значении $k = s$, получим s уравнений с таким же количеством неизвестных коэффициентов a_k. Разрешив эту систему, найдем коэффициенты a_k. После этого из формулы (12) определится коэффициент a_0, а затем постоянная C из формулы (18).

Допустим, что число s некоторым образом фиксировано. Тогда, на основании (5) и (9), будем иметь

$$\varphi(z) = \sum_{k=0}^{s} a_k \left(\frac{z}{R}\right)^{4k} + \sum_{k=1}^{3s} b_k \xi^{-4k}. \tag{20}$$

Выведем теперь формулу для жесткости при кручении. Обозначив ее через D, будем иметь

$$D = \mu(I + D_0). \tag{21}$$

Здесь μ — модуль упругости второго рода, I — полярный момент инерции сечения S и

$$D_0 = -\frac{1}{4}\,\mathrm{i}\sum_{k=1,2}\int_{L_k}[\varphi(t)+\overline{\varphi(t)}]\,(\bar{t}\,\mathrm{d}t + t\,\mathrm{d}\bar{t}). \tag{22}$$

Очевидно, интеграл в этом равенстве, распространенный по окружности L_1, обращается в нуль, так как вдоль нее $\bar{t}\,\mathrm{d}t + t\,\mathrm{d}\bar{t} = 0$.

Заменим во втором интеграле функцию $\varphi(t)$ ее выражением из (20) и преобразуем его к переменной τ. Тогда, считая обход γ происходящим по часовой стрелке, на основании теоремы Коши найдем

$$D_0 = 4\pi m A^4\left[\sum_{k=1}^{s} a_k^{*}\lambda^k m^{k-1}(C_{4k}^{k-1} - m^2 C_{4k}^{k+1}) - b_1^{*}\right], \tag{23}$$

причем

$$a_k^{*} = a_k / A^2, \qquad b_1^{*} = b_1 / A^2. \tag{24}$$

Нетрудно проверить, что полярный момент инерции

$$I = \frac{1}{2}\pi R^4[1 - \lambda(1 - 4m^2 - 3m^4)]. \tag{25}$$

Сложив почленно равенства (23) и (25), найдем

$$D = \frac{1}{2}\pi A_4\left\{\lambda^{-1} - 1 + 4m^2 + 3m^4 + \right.$$
$$\left. + 8m\left[\sum_{k=1}^{s} a_k^{*}\lambda^k m^{k-1}(C_{4k}^{k-1} - m^2 C_{4k}^{k+1}) - b_1^{*}\right]\right\}. \tag{26}$$

Приведем расчетные формулы для определения касательного напряжения $\tau = (X_z^2 + Y_z^2)^{1/2}$ на окружности L_1 и τ_1 в вершинах

$$\tau = \mu\frac{MR}{D}\left(1 - 8\sqrt{\lambda}\sum_{k=1}^{s} k a_k^{*}\cos 4k\theta\right), \tag{27}$$

$$\tau_1 = \mu\frac{Ma}{D}\left[1 - 4\sum_{k=1}^{s} k a_k^{*}\lambda^k(1+m)^{4k-2} + \frac{4}{(1+m)(1-3m)}\sum_{k=1}^{3s} k b_k^{*}\right], \tag{28}$$

где θ — полярный угол, a — полудиагональ.

Пусть r — радиус кривизны в вершинах криволинейного четырехугольника. С помощью формулы (7) легко найдем

$$r = \{(1-3m)^2 / [(1+9m)(1+m)]\}\,a. \tag{29}$$

Таким образом каждому значению $\varepsilon = r/a$ соответствует единственное значение m [1]), определяемое из равенства

---

[1]) Второй корень квадратного уравнения (29) не имеет смысла.

(30) $$m = [6 + 10\varepsilon - \sqrt{(6 + 10\varepsilon)^2 - 36(1 - \varepsilon)^2}]/[18(1 - \varepsilon)].$$

В таблице 1 приведены значения m для некоторых ε.

Введем далее параметр $c = a/R$, характеризующий близость границ в вершинах L_2, и будем считать его некоим образом фиксированным. Тогда, изменяя величину m, получим различные четырехугольники, имеющие общие точки в вершинах, причем радиусы кривизн r в последних будут различными (рис. 1). Как будет показано ниже, жесткость D сечения S с изменением m (или, что то же, формы криволинейного четырехугольника L_2) изменяется весьма незначительно, что дает достаточно оснований считать напряжения в вершинах L_2 зависящими главным образом от радиуса кривизны в этих точках.

Вернемся теперь к системе (19). Очевидно, выбор s — числа уравнений укороченной системы (19)—зависит от параметра c и степени точности, с которой желательно получить приближенное решение. Расчеты показывают, что оно может быть взято не больше трех при всех значениях m, если $c \leqslant 0{,}8$.

Таблица 1

ε	1/5	1/10	1/20	1/80	1/640
m	1/9	0,157147	0,197421	0,257248	0,304240

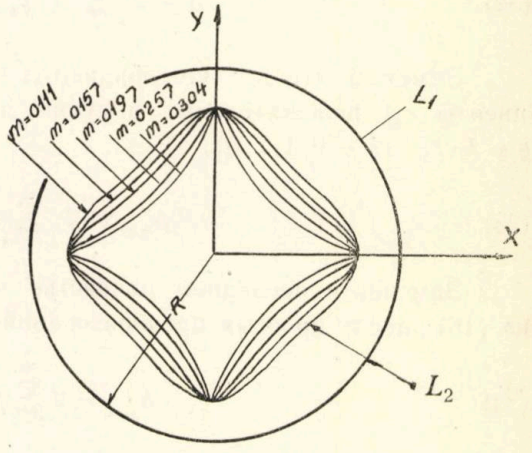


Рис. 1

В таблице 2 сведены значения a_k^*, найденные из этих уравнений, а также коэффициенты $b_k^* = b_k/A^2$, $(k = 1, 2, 3)$, вычисленные затем по формулам (10) при $c = 0{,}8$ и $s = 3$, для всех значений m, указанных в таблице 1. Ввиду ничтожно малого влияния коэффициентов b_k^* при $k > 3$ на напряженное состояние рассматриваемой упругой среды, последние в таблице 2 опущены. Кроме того здесь же помещены значения коэффициентов a_k^* и постоянных $C^* = C/A^2$, вычисленных по формулам (12) и (18).

Отметим, что функция $\varphi(z)$, определяемая формулой (20), в силу равенств (8), (9) и (10) точно удовлетворяет граничному условию (2) на контуре криволинейного четырехугольника при любом фиксированном числе s. Степень удовлетворения этого условия на L_1 уже существенно зависит от выбранного s. Для того, чтобы судить насколько точно удовлетворяется граничное условие (1) на окружности L_1, введем ве-

Таблица 2

m	a_0^*	$-a_1^*$	$-a_2^*$	$-a_3^*$	b_1^*	b_2^*	b_3^*	C/A^2
1/9	0,510150	0,032453	0,003901	0,000643	0,120762	0,000349	0,000014	1,020300
0,157147	0,518058	0,038300	0,005524	0,001093	0,167644	0,000462	0,000020	1,036116
0,197421	0,526316	0,041477	0,006548	0,001419	0,208177	0,000571	0,000029	1,052632
0,257248	0,540897	0,043928	0,007413	0,001726	0,267960	0,000782	0,000054	1,081794
0,304240	0,554387	0,044551	0,007694	0,001825	0,314721	0,000987	0,000086	1,108775

личины Δ, представляющие собою отклонения в процентах в различных точках окружности от условия (1)

$$\Delta = \{[\varphi(t) + \overline{\varphi(t)} - C]/C\} \cdot 100\,\% . \tag{31}$$

Обозначим числитель последнего равенства через δ. Тогда на основании равенства (17) будем иметь

$$\delta = 2 \sum_{k=s+1}^{\infty} \lambda^k c_k \cos 4k\vartheta . \tag{32}$$

Заметив, что все коэффициенты b_k (а, следовательно, и коэффициенты c_k) положительны, получим для точек с полярными углами $\theta = k\pi/2$, $(k = 0, 1, 2, 3)$,

$$\delta_{\max} = 2 \sum_{k=s+1}^{\infty} \lambda^k c_k . \tag{33}$$

Заменив в последнем равенстве коэффициент c_k его выражением из (16), после простых преобразований получим

$$\delta_{\max} = 2 \sum_{k=1}^{3s} \beta_k b_k , \tag{34}$$

где

$$\beta_k = \sum_{k_1=s+1}^{\infty} \lambda^{k_1} g(k, k_1) . \tag{35}$$

Сумма, стоящая в правой части последнего равенства, может быть оценена. В точках с полярными углами $\theta = k\pi/4$, $(k = 0, 1, 2, 3)$, формула (13) может быть записана в виде

$$\tau_0^{-4k} = \sum_{k_1=k}^{\infty} \lambda^{k_1} g(k, k_1) , \tag{36}$$

причем τ_0 — точка в плоскости ξ, соответствующая точке $z = R$ в плоскости z.

Формула (36) может быть заменена неравенством

$$\sum_{k_1=k}^{\infty} \lambda^{k_1} g(k, k_1) < 1, \tag{37}$$

ибо точка τ_0 лежит на вещественной оси вне единичного круга γ, а, следовательно, $\tau_0 > 1$. Отсюда сразу вытекает, что

$$\sum_{k_1=s+1}^{\infty} \lambda^{k_1} g(k, k_1) < 1, \tag{38}$$

причем, как ясно видно из (36), последнее неравенство усиливается с увеличением k. В силу того, что все $g(k, k_1) = 0$ при $k_1 < k$ неравенства (36) и (38) совпадают при $k > s + 1$. При $k < s + 1$ неравенство (38) также усиливается.

Можно было бы, разумеется дать более точную оценку сумме, стоящей в правой части равенства (36), вычислив при каждом k первые s_1 слагаемых и оценив надлежащим образом все остальные. Однако, как видно из таблице 2, по крайней мере при $k > 2$ в этом нет надобности в виду весьма малых значений коэффициентов b_k при $k > 2$. Более точную оценку целесообразно получить только лишь для двух первых коэффициентов β_k.

Заметив, что

$$\frac{g(k, s + s_1 + 1)}{g(k, s + s_1)} < \frac{256}{27} m, \quad (k = 1, 2;\ s = 0, 1, \ldots), \tag{39}$$

заменим формулу (35) неравенством

$$\beta_k < \lambda^{s+1} g(k, s + 1)/(1 - 256m\lambda/27), \quad (k = 1, 2). \tag{40}$$

Таким образом, для оценки величин $\delta_{\max}$ получим следующую простую формулу

$$\delta_{\max} < 2\left\{\lambda^{s+1} \frac{1}{1 - 256m\lambda/27} [b_1 g(1, s + 1) + b_2 g(2, s + 1)] + \sum_{k=3}^{3s} b_k\right\}. \tag{41}$$

Для наиболее неблагоприятного случая, соответствующего наибольшему из указанных в таблице 1 значений m, сумма, стоящая в правой части последнего равенства (составление ее потребовало вычисления дополнительных коэффициентов, не указанных в таблице 2), составляет $0{,}961.10^{-4} A^2$. Вычислив, кроме того, первые два слагаемых, найдем $\delta_{\max} < 0{,}189.10^{-3} A^2$. Таким образом, наибольшее отклонение от граничных условий на L_1 для наиболее неблагоприятного случая $\Delta_{\max} < 0{,}17\,\%$.

В таблице 3 помещены величины площади F, жесткости D, напряжений τ и τ_1, полученные в результате численных расчетов для рассмотренных значений ε при $c = 0{,}8$.

Как и следовало ожидать, напряжение τ_1 увеличивается с уменьшением ε и становится особенно значительным при значениях ε, близких к нулю. Кроме того, как видно из таблицы 4, жесткость D сечения S изменяется незначительно с изменением конфигурации криволинейного четырехугольника и во всяком случае изменение жескости сечения, вызываемое уменьшением ε, не способствует увеличению τ_1, так как жесткость D при этом несколько увеличивается. Ясно далее, что величина концентрации напряжений определяется параметром ε, а не абсолютным значением радиуса кривизны в вершине.

Аналогичным образом могут быть изучены напряжения в круглом брусе, ослабленном любым многоугольником, внешность которого конформно отображается на внешность единичной окружности γ в плоскости ξ с помощью функции $z = A(\xi + m\xi^{-n})$, $0 < m < 1/n$ [2]). Для частного случая, когда контур L_1 представляет собою симметрично расположенный относительно L_1 эллипс с полуосями a и b $(a > b)$ нами были вычислены величины F, D и Y_z для тех же, что и выше значений ε и c. Результаты вычислений сведены в таблице 4.

Таблица 3

ε	$F/(\pi R^2)$	$D/(\mu\pi R^4)$	$\tau_1\pi R^3 m$	$\tau\pi R^3 m$
1/5	0,502	0,357	3,819	3,292
1/10	0,557	0,372	4,636	3,228
1/20	0,606	0,383	5,792	3,163
1/80	0,675	0,395	9,747	3,057
1/640	0,728	0,403	24,209	2,972

Таблица 4

ε	$F/(\pi R^2)$	$D/(\mu\pi R^4)$	$\tau_1\pi R^3 m$
1/5	0,714	0,402	4,424
1/10	0,798	0,414	5,365
1/20	0,857	0,423	6,655
1/80	0,928	0,433	10,997
1/640	0,975	0,441	26,825

Последние таблицы наглядно показывают, что форма, размер и жесткость поперечного сечения скручиваемого вала (при одинаковых R и ε) не определяют величины концентрации напряжений. Более того, в случае эллиптического выреза концентрация напряжений в вершинах эллипса, расположенных на большой оси его, несколько выше, чем в вершинах криволинейного четырехугольника, хотя в первом случае площадь сечения и жесткость больше, чем во втором. Объяснение этому следует искать в поведении кривой L_2 в высоконапряженной зоне сечения вала.

---

[2]) Этот случай рассмотрен в работе Д. И. Шермана [3].

Пусть $r^{(1)}$ — радиус кривизны в произвольной точке криволинейного четырехугольника с полярным углом θ, а $r^{(2)}$ — радиус кривизны в соответствующей точке эллипса с тем же полярным углом. Для них будем иметь выражения:

$$r^{(1)} = \pm \frac{(1 - 6m\cos 4\vartheta + 9m^2)^{3/2}}{1 + 6m\cos 4\vartheta - 27m^2} \cdot \frac{1 + 9m}{(1 - 3m)^2} \cdot r, \tag{42}$$

$$r^{(2)} = \left[\frac{(\cos\vartheta + m\cos 3\vartheta)^2 + k^4(\sin\vartheta - m\sin 3\vartheta)^2}{(\cos\vartheta + m\cos 3\vartheta)^2 + k^2(\sin\vartheta - m\sin 3\vartheta)^2} \right]^{3/2} r, \tag{43}$$

где ϑ — угол в плоскости ξ, соответствующий полярному углу θ точки криволинейного четырехугольника в плоскости z, $k = a/b$ и r, как и выше, радиус кривизны в вершинах криволинейного четырехугольника и в вершинах эллипса, расположенных на большой оси. Легко показать, что в точках, примыкающих к этим вершинам $r^{(1)} > r^{(2)}$.

Таким образом, если пренебречь влиянием других высоконапряженных зон, ввиду их значительной удаленности, на концентрацию напряжений в рассматриваемых точках, становится очевидным, что с увеличением радиусов кривизн в точках, примыкающих к вершинам, концентрация напряжений в них уменьшается.

Поступила 20 IX 1959 г.

Научно-Исследовательский
и Экспериментальный Институт
Подшипниковой Промышленности, Москва, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Мусхелишвили Н. И., *Некоторые задачи теории упругости*, М., 1949.
2. Найман М. И., Труды ЦАГИ, 1937, *313*.
3. Шерман Д. И., ДАН СССР, 1948, **63**, *5*.

STUDIES CONCERNING STRESS CONCENTRATION OF A TWISTED CIRCULAR SHAFT WITH DIFFERENT SQUARE CURVILINEAR CAVITIES

(Summary)

This article is related to a twisted circular shaft with different square curvilinear cavities and radii of rounding at their tops. Coefficients of stress concentration are found in relation to the magnitude of top radii. It is established that the magnitudes of coefficients of stress concentration depend, mainly, upon the relation of radii of rounding to the distance between tops and axis of the shaft and upon the distance between the top and the shaft outher boundary, and, insignificantly, upon the shape of curvilinear cavity. It allows to spread the results to the very dificult problems of twisting circular shaft with more complicated cavity shapes.

STUDIUL DISTRIBUŢIEI TENSIUNILOR ÎN CAZUL TORSIONĂRII UNUI ARBORE CIRCULAR PREVĂZUT CU MAI MULTE ORIFICII CURBILINII

(Rezumat)

Se consideră problema torsionării unui arbore circular prevăzut cu mai multe orificii patruunghiulare curbilinii, ce se deosebesc între ele prin forma cavităţilor şi prin razele de curbură în vîrfuri. Se determină coeficienţii de concentrare a tensiunilor în vîrfurile cavităţilor. Se stabileşte că astfel de coeficienţi depind îndeosebi de raportul dintre razele de curbură şi distanţele dintre vîrfuri şi axa arborelui. O astfel de dependenţă este mai puţin accentuată dacă se ia în consideraţie forma cavităţilor. Rezultatele obţinute permit o extindere asupra problemelor mult mai dificile, relative la studiul torsionării arborilor circulari prevăzuţi cu cavităţi de forme mai complicate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.822.7

INFLUENŢA CALITĂŢII SUPRAFEŢEI CĂILOR ŞI CORPURILOR DE RULARE ASUPRA JOCULUI INTERN, CU CONSIDERAREA DURABILITĂŢII LA RULMENŢII RADIALI

DE

N. G. POPINCEANU şi M. D. GAFIŢEANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Consideraţii generale

Durabilitatea rulmenţilor este condiţionată de o serie de factori şi anume: particularităţile constructive, factorii tehnologici şi condiţiile de montaj şi exploatare.

Evaluarea influenţelor factorilor sus citaţi prin valori numerice de calcul întîmpină greutăţi, mai ales datorită faptului că aceşti factori se influenţează reciproc.

Dintre factorii tehnologici un rol important îl are şi calitatea suprafeţelor căilor şi corpurilor de rulare; ea influenţează comportarea rulmenţilor în exploatare şi anume, durabilitatea lor.

Noţiunea de calitate a suprafeţei cuprinde două aspecte deosebite [4]: unul fizic şi altul geometric. Aspectul geometric este determinat de abaterile suprafeţei reale de la cea ideală şi cuprinde: abaterile macrogeometrice, ondulaţia şi abaterile microgeometrice sau rugozitatea [12].

Influenţa rugozităţii suprafeţelor căilor şi corpurilor de rulare asupra comportării rulmenţilor în exploatare se manifestă prin: a) micşorarea rezistenţei la oboseală a păturilor superficiale, micşorare cu atît mai mare cu cît şi asperităţile sînt mai mari; b) modificarea repartiţiei forţelor pe corpurile de rulare datorită creşterii jocului intern de lucru în urma roaderii (aplatizării) asperităţilor.

În cele ce urmează se studiază influenţa rugozităţii căilor şi corpurilor de rulare asupra jocului intern şi deci asupra durabilităţii rulmenţilor.

2. Jocuri interne radiale la rulmenţii radiali şi influenţa rugozităţii asupra lor

La rulmenţii radiali se deosebesc următoarele jocuri radiale interne:

2.1. Jocul intern radial iniţial

Mărimea acestui joc este dată de relaţia (fig. 1):

(1) $$\mathcal{J}_i = D_e - (D_i + 2d_r),$$

în care: D_e — diametrul căii de rulare a inelului exterior, D_i — diametrul căii de rulare a inelului interior, d_r — diametrul corpurilor de rulare.

În practică se măsoară un joc de control ($\mathcal{J}_c$), sub o sarcină de 5 sau 15 kgf, cu ajutorul căruia se poate calcula jocul iniţial [2].

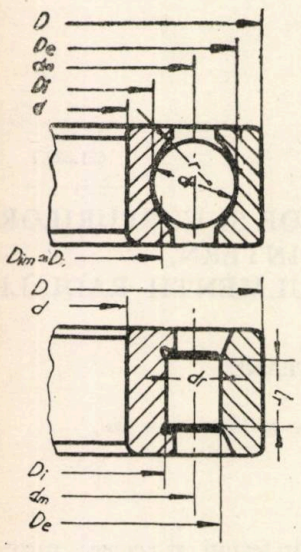


Fig 1 — Dimensiuni caracteristice la rulmenţii radiali cu bile şi cu role cilindrice.

Pentru inelul interior rotitor şi supus unei sarcini staţionare [1]) sînt recomandate o serie de ajustaje arbore-inel interior [1], [2], [3], [5], [9], [13], care, în general, la nivelul suprafeţelor care formează ajustajul, duc la o anumită strîngere nominală S.

În urma aplatizării asperităţilor de pe suprafeţele inelului şi arborelui în contact reciproc, precum şi datorită abaterilor macrogeometrice şi ondulaţiilor, strîngerea nominală se micşorează cu cca 10...15%. Strîngerea efectivă este deci [1], [2], [5]:

(2) $$S_{ef} = (0{,}85...0{,}90)\, S.$$

Mărirea diametrului căii de rulare a inelului interior, datorită strîngerii, se poate calcula cu relaţia [2]:

(3) $$\Delta D_i = (0{,}60...0{,}80)\, S_{ef} = (0{,}50...0{,}70)\, S\ ^{2}).$$

2.2. Jocul intern de montaj

Mărimea jocului intern de montaj este dată de relaţia:

(4) $$\mathcal{J}_m = \mathcal{J}_i + \Delta D_i\,.$$

2.3. Jocul intern de lucru

Jocul intern de montaj se modifică în timpul funcţionării rulmentului sub sarcină:

a) datorită dilatărilor termice diferite ale celor două inele ale rulmentului [2]:

(5) $$\Delta \mathcal{J}_t = \alpha D_i \Delta t,$$

[1]) Pe baza acestei ipoteze este calculată şi capacitatea dinamică de bază a rulmenţilor radiali [7], [8].

[2]) Există numeroase indicaţii în literatură care permit aprecierea strîngerii efective, a măririi diametrului interior şi a mărimii $\Delta \mathcal{J}_t$ [2], [3], [5], [9].

în care: $\alpha = 11.10^{-6}$ — coeficient de dilatare termică, liniară, a oțelului, $\Delta t = 5...10°C$ — diferența de temperatură dintre cele două inele (în medie 7°C);

b) datorită roaderii (uzurii) asperităților de pe suprafețele în contact ale corpurilor și căilor de rulare, jocul de montaj se mărește cu cantitatea:

$$\Delta J_R = 4k_i R_{zi} + 4k_r R_{zr}, \tag{6}$$

în care: R_{zi}, R_{zr} — înălțimea neregularităților de pe suprafețele de rulare ale inelelor, respectiv ale corpurilor de rulare neuzate, k_i, k_r — coeficienți care caracterizează micșorarea asperităților suprafețelor de rulare în contact, pentru inele, respectiv pentru corpuri de rulare, în raport cu rugozitatea inițială.

Măsurătorile făcute la Fabrica de Rulmenți din Bîrlad (FRB), cu ajutorul unui microscop de interferență de tip V. P. Linnik MII-1, au stabilit o anumită dependență între mărimea rugozității (criteriul înălțimii neregularităților R_z) corpurilor de rulare neuzate și diametrul lor d_r (fig. 2).

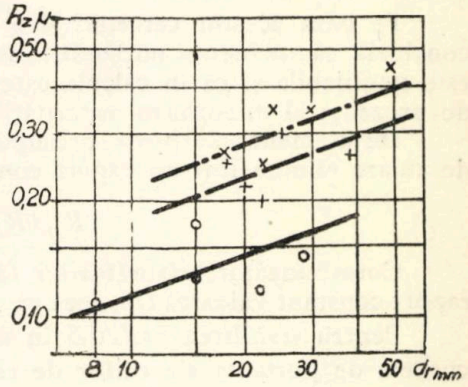


Fig. 2. — Rugozități R_z măsurate la corpuri de rulare neuzate (fiecare punct reprezintă 5 corpuri de rulare).
— · — · role butoi - - - role cilindrice, —— bile

Din fig. 2 se constată o dependență de forma:

$$R_{zr} = x\sqrt[3]{d_r}, \tag{7}$$

(d_r — în mm, R_{zr} — în μ),

în care x — coeficient de proporționalitate având valorile [3]:

bile . . . . . $x \approx 0{,}05$,

role cilindrice . . . . . $x \approx 0{,}08$,

role butoi . . . . . $x \approx 0{,}10$.

Relații analoge sînt evidente și în cazul căilor de rulare [3]:

$$R_{zi} = y\sqrt[3]{d_m}, \quad (d_m \text{ — în mm}, R_{zi} \text{ — în } \mu), \tag{8}$$

în care: d_m — diametrul mediu al rulmentului, y — coeficient de proporționalitate care, în conformitate cu măsurătorile făcute pe căile de rulare, are în medie valoarea 0,25.

Micșorarea înălțimii asperităților, ca urmare a aplatizării și roaderii lor, este un proces care se petrece în timp; cu alte cuvinte, factorii k

[3]) Pentru rulmenții cu precizie curentă H STAS 4207—53.

şi k_r variază în timp. În această privinţă este cunoscut faptul că după aproximativ 2% din durabilitatea nominală, asperităţile se rod cu cca 50% din înălţimea lor iniţială ($k_{i2\%} = 0{,}5$) [6]. De asemenea, cercetările făcute pînă în prezent au arătat că la rostogolire, chiar pe suprafeţele foarte netede, apar asperităţi de 0,12...0,5 μ, numite asperităţi de exploatare [10].

Măsurătorile făcute asupra rulmenţilor încercaţi (fig. 3...6), de dimensiuni medii (rulmenţi 308 şi 7210 după STAS), au confirmat acest fapt arătînd că după trecerea timpului de uzură asperităţile pot atinge valoarea $R_z = 0{,}12...0{,}25$ μ.

Pe baza acestor cercetări şi a curbelor din fig. 2 se poate trage concluzia că influenţa micşorării asperităţilor de pe corpurile de rulare este neglijabilă şi că în calcule este suficient să se ţină seama numai de prezenţa şi micşorarea asperităţilor de pe căile de rulare.

De asemenea se poate presupune [4]) că asperitatea finală de pe căile de rulare rămîne într-un raport constant faţă de cea iniţială şi anume:

$$R_{zf} / R_{zi} = \text{const.}$$

Corespunzător măsurătorilor făcute se poate adopta pentru acest raport constant valoarea 1/5, ceea ce corespunde unei valori finale $k_{if} = 4/5$.

Pentru stabilirea variaţiei în timp a coeficientului k_i s-au studiat curbele de portanţă ale căilor de rulare ale rulmenţilor cercetaţi şi s-a putut aprecia că dependenţa dintre partea portantă şi partea rodată a asperităţilor este determinată de o funcţie exponenţială de forma:

$$F = a\,(k_i R_{zi})^m \tag{9}$$

în care: F — partea portantă (mm), $k_i R_{zi}$ —micşorarea asperităţilor în urma procesului de uzură (aplatizare), a — coeficient experimental care pentru F (mm) şi R_z (mm) are o valoare medie de $10^6/3$, m — exponent stabilit experimental (v. fig. 7, $m = 2$).

Potrivit indicaţiilor din literatura de specialitate [12] viteza de uzură este invers proporţională cu partea portantă:

$$v = b / F = \mathrm{d}\,(k_i R_{zi}) / \mathrm{d}t.$$

Ţinînd seama de expresia lui F din relaţia (9), timpul de uzură se poate deci calcula cu relaţia:

$$T = \frac{1}{b}\int_0^{k_i R_{zi}} F\,\mathrm{d}\,(k_i R_{zi}) = \frac{1}{b}\int_0^{k_i R_{zi}} a\,(k_i R_{zi})^m\,\mathrm{d}\,(k_i R_{zi}) = \frac{10^6}{9b}\,k_i^3 R_{zi}^3\,. \tag{10}$$

---

[4]) Prin analogie cu rularea cu role, la care se defineşte un astfel de coeficient de „îmbunătăţire a calităţii suprafeţei" în funcţie de material şi de apăsarea pe rolă, pentru un anumit număr de treceri [16].

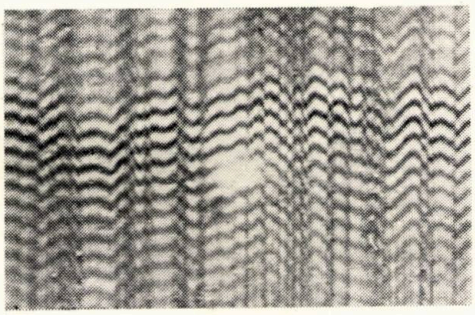


Fig. 3. — Cale de rulare neuzată. Rulment 7510, STAS 3920-53, SKF 32210.

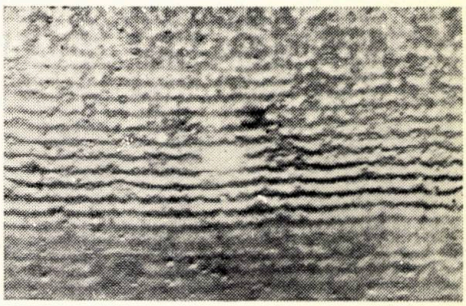


Fig. 4. — Cale de rulare uzată. Rulment. 7210, STAS 3920-53, SKF 30210.

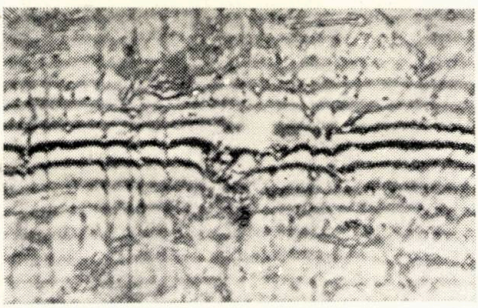


Fig. 5. — Corp de rulare neuzat. Rulment 308, STAS 3041-52, SKF 6308.

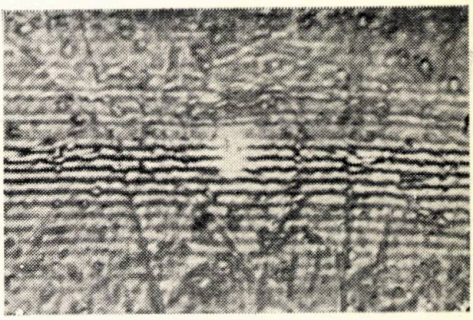


Fig. 6. — Corp de rulare uzat. Rulment 308, STAS 3041-52 SKF 6308.

Notînd cu h durabilitatea nominală a rulmentului (ore), din relația (10) rezultă pentru timpul după care rugozitatea s-a redus la jumătate ($k_{i2^0/_0} = 0{,}5$), expresia $T_1 = [0{,}5^3 \cdot 10^6/(9b)]\, R_{zi}^3 = (2/100)h$, iar pentru timpul după care rugozitatea a atins valoarea finală a rugozității de exploatare ($k_{if} = 4/5$), $T_2 = (4/5)^3 \cdot [10^6/(9b)]\, R_{zi}^3$. Așadar $T_2/T_1 = 4$ și deci $T_2 = (8/100)h$.

Întrucît rulmentul va funcționa un timp ce depășește 90% din durabilitatea sa nominală, cu rugozități avînd valoarea de exploatare, rezultă că pentru calcule este suficient să se adopte $k_i \approx \approx k_{if} = 4/5$. Deci

$$\Delta \mathcal{J}_R \approx 4 k_{if} R_{zi} = 4.(4/5).0{,}25 \sqrt[3]{d_m} = 0{,}8 \sqrt[3]{d_m}. \tag{11}$$

Jocul intern de lucru, neținînd seama de deformațiile de contact datorite sarcinii exterioare capătă deci expresia:

$$\mathcal{J} \approx \mathcal{J}_m - \Delta \mathcal{J}_t + \Delta \mathcal{J}_R. \tag{12}$$

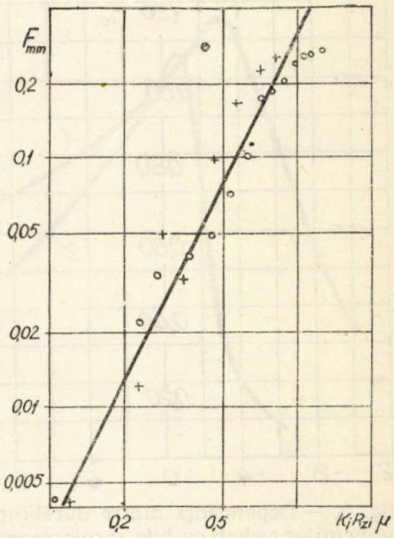


Fig. 7. — Dependența dintre partea portantă F și partea rodată $k_i R_{zi}$. ○ — rulmenți 7510; + — rulmenți 308.

2.4. Jocul intern de lucru efectiv

Mărimea jocului intern de lucru efectiv este dată de relația:

$$\mathcal{J}_1 = \mathcal{J} + \delta_0, \tag{13}$$

în care δ_0 este mărimea deformațiilor de contact, corespunzătoare corpului de rulare cel mai încărcat, datorită sarcinii exterioare.

3. Jocul intern de lucru și durabilitatea rulmenților

Se știe [2] că dependența dintre durabilitatea rulmenților radiali cu bile și cu role pe un singur rînd și jocul intern de lucru, pentru o sarcină pur radială constantă, este dată de relația:

$$h/h_0 = (\lambda/\lambda_0)^{3{,}33}\,(L_0/L), \tag{14}$$

în care: h — durabilitatea rulmenților radiali cu bile și cu role cilindrice, pentru un joc intern de lucru $\mathcal{J}$, h_0 — durabilitatea rulmenților radiali cu bile și cu role cilindrice, pentru un joc intern de lucru $\mathcal{J} = 0$ [5]), $\lambda = f(T)$, $L = f(T)$, unde T este dat de relațiile:

$$T = \mathcal{J} \sqrt[3]{z^2 d_r / P_r^2} \text{ (pentru bile) și } T = \mathcal{J} z L_r / P_r \text{ (pentru role),}$$

cu: z — numărul de corpuri de rulare din rulment, d_r — diametrul cor-

5) În lucrările [7], [8] capacitatea dinamică de bază a rulmenților a fost dedusă în ipoteza unui joc intern de lucru nul.

pului de rulare (mm), l_r — lungimea activă a corpului de rulare (mm), P_r — sarcina radială pe rulment (kgf).

Dependenţa dintre λ, L şi T este tabelată în [2].

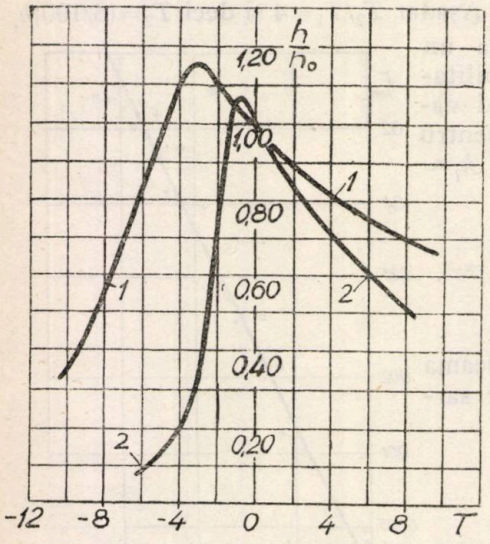


Fig. 8. — Dependenţa dintre durabilitatea rulmenţilor radiali cu bile şi role, raportată la durabilitatea aceloraşi rulmenţi, însă cu joc intern de lucru nul, şi mărimea auxiliară T.
1—rulmenţi cu bile; *2*—rulmenţi cu role.

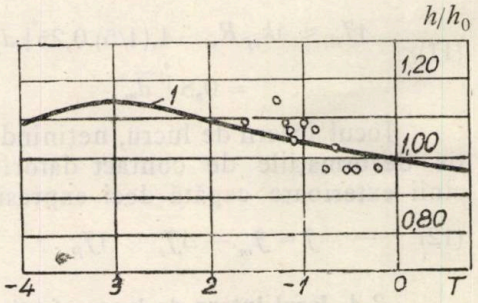


Fig. 9. — Rezultatele încercărilor făcute pe rulmenţii radiali cu bile 308, STAS 3041-52, la sarcină radială P_r=875 kgf.
1-curba teoretică; ○-loturi de cîte 10 rulmenţi încercaţi.

Exprimînd grafic relaţia (14) cu ajutorul tabelelor şi relaţiilor din [2] în funcţie de mărimea auxiliară T, se obţine diagrama din Fig. 8.

4. Concluzii

4.1. Uzura rugozităţii căilor de rulare poate cauza fie o mărire a jocului intern de lucru, care în general este dezavantajoasă funcţionării, fie o micşorare a strîngerii interne de lucru, care în majoritatea cazurilor este favorabilă funcţionării rulmenţilor, aşa cum indică diagrama din fig. 8. Rugozitatea corpurilor de rulare, în limitele uzuale, fiind de ordinul de mărime al rugozităţii de exploatare, nu influenţează prin roaderea ei jocul intern de lucru şi deci nici durabilitatea.

4.2. Recomandarea unor rugozităţi de suprafeţe, la căile de rulare ale rulmenţilor, mai mici decît cele folosite în mod curent, nu-şi are justificarea deoarece se poate ajunge la mărimea rugozităţilor de exploatare care, în orice caz, se obţine după un timp de 8% din durabilitatea nominală. Utilizarea procedeelor electrochimice de lustruire nu este indicată din acest punct de vedere, aceste procedee putînd fi chiar dezavantajoase în ceea ce priveşte fisurile rămase de la rectificare [6]. Superfinisarea căilor de rulare este de recomandat numai în cazul cînd,

eventual, se cere un joc de lucru constant în timpul exploatării sau în cazul cînd prin micşorarea mărimii ondulaţiei s-ar obţine o funcţionare mai silenţioasă a rulmenţilor.

4.3. Diagrama din fig. 8 permite să se ţină seama în calcule de influenţa jocului intern de lucru şi de rugozitate, mai uşor decît diagramele [2] care exprimă dependenţa durabilităţii rulmenţilor în funcţie de jocul intern de lucru şi de caracteristicile rulmenţilor cu ajutorul mărimii $K = f/\varepsilon_0$ în care ε_0 este deplasarea totală, în rulmentul încărcat, a corpului de rulare cel mai solicitat. Se pot face astfel corecţiile necesare la montajul rulmenţilor pentru a evita apariţia unei strîngeri sau a unui joc intern de lucru prea mare.

4.4. Rezultatele încercărilor efectuate pe rulmenţii fabricaţi la FRB sînt în concordanţă cu cele de mai sus, după cum se poate vedea din fig. 9.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică şi organe de maşini

BIBLIOGRAFIE

1. Aparin G. A., Gorodeţki I. E., *Toleranţe şi măsurători tehnice*, Ed. Tehn., Buc, 1956, (trad. din l. rusă).
2. Beizelman R. D., Tîpkin B. V., *Rulmenţi*, Ed. Tehn., Buc., 1956, (trad. din l. rusă).
3. Conti G., *I cuscinetti a rotolamento*, Vol. **I, II**, Edit. Ulrico Hoepli, Milano, 1952.
4. Diacenko P. E., Iakobson M. O., *Calitatea suprafeţelor la prelucrarea prin aşchiere*, Ed. Tehn., Buc., 1956, (trad. din l. rusă).
5. Eschmann-Hasbargen-Weigand, *Die Wälzlagerpraxis*, München, 1953.
6. Kühnlenz K., Maschinenbautechnik, 1956, *10*, p. 527.
7. Lundberg G., Palmgren A., Acta Polytechnica, Mech. Eng. Series, 1952, **1**, *3*.
8. — Ibid., 1952, **2**, *4*.
9. Palmgren A., *Grundlagen der Wälzlagertechnik*, Stuttgart, 1954.
10. Пинегин С. В., Вестник машиностр., 1958, *3*, стр. 1.
11. Popinceanu N., Gafiţeanu M., Bulet. Inst. Polit. Iaşi, 1959, **V (IX)**, *1–2*, p. 339.
12. Schorsch H., *Gütebestimmung an der technischen Oberflächen*, Wissenschaftliche Verlagsgesselschaft MBH, Stuttgart, 1958.
13. * * * *Справочник машиностроителя*, т. **4**, Машгиз, М., 1956.
14. * * * *Справочник технолога машиностроителя*, Машгиз, М., 1957.

ВЛИЯНИЕ ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТЕЛ И ДОРОЖЕК КАЧЕНИЯ НА ВНУТРЕННИЙ ЗАЗОР РОЛИКОВЫХ И ШАРИКОВЫХ ПОДШИПНИКОВ ПРИНИМАЯ ВО ВНИМАНИЕ ИХ ДОЛГОВЕЧНОСТЬ

(Резюме)

Измерения, произведенные на фабрике подшипников качения в г. Бырладе (ФРБ), позволили установить зависимость между величиной шероховатости неизношенных тел и дорожек качения и диаметров (выражения (7), (8) и рис. 2).

Уменьшение высоты шероховатостей будучи процессом требующим время, произведенные исследования установили величину шероховатостей после 2% номинальной долговечности, а также величину эксплуатационных шероховатостей (рис. 3...6).

На основании этих исследований и рис. 8 можно вывести заключение, что влияние стирания шероховатостей тел качения незначительно и что в расчётах достаточно принимать во внимание наличие шероховатостей в дорожках качения.

Выражение (14) и диаграмма рис. 8 позволяют выявить влияние внутреннего зазора на долговечность радиальных подшипников. Результаты испытаний, произведенных на радиальных шариковых подшипниках 308 STAS 3041-52 с радиальной нагрузкой $P_r = 875$ кг. даны на рис. 9.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Характеристические размеры шариковых и роликовых радиальных подшипников.

Рис. 2. — Шероховатости R_z измеренные у неизношенных тел качения (каждая точка представляет пять тел качения). · – · – · бочковые ролики, – – – – цилиндрические ролики, ——— шарики.

Рис. 3. — Неизношенная дорога качения. Подшипник 7510, STAS 3920-53, SKF 32210.

Рис. 4. — Изношенная дорога качения. Подшипник 7210, STAS 3920-53, SKF 30210.

Рис. 5. — Неизношенное тело качения. Подшипник 308, STAS 3041-52, SKF 6308.

Рис. 6. — Изношенное тело качения. Подшипник 308, STAS 3041-52, SKF 6308.

Рис. 7. — Зависимость между опорной и стираемой частями. ○ — подшипники 7510, + — подшипники 308.

Рис. 8. — Зависимость между долговечностью шариковых и роликовых радиальных подшипников по отношению к таким же подшипникам но с нулевым внутренним рабочим зазором, и вспомогательная величина T. *1* — шариковые подшипники; *2* — роликовые подшипники.

Рис. 9. — Результаты испытаний шариковых радиальных подшипников 308 STAS 3041-52, при радиальных нагрузках $P_r = 875$ кг. *1* — теоретическая кривая, ○ — группы по 10 испытанных подшипников.

EINFLUSS DER RAUHEIT DER WÄLZKÖRPER UND DER ROLLBAHNFLÄCHEN AUF DAS INNERE SPIEL, UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DER LEBENSDAUER BEI RADIALEN KUGELLAGER

(Zusammenfassung)

Mit Hilfe der bei Roll- und Kugellagerfabrik-Bîrlad gemachten Messungen hat man eine Abhängigkeit zwischen der Rauheit der unverschleissten Rollbahnflächen und Wälzkörper und dem Durchmesser festgestellt, wie es aus den Verhältnissen (7), (8) und der Abb. 2 hervorgeht.

Da die Abnahme der Höhe der Rauheit von der Zeit abhängig ist, haben die Untersuchungen den Wert der Rauheit für 2% der nominalen Lebensdauer und die Betriebsrauheit festgestellt (s. Abb. 3...6).

Auf Grund dieser Untersuchungen und der Abb. 8 kann man zum Schlusse kommen dass man den Einfluss der Rauheit der Wälzkörper vernachlässigen kann und dass es genügt in den Berechnungen nur auf die Rauheit der Rollbahnflächen Rücksicht zu nehmen.

Verhältniss (14) und Abb. 8 erlauben den Einfluss des inneren Spieles auf die Lebensdauer der radialen Wälzkörper zu schätzen. Die Resultate der Versuche die man auf Radialkugellager 308 nach STAS, 3041-52 bei einer radialen Last von $P_r^1 = 875$ Kg gemacht hat, werden in Abb. 9 gezeigt.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. — Charakteristische Masse der Kugel- und Zylinderrollenlager.

Abb. 2. — Gemessene Rauheiten R_z bei Wälzkörpen ohne Verschleiss (jeder Punkt stellt 5 Wälzkörper dar). · – · – · Tonnenrolle, – – – – Zylinderrolle, —— Kugellager.

Abb. 3. — Rollbahn ohne Verschleiss. Kugellager 7510, STAS 3920-53, SKF 32210.

Abb. 4. — Rollbahn mit Verschleiss. Kugellager 7210, STAS 3920-53, SKF 30210.

Abb. 5. — Wälzkörper ohne Verschleiss. Kugellager 308, STAS 3041-52, SKF 6308.

Abb. 6. — Wälzkörper mit Verschleiss. Kugellager 308, STAS 3041-52, SKF 6308.

Abb. 7. — Abhängigkeit des Traganteiles F von dem Verschleissanteil $k_i R_{zi}$. ○ — Kegelrollenlager 7510; + — Kugellager 308.

Abb. 8. — Vergleich der Lebensdauer von Kugel- und Rollenlager mit der von denselben Lagern aber mit Radialspiel im Betrieb, im Zusammenhang mit der Hilfsgrösse T. *1* — Kugellager ; *2* — Zylinderrollenlager.

Abb. 9. — Ergebnisse der Experimente auf Radialkugellager 308 STAS 3041-52 bei einer Radiallast $P_r = 875$ Kgf. *1*. Theoretische Kurve, ○ — Gruppe von je 10 geprüfte Kugellager.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.43.01

ASUPRA DETERMINĂRII EXPRESIILOR DE CALCUL PENTRU PARAMETRII UMPLERII ŞI COMPRESIEI, ÎN CAZUL INJECŢIEI CU APĂ LA MOTOARELE CU ELECTROAPRINDERE

DE
C. V. PICOŞ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Injecţia apei în timpul admisiei, la motoarele cu electroaprindere ce lucrează în regim detonant, modifică întregul lor proces de funcţionare. Influenţa pe care o exercită injectarea apei asupra parametrilor diagramei indicate — influenţă ce depinde de condiţiile de experimentare — nu a putut fi determinată decît parţial în experienţele pe care le-am întreprins şi ale căror rezultate au fost publicate într-o lucrare anterioară [5]. Diagramele indicate ale motorului asupra căruia s-au efectuat experienţele, date de un indicator piezoelectric, neavînd o linie de zero, nu au putut fi folosite pentru măsurarea presiunii de admisie. Pentru determinarea celorlalţi parametri ai diagramei indicate, care necesită cunoaşterea presiunii de admisie, s-a adoptat pentru aceasta din urmă valoarea aproximativă de 0,7 kg/cm^2.

În scopul înlăturării acestor dificultăţi s-a căutat a se obţine expresiile de calcul atît pentru parametrii umplerii cît şi pentru cei ai compresiei, care să fie apoi verificaţi experimental.

În cele ce urmează se prezintă expresiile de calcul obţinute pentru determinarea parametrilor umplerii şi compresiei, în cazul injecţiei cu apă în conducta de admisie a motorului cu electroaprindere, ce funcţionează în regim detonant.

2. Umplerea

a) *Presiunea de admisie.* Pentru determinarea expresiei de calcul a presiunii de admisie se poate utiliza bilanţul termic al umplerii, dat de M. M. Maslennikov [1], completat cu fenomenul caracteristic al studiului — injecţia de apă.

Bilanţul termic al umplerii capătă, în cazul injecţiei de apă în conducta de admisie, forma:

$$U_1 + AL_1 + \Delta Q_p - \Delta Q_{ev} = U_a + AL_2, \tag{1}$$

unde: $U_1 = U_{aer} + U_r + U_{vb} + U_{apă}$ — energia internă a amestecului la intrarea în cilindru, U_{aer} — energia internă a aerului în condiţiile iniţiale, U_r — energia internă a gazelor reziduale, U_{vb} — energia internă a combustibilului introdus, $U_{apă}$ — energia internă a apei, la temperatura de injectare, $L_1 = p_k(V_{aer} + V_b)$ — lucrul mecanic de intrare al amestecului admis cu neglijarea apei din amestec), ΔQ_p — căldura primită de la pereţi în timpul umplerii, ΔQ_{ev} — căldura absorbită de apa injectată, U_a — energia internă a amestecului la sfîrşitul admisiei, L_2 — lucrul mecanic efectuat de amestec la sfîrşitul umplerii.

Drept condiţii iniţiale de lucru se consideră temperatura T_k şi presiunea p_k a amestecului format din aer şi vapori de benzină, în momentul injecţiei apei. Temperatura T_k este măsurată, fiind egală, în condiţiile de experimentare, cu 425°C ceea ce are drept efect faptul că benzina se găseşte, în momentul injecţiei de apă, sub stare de vapori, V_{aer} şi V_b reprezintă volumul aerului şi respectiv al vaporilor de benzină la temperatura T_k şi presiunea p_k.

În expresia (1) a bilanţului termic se pot face următoarele substituţii:

$$\begin{cases} U_{aer} = mC_{v\,aer} M_{aer} T_k, \; U_{vb} = mC_{vb} M_{vb} T_k, \; U_r = mC_{vr} M_r T_r, \\ U_{apă} = G_{apă} T_0, \; U_2 = mC_{va} M_a T_a, \; AL_2 = Ap_a V_h, \end{cases} \tag{2}$$

unde: $mC_{v\,aer}, mC_{vb}, mC_{vr}, mC_{va}$ — căldurile specifice medii molare la volum constant, pentru: aer, vapori de benzină, gaze reziduale şi amestecul de la sfîrşitul admisiei, $M_{aer}, M_{vb}, M_r, M_a$ — greutăţile (kmoli) pentru: aer, vapori de benzină, gaze reziduale şi pentru amestecul de la sfîrşitul admisiei, T_r, T_0, T_a — temperaturile absolute ale: gazelor reziduale, apei în momentul injecţiei şi amestecului de la sfîrşitul admisiei, p_a — presiunea de la sfîrşitul admisiei, V_h — cilindreea, $G_{apă}$ — greutatea apei injectate (kg).

Ţinînd seama de substituţiile (2) relaţia (1) devine:

$$\begin{aligned} &\Delta Q_p - \Delta Q_{ev} + mC_{v\,aer} M_{aer} T_k + mC_{vb} M_b T_k + mC_{vr} M_r T_r + G_{apă} T_0 + \\ &+ Ap_k(V_{aer} + V_b) = mC_{va} M_a T_a + Ap_a V_k. \end{aligned} \tag{3}$$

Avînd în vedere că:

$$mC_{v\,aer} M_{aer} T_k + Ap_k V_{aer} = mC_p M_{aer} T_k, \; mC_{vb} M_b T_k + Ap_k V_b = mC_p M_b T_k,$$

relaţia (3) capătă forma:

$$\begin{aligned} &\Delta Q_p - \Delta Q_{ev} + mC_{p\,aer} M_{aer} T_k + mC_{pb} M_b T_k + mC_{vr} M_r T_r + G_{apă} T_0 = \\ &= mC_{va} M_a T_a + Ap_a V_h. \end{aligned} \tag{4}$$

Ţinînd seama de ecuaţia generală a gazelor perfecte $p_a V_a = 884 M_a T_a$, din relaţia (4) rezultă

$$(5)\quad p_a = \frac{\Delta Q_p - \Delta Q_{ev} + mC_{p\,\mathrm{aer}} M_{\mathrm{aer}} T_k + mC_{pb} M_b T_k + mC_{vr} M_r T_r + G_{\mathrm{apă}} T_0}{V_h \{mC_{va}\,\varepsilon / [844\,(\varepsilon - 1)] + A\}}.$$

b) *Temperatura de admisie.* Pentru determinarea temperaturii de admisie se poate utiliza ecuaţia generală a gazelor perfecte, rezultînd

$$(6)\quad T_a = p_a V_a / (848\, M_a) = p_a V_h \varepsilon / [848\,(\varepsilon - 1)\, M_a].$$

c) *Coeficientul de umplere.* Pentru determinarea coeficientului de umplere se poate utiliza relaţia (5) în care se substitue $M_{\mathrm{aer}} = \eta_v M_{vh}$, unde η_v — coeficientul de umplere, M_{vh} fiind greutatea (kmoli) a aerului ce ar putea fi admis, la temperatura şi presiunea mediului înconjurător.

Se obţine:

$$(7)\quad \eta_v = \frac{p_a V_h \left[\frac{mC_{va}\,\varepsilon}{848\,(\varepsilon - 1)} + A\right] + \Delta Q_{ev} - (\Delta Q_p + mC_{pb} M_b T_k + mC_{vr} M_r T_r + G_{\mathrm{apă}} T_0)}{mC_p M_{vh} T_k}.$$

Expresiile de calcul obţinute pentru parametrii umplerii au fost aplicate, în cazul experienţelor efectuate, la un motor cu electroaprindere, cu cameră de combustie variabilă, lucrînd cu un raport volumetric $\varepsilon = 6$.

Experienţele au avut loc în condiţii de funcţionare detonantă, injectîndu-se apă în următoarele proporţii din volumul combustibilului consumat: 0%, 10%, 20%, 30%, 40%.

În condiţiile de experimentare precizate s-a utilizat $T_k = 425°\mathrm{C}$ iar presiunea p_k s-a considerat a fi egală cu 1 kg/cm².

Principalii termeni ai expresiilor (5), (6), (7) au fost determinaţi astfel:

a) *Căldura de schimb* ΔQ_p dintre pereţii cilindrului şi amestecului admis s-a calculat în ipoteza unei temperaturi constante a pereţilor ($T_p = 475°\mathrm{C}$). Temperatura medie a amestecului gazos s-a luat pentru cazul 0% apă injectată, egală cu 473°C. Pentru celelalte experienţe, cu injecţia de apă cuprinsă între 10%...40%, s-a adoptat ca temperatură medie de admisie, temperatura de admisie calculată la experienţa precedentă. Astfel, pentru experienţa cu 10% apă injectată s-a luat temperatura de admisie calculată la 0% apă; pentru experienţa cu 20% apă injectată s-a luat temperatura de admisie calculată în cazul injecţiei cu 10% apă etc.

Ipoteza temperaturii constante a pereţilor cilindrului a fost utilizată şi de către alţi cercetători, în calculul coeficientului de transmisie a căldurii [3]. Determinarea coeficientului de transmisie a căldurii s-a efectuat cu ajutorul formulei elaborate de N. P. Briling, care pentru motoarele cu carburator este de forma:

$$(8)\quad \alpha = a \sqrt[3]{p^2 T}\,(1 + bC_m) + c\,[(T_p/100)^4 - (T/100)^4]/(T_p - T) \quad \mathrm{kcal/m^2.h.°C},$$

unde $a = 0{,}99$, $b = 0{,}185$, $c = 0{,}362$, C_m — viteza medie a pistonului (m/sec.), T — temperatura medie a amestecului admis. În cadrul experienţelor efectuate $C_m = 3{,}65$ m/sec.

Căldura transmisă de pereţii cilindrului gazelor admise s-a determinat apoi utilizînd relaţia $Q_p = \alpha F \Delta t$, unde: F — suprafaţa interioară a cilindrului în care evoluează amestecul gazos, Δt — diferenţa dintre temperaturile pereţilor şi amestecului admis.

b) *Cantitatea de căldură* luată de apa injectată s-a calculat cu ajutorul relaţiei:

$$(9)\quad \Delta Q_{ev} = G_{\mathrm{apă}} [r + (373 - T_0)] + C_{p_{va}} G_{va} (T_a - 383),$$

uude: r — căldura latentă de vaporizare a apei (kcal/kg) T_0 — temperatura apei injectate,

Tabelul 1

Determinarea presiunii de admisie

Apă %	ΔQ_p kcal/h	ΔQ_{ev} kcal/h	$mC_p M_{aer} T_k$ kcal/h	$mC_p M_{vb} T_k$ kcal/h	$mC_{vr} M_r T_r$ *) kcal/h	$G_{apă} T_0$ kcal/h	$mC_{va} = \frac{\sum mC_{vi} M_i}{\sum M_i}$	$V_h \left[\frac{mC_{va}\, \varepsilon}{848(\varepsilon - 1)} + A \right]$	p_a	Δp_a %	Δp_{aT} %
0	—	—	1 373	156	164	—	5,69	0,1828	0,92	2	8
10	8	97	1 373	156	164	43	5,67	0,1823	0,90	2	
20	16	193	1 373	156	170	86	5,67	0,1823	0,88	2	
30	30	286	1 373	156	170	129	5,65	0,1819	0,85	2	
40	35	379	1 373	156	176	172	5,64	0,1815	0,84		

*) $T_r = 1000°$ C.

Tabelul 2

Temperaturile de admisie și variațiilor lor

Apă %	$p_a V_h \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}$	$848 M_a$	T_a	ΔT_a %	ΔT_{aT} %
0	194 304	423	459	3	15
10	190 080	429	443	4	
20	185 856	437	425	4	
30	181 632	445	408	5	
40	177 408	452	387		

Tabelul 3

Coeficientul de umplere

Apă %	$p_a V_h \left[\frac{mC_{va}\, \varepsilon}{848(\varepsilon - 1)} + A \right] + \Delta Q_{bv} - (\Delta Q_p + mC_p M_b T_k + mC_{vr} M_r T_r + G_{apă} T_0)$	$mC_p M_{vh} T_k$	η_v calc.	η_v măs.
0	1 359	2 070	0,65	0,66
10	1 366	2 070	0,65	0,66
20	1 369	2 070	0,66	0,66
30	1 365	2 070	0,65	0,66
40	1 364	2 070	0,65	0,66

T_a — temperatura de la sfîrşitul admisiei, $C_{p_{va}}$ — căldura specifică medie la presiune constantă a vaporilor de apă la temperatura T_a (kcal/kg), G_{va} — greutatea vaporilor de apă (kg).

În expresia de calcul a cantităţii de căldură luată de apă s-au considerat variabile, în afară de greutatea apei injectate, şi temperatura de admisie deci şi căldura specifică medie la presiune constantă a vaporilor de apă.

La adoptarea temperaturilor de admisie, în decursul calculelor s-a folosit acelaşi procedeu ca şi la determinarea căldurii de schimb între pereţii cilindrului şi amestecului admis.

Căldurile specifice medii molare, la presiune sau la volum constant, utilizate în expresiile (5), (7), (9), s-au determinat în raport cu temperaturile de admisie adoptate, aşa după cum s-a arătat în cazul determinării căldurii de schimb dintre pereţii cilindrului şi amestecul gazos admis.

Cantităţile de aer, benzină, apă, precum şi temperaturile T_k şi T_0, au fost măsurate în timpul experienţelor.

Valorile presiunilor de admisie, ale temperaturilor de admisie şi ale coeficientului de umplere, determinate în condiţiile experimentării, utilizînd expresiile de calcul menţionate mai înainte, sînt trecute în tabelele 1, 2, 3, care conţin de asemenea şi valorile termenilor corespunzători din expresiile de calcul.

Concluzii

a) Presiunea de admisie se micşorează o dată cu creşterea cantităţii de apă injectată. La fiecare creştere cu 10% a cantităţii de apă injectată presiunea de admisie scade cu 2%. Scăderea maximă a presiunii de admisie, în cazul unei injecţii de 40% apă, este de 8%.

b) Temperatura de admisie scade o dată cu creşterea cantităţii de apă injectată şi această scădere este mai accentuată decît scăderea presiunii de admisie. La fiecare creştere cu 10% a cantităţii de apă injectată, temperatura scade cu 3...5%. Scăderea maximă a temperaturii de admisie, în cazul injectării unei cantităţi de 40% apă, este de 15%.

c) Coeficientul de umplere a fost determinat prin măsurare, utilizîndu-se metoda diafragmei, şi apoi pe cale analitică, folosindu-se expresia de calcul elaborată în acest scop. Valorile obţinute prin cele două metode de lucru arată justeţea expresiilor de calcul utilizate pentru presiunea şi temperatura de admisie. Se constată că deşi creşterea cantităţii de apă injectată exercită, pe de-o parte, o influenţă în sensul scăderii presiunii de admisie, datorită răcirii amestecului admis şi pe de altă parte, în sensul creşterii acestei presiuni, prin introducerea unei cantităţi de vapori de apă în amestecul admis, influenţa răcirii amestecului este predominantă. Datorită acestor influenţe, pe care le exercită apa injectată, se constată că scăderea temperaturii de admisie este mai pronunţată decît scăderea presiunii de admisie.

3. Compresia

Modificarea parametrilor umplerii, în urma injecţiei cu apă, conduce şi la o modificare a liniei de compresie. În cele ce urmează se prezintă expresiile de calcul care stau la baza determinării valorilor presiunii şi temperaturii de compresie, precum şi compararea acestor rezultate obţinute prin calcul, cu cele determinate pe cale experimentală.

Bilanţul termic pe linia compresiei se poate face aplicînd principiul I al termodinamicii, metodă utilizată de prof. E. K. Mazing [2] pentru determinarea parametrilor liniei de compresie. De-alungul liniei de compresie se poate scrie următorul bilanţ termic:

$$Q = U_c - U_a + AL, \tag{10}$$

în care: U_c — energia internă a gazelor din cilindrul motorului la finele compresiei, U_a — energia internă a gazelor din cilindrul motorului la începutul compresiei, AL — cantitatea de căldură echivalentă lucrului mecanic de compresie, Q — cantitatea de căldură schimbată de gazele din cilindru cu pereţii cilindrului.

Dacă se fac substituţiile:

$$U_c = mC_{vc} M_a T_c, \quad U_a = mC_{va} M_a T_a,$$

unde: mC_{vc} — căldura specifică medie molară la volum constant la sfîrşitul compresiei, T_c — temperatura amestecului la sfîrşitul compresiei, $AL = A(p_a V_a - p_c V_c)/(n_1 - 1)$, p_c — presiunea sfîrşitului de compresie, V_c, V_a — volumele gazului la sfîrşitul, respectiv la începutul compresiei, relaţia (10) devine:

$$mC_{vc} M_a T_c + A(p_a V_a - p_c V_c)/(n_1 - 1) = mC_{va} M_a T_a + Q. \tag{11}$$

Ţinînd seama că $p_a V_a = 848 M_a T_a$, $p_c V_c = 848 M_a T_c$, relaţia (11) se poate scrie sub forma:

$$M_a T_c [mC_{vc} - 1{,}985/(n_1 - 1)] - M_a T_a [mC_{va} - 1{,}985/(n_1 - 1)] = Q. \tag{12}$$

Considerînd neglijabil schimbul de căldură cu pereţii, adică $Q = 0$, relaţia (12) devine:

$$T_c [mC_{vc} - 1{,}985/(n_1 - 1)] - T_a [mC_{va} - 1{,}985/(n_1 - 1)] = 0. \tag{13}$$

Folosind ecuaţia (13), analogă ecuaţiei stabilită de prof. E. K. Mazing pentru linia compresiei, împreună cu ecuaţia:

$$T_c = T_a \varepsilon^{n_1 - 1} \tag{14}$$

se pot determina parametrii liniei de compresie.

Ecuaţia (13) diferă de cea similară a prof. E. K. Mazing prin utilizarea, în locul energiilor interne, a căldurilor specifice medii la volum constant, ceea ce, în cazul prezentei lucrări, prezintă avantajul folosirii căldurilor specifice medii la volum constant (mC_{va}) utilizate la determinarea presiunii de admisie.

Procedeul de calcul pentru determinarea temperaturii şi presiunii de la sfîrşitul compresiei a fost următorul:

1. S-au adoptat valorile limită pentru exponentul mediu politropic pe care le poate avea curba compresiei, în cazurile normale şi în cazurile injecţiei cu apă ($n_1 = 1{,}20 \ldots 1{,}38$).

2. Utilizînd expresia (14) s-au putut determina valorile temperaturii T_c corespunzătoare valorilor limită ale exponentului mediu politropic.

Tabelul 4

Determinarea coeficientului mediu politropic

Apă %	n_1 valori limită	$T_c = T_a\,\varepsilon^{n-1}$	$mC_{vc} = \frac{\sum mC_{vi}\,M_i}{\sum M_i}$	mC_{va}	$T_c\left(mC_{vc} - \frac{1{,}985}{n_1 - 1}\right) - T_a\left(mC_{va}\frac{1{,}985}{n_1 - 1}\right)$	n_1 det. grafic
0	1,38	906	6,26	5,69	727	1,296
	1,28	758	6,06	5,69	—135	
10	1,38	875	6,23	5,67	684	1,294
	1,25	693	5,99	5,67	—346	
20	1,38	839	6,19	5,67	622	1,298
	1,25	665	5,95	5,67	—359	
30	1,38	806	6,14	5,65	566	1,300
	1,25	638	5,93	5,65	—348	
40	1,38	764	6,10	5,64	510	1,304
	1,25	605	5,88	5,64	—356	

Tabelul 5

Presiunile de compresii şi variaţiile lor

Apă %	n_1 det. grafic	$p_c = p_a\,\varepsilon^{n_1}$ kg/cm²	Δp_c %	Δp_{cT} %	p_c det. exp.	Δp_c %	Δp_{cT} %	$(p_{c\,\text{grafic}} - p_{c\,\text{exp}})/p_{c\,\text{exp}}$ %
0	1,296	9,38	2,55	7,46	8,78	2,05	6,15	6,83
10	1,294	9,14	1,64		8,60	1,04		6,27
20	1,298	8,99	1,77		8,51	1,17		5,64
30	1,300	8,83	1,70		8,41	2,02		5,00
40	1,304	8,58			8,24			4,12

3. Pentru cele două valori ale temperaturii T_c s-au determinat căldurile specifice medii molare la volum constant.

4. Temperaturile începutului compresiei (T_a) şi căldurile specifice medii molare la volum constant (mC_{va}) sînt determinate în procesul umplerii.

5. Utilizînd cele două serii de mărimi pentru n_1, T_c şi mC_{vc} se determină grafic, cu ajutorul ecuaţiei (13), valorile exponentului mediu politropic n_1.

Tabelul 6

Temperaturile de compresie şi variaţiile lor

Apă %	n_1 det. grafic	$T_c = T_a \varepsilon^{n_1-1}$	ΔT_c %	ΔT_{cT} %
0	1,296	780		
10	1 294	750	3,84	
20	1,298	723	3,60	14,48
30	1,300	698	3,45	
40	1,304	667	4,44	

6. Cunoscîndu-se valorile medii ale exponentului politropic care satisfac ecuaţia (13) se pot determina temperatura şi presiunea sfîrşitului de compresie, cu ajutorul relaţiilor:

(15) $$T_c = T_a \varepsilon^{n_1-1}, \qquad (16) \quad p_c = p_a \varepsilon^{n_1}.$$

Valorile presiunilor şi temperaturilor de compresie precum şi valorile termenilor corespunzători din expresiile de calcul (13) şi (14) sînt cuprinse în tabelele 4, 5, 6. Tabelele conţin de asemenea şi valorile p_c măsurate pe diagrama indicată de funcţionare a motorului.

Concluzii

a) Injecţia apei în conducta de admisie a motorului are drept consecinţă o scădere a presiunii de compresie, care depinde de condiţiile specifice de experimentare. În cazul experienţelor efectuate şi aplicînd expresiile de calcul respective se constată că la fiecare creştere cu 10 % a cantităţii de apă injectată, presiunea de compresie scade cu 1,64...2,55 %. Scăderea maximă a presiunii de compresie, în cazul unei injecţii de 40 % apă, este de 7,46 %.

b) Pe baza măsurătorilor efectuate pe diagramele indicate valorile presiunilor de compresie au o scădere cuprinsă între 1,04 % şi 2,05 % pentru fiecare creştere cu 10 % a cantităţii de apă injectată. Scăderea maximă a presiunii de compresie, determinată pe diagrama indicată, în cazul injecţiei cu 40 % apă, este de 6,15 %.

c) Rezultă că metoda de calcul utilizată reflectă cu aproximaţie satisfăcătoare fenomenele ce au loc în cursul procesului de umplere şi compresie la motorul ce lucrează în regim detonant şi căruia i se injectează apă pentru înlăturarea detonanţei.

d) Din compararea valorilor presiunilor de compresie, obţinute prin calcul, cu cele obţinute prin măsurători directe pe diagramele indicate,

rezultă că acestea din urmă sînt în general mai mici, din cauză că la calculul presiunilor de compresie se neglijează schimbul de căldură din timpul compresiei, ce are loc între pereţii cilindrului şi amestecul gazos. Diferenţele dintre valorile presiunilor de compresie obţinute pe cale analitică şi cele obţinute pe cale experimentală, variază între 4,12% şi 6,83%.

e) Temperaturile de compresie de asemenea au scăzut o dată cu creşterea cantităţii de apă admisă. Scăderea temperaturii de compresie, pentru fiecare creştere cu 10% a cantităţii de apă injectată, a variat între 3,45% şi 4,44%. În urma injecţiei unei cantităţi de 40% apă temperatura de compresie a scăzut cu 14,48%. Comparînd valorile scăderilor maxime ale presiunilor de admisie şi compresie şi ale temperaturilor de admisie şi compresie, determinate pe cale analitică, se constată că acestea sînt foarte apropiate. Rezultă că efectul hotărîtor al injecţiei de apă are loc, în deosebi, în procesul de admisie, iar modificarea parametrilor umplerii conduce la o modificare corespunzătoare a parametrilor compresiei.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologie mecanică

BIBLIOGRAFIE

1. Масленников М. М. и Рапопорт М. С., *Авиационные двигатели*, Оборонгиз, М., 1946, стр. 121—125.
2. Орлин А. С. и др., *Двигатели внутреннего сгорания*, Машгиз, М., 1951, стр. 53—59.
3. Glagolev N. M., *Procesele de lucru ale motoarelor cu ardere internă*, vol. I, I. D. T., Buc., 1953, pp. 99—107, (trad. din l. rusă).
4. Вукалович М. П. и др., *Термодинамические свойства газов*, Машгиз, М., 1953.
5. Picoş C. V., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1959, V (IX), *1—2*, pp. 369—376.

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЧИСЛЕННЫХ ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ ПАРАМЕТРОВ НАПОЛНЕНИЯ И СЖАТИЯ В СЛУЧАЕ ИНЖЕКТИРОВАНИЯ ВОДЫ У ДВИГАТЕЛЕЙ С ЭЛЕКТРОЗАЖИГАНИЕМ

(Резюме)

Инжектирование воды, во время питания, двигателям с электрозажиганием, работающим в режиме детонации, изменяет весь процесс их работы.

Автор экспериментировал эффект инжектирования воды на, работающий в режиме детонации, двигатель с электрозажиганием и с переменной камерой сгорания.

Принимая во внимание специальные условия опытов, автор дошел аналитическим путем к определению числовых выражений для параметров наполнения и сжатия.

Применением выведеных выражений, после ряда опытов при которых инжектировалось в питательный трубопровод двигателя количество воды от 10% до 40% исрасходованного горючего, выведены следующие заключения:

а) Давление питания падает одновременно с ростом количества введенной воды. По произведенным опытам видно, что падение давления питания для каждых 10% инжектированной воды, приблизительно, 2%.

б) Температура питания падает на 3... 5% при каждых 10%-ах введенной водю.

в) Коэффициент наполнения, аналитически определенный и экспериментально измеренный, подтвердил точность выражений остальных параметров наполнения.

г) Давление окончания сжатия упало на 1,04.... 2,05% для каждого роста в 10% инжектированной воды.

д) Температуры окончания сжатия падают в связи с ростом количества питающей воды, таким образом, что для каждых 10% поступившей воды падение заключается между 3,45% и 4,44%.

Сравнение расчитанных и экспериментально получхнных давлений сжатия показало, что последние оказываются меньше на 4,2 ... 6,98%. Эта разница объясняется тем, что давление сжатия было расчитано в предположении отсутствия во время сжатия обмена тепла между стенками цилиндра и газовой смесью.

ÜBER DIE BESTIMMUNGEN DER RECHENAUSDRÜCKE FÜR DIE PARAMETER DER EINSTRÖMUNG UND KOMPRESSION IM FALLE DER WASSEREINSPRITZUNG AN DER FUNKZÜNDUNGSMOTOREN

(Zusammefassung)

Die Wassereinspritzung während des Einlasses in einem Funkzündungsmotor, welcher in detonanten Betriebsbedingungen funktioniert, verändert den ganzen Arbeitsprozess. Der Verfasser hat den Effekt der Wassereinspritzung an einem Funkzündungsmotor, der mit einem veränderlichen Verbrennungsraum, in detonanten Betriebsbedingung arbeitet, experimentiert.

Unter Berücksichtigung der spezifischen Bedingungen während des Versuches ist es dem Verfasser gelungen, analytische Rechenausdrücke für den Einlass- und Kompressionsparameter zu bestimmen.

Durch die Anwendung dieser Rechenausdrücke, bei einer Versuchsreihe bei der man in die Einlassleitung des Motors Wassermengen von 10...40% des verbrauchten Kraftstoffes eingespricht hat, ist man zu folgenden Schlussfolgerungen gekommen :

a) Der Einlassdruck vermindert sich zugleich mit dem Zuwachs der eingespritzten Wassermenge Bei den vorgenommenen Versuchen war die Verminderung des Einlassdruckes für jede Stufe von 10% der eingespritzten Wassermenge, ungefähr 2%.

b) Die Einlasstemperatur nimmt für jeden Zuwachs mit 10% der eingespritzten Wassermenge mit 3...5% ab.

c) Der Lieferungsgrad, analytisch bestimmt und erfahrungsmässig geschätzt, hat die Richtigkeit der anderen Einlassparameter bestätigt.

d) Der Druck des Kompressionsendes sank, für jeden Zuwachs mit 10% der eingespritzten Wassermänge, mit 1,04...2,04%.

e) Die Temperaturen des Kompressionsendes sanken verhältnissmässig mit der eingespritzten Wassermenge so dass für jeden Zuwachs mit 10% der eingespritzten Wassermenge die Abnahme zwischen 3,45 ... 4,45% war.

Der Vergleich der berechneten mit den erfahrungsmässig bestimmten Kompressionsdrücke, hat gezeigt, dass die letzteren mit 4,12...6,83% kleiner sind. Diese Differenz verdankt man der Tatsache dass der Kompressionsdruck unter Voraussetzung dass es keinen Wärmeaustausch zwischen den Zylinderwänden und der Gasemischung existiert berechnet wurde.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.2

PROCEDEU PENTRU MICŞORAREA PIERDERILOR HIDROMECANICE ÎN TURBO-MAŞINI

DE

GÉRARD D'ALBON şi C. CIOBANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 19—21 mai 1956

Două solide sînt mărginite de suprafeţele plane paralele A şi B. Suprafeţele lor sînt egale şi au o valoare σ pe care o presupunem mare faţă de patratul distanţei dintre ele (y^2). Între suprafeţe se află un fluid. Suprafaţa B se mişcă în planul său cu o viteză relativă u, constantă faţă de suprafaţa A.

Forţa şi puterea necesare în regim turbulent, sînt:

$$F = \lambda \varrho \sigma u^2, \quad P = \lambda \varrho \sigma u^3. \tag{1}$$

După cum se ştie, coeficientul de frecare λ depinde de natura fluidului, de natura suprafeţei de contact, de y şi în mică măsură de u.

Dacă la mijlocul distanţei dintre A şi B (fig. 1) se introduce un solid subţire, plan, C, care are libertate de mişcare în planul său, ce este paralel cu A şi B, cîmpul de viteze se modifică, iar F şi P scad.

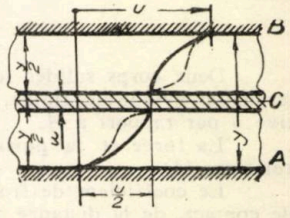


Fig. 1

Forţa F' va depinde evident de viteza relativă a lui B faţă de C (adică $u/2$), iar puterea P' va fi produsul dintre această forţă şi viteza u:

$$F' = \lambda' \varrho \sigma (u/2)^2, \quad P' = \lambda' \varrho \sigma (u/2)^2 u.$$

Coeficientul de frecare va căpăta o nouă valoare λ', datorită modificării numărului Reynolds. Modificarea lui λ fiind mică, rezultatul final este, oricum, o micşorare importantă a puterii consumate. Explicaţia fizică a acestui fenomen, ce pare curios la prima vedere, este următoarea: a) cîmpul de viteze, reprezentat iniţial de curba *1*, se modifică după introducerea lui C, căpătînd forma *2*; b) gradientul vitezelor du/dy scade în vecinătatea lui B; c) de asemenea şi forţa F, care poate fi exprimată şi printr-o funcţie proporţională cu acest gradient, scade. Efectul poate fi mărit prin introducerea mai multor corpuri de separare C.

În regim laminar F şi P cresc la introducerea lui C, deoarece în acest caz $F = \eta\sigma\, du/dy$, (du/dy fiind constant între A şi B), iar gradientul vitezelor, care are valoarea iniţială $du/dy = u/y$, capătă la introducerea lui ε, valoarea mărită $du/dy = u/(y-\varepsilon)$.

Principiul poate fi aplicat în cazul tuturor mişcărilor în care forţele de frecare sînt funcţii monoton crescătoare de u.

Încercări experimentale, în cazul mişcărilor circulare a unor corpuri cilindrice, cu corpul intermediar C montat pe rulmenţi, mediul de frecare fiind apa, au confirmat prevederile.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de hidraulică

СЛОСОБ УМЕНЬШЕНИЯ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ В ТУРБОМАШИИАХ

(Резюме)

Два твердых тела ограничены плоскими параллельными поверхностями A и B. Между этими поверхностиями находится жидкость. Поверхность B движется, по отношению к A, в своем плане с относительной скоростью u.

Необходимые сила и мощность в турбулентном режиме даны отношением (1). Коэффициент трения λ зависит от характера жидкости и соприкасающейся поверхности, расстояния между ними y и, в некоторой мере, от скорости u.

Доказывается, что введением свободно движущегося твердого плоского тонкого тела C в середину расстояния между A и B, изменяется поле скорости, а F и P значительно снижаются.

Данное заключение может быть распространено и на круговые движения с цилиндрическими или плоскими поверхностями. Также может быть получено уменьшение потерь трением во всех системах, единичные силы которых суть монотонно растущие функции u.

Экспериментальные опыты в случае групповых движений подтвердили теоретические предположения.

Применение этого принципа к турбомашинам может привести к значительному уменьшению потерь трением при помощи простых способов построения.

SUR UN PROCÉDÉ DE DIMINUTION DES PERTES HYDROMÉCANIQUES DANS LES TURBOMACHINES

(Résumé)

Deux corps solides sont délimités par les surfaces planes parallèles A et B entre lesquelles évolue un fluide. La surface B se mouve dans son plan avec une vitesse relative u par rapport à A.

La force et la puissance nécessaires en régime turbulent sont données par les relations (1).

Le coefficient de frottement λ est fonction de la nature du fluide et des surfaces de contact, de la distance y entre ces deux surfaces et moins, de la vitesse u.

On aboutit à la conclusion que par l'introduction, au milieu de la distance entre A et B, d'un corps solide intermédiaire C, plan et mince, qui a la liberté de se mouvoir dans son plan, le champs des vitesses se modifie et F et P diminuent sensiblement.

On peut extendre cette conclusion quant aux mouvements circulaires à surfaces cylindriques ou planes. Toutefois on peut obtenir une diminution des pertes par frottement dans tous les systèmes dans lesquels les forces de frottement unitaires sont fonctions monoton croissantes de u. Les résultats des expériences effectuées ont confirmé, dans le cas des mouvements circulaires, les prévisions théoriques.

L'application, dans le cas des turbomachines, de ce principe, peut conduire à une diminution importante des pertes par frottement, en utilisant un procédé constructif assez simple.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.9.01

DETERMINAREA PARAMETRILOR FORŢEI PRINCIPALE DE AŞCHIERE ÎN PROCESUL DE STRUNJIRE LONGITUDINALĂ LA OŢELURILE ROMÎNEŞTI

Nota III

GRUPA OŢEL ALIAT DE CONSTRUCŢIE: OŢEL-MANGAN, CROM, MANGAN-SILICIU, MANGAN-CROM, ŞI CROM-VANADIU STAS 873-53

DE

GH. CAŞLER şi AL. RENER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

Scopul acestei Note îl constituie prezentarea rezultatelor determinărilor experimentale a exponenţilor x_p, y_p şi a constantei C_p din relaţia clasică cunoscută:

$$P_z = C_p t^{x_p} s^{y_p}, \tag{1}$$

la următoarele oţeluri: 32 M 13, 36 M 17, 40 C 10, 36 MS 12, 40 MC 11, 50 VC 11.

Toate aceste oţeluri au fost verificate în laborator la duritate şi acolo unde duritatea depăşea prescripţiile STAS au fost supuse unei recoaceri care a avut ca efect obţinerea unei durităţi în conformitate cu prescripţiile STAS.

Autorii, ca şi în lucrările precedente [1], [2], [3], au folosit un dinamometru tip G. A. Levit, cu pîrghia de transmitere a deformaţiilor legată rigid de amortizorul hidraulic.

Ca metodică s-au trasat două rînduri de drepte în diagrame dublu logaritmice, la s = const. şi t = const., pentru fiecare oţel cercetat (fig. 1...6). În ordonate s-a trecut valoarea forţei principale de aşchiere P_z, după indicaţiile comparatorului şi folosind relaţia de etalonare:

$$P_z = 240\, d/(l + 30) \quad \text{kgf}, \tag{2}$$

unde: l — lungimea liberă a cuţitului (mm), 30 — lungimea cuţitului în suportul dinamometrului pînă la axa barei de torsiune (mm), d-diviziuni de cîte 0,01 mm citite pe comparatorul dinamometrului, 240—constanta de etalonare a dinamometrului.

Fiecare dreaptă din diagramele dublulogaritmice: $P_z = f_1(s)$ la t=const. şi $P_z = f_2(t)$ la s = const. s-a trasat pentru valori medii ale forţei P_z, la trei valori diferite ale vitezei de aşchiere v.

Datele experimentale se pot urmări cu uşurinţă din diagrame. Folosind aceste diagrame s-a trecut la determinarea exponenţilor x_p şi y_p luînd două puncte extreme de pe fiecare dreaptă şi logaritmînd expresia (1). Astfel s-a obţinut pentru y_p expresia:

$$y_p = (\log P_{z_2} - \log P_{z_1})/(\log s_2 - \log s_1). \tag{3}$$

Analog, pentru x_p se obţine relaţia :

$$x_p = (\log P_{z_2} - \log P_{z_1}) / (\log t_2 - \log t_1). \quad (4)$$

Folosind relaţiile (3) şi (4) s-au obţinut un număr de valori y_p şi x_p pentru fiecare material, corespunzătoare numărului dreptelor din fiecare diagramă. Apoi s-au calculat valorile medii x_{pm} şi y_{pm} pentru fiecare material (v. tabelul 1).

Tabelul 1

Oţel STAS 873-53	H_B kgf/mm²	x_{pm}	y_{pm}	C_{pm}
32 M 13	207	0,87	0,75	177
36 M 17	207	0,90	0,79	201
40 C 10	217	0,96	0,78	210
36 MS 12	207	0,93	0,76	192
40 MC 11	207	0,93	0,72	199
50 VC 11	229	0,93	0,80	206

Pentru stabilirea constantei C_p s-a folosit relaţia :

$$C_p = P_z / (t^{x_{pm}} s^{y_{pm}}) \quad (5)$$

precum şi valorile x_{pm} şi y_{pm} pentru fiecare material şi succesiv toate valorile P_z la $s = 1$ şi respectiv $t = 1$. Ulterior, folosind aceste valori C_p, s-a stabilit o valoare medie C_{pm} (v. tabelul 1).

Determinările au fost efectuate cu un cuţit de oţel rapid R 18 cu următoarea geometrie: $\alpha = 10°$, $\gamma = 25°$, $\lambda = 0°$, $K = 45°$, $K' = 15°$, fără lichid de ungere şi răcire, pe un strung 1 A 62 „Iosif Rangheţ".

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de maşini unelte, scule şi utilaj

BIBLIOGRAFIE

1. Caşler Gh. şi colab., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **II** (**VI**), *3-4*, p. 313.
2. — Ibid., 1958, **IV** (**VIII**), *1-2*, p. 377.
3. Bauşic V. şi colab., Ibid., 1958, **IV** (**VIII**), *1-2*, p. 379.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИЛ РЕЗАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ТОКАРНОЙ ПРОДОЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ РУМЫНСКИХ СТАЛЕЙ

Заметка III

Стали группы STAS 873-53

(Резюме)

Продолжая начатые раньше опытные исследования в этой области, авторы выявили в настоящем сообщении значения C_p, x_p и y_p по формуле (1) для следующих сортов стали: 32 M 13, 36 M 17, 40 C 10, 36 MS 12, 40 MC 11 и 50 VC 11.

Для получения результатов авторы использовали, как и в предыдущих работах, динамометр типа Г. А. Левит, соединенный жестко с рычагом передачи деформации гидравлического глушителя.

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES FORCES DE COUPE CONCERNANT LES ACIERS ROUMAINS SOUMIS AU TOURNAGE LONGITUDINAL

Note III

Les aciers standandisés STAS 873-53

(Résumé)

On établit les valeurs des paramètres C_p, x_p et y_p de l'expresion (1) pour les suivantes sortes d'acier: 32 M 13, 36 M 17, 40 C 10, 36 MS 12, 40 MC 11, 50 VC 11.

Dans leurs recherches, les Auteurs ont utilisé un dynamomètre du type G. A. Levit. Pour éviter les erreurs de lecture, qui sont dues aux vibration de l'appareil d'enregistrement, on a attaché d'une manière rigide le levier qui transmet les déformations de l'amortisseur hydraulique de ce dinamomètre.

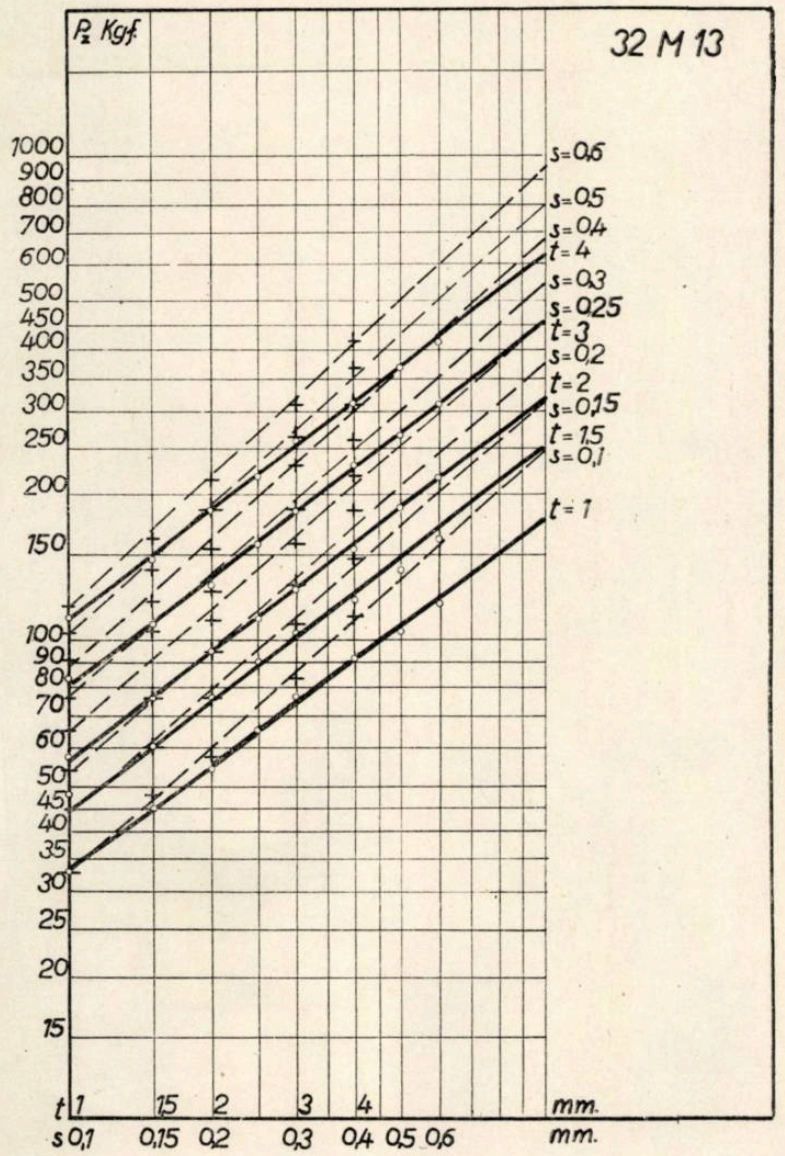


Fig. 1

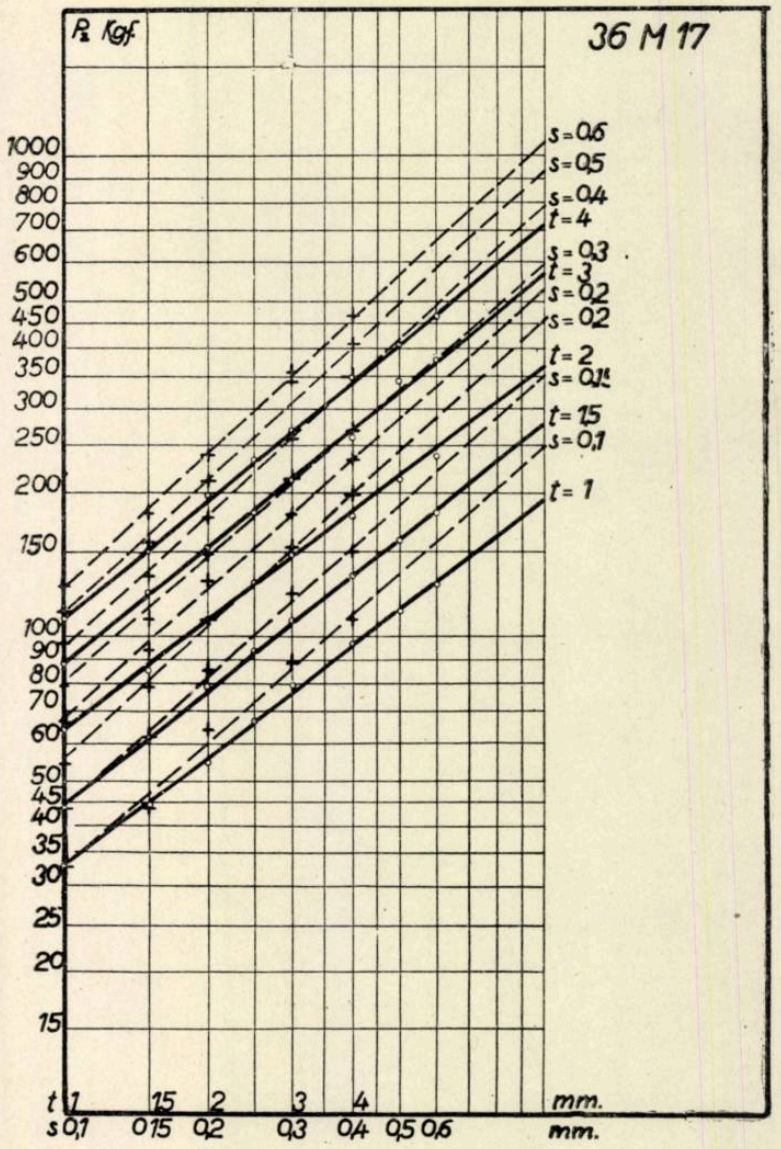


Fig. 2

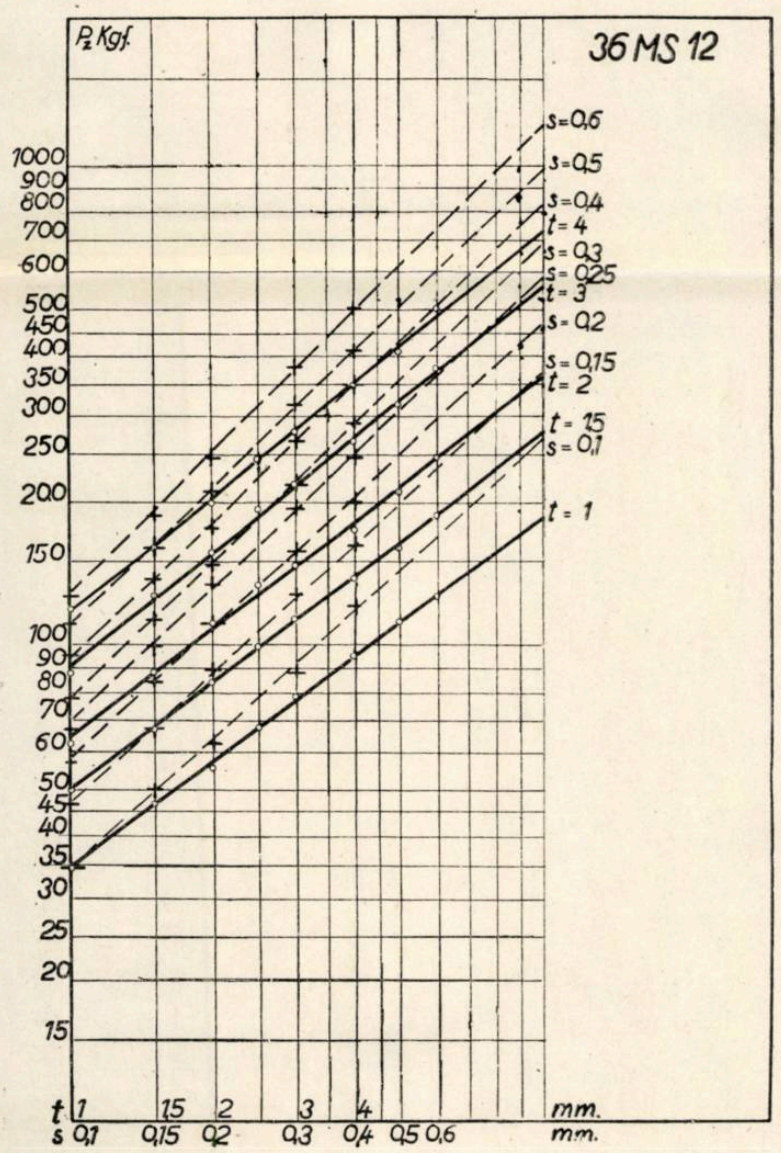


Fig. 4

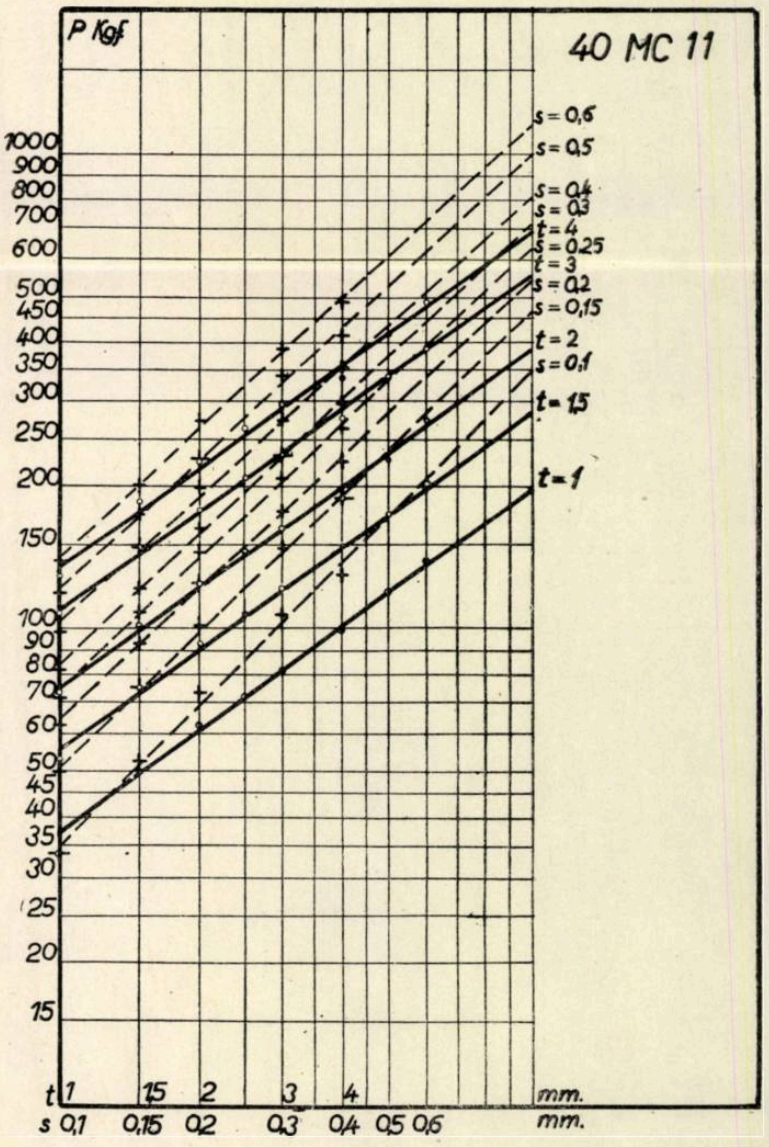
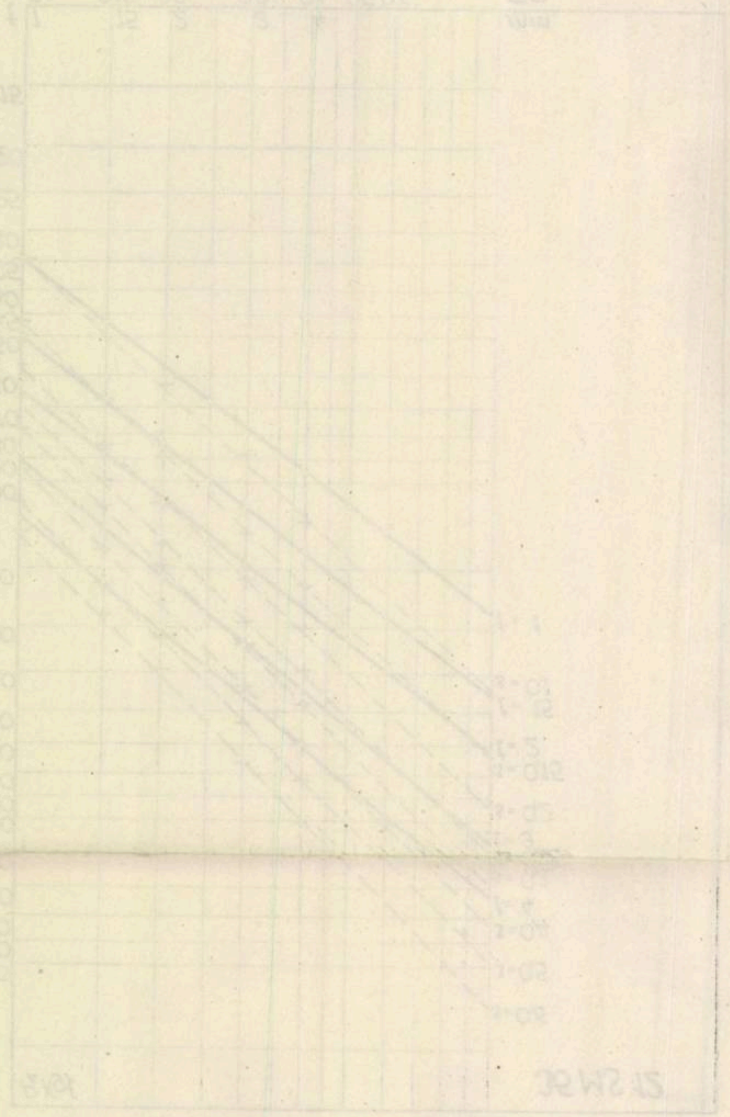
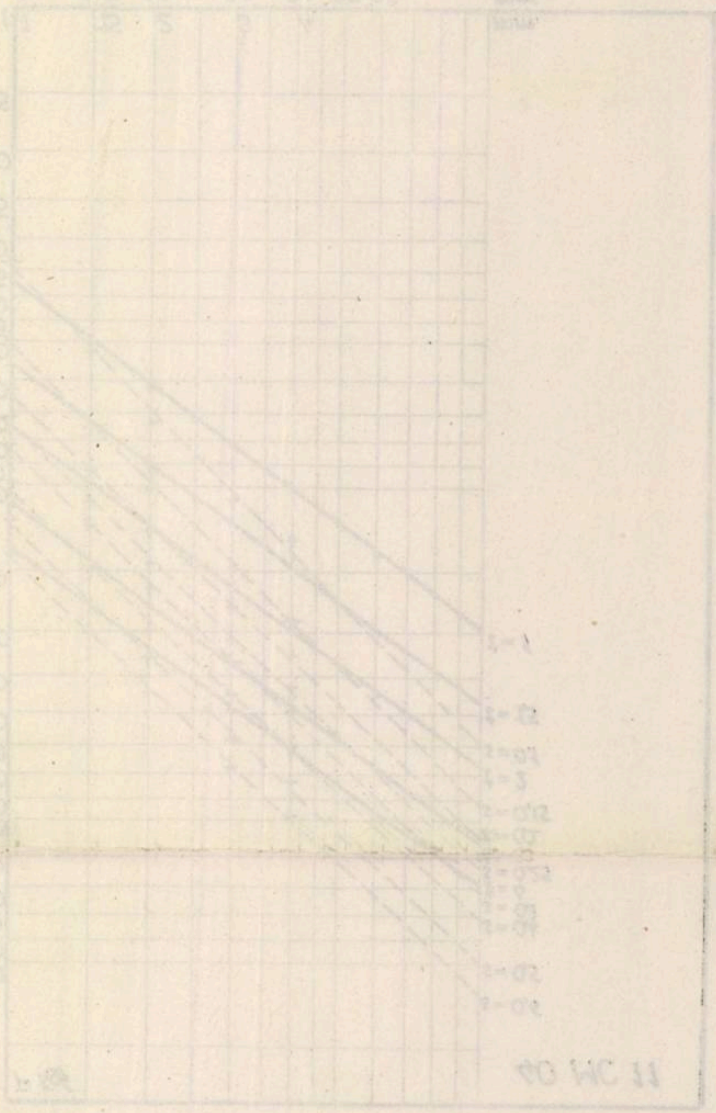
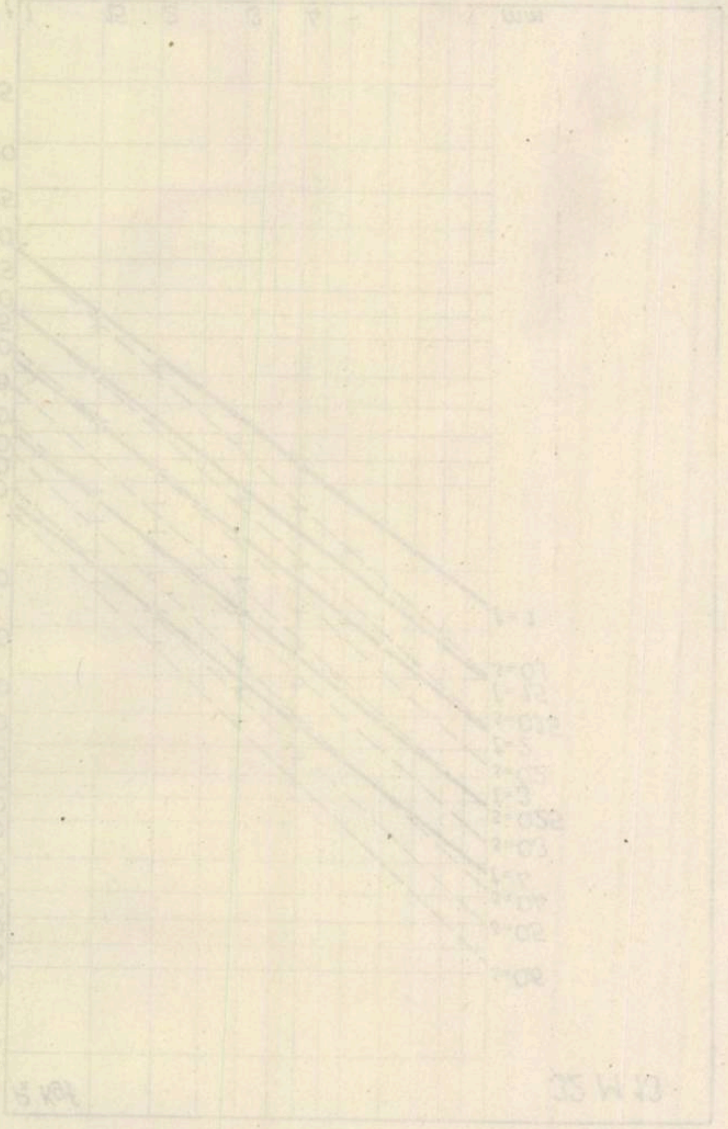
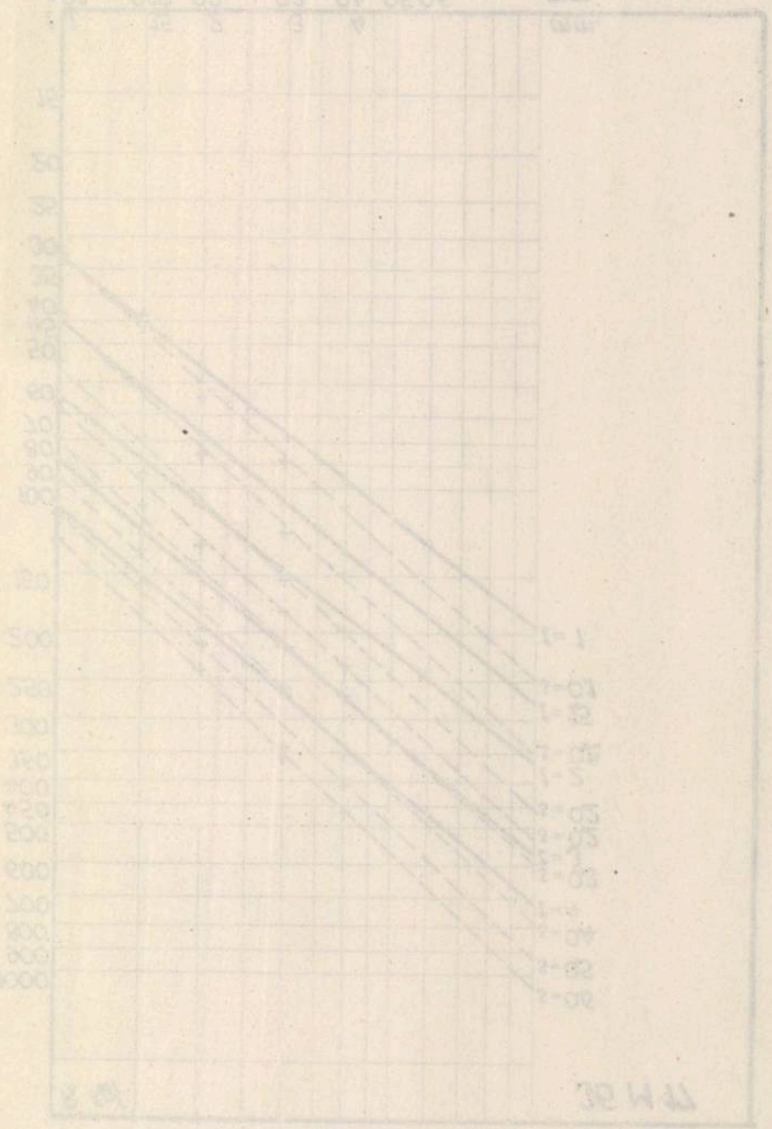


Fig. 5









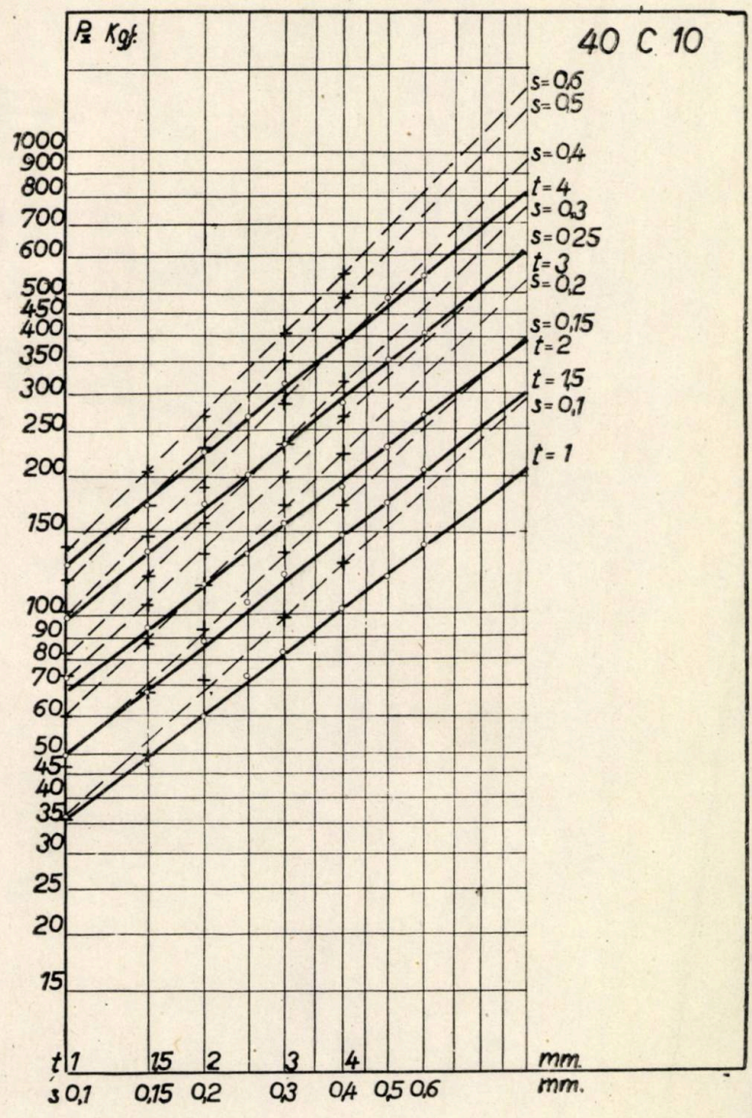

Pz Kgf.
40 C 10
s=0,6
s=0,5
s=0,4
t=4
s=0,3
s=0,25
t=3
s=0,2
s=0,15
t=2
t=1,5
s=0,1
t=1
1000
900
800
700
600
500
450
400
350
300
250
200
150
100
90
80
70
60
50
45
40
35
30
25
20
15
t 1 1,5 2 3 4 mm.
s 0,1 0,15 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 mm.

Fig. 3

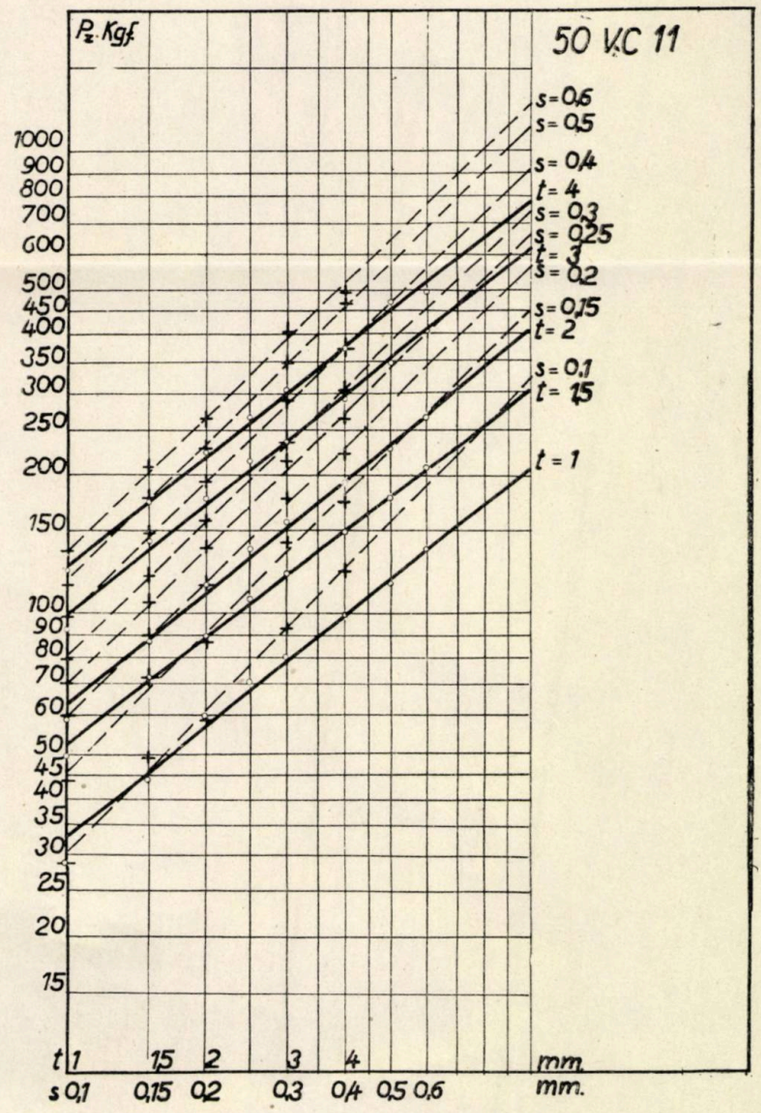
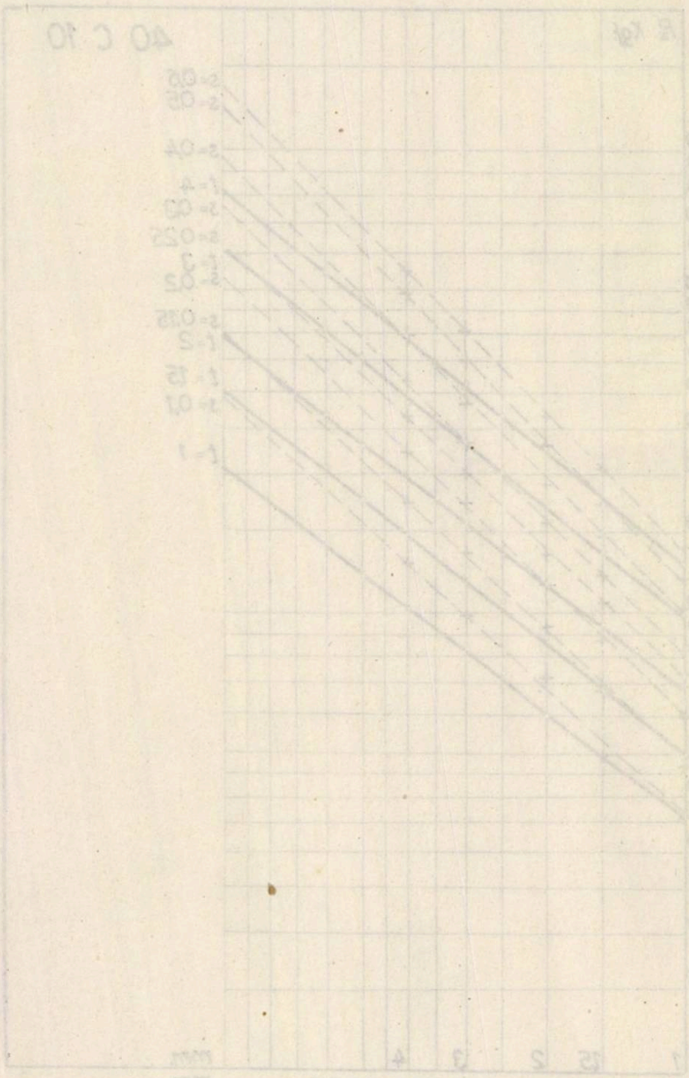
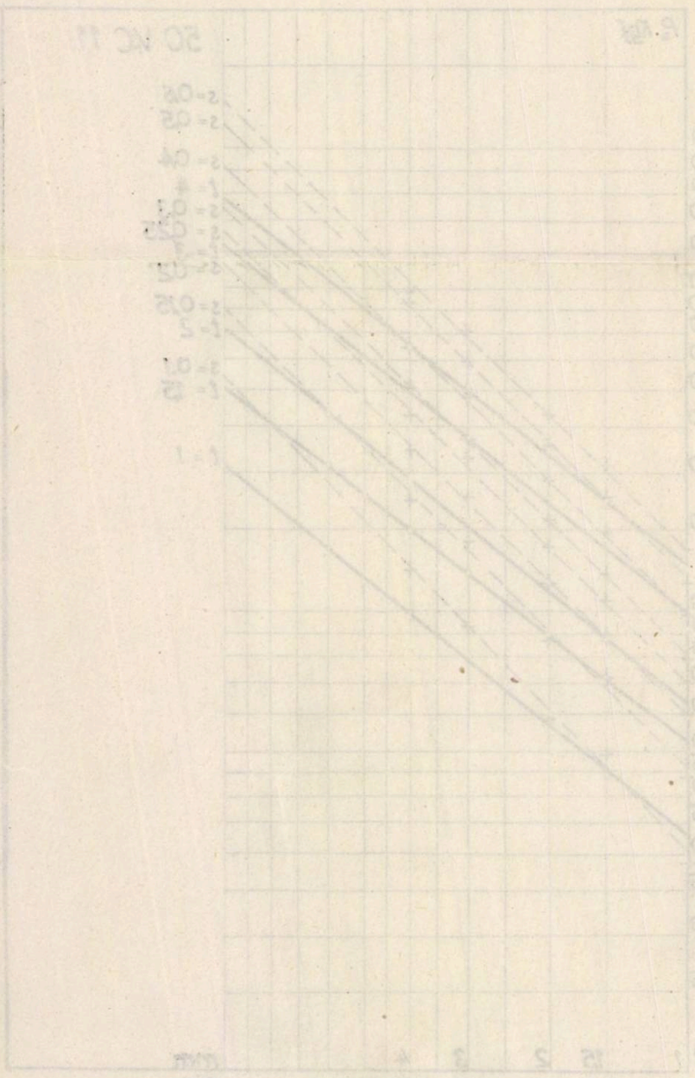

Pz Kgf.
50 VC 11
s=0,6
s=0,5
s=0,4
t=4
s=0,3
s=0,25
t=3
s=0,2
s=0,15
t=2
s=0,1
t=1,5
t=1
1000
900
800
700
600
500
450
400
350
300
250
200
150
100
90
80
70
60
50
45
40
35
30
25
20
15
t 1 1,5 2 3 4 mm.
s 0,1 0,15 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 mm.

Fig. 6





BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.9.01

DETERMINAREA PARAMETRILOR FORŢEI PRINCIPALE DE AŞCHIERE ÎN PROCESUL DE STRUNJIRE LONGITUDINALĂ LA OŢELURILE ROMÎNEŞTI

Nota IV

GRUPA OŢEL-CROM ŞI CROM-MANGAN PENTRU CEMENTARE STAS 872-49

DE

AUREL RĂILEANU şi DAN NICOLESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

În această lucrare se dau rezultatele experienţelor întreprinse de autori în vederea determinarea exponenţilor x_p, y_p şi a constantei C_p la strunjirea longitudinală a oţelurilor: 13 C 04, 15 C 07, 16 MC 10 şi 20 MC 13, furnizate în anul 1959 de Combinatul Siderurgic Hunedoara.

Experienţele s-au făcut pe un strung romînesc „Iosif Rangheţ", folosindu-se cuţite din oţel rapid R 18 cu următoarea geometrie: $\alpha = 10°$, $\gamma = 25°$, $\lambda = 0°$, $K = 45°$ şi $K' = 15°$, fără a utiliza lichide de răcire şi ungere.

În procesul de aşchiere cuţitul s-a montat pe un dinamometru tip G. A. Levit, prevăzut cu amortizor hidraulic şi cu pîrghia de transmitere a deformaţiilor legată rigid de amortizor [1], [2], [3].

Pentru stabilirea valorilor numerice ale exponenţilor x_p, y_p şi a constantei C_p, după relaţia:

$$P_z = C_p\, t^{x_p}\, s^{y_p}, \tag{1}$$

s-au executat experienţe la diferite valori pentru t şi s, cu trei viteze de tăiere v, menţinute aproximativ constante, pentru fiecare material în parte. Pentru aceleaşi valori ale variabilelor t şi s, la cele trei viteze de tăiere, s-au calculat valorile medii, care introduse în relaţia de etalonare:

$$P_z = 240\, d\,/\,(30 + l) \quad \text{kgf} \tag{2}$$

au dat respectivele valori pentru forţa principală de tăiere P_z. În relaţia (2) d reprezintă indicaţia în diviziuni a comparatorului cu cadran cu precizia de 0,01 mm, montat la dinamometru, l—lungimea în consolă a cuţitului, 240 — constanta de etalonare a dinamometrului iar 30 — lungimea cuţitului în suportul dinamometrului pînă la axa barei de torsiune (mm). S-au trasat diagramele în coordonate dublu logaritmice (fig. 1...4), obţinîndu-se grupele de curbe aproximate cu drepte pentru $t = \text{const.}$ şi $s = \text{const.}$ Luîndu-se pe fiecare dreaptă cîte două puncte se calculează valorile exponenţilor x_p şi y_p cu ajutorul relaţiilor:

(3) $x_p = (\log P_{z_2} - \log P_{z_1})/(\log t_2 - \log t_1)$ şi (4) $y_p = (\log P_{z_2} - \log P_{z_1})/(\log s_2 - \log s_1)$,

ce s-au obţinut prin scădere, după logaritmarea expresiei (1), în care s-au introdus valorile respective pentru forţa principală de tăiere P_z.

În acest mod se obţin, pentru fiecare material, o serie de valori x_p şi y_p (corespunzătoare numărului de drepte) pe baza cărora se determină valorile medii ale exponenţilor x_{pm} şi y_{pm}, date în tabelul 1.

Tabelul 1

Oţel STAS 872-49	H_B kgf/mm²	x_{pm}	y_{pm}	C_{pm}
13 C 04	111	0,90	0,80	184
15 C 07	129	0,96	0,83	166
16 MC 10	156	0,92	0,80	160
20 MC 13	156	0,96	0,80	151

Constanta C_p se obţine din relaţia:

$$C_p = P_z / (t^{x_{pm}} s^{y_{pm}}), \quad (5)$$

în care se introduc succesiv valorile forţei principale de tăiere pentru $s = 1$ şi apoi pentru $t = 1$. Făcînd media acestor valori se obţine în cazul fiecărui material o valoare medie C_{pm}, dată de asemenea în tabelul 1.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de maşini unelte, scule şi utilaj

BIBLIOGRAFIE

1. Caşler Gh. şi colab, Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *3—4*, p. 313.
2. — Ibid., 1958, **IV (VIII)**, *1—2*, p. 377.
3. Bauşic V. şi colab., Ibid., 1958, **IV (VIII)**, *1—2*, p. 379.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИЛ РЕЗАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ТОКАРНОЙ ПРОДОЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ РУМЫНСКИХ СТАЛЕЙ

Заметка IV

Стали группа STAS 872-49

(Резюме)

Авторы, пользуясь динамометром типа Г. А. Левита, выводят параметры C_p, x_p и y_p, необходимые для определения главной силы резания согласно соотношению (1).

В настоящем сообщении даются соответстующие значения для следующих марок сталей: 13 C 04, 15 C 07, 16 MC 10 и 20 MC 13, STAS 872-49.

Опытные данные представляют в виде диаграмм в двойных логарифмических координатах формы $P_z = f_1(s)$ и $P_z = f_2(t)$ при помощи которых можно легко установить вышеупомянутые параметры.

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES FORCES DE COUPE CONCERNANT LES ACIERS ROUMAINS, SOUMIS AU TOURNAGE LONGITUDINAL

Note IV

Les aciers standardisés STAS 872-49

(Résumé)

En utilisant le dynamomètre du type G. A. Levit pour la détermination des paramètres C_p, x_p et y_p, nécessaires au calcul de la force principale de coupe, donnée par l'éxpression (1), les Auteurs établissent les valeurs de ces paramètres-ci pour les suivantes sortes d'acier: 13 C 04, 15 C 07, 16 MC 10 et 20 MC 13, STAS 872-49.

Dans cette Note, les résultats obtenus par voie expérimentale sont représentés sur un diagramme à l'echelle doublement logarithmique, par les fonctions $P_z = f_1(s)$ et $P_z = f_2(t)$. À l'aide d'un tel diagramme on peut facilement déterminer, d'une part, les valeurs des paramètres, et d'autre part, leur influence sur les procèssus de coupe.

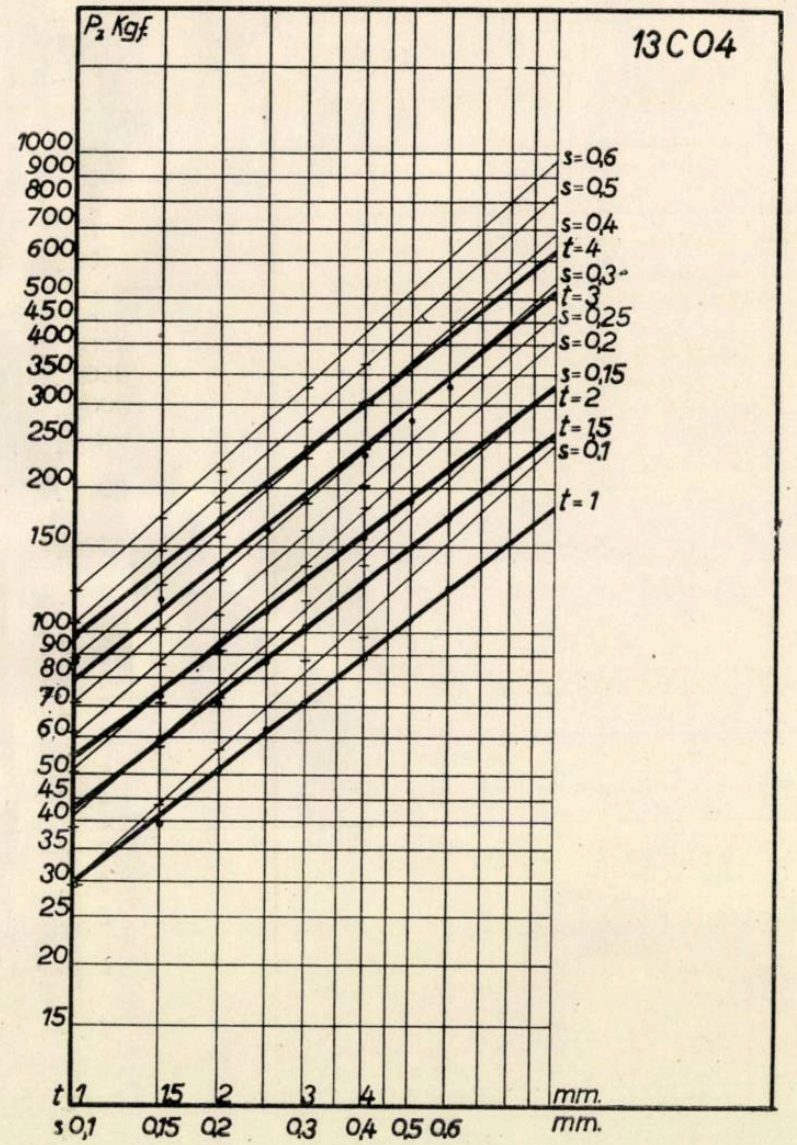


Fig. 1

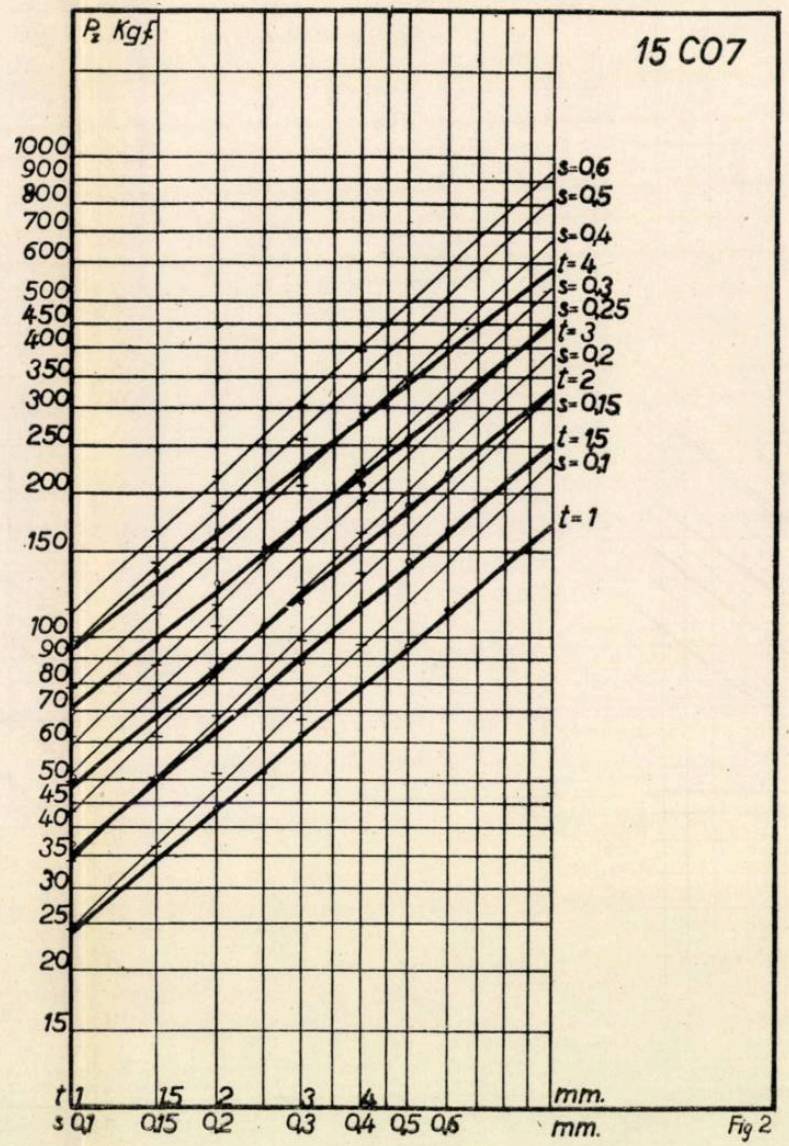


Fig. 2

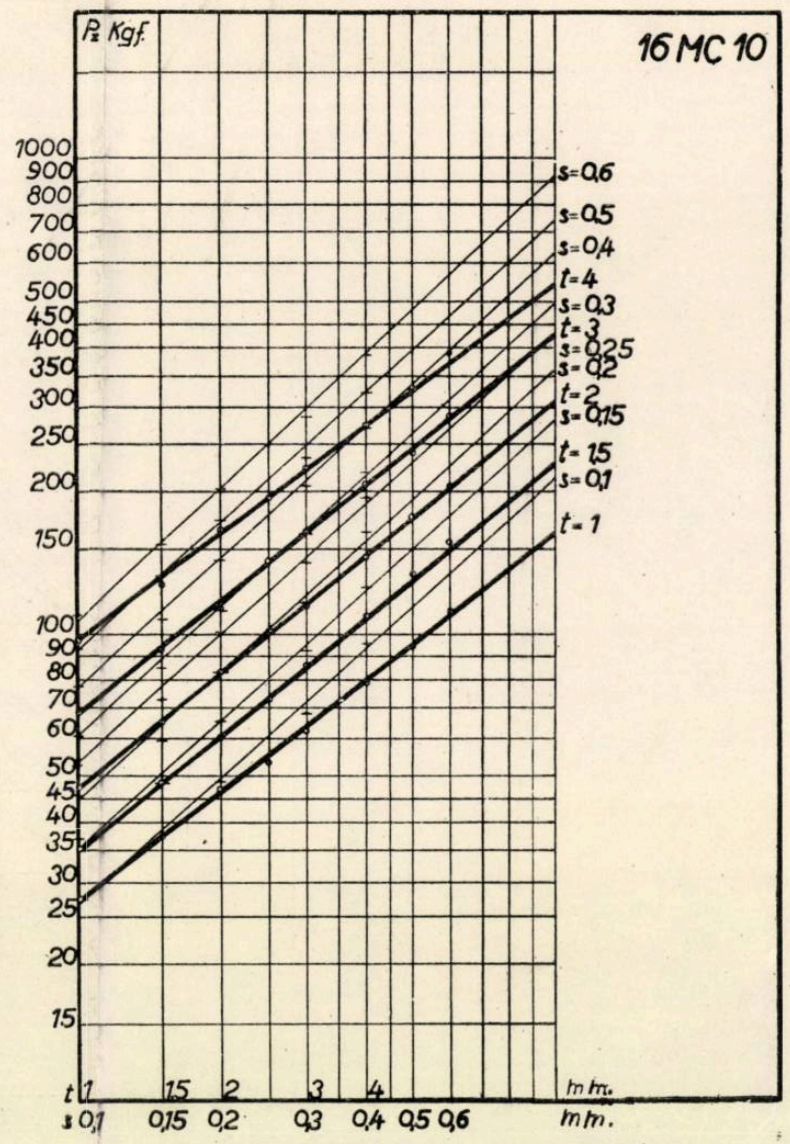


Fig. 3

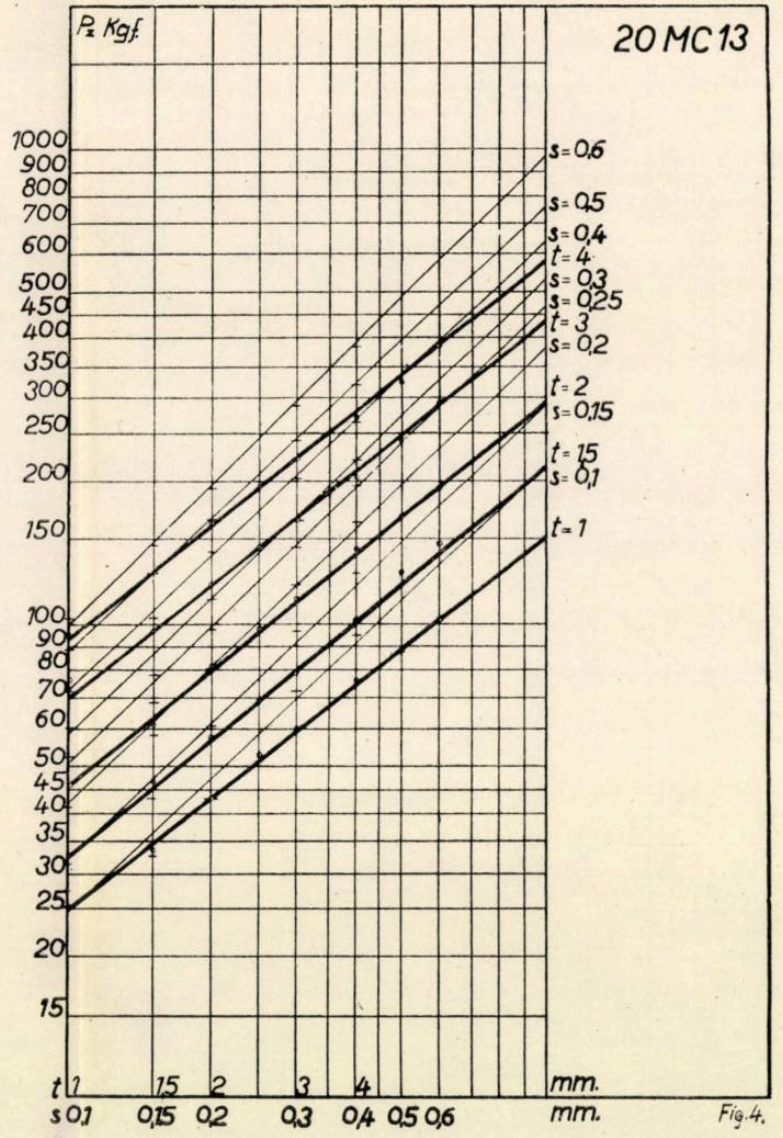


Fig. 4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621.9.01

DETERMINAREA PARAMETRILOR FORŢEI PRINCIPALE DE AŞCHIERE ÎN PROCESUL DE STRUNJIRE LONGITUDINALĂ LA OŢELURILE ROMÎNEŞTI

NOTA V
GRUPA OŢEL CROM-MOLIBDEN PENTRU CEMENTARE ŞI ÎMBUNĂTĂŢIRE STAS 792-49

DE

VICTOR BAUŞIC şi VITALIE BELOUS

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

Autorii, continuînd încercările experimentale [1], [2], [3] în vederea determinării parametrilor forţei principale de aşchiere în procesul de strungire longitudinală, folosind un dinamometru de tip G. A. Levit, cu îmbunătăţirea specificată în [2], determină valorile coeficienţilor C_p şi a exponenţilor x_p şi y_p din relaţia cunoscută :

$$P_z = C_p t^{x_p} s^{y_p}, \tag{1}$$

pentru oţelurile crom-molibden : 15 Mo C 12, 20 Mo C 12, 25 Mo C 11, 33 Mo C 11, 41 MoC 11 şi 41 Mo C 17, STAS 792-49.

Pe baza determinărilor experimentale s-au trasat pentru fiecare material curbele la s = const. şi curbele la t = const., curbe care în coordonate dublu logaritmice sînt drepte.

Folosind pentru fiecare dreaptă cîte două puncte extreme pentru care trebuie să se verifice relaţiile :

$$P_{z_1} = C_1 s_1^{y_p}, \qquad P_{z_2} = C_1 s_2^{y_p} \tag{2}$$

rezultă

$$y_p = (\log P_{z_2} - \log P_{z_1})/(\log s_2 - \log s_1) \tag{3}$$

şi analog

$$x_p = (\log P_{z_2} - \log P_{z_1})/(\log t_2 - \log t_1). \tag{4}$$

Tabelul 1

Oţel STAS 792-49	H_B kgf/mm²	x_{pm}	y_{pm}	C_{pm}
15 Mo C 12	170	0,98	0,73	146
20 Mo C 12	180	1,04	0,73	182
25 Mo C 11	207	1,01	0,75	159
33 Mo C 11	203	1,02	0,80	175
41 Mo C 11	207	0,95	0,80	211
41 Mo C 17	229	0,95	0,79	194

Valorile coeficientului C_p s-au determinat din relaţia

$$C_p = P_z / (t^{x_{pm}} s^{y_{pm}}), \tag{5}$$

obţinîndu-se cîte cinci valori pentru cele cinci adîncimi diferite de tăiere pentru fiecare material.

În tabelul 1 se prezintă valorile medii C_{pm}, x_{pm} şi y_{pm}.

Încercările s-au făcut pe un strung romînesc S_3 „Iosif Rangheţ" cu un cuţit din oţel rapid R18 cu următoarea geometrie: $\alpha=10°$, $\gamma=25°$, $\lambda=0°$, $K=45°$, $K'=15°$, fără lichide de ungere şi răcire.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de maşini unelte, scule, utilaj

BIBLIOGRAFIE

1. Caşler Gh. şi colab., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *1—2*, p. 313.
2. — Ibid., 1958, **IV (VIII)**, *3—4*, p. 377.
3. Bauşic V. şi colab., Ibid., 1958, **IV (VIII)**, *3—4*, p. 379.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИЛ РЕЗАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ТОКАРНОЙ ПРОДОЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ РУМЫНСКИХ СТАЛЕЙ

Заметка V

Стали группа STAS 792-49

(Резюме)

Продолжая начатые раньше опытные исследования в этой области, авторы выявили в настоящем сообщении значения C_p, x_p и y_p по формуле (1) для следующих сортов стали: 15 Mo C 12, 20 Mo C 12, 25 Mo C 11, 33 Mo C 11, 41 Mo C 11 и 41 Mo C17, STAS 792-49.

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES FORCES DE COUPE CONCERNANT LES ACIERS ROUMAINS SOUMIS AU TOURNAGE LONGITUDINAL

Note V

Les aciers standardisés STAS 792-49

(Résumé)

En continuant les recherches expérimentales antérieures, les Auteurs établissent les valeurs des paramètres C_p, x_p et y_p de l'expression (1), pour les suivantes sortes d'acier: 15 Mo C 12, 20 Mo C 12, 25 Mo C 11, 33 Mo C 11, 41 Mo C 11 et 41 Mo C 17, STAS 792-49.

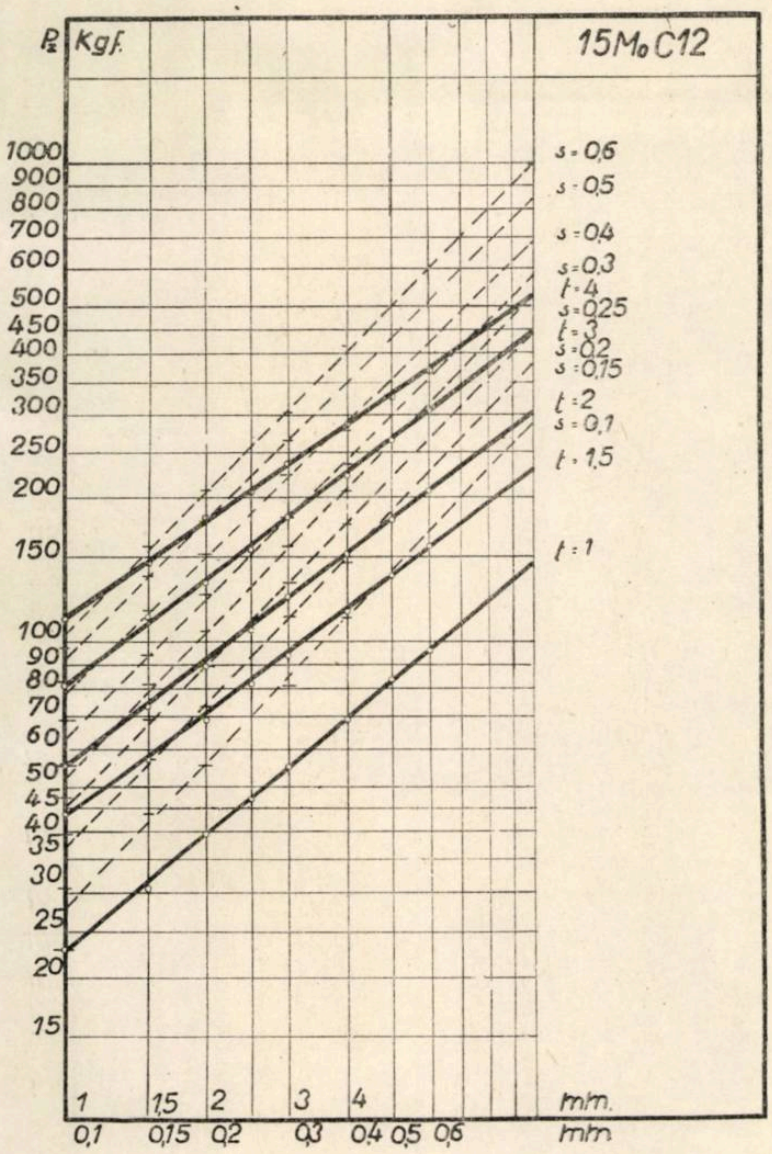


Fig. 1

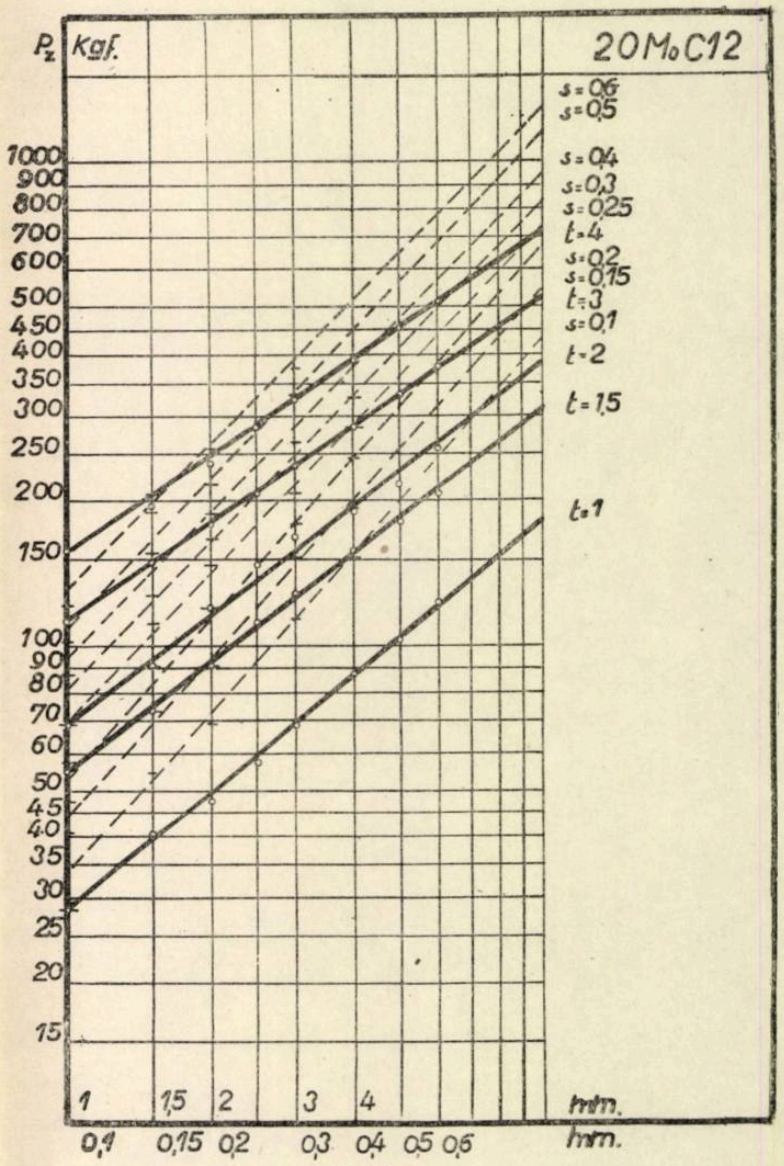


Fig. 2

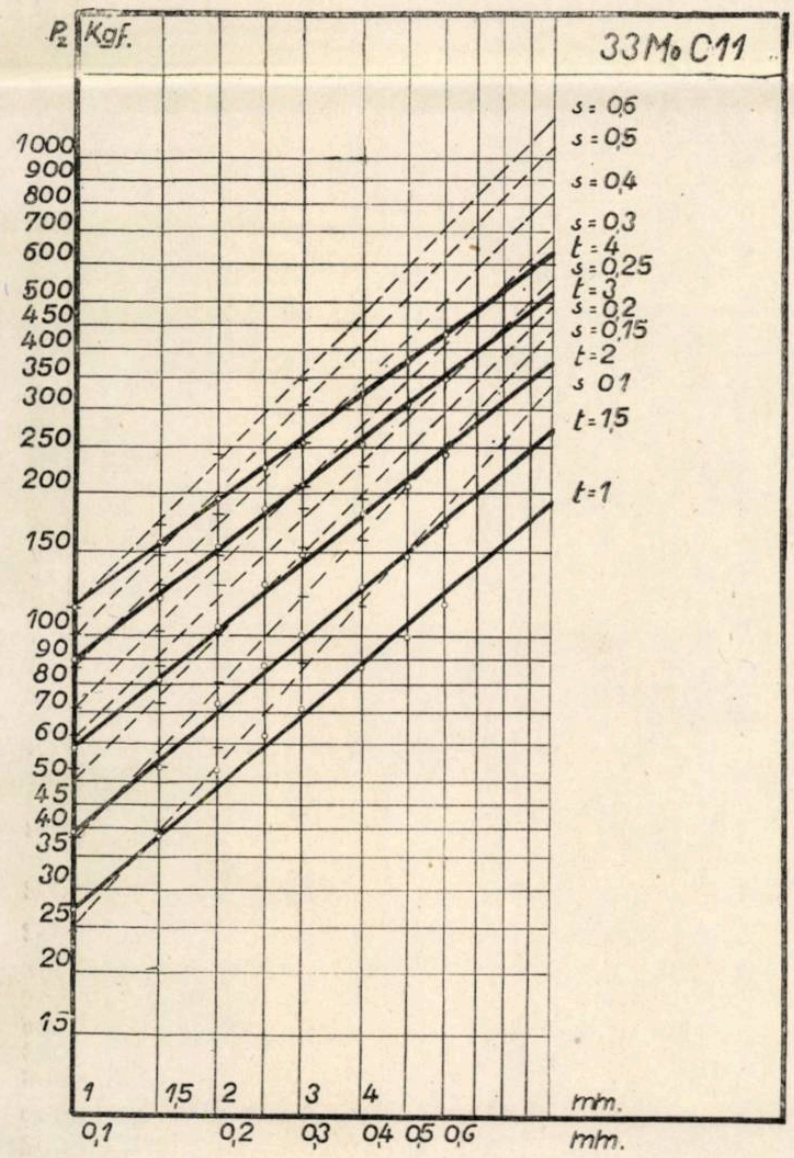


Fig. 4

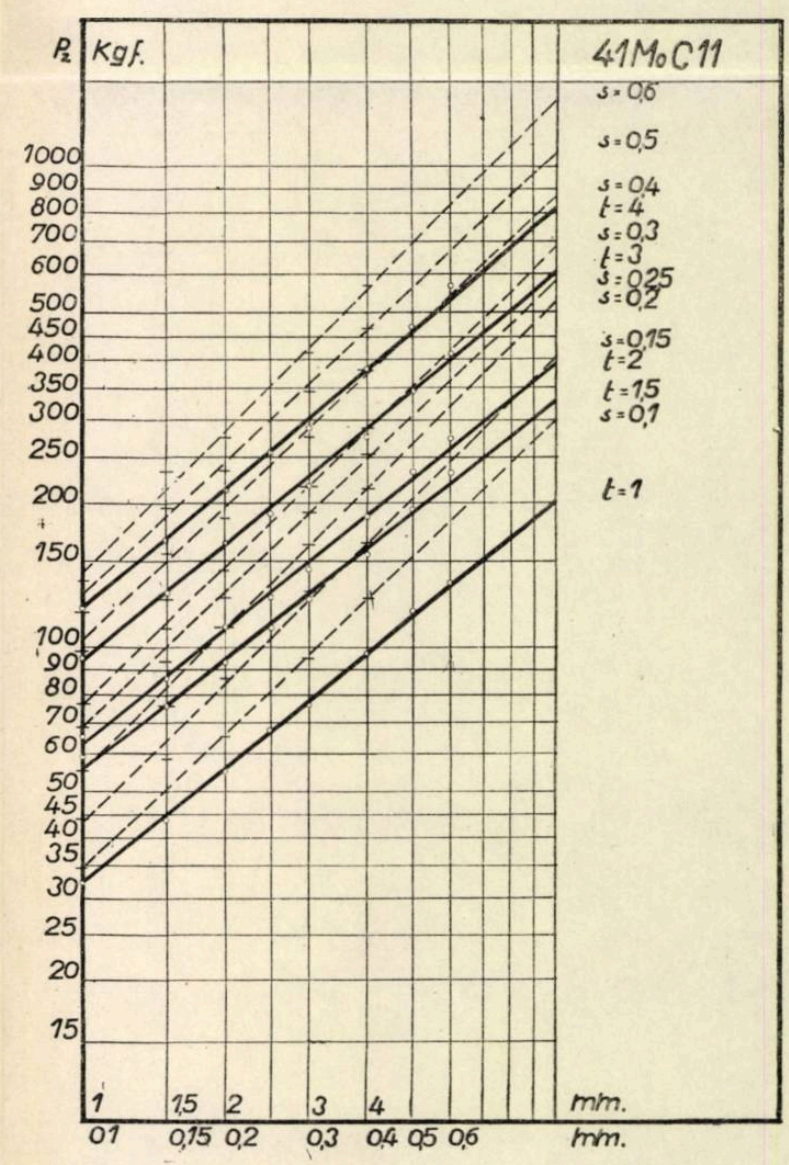
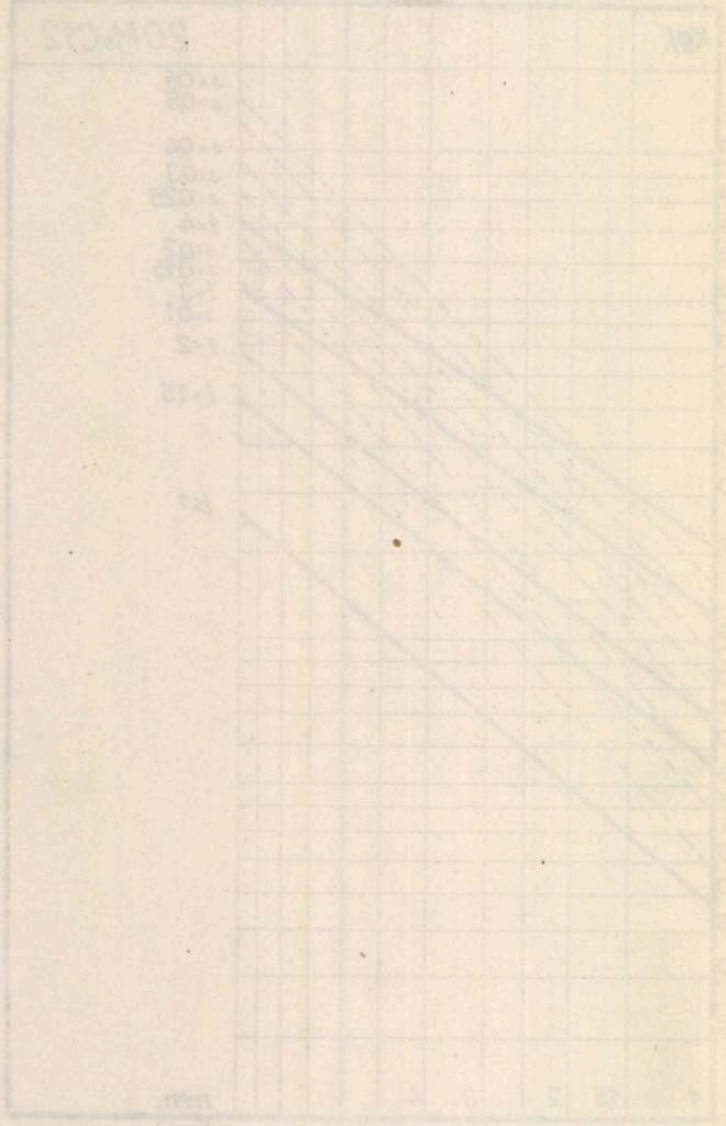
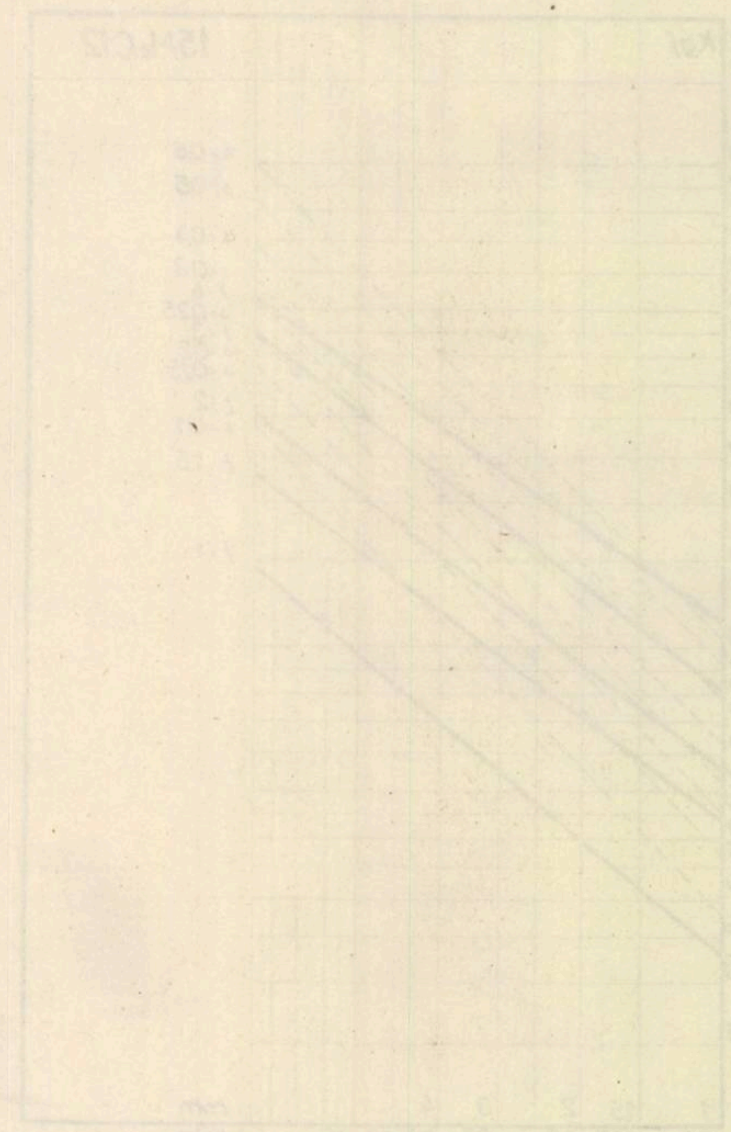
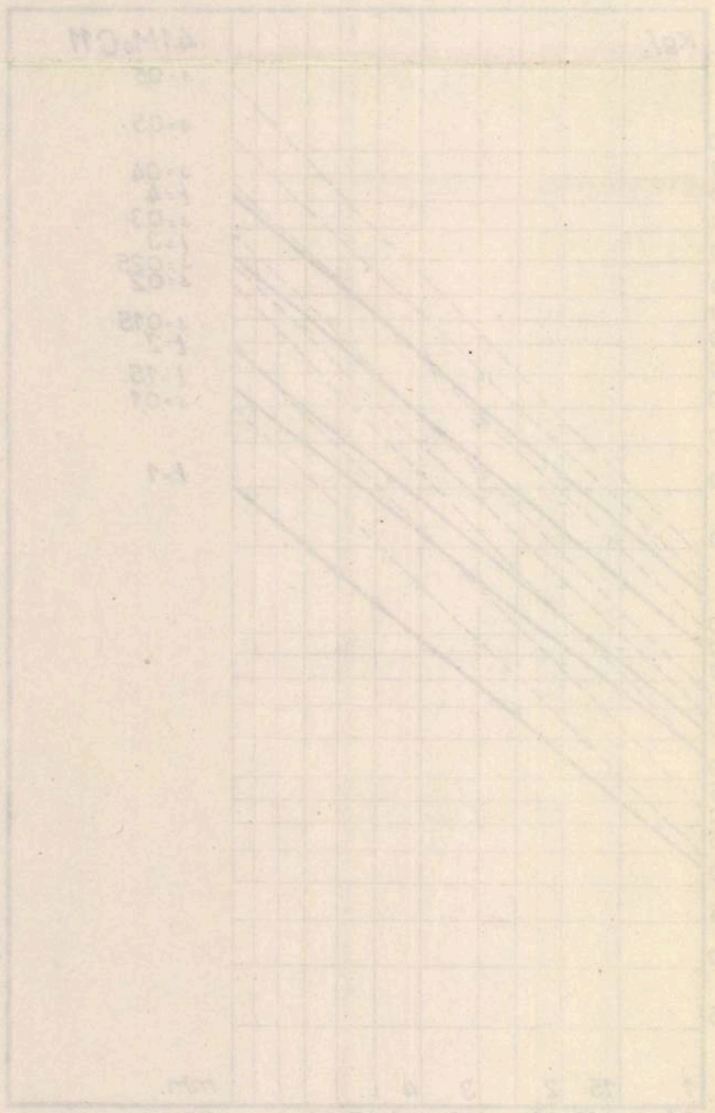
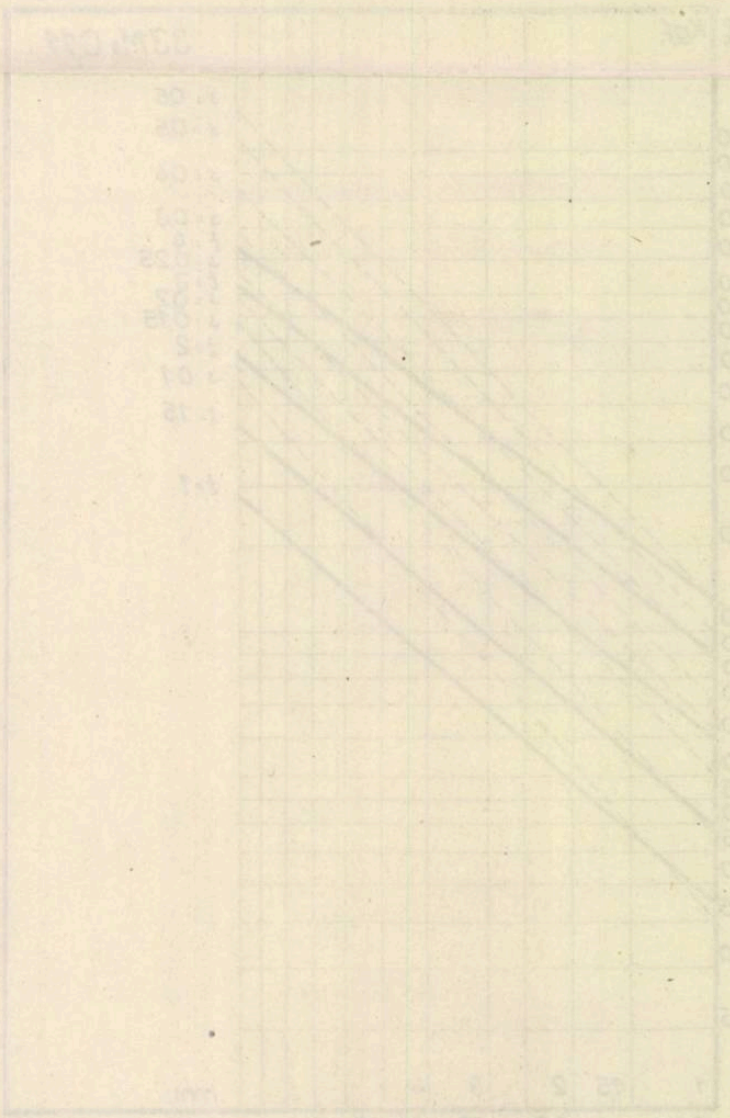


Fig. 5









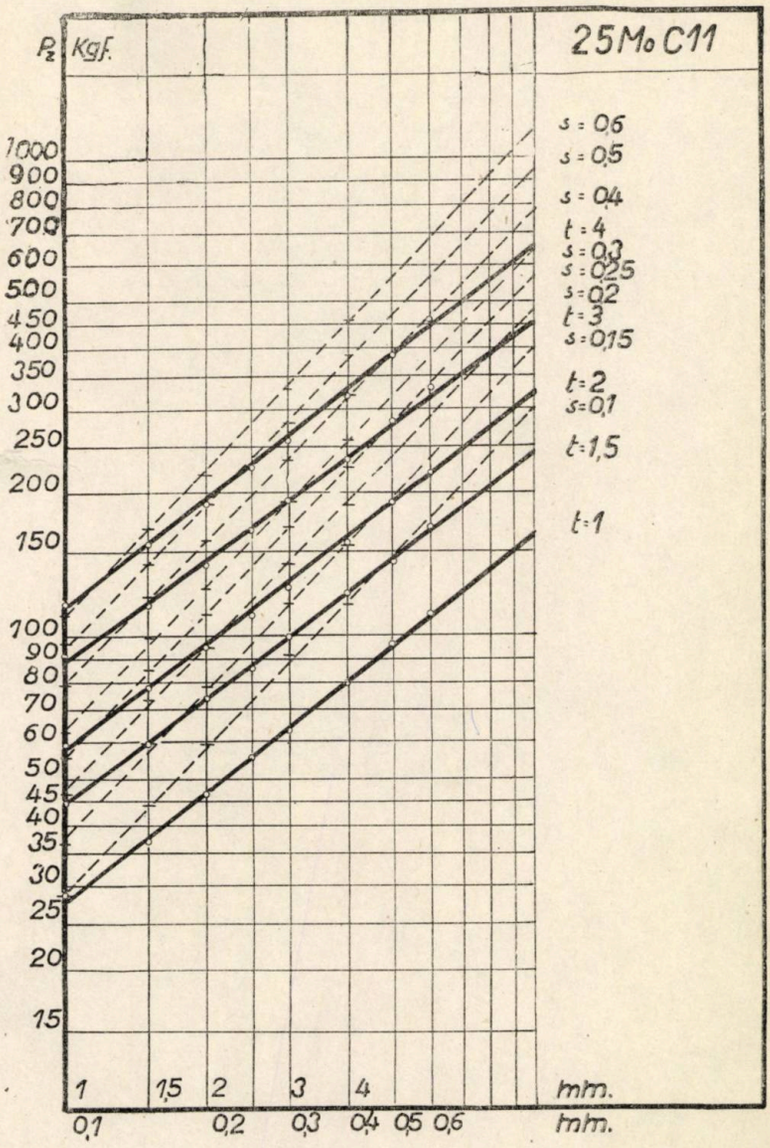

P_z Kgf.
25MoC11
s = 0,6
s = 0,5
s = 0,4
t = 4
s = 0,3
s = 0,25
s = 0,2
t = 3
s = 0,15
t = 2
s = 0,1
t = 1,5
t = 1
1000
900
800
700
600
500
450
400
350
300
250
200
150
100
90
80
70
60
50
45
40
35
30
25
20
15
1
1,5
2
3
4
mm.
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
mm.

Fig. 3

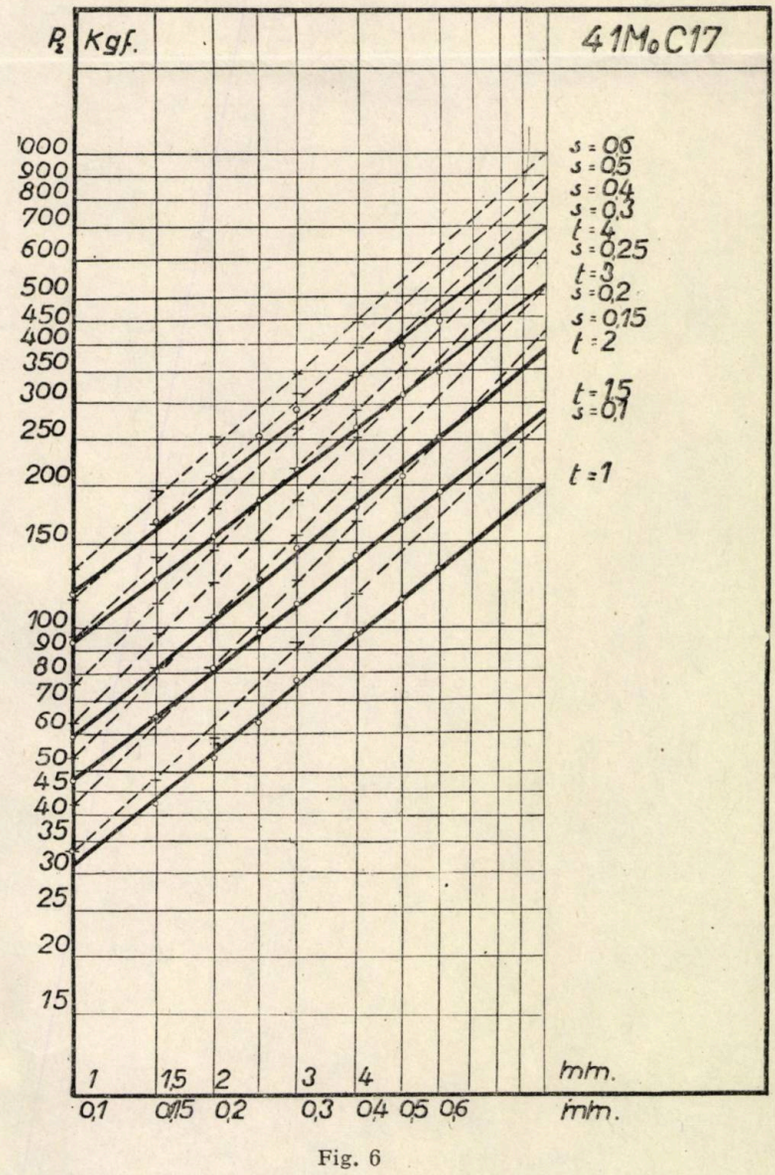
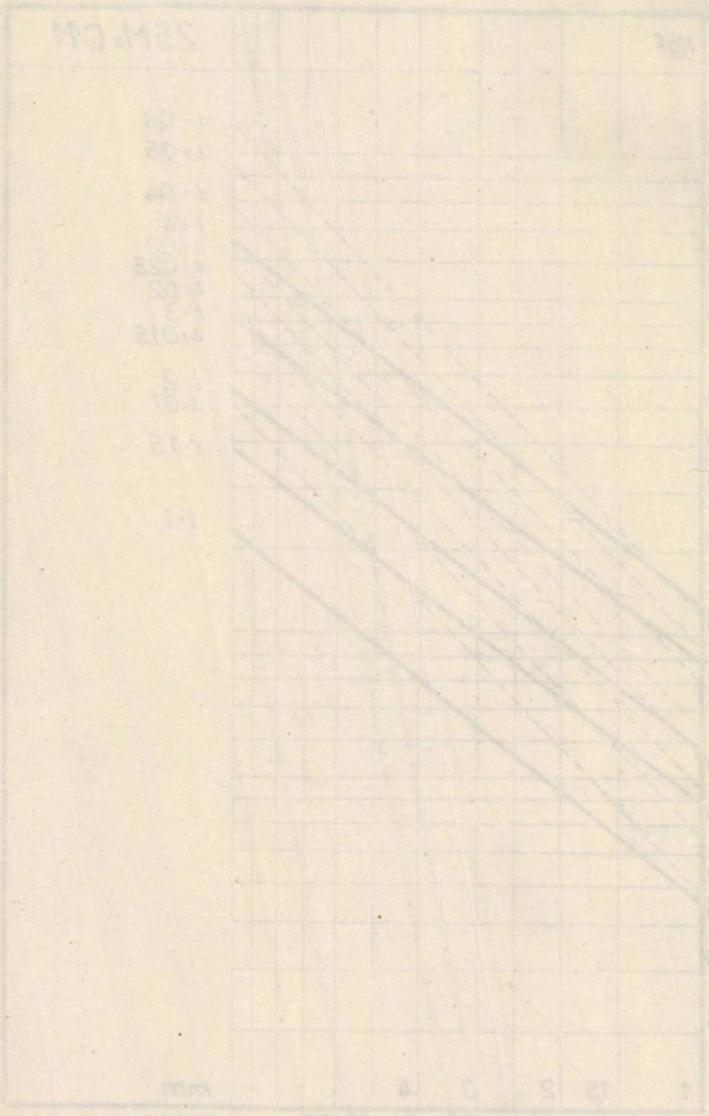
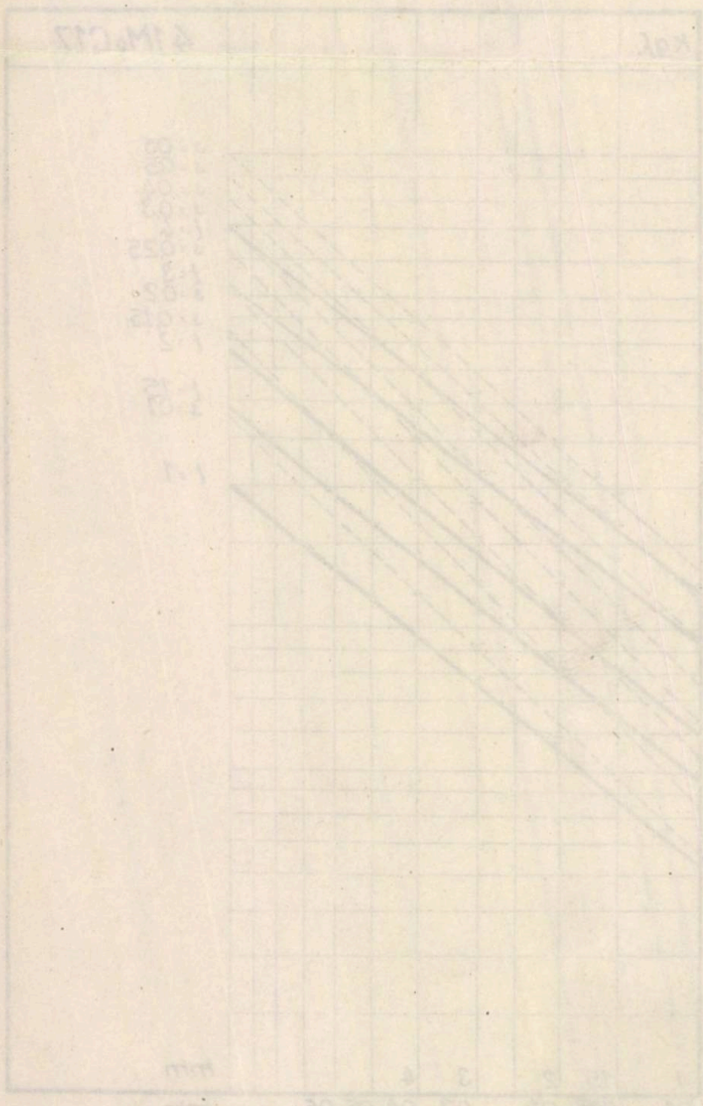

P_z Kgf.
41MoC17
s = 0,6
s = 0,5
s = 0,4
s = 0,3
t = 4
s = 0,25
t = 3
s = 0,2
s = 0,15
t = 2
t = 1,5
s = 0,1
t = 1
1000
900
800
700
600
500
450
400
350
300
250
200
150
100
90
80
70
60
50
45
40
35
30
25
20
15
1
1,5
2
3
4
mm.
0,1
0,15
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
mm.

Fig. 6





BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

526

О ДВУХГРУППОВОМ УРАВНИВАНИИ ПО СПОСОБУ УСЛОВНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ТРИАНГУЛЯЦИИ С ИЗМЕРЕННЫМИ НАПРАВЛЕНИЯМИ

Л. Ф. ДЬЯЧЕНКО

1. *Введение*

В хорошо известном способе разложения (**Entwicklungsverfahren**) Г. Бо льца, применяющемся обычно для уравнивания триангуляций с измер ными направлениями, коррелаты представляются в виде линейных ф ций свободных членов условных уравнений, причем необходимые этого численные значения коэффициентов при свободных членах ираются из таблиц, составленных для часто встречающихся геодез ких построений.

Н тря на свои несомненные теоретические достоинства, способ Больц падает рядом недостатков, затрудняющих его применение на практ Сюда относится, прежде всего, необходимость в случае присоеди к системе из m уравнений хотя бы одного $(m+1)$-го уравнения вычислять заново в выражениях для коррелат все $(m+1)^2$ значений коэффициентов при свободных членах условных уравнений; кроме того, значительный объем названных выше таблиц затрудняет пользование ими. В геодезической литературе неоднократно отмечались эти недостатки способа Больца, а также предлагались различные рецепты для их устранения.

В настоящей статье рассматривается свободный от упомянутых недостатков способ двухгруппового уравнивания триангуляции с измеренными направлениями, в основу которого положен алгоритм Т. Банахевича [4], известный также под названием метода квадратных корней ([3], стр. 85).

2. *Уравнивание свободной простой цепи треугольников*

Рассмотрим сперва свободную простую цепь треугольников (рис. 1). ающая здесь система нормальных уравнений коррелат будет ь вид:

$$(1)\qquad \begin{cases} 6k_1 - 2k_2 = -w_1, \\ -2k_1 + 6k_2 - 2k_3 = -w_2, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ -2k_5 + 6k_6 = -w_6. \end{cases}$$

Вводя в рассмотрение *нормальную матрицу* (матрицу коэффициентов системы) N_{11}, вектор коррелат K_1^0 и вектор свободных членов W_1, систему (1) можно записать в виде одного *матричного нормального уравнения коррелат:*

$$(2)\qquad N_{11} K_1^0 = -W_1,$$

решением которого будет

$$(3)\qquad K_1^0 = -N_{11}^{-1} W_1,$$

где N_{11}^{-1} — *обратная нормальная матрица.*

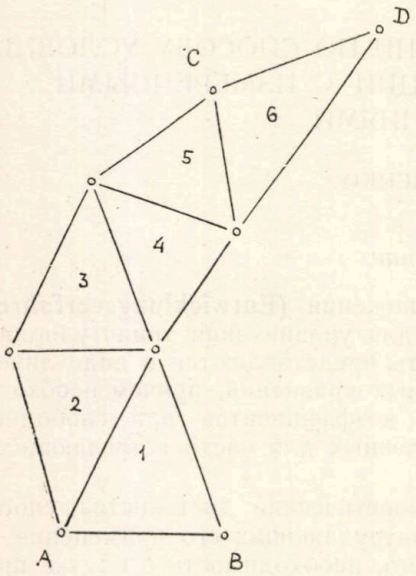


Рис. 1

Нормальная матрица, будучи симметричной, может быть разложена в произведение двух транспонированных друг к другу треугольных матриц ([3], стр. 86):

$$(4)\qquad N_{11} = B'_{11} B_{11}.$$

Здесь верхняя треугольная матрица B_{11} представляет квадратный корень из нормальной матрицы ([5], стр. 158), который мы будем сокращенно называть *матричным корнем.*

Из (4) непосредственно следует:

$$(5)\qquad N_{11}^{-1} = B_{11}^{-1} B_{11}'^{-1},$$

где B_{11}^{-1} — *обратный матричный корень.*

С учетом (5) из (3) вытекает:

$$(6)\qquad K_1^0 = B_{11}^{-1} Y_1,$$

где

$$(7)\qquad Y_1 = -B_{11}'^{-1} W_1.$$

Так как коэффициенты нормальных уравнений (1) не зависят от формы треугольников цепи, то элементы обратного матричного корня B_{11}^{-1} для цепей с любым числом треугольников можно вычислить заранее и, сведя их в таблицу, использовать затем эту последнюю для получения значений элементов вектора коррелат K_1^0 согласно (6). Такая таблица для простой цепи из 10 треугольников приводится ниже

Таблица 1

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}
k_1^0	+0,4082	+0,1443	+0,0546	+0,0208	+0,0079	+0,0030	+0,0012	+0,0004	+0,0002	+0,0001
k_2^0	0	+0,4330	+0,1637	+0,0624	+0,0238	+0,0091	+0,0035	+0,0013	+0,0005	+0,0002
k_3^0	0	0	+0,4364	+0,1664	+0,0636	+0,0243	+0,0093	+0,0035	+0,0014	+0,0005
k_4^0	0	0	0	+0,4369	+0,1669	+0,0637	+0,0243	+0,0093	+0,0036	+0,0014
k_5^0	0	0	0	0	+0,4370	+0,1669	+0,0638	+0,0243	+0,0093	+0,0036
k_6^0	0	0	0	0	0	+0,4370	+0,1669	+0,0638	+0,0244	+0,0093
k_7^0	0	0	0	0	0	0	+0,4370	+0,1669	+0,0638	+0,0244
k_8^0	0	0	0	0	0	0	0	+0,4370	+0,1669	+0,0638
k_9^0	0	0	0	0	0	0	0	0	+0,4370	+0,1669
k_{10}^0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+0,4370
Σ	+0,4082	+0,5773	+0,6547	+0,6865	+0,6992	+0,7040	+0,7060	+0,7065	+0,7071	+0,7072

Аналогичные таблицы для некоторых других геодезических построений приводятся в работе Л. Ф. Дьяченко ([2], стр. 31).

Пользование таблицей 1 рассмотрим на примере цепи треугольников (рис. 1). Для этого выпишем значения элементов вектора $-W_1$ на полоску бумаги (таблица 2) так, чтобы разграфка ее строк точно соответствовала такой же разграфке таблицы 1. Затем прикладываем левый край полученного указанным образом *подвижного столбца* последовательно к правому краю столбцов 1...6 таблицы 1 так, чтобы одноименные строки их совпадали, и, беря сумму произведений стоящих рядом чисел, получаем значения элементов вектора Y_1. Например:

Таблица 2

$-w_1$	−0,93
$-w_2$	−0,73
$-w_3$	+0,63
$-w_4$	+0,52
$-w_5$	+0,05
$-w_6$	+0,93

$$y_1 = +0{,}4082 \,.\, (-0{,}93) = -0{,}3796,$$
$$x_2 = +0{,}1443 \,.\, (-0{,}93) + 0{,}4430 \,.\, (-0{,}73) = -0{,}4503, \ldots$$

Получаемые элементы вектора Y_1 записываем на полоску бумаги (таблица 3), вертикальная разграфка которой точно соответствует такой же разграфке первых шести столбцов таблицы 1. Прикладывая верхний край полученной указанным образом *подвижной строки* последо-

Таблица 3

−0,3796	−0,4503	+0,1048	+0,2671	+0,1240	+0,4538
y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6

вательно к нижнему краю строк 1...6 таблицы 1 и беря каждый раз сумму произведений стоящих друг под другом чисел, получаем значения элементов вектора коррелат K_1^0. Например:

$$k_6^0 = 0{,}4370 \,.\, 0{,}4538 = +0{,}1983,$$
$$k_5^0 = 0{,}4370 \,.\, 0{,}1240 + 0{,}1669 \,.\, 0{,}4538 = +0{,}1299.$$

Таблица 1 содержит значения элементов матрицы B_{11}^{-1} только для цепей, включающих в себя не более 10 треугольников, однако ее можно легко расширить и на случай цепи, состоящей из любого числа треугольников. Так, например, чтобы получить таблицу элементов матрицы B_{11}^{-1} для цепи из 12 треугольников, достаточно с правой стороны таблицы 1 приписать дважды ее десятый столбец, сдвигая его каждый раз на одну строку ниже предыдущего и заполняя освободившиеся места нулями. В соответствии с этим последние три столбца такой расширенной таблицы будут иметь вид, указанный в таблице 4.

Таблица 4

	. . .	y_{10}	y_{11}	y_{12}
k_1^0	. . .	+0,0001	0	0
k_2^0	. . .	+0,0002	+0,0001	0
k_3^0	. . .	+0,0005	+0,0002	+0,0001
k_4^0	. . .	+0,0014	+0,0005	+0,0002
k_5^0	. . .	+0,0036	+0,0014	+0,0005
k_6^0	. . .	+0,0093	+0,0036	+0,0014
k_7^0	. . .	+0,0244	+0,0093	+0,0036
k_8^0	. . .	+0,0638	+0,0244	+0,0093
k_9^0	. . .	+0,1669	+0,0638	+0,0244
k_{10}^0	. . .	+0,4370	+0,1669	+0,0638
k_{11}^0	. . .	0	+0,4370	+0,1669
k_{12}^0	. . .	0	0	+0,4370
Σ	. . .	+0,7072	+0,7072	+0,7072

3. *Присоединение новых условий*

Допустим теперь, что простая цепь треугольников (рис. 1) вставляется между двумя твердыми сторонами *AB* и *CD*, длины и дирекционные углы которых не подлежат изменению. В результате этого к шести нормальным уравнениям, соответствующим условиям рисунков треугольников и образующим первую группу, присоединяются два новых уравнения, вытекающие из условий базисов и дирекционных углов и составляющие вторую группу. Тогда, как можно показать, вместо одного матричного нормального уравнения (2), будем иметь следующую *систему двух матричных нормальных уравнений коррелат:*

$$N_{11}K_1 + N_{12}K_2 = -W_1, \quad N_{21}K_1 + N_{22}K_2 = -W_2. \tag{8}$$

Вводя в рассмотрение *блочную нормальную матрицу* (матрицу коэффициентов системы) $\mathfrak{N}$, блочный вектор коррелат $\mathfrak{K}$ и блочный вектор свободных членов $\mathfrak{W}$, систему (8) можно записать в виде одного *блочно-матричного нормального уравнения коррелат:*

$$\mathfrak{N}\mathfrak{K} = -\mathfrak{W}. \tag{9}$$

Решение уравнения (9) может быть получено в виде:

$$\mathfrak{K} = -\mathfrak{N}^{-1}\mathfrak{W}, \tag{10}$$

где $\mathfrak{N}^{-1}$ — *обратная блочная нормальная матрица.*

Разлагая блочную матрицу $\mathfrak{N}$ в произведение двух транспонированных друг к другу блочных треугольных матриц:

$$\mathfrak{N} = \mathfrak{L}' \mathfrak{L}, \tag{11}$$

где $\mathfrak{L}$ — *блочно-матричный корень* (квадратный корень из блочной нормальной матрицы), и принимая во внимание, что

$$\mathfrak{N}^{-1} = \mathfrak{L}^{-1} \mathfrak{L}'^{-1}, \tag{12}$$

где $\mathfrak{L}^{-1}$ — *обратный блочно-матричный корень,* вместо (10) можно получить решение уравнения (9) также в виде:

$$\mathfrak{K} = \mathfrak{L}^{-1} \mathfrak{Y}, \tag{13}$$

где

$$\mathfrak{Y} = -\mathfrak{L}'^{-1} \mathfrak{W}. \tag{14}$$

Из определения обратной блочной матрицы вытекает равенство:

$$\mathfrak{L}\mathfrak{L}^{-1} = \mathfrak{E}, \tag{15}$$

где $\mathfrak{E}$ — блочная единичная матрица. Развертывая равенство (15) и произведя умножение блочных матриц в левой его части, после несложных преобразований получим для определения обратного матричного корня формулу:

$$\mathfrak{L}^{-1} = \begin{pmatrix} B_{11}^{-1}, & B_{12}^{(-1)} \\ 0 \quad , & B_{22}^{-1} \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Здесь B_{11}^{-1} и B_{22}^{-1} — обратные матричные корни соответственно из N_{11} и N_{22}, а $B_{12}^{(-1)} = -B_{11}^{-1} B_{12} B_{22}^{-1}$. Из (16) непосредственно вытекает следующее важное свойство обратного блочно-матричного корня: *при присоединении к условиям первой группы условий второй группы, обратный матричный корень* B_{11}^{-1} *остается без изменений.*

Указанное свойство позволяет, используя таблицу 1, легко определить по (16) значения блоков $B_{12}^{(-1)}$ и B_{22}^{-1} для вновь присоединяемых условий, а затем получить значения векторов коррелат:

$$K_1 = K_1^0 + B_{12}^{(-1)} Y_2, \quad K_2 = B_{22}^{-1} Y_2. \tag{17}$$

Понятно, что этот прием может быть распространен на любое число вновь присоединяемых условий и на сети триангуляции любого вида.

4. *Вычислительная схема и рабочие формулы*

Все вычисления по (16) удобно располагаются в компактной схеме, которая для случая трех условий первой группы и двух условий второй группы представлена в общем виде в таблице 5.

Таблица 5

	N_{12}		$-W_1$	S_1	B_{11}^{-1}			$B_{12}^{(-1)}$		K_1
1	n_{14}	n_{15}	$-w_1$	s_1	$b_{11}^{(-1)}$	$b_{12}^{(-1)}$	$b_{13}^{(-1)}$	$b_{14}^{(-1)}$	$b_{15}^{(-1)}$	k_1
2	n_{24}	n_{25}	$-w_2$	s_2	0	$b_{22}^{(-1)}$	$b_{23}^{(-1)}$	$b_{24}^{(-1)}$	$b_{25}^{(-1)}$	k_2
3	n_{34}	n_{35}	$-w_3$	s_3	0	0	$b_{33}^{(-1)}$	$b_{34}^{(-1)}$	$b_{35}^{(-1)}$	k_3
	N_{22}		$-W_2$	S_2	0			B_{22}^{-1}		K_2
4	n_{44}	n_{45}	$-w_4$	s_4	0	0	0	$b_{44}^{(-1)}$	$b_{45}^{(-1)}$	k_4
5		n_{55}	$-w_5$	s_5	0	0	0	0	$b_{55}^{(-1)}$	k_5
				$\Sigma^{(-1)}$	$\sigma_1^{(-1)}$	$\sigma_2^{(-1)}$	$\sigma_3^{(-1)}$	$\sigma_4^{(-1)}$	$\sigma_5^{(-1)}$	σ_k

	B'_{12}			B'_{22}		
4	b_{14}	b_{24}	b_{34}	b_{44}	0	
5	b_{15}	b_{25}	b_{35}	b_{45}	b_{55}	
Y'_1	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	Y'_2
Σ'_1	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	Σ'_2

Формулы для определения элементов отдельных блоков обратного блочно-матричного корня, вытекающие непосредственно из (16), имеют вид:

$$(18)\quad \begin{cases} \text{Блок } B'_{12} \qquad b_{ij} = \sum_{l=1}^{i} b_{li}^{(-1)} n_{lj}, \quad (i = 1, 2, \ldots, q;\ j = q+1, \ldots, r). \\ \text{Блок } B'_{22} \qquad b_{ii} = \sqrt{n_{ii} - \sum_{l=1}^{i-1} b_{li}^2}, \quad b_{ij} = \left(n_{ij} - \sum_{l=1}^{i-1} b_{li} b_{lj}\right) \Big/ b_{ii}, \\ \qquad\qquad (i = q+1, \ldots, r). \\ \text{Блоки } B_{12}^{(-1)} \text{ и } B_{22}^{-1} \qquad b_{ij}^{(-1)} = -\left(\sum_{l=1}^{j-1} b_{il}^{(-1)} b_{lj}\right) \Big/ b_{ii}, \quad b_{ii}^{(-1)} = 1/b_{ii}. \end{cases}$$

Элементы векторов Y_1 и Y_2 определяются по формулам, аналогичным первой и третьей формулам (18):

$$(19)\quad y_i = -\sum_{l=1}^{i} b_{li}^{(-1)} w_l, \quad (i \leqslant q), \quad y_i = \left(-w_i - \sum_{l=1}^{i-1} b_{li} b_{lj}\right) \Big/ b_{ii}, \quad (i > q).$$

Таблица 6

	N_{12}		$-W_1$	S_1	B_{11}^{-1}						$B_{12}^{(-1)}$		K_1
1	−3	−0,402	−0,93	−4,332	+0,4082	+0,1443	+0,0546	+0,0208	+0,0079	+0,0030	+0,2245	+0,0963	−0,5930
2	+2	+0,288	−0,73	+1,558	0	+0,4330	+0,1637	+0,0624	+0,0238	+0,0091	−0,1649	−0,0534	+0,1162
3	+2	−0,153	+0,63	+2,477	0	0	+0,4364	+0,1664	+0,0636	+0,0243	−0,1597	−0,0158	+0,3424
4	−4	+0,311	+0,52	−3,169	0	0	0	+0,4369	+0,1669	+0,0637	+0,2458	−0,0262	−0,1527
5	+4	−0,191	+0,05	+3,859	0	0	0	0	+0,4370	+0,1669	−0,2229	+0,0044	+0,4346
6	−3	−0,067	+0,93	−2,137	0	0	0	0	0	+0,4370	+0,2057	+0,0466	−0,1230
	N_{22}		$-W_2$	S_2	0						B_{22}^{-1}		K_2
7	+10	−0,147	−2,68	+7,173	0	0	0	0	0	0	+0,5602	+0,0627	−0,8241
8		+0,712	−0,48	+0,085	0	0	0	0	0	0	0	+1,2375	−0,9808
				$\Sigma^{(-1)}$	+0,4082	+0,5773	+0,6547	+0,6865	+0,6992	+0,7040	+0,6887	+1,3521	−1,7804

	B'_{12}						B'_{22}		
7	−1,2246	+0,4331	+1,0364	−1,3524	+1,2315	−0,8404	+1,7852	0	
8	−0,1641	+0,0667	−0,0416	+0,1200	−0,0376	−0,0436	−0,0904	+0,8081	
Y_1	−0,3796	−0,4503	+0,1048	+0,2671	+0,1240	+0,4538	−1,3824	−0,7926	Y'_2
Σ'	−1,7683	+0,0495	+1,0996	−0 9653	+1,3179	−0,4302	+0,3124	+0,0155	Σ'_2

Вычисление элементов векторов коррелат K_1 и K_2 производится по формулам:

$$(20)\qquad k_i = k_i^0 + \sum_{l=q+1}^{r} b_{il}^{(-1)}\, y_l, \quad (i \leqslant q), \quad k_i = \sum_{l=1}^{r} b_{il}^{(-1)}\, y_l, \quad (i > q).$$

Для контроля вычислении служат формулы:

$$(21)\qquad \begin{cases} \sigma_j = \sum\limits_{l=1}^{j} b_{lj}^{(-1)} s_l, \quad (j \leqslant q), \quad \sigma_j = \left(s_j - \sum\limits_{l=1}^{j-1} b_{lj}\, \sigma_l \right) \Big/ b_{jj}, \quad (j > q), \\ \sigma_j^{(-1)} = -\left(\sum\limits_{l=1}^{j-1} b_{jl}\, \sigma_l^{(-1)} + 1 \right) \Big/ b_{ii}, \quad \sigma_k = \sum\limits_{l=1}^{r} \sigma_l^{(-1)} y_l. \end{cases}$$

Вычисление значений элементов в схеме (таблица 5) производится последовательно по столбцам отдельных блоков с контролем при помощи суммарных строк. При этом численные значения элементов блока B_{11}^{-1} выписываются непосредственно из таблицы 1.

Следует отметить, что если в дальнейшем присоединять новые условия не предполагается, то в таблице 5 элементы блоков $B_{12}^{(-1)}$ и B_{22}^{-1} могут и не вычисляться. В этом случае определение значений коррелат можно производить по формулам, аналогичным применяющимся в методе квадратных корней ([3], стр. 86):

$$(22)\qquad \begin{cases} k_r = y_r / b_{rr}, \quad k_i = \left(y_i - \sum\limits_{l=i+1}^{r} b_{il} k_l \right) \Big/ b_{ii}, \quad (i > q), \\ k_i = k_i^0 - \left(\sum\limits_{l=i+1}^{r} b_{il} k_l \right) \Big/ b_{ii}, \quad (i \leqslant q). \end{cases}$$

5. *Численный пример*

В таблице 6 приводится численный пример уравнивания по описанному выше способу цепи треугольников, вставляемой между двумя твердыми сторонами *AB* и *CD* (рис. 1). Данные для примера взяты с некоторыми изменениями из книги И. М. Герасимова ([1], стр. 310). Численные значения элементов блока B_{11}^{-1}, заключенные в рамку, берутся прямо из таблицы 1. После приведенных ранее формул (18)...(22) особых пояснений по заполнению таблицы 6 не требуется.

Поступила 2 II 1960 г.

Ростовский на Дону Инженерно-Строительный Институт, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Герасимов И. М., *Практическое руководство по вычислениям триангуляции 2, 3 и 4 классов*, Геодезиздат, М., 1941.
2. Дьяченко Л. Ф., Тр. Рост. н/Д инж.-строит. инст. 1957, *7*, стр. 5—33.
3. Фаддеева В. Н., *Вычислительные методы линейной алгебры*, Гостехтеоретиздат, М.-Л., 1950.
4. Banachiewicz T., *Rachunek krakowianowy*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1959.
5. Hirvonen R. A., Ztschr. für Vermessungswesen, 1958, *5*, S. 154—166.

ON THE ADJUSTMENT OF TRIANGULATION WITH MEASURED DIRECTIONS IN TWO GROUPS FROM THE METHOD OF CONDITIONED OBSERVATIONS

(Summary)

An adjustment from the method of the conditioned observations of triangulation with the measured directions, basing on Banachiewicz 'algorithm (the metod of s.uare roots), is considered by the author. The table for values of the elements of the inverse matricial root for the simple chain of triangulation is given. The workformulae, the form for computations and the numeral example for adjustment of the chain of triangulation between two fixed lines from the proposed method are included in the description.

METODA OBSERVAŢIILOR CONDIŢIONATE ÎN PROBLEMA AJUSTĂRII ÎN DOUĂ GRUPE A TRIANGULAŢIILOR CU DIRECŢII MĂSURATE

(Rezumat)

Problema ajustării în două grupe a triangulaţiilor cu direcţii măsurate este elaborată de autor în acest articol, pe baza metodei obsevaţiilor condiţionate, care-şi găseşte fundamentarea în algoritmul lui Banachiewicz (metoda rădăcinilor pătrate). Lucrarea conţine tabelul de valori ale elementelor rădăcinii matriciale invers pentru un lanţ simplu de triunghiuri. Se dau totodată şi formulele de lucru, schema de calcul şi un exemplu numeric de ajustare, în ordinea de idei a lucrării, pentru un lanţ de triunghiuri cuprins între două laturi fixate

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

624.04

UN OPERATOR STATIC PENTRU CALCULUL DEFORMAŢIILOR ÎN DOMENIUL ELASTIC ŞI PLASTIC

DE

ANTON ŞESAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

Pe lîngă reducerea ecuaţiilor diferenţiale liniare cu coeficienţi constanţi la ecuaţii algebrice, calculul operaţional permite o exprimare matematică corectă şi simplă a forţelor concentrate, a momentelor precum şi a discontinuităţilor liniei elastice.

Printr-o alegere convenabilă a operatorilor se pot obţine avantaje atît practice, prin importante simplificări ale operaţiilor de calcul, cît şi teoretice, prin posibilităţile de generalizare, datorită unei înţelegeri mai corespunzătoare a semnificaţiilor statice cuprinse în diferitele operaţii matematice.

Relaţiile diferenţiale între solicitări, eforturi şi deformaţii se pretează aplicării calculului operaţional şi prezintă un deosebit interes deoarece ele sînt frecvent folosite şi reclamă, în genere, un calcul laborios.

Încă din anul 1862 A. Clebsch stabileşte o serie de reguli pentru integrarea acestor ecuaţii diferenţiale care conduc atît la simplificări, prin reducerea constantelor de integrare, cît şi la generalizări, prin exprimarea într-o singură relaţie a eforturilor sau a liniei elastice pentru întreaga grindă, indiferent de numărul de intervale dintre diferitele sarcini.

Aceste reguli şi exprimări [1], [2], ascund în fond, sub forma binomului $(x - a_i)$, ca variabilă, o aplicare indirectă a operatorului de deplasare (h^λ) a funcţiei de salt a lui O. Heaviside $\{H_\lambda(t)\}$. Forme asemănătoare de folosire implicită a aceluiaşi operator le regăsim în majoritatea tratatelor de specialitate.

În studii mai recente găsim aplicarea directă a funcţiei lui Heaviside pentru studiul grinzilor, fie împreună cu simplificările de integrare a formei Clebsch [3], fie împreună cu funcţia de impuls (Dirac), ca formă diferenţială a binomului, în limita unor convenţii speciale, stabilite iniţial [4].

Fundamentarea teoretică şi aplicarea unui calcul direct şi integral operaţional la calculul grinzilor sînt prezentate în studiul lui S. Drobot

şi I. Mikusiński [5] în care solicitările, eforturile, deformaţiile şi condiţiile de echilibru sînt exprimate cu ajutorul a trei operatori: de integrare $\{1\}$, de diferenţiere $s = 1/\{1\}$, şi de deplasare $h^{\lambda} = s\{H_{\lambda}(t)\}$.

Această formă prezintă deosebite avantaje de calcul, deşi reprezintă o oglindire pur matematică, în limbajul operaţional, a relaţiilor diferenţiale.

Momentele factoriale statice (M^k) şi elastice (M^i_{ϱ}), de diferite ordine, sînt operatori introduşi de noi în [8], [9] şi [10], care, pe lîngă aspectul lor matematic, de exprimare algebrică a relaţiilor diferenţiale între funcţiile încovoierii [8], [10]:

$$(1) \qquad \{y, \theta, M, T, p\} = \{y, y', \varrho y'', \varrho y''', \varrho y^{IV}\} = \{M^{III}_{\varrho}, M^{II}_{\varrho}, M^{I}, M^{0}, M^{-I}\},$$

au şi o semnificaţie statică care a permis stabilirea relaţiei de trecere directă între diferitele momente factoriale [8] şi anume:

$$(2) \qquad M^i_{\varrho} = \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{M^k d^{i-k}}{\{i-k\}!}.$$

Sub aspect matematic momentele factoriale conduc la un calcul integral operaţional, similar celui prezentat în [5], relaţia (2) înlocuind, sub o formă generalizată, funcţia operatorilor de integrare $(1/s)$ şi de diferenţiere (s) iar braţul de pîrghie d^n, din expresia momentului factorial $(M^n = Ad^n/n!)$, îndeplinind rolul funcţiei de salt a lui Heaviside, de anulare a unor funcţii pe anumite intervale.

Dacă pe lîngă aceste aspecte matematice ale operatorilor momente factoriale se folosesc şi posibilităţile semnificaţiilor lor statice, se obţin o serie de simplificări şi generalizări, şi anume, în locul constantelor de integrare apar legăturile statice obişnuite (forţe şi deformaţii), însumarea momentelor factoriale pentru o secţiune x se poate face fie plecînd din stînga $\left(M^i_x = \sum_0^x M^i\right)$ sau din dreapta grinzii $\left(M^i_x = \sum_l^{l-x} M^i\right)$, iar trecerea între momentele factoriale de diferite ordine se poate face direct, $(i \to k)$, în salt şi în orice sens $(k = i \pm n)$.

Pentru cazul unei încărcări oarecare [10] şi a unui moment de inerţie variabil (ϱ_x), relaţia (2) devine de forma mai generală

$$(2') \qquad M^i_{\varrho} = \frac{1}{\varrho_0} \cdot \frac{1}{(i-k-1)!} \int_0^x \frac{\varrho_0}{\varrho_x} (x-t)^{i-k-1} f^k(t)\, dt + \\ + \frac{1}{\varrho_0} \cdot \frac{1}{(i-j-1)!} \int_0^x \frac{\varrho_0}{\varrho_x} (x-t)^{i-j-1} M^j_{(0)}(t)\, dt + \sum \frac{M^e_{\varrho(0)} x^{i-e}}{(i-e)!},$$

în care $f^k(t)\,dt$ este operatorul de înlocuire (suprafaţa elementară a diagramei momentului factorial de ordinul k) iar $M^j_{(0)}$ şi $M^e_{\varrho(0)}$ reprezintă momentele factoriale statice şi respectiv elastice, corespunzătoare legăturilor din origine.

S-a arătat [8], [10] că prin folosirea operatorilor momente factoriale, calculul deformațiilor în domeniul elastic se reduce, ca simplitate a calculului, la determinarea unui moment static obișnuit și că influența forței tăietoare asupra deformațiilor se poate exprima cu aceeași ușurință.

Calculul deformațiilor în domeniul plastic

Deformația structurii cînd se găsește tocmai pe punctul de a ceda (continuitatea fibrei elastice în ultima articulație plastică este încă păstrată deși eforturile sînt la limita plastică) prezintă un deosebit interes pentru calculul static în domeniul plastic, întrucît reprezintă — ca și capacitatea portantă — una din stările limită la care trebuie verificată structura.

În domeniul plastic trebuie considerată ca limită de deformație nu numai săgeata maximă admisă, ci și rotirea maximă ce se produce într-una din articulațiile plastice (în genere, la prima care se formează) în timpul adaptării statice între secțiuni, prin apariția succesivă a articulațiilor și pînă în momentul formării mecanismului de cedare.

Pentru calculul acestor stări limită trebuie cunoscută atît ultima articulație plastică care se formează cît și articulația cu rotirea de adaptare statică maximă, succesiunea celorlalte articulații neprezentînd decît un interes biografic.

Deoarece nu se cunoaște care sînt articulațiile corespunzătoare săgeților și rotirilor maxime și întrucît ipoteza creșterii continue a deformațiilor — din stadiul elastic și pînă la cedarea plastică — nu este valabilă în toate cazurile [6], este deosebit de important calculul cît mai simplu al acestor deformații, pentru diferite ipoteze posibile, pentru ca apoi, prin comparație, să se găsească poziția articulațiilor și valoarea maximă, corespunzătoare, a deformațiilor.

Atît pentru calculul săgeții maxime cît și a rotirii maxime, ca stări limită a calculului în domeniul plastic, folosirea momentelor factoriale conduce la importante simplificări de calcul.

Spre deosebire de metodele cunoscute pentru calculul deformațiilor în domeniul plastic [6], [7] nu vom scrie expresiile deformațiilor pe elemente de structuri (punînd apoi condițiile de continuitate a fibrei elastice), ci vom calcula deformațiile, direct, pe structura static determinată.

La calculul deformațiilor vom păstra ipotezele admise în general pentru calculul static în domeniul plastic, cu observația că zona de extindere a plasticizării trebuie luată în considerare pentru determinarea capacității de rotire a secțiunii, dar se consideră că influența ei asupra rigidității la încovoiere a grinzii este în general compensată de efectul de consolidare a materialului, după atingerea limitei de curgere.

a) *Calculul săgeții maxime.* La grinda cu moment de inerție constant, reprezentată în fig. 1, valoarea limită pentru F va fi $F = 9M_p/l$.

Comparînd deformațiile, în ipoteza că ultima articulație plastică se va forma fie în *2* fie în *1* sau în *3* — corespunzător celor trei scheme de calcul „a", „b" și „c" (fig. 1) — obținem:

$$\theta_{1(a)} = \frac{1}{l}\sum_{0}^{l} M'''_{(Q)} = \frac{1}{l}\left[-\frac{2}{3}F\frac{l^3}{3!\,EI} + \frac{M_p\,l^2}{2!\,EI} + \frac{F(2l/3)^3}{3!\,EI}\right] = -\frac{1}{18}\cdot\frac{M_p l}{EI},$$

$$\delta_{2(a)} = M'''_{(Q)2a} = \sum_{0}^{l/3} M'''_{(Q)} = \frac{1}{18}\cdot\frac{M_p l}{EI}\cdot\frac{l}{3} - \frac{2}{3}F\left(\frac{l}{3}\right)^3\cdot\frac{1}{3!\,EI} +$$

$$+\frac{M_p\,(l/3)^2}{2!\,EI} = \frac{1}{27}\cdot\frac{M_p l^2}{EI},$$

$$\delta_{2(b)} = M'''_{(Q)2b} = \sum_{0}^{l/3} M'''_{(Q)} = -\frac{2}{3}F\frac{(l/3)^3}{3!\,EI} + \frac{M_p\,(l/3)^2}{2!\,EI} = \frac{1}{54}\cdot\frac{M_p l^2}{EI}.$$

Calculul lui $\delta_{2(c)}$ devine foarte simplu dacă facem suma momentelor factoriale din stînga secţiunii (fig. 1 c)

$$\delta_{2(c)} = M'''_{(Q)2c} = \sum_{l}^{l-l/3} M'''_{(Q)} = -\frac{1}{3}F\frac{(2l/3)^3}{3!\,EI} + M_p\frac{(2l/3)^2}{2!\,EI} = \frac{2}{27}\cdot\frac{M_p l^2}{EI},$$

deci maximul săgeţii corespunde schemei de cedare „c".

Însumînd rotirile rezultate din calculul deformaţiilor în schema „a" cu cele obţinute dintr-o mişcare dată mecanismului grinzii, în sens invers cedării, rezultă semne incorecte pentru rotiri, ceea ce verifică faptul că schema „a" nu corespunde cedării reale. Anulînd rotirea din *3* semnele devin corecte, ceea ce verifică, prin procedeul însumării, că schema corectă de cedare este „c".

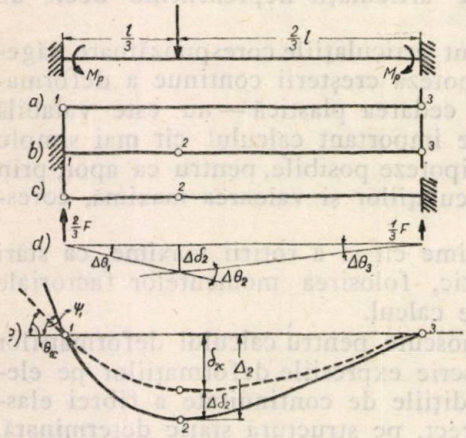


Fig. 1

b) *Calculul rotirii maxime de adaptare statică.* În exemplul din fig. 1 rotirea maximă de adaptare statică se produce în secţiunea *1*, unde apare prima articulaţie plastică. În momentul în care şi articulaţia plastică din *3* s-a format, săgeata maximă din *2* devine $\Delta_2 = \delta_{2c} + \Delta\delta_2$, iar rotirea din *1* (fig. 1 c) $\psi_1 = \theta_{1c} + \Delta\theta_1$, în care $\Delta\delta_2$ şi $\Delta\theta_1$ reprezintă creşterile deformaţiilor corespunzătoare stării de mecanism (fig. 1 d).

Întrucît starea limită de calcul presupune că mecanismul, deşi format, nu a început să se deplaseze, rotirea maximă este cea corespunzătoare lui θ_{1c}. Această rotire se poate calcula direct, folosind momentele factoriale:

$$\theta_{1c} = \frac{M'''_{(Q)2}}{l/3} = \frac{3}{l}\left[\frac{2}{3}F\left(\frac{l}{3}\right)^3\cdot\frac{1}{3!\,EI} - M_p\left(\frac{l}{3}\right)^2\cdot\frac{1}{2!\,EI} + \delta_{2c}\right] = \frac{1}{6}\cdot\frac{M_p l}{EI}.$$

Rotirea maximă depinde, pentru o aceeași structură, de felul și poziția sarcinii, fiind funcție de „rezerva de adaptare statică". La aceeași grindă, dacă sarcina concentrată este la mijloc, rezerva de adaptare statică — deci și rotirea θ de adaptare — este nulă, pe cînd la o sarcină uniform distribuită rotirea θ devine $\theta_i = M_p l/(6EI)$.

În funcție de extinderea zonei plasticizate și caracteristica elastică a materialului trebuie verificat faptul dacă rotirea maximă de adaptare calculată nu depășește rotirea limită admisibilă pentru materialul respectiv.

Rezultă că și în calculul plastic al structurilor folosirea operatorilor momente factoriale conduce la importante simplificări atît în determinarea săgeții maxime cît și a rotirii maxime de adaptare statică.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de rezistență, statică și beton armat

BIBLIOGRAFIE

1. Föppel A., *Festigkeitslehre,* 5. Aufl., Teubner, Berlin, 1914, S. 125–127.
2. Filonenko M., Borodici M. și colab., *Curs de Rezistența Materialelor,* vol. **I** și **II**, Ed. Tehn., Buc., 1952, (trad. din l. rusă).
3. Goldberg J. E., Proc. ASCE, 1953, **79**, *202.*
4. Gillies A. W., Engineering, 1955, *4672*; Ibid, 1955, *4673.*
5. Дробот С., Микусинский И., УФН, 1958, **8**, *2* (*80*).
6. Neal B. G., *The plastic Methods of structural Analysis,* Chapman, London, 1956.
7. Beedle L. S., *Plastic Design of Steel Frames,* John Willey, New-York, 1958.
8. Șesan A., Bul. Inst. Polit. Iași, 1958, **IV** (**VIII**), *1–2,* pp. 407–414.
9. — Ibid., 1958, **IV** (**VIII**), *3–4,* pp. 359–362.
10. — Ibid., 1959, **V** (**IX**), *3–4,* pp. 335–342.

НОВЫЙ СТАТИЧЕСКИЙ ОПЕРАТОР ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ В УПРУГОЙ И ПЛАСТИЧЕСКОЙ СТАДИЯХ

(Резюме)

Используя факториальные моменты, статические и упругие, различных порядков (M^k,..., M^i_ϱ,...), определенные и введенные нами в работах [8], [9] и [10], излагается операционный расчет деформаций, отношение (1), а также особенности и преимущества этого в сравнении с другими известными видами операционного расчета [1], [3], [4] и [5]. Статические обозначения этих операторов дают возможность установить зависимости (2) и (2′) перехода между различными функциями изгиба для элементов с постоянным и, соответственно, переменным моментом инерции: площадь деформации (Y), прогиб (y), угловой поворот (θ), статический момент (M), перерезывающая сила (T), равномерно распределенная нагрузка (p), а также треугольно (p') и параболически (p'') распределенные нагрузки. В отношениях (1), (2) и (2′) ϱ соответствует упругой характеристике, а $f^k(t)\,dt$ — элементарной площади эпюры факториального момента порядка k.

Указываются обобщения и особые упрощения возможные при использовании этих операторов для расчета деформаций в упругой и пластической стадиях. Численный пример показывает особые преимущества этих операторов в пластической стадии при определении наибольшего прогиба и наибольшего поворота в статическом пределении.

UN OPÉRATEUR STATIQUE POUR LE CALCUL DES DÉFORMATIONS ÉLASTIQUES ET PLASTIQUES

(Résumé)

En utilisant les moments factoriels statiques et élastiques de différents ordres — définis et introduits par nous en [8], [9], et [10] — on présente un calcul opérationel des déformations (relation (1)), aussi bien que les particularités et les avantages qui en resultent par rapport aux autres formes connues de calcul opérationel.

La considération des significations statiques de ces opérateurs conduit à la relation (2) — et respectivement (2′) pour les éléments avec moment d'inertie variable — qui établie une liaison directe et à double sens entre n'importe quelles fonctions de la flexion, à savoir : la surface des déformations (Y), la flèche (y), la rotation (θ), le moment statique (M), l'effort tranchant (T), la force concentrée (F) et les forces ayant une distribution uniforme (p), triangulaire (p') et parabolique (p'').

Dans les relations (1), (2) et (3) ϱ représente la caractéristique élastique et $f^k(t)\,dt$ — la surface élémentaire du diagramme du moment factoriel d'ordre k.

On y présente les généralisations et les importantes simplifications qu'on obtient en utilisant ces opérateurs pour le calcul des déformations tant dans le stade élastique que dans celui plastique.

L'exemple de calcul met en évidence les avantages de ces opérateurs pour le calcul, dans le stade plastique, de la flèche maximum aussi bien que du maximum de la rotation d'adaptation statique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

624.04

СОКРАЩЕННЫЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ИЛИ ЛОМАННЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Н. ОРЛОВСКИЙ

Доклад представленный на научной сессии Ясского политехнического института от 26-29 июня, 1958 г.

Трудности появляющиеся при решении методом сил систем с криволинейными стержнями—определение коэффициентов неизвестных, свободных членов и решение систем уравнений—приводят к применению метода деформаций при решении таковых стержневых систем.

Используя характеристики K_{ik} и $\overline{K}_{ik}$ (моменты от единичных угловых поворотов и линейных смещений), элементов с криволинейной или ломанной осью, аналогично случаю прямолинейных стержней и, принимая в качестве неизвестных Z, повороты и линейные смещения узлов типпа b (рис. 1), получаем систему уравнений метода деформаций в классической ее форме. Известные упрощенные приемы при решении

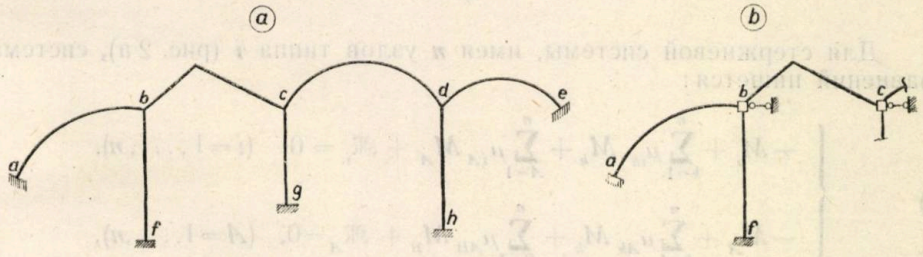


Рис. 1

систем с криволинейными или ломаннымис тержнями относятся к упрощению при определении коэффициентов неизвестных, как это делается например в работах [6] и [7], или же к решению систем итеративным способом только в одну фазу как это делается например в работах [1] и [5]. В большинстве случаев авторы ограничиваются только рассматриванием обычных систем с вертикальными стойками и с узлами типпа b (рис. 1) на одном уровне.

В настоящей работе указывается, что выбирая в качестве неизвестных, активные моменты узлов и активные моменты смещений (кинематических цепей) получается простое решение систем с криволинейными стержнями в самом общем виде (рис. 1), точно так, как и для обыкновенных рам с прямолинейными стержнями [2].

Различные возможные упрощенные приемы могут быть найдены и в этом более сложном случае, при целесообразном выборе основных систем.

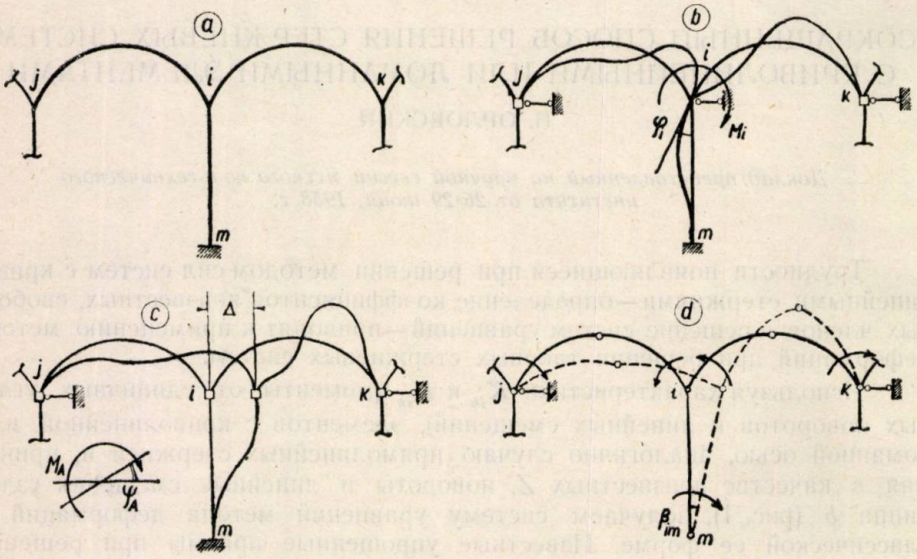


Рис. 2

Для стержневой системы, имея n узлов типпа i (рис. 2 a), система уравнений пишется:

$$(1)\qquad \begin{cases} -M_i + \sum\limits_{k=1}^{n} \mu_{ik} M_k + \sum\limits_{A=1}^{n} \mu_{iA} M_A + \mathfrak{M}_i = 0, & (i = 1, \ldots, n), \\ -M_A + \sum\limits_{k=1}^{n} \mu_{Ak} M_k + \sum\limits_{B=1}^{n} \mu_{AB} M_B + \mathfrak{M}_A = 0, & (A = 1, \ldots, n), \end{cases}$$

где M_i и M_A, принятые неизвестные, — активные моменты узла i и кинематической цепи A; в основной системе M_i создает истинную величину угла поворота узла i (рис. 2 b), а M_A создает истинное линейное смещение Δ того же узла (рис. 2 c) соответствующей кинематической цепи (рис. 2 d); $\mathfrak{M}_i$ и $\mathfrak{M}_A$ — свободные члены, т. е. исходные значения неизвестных от действия внешних сил на основную систему, кинематически определимую; μ_{ik}, μ_{iA} — коэффициенты передачи от неизвестных

M_k и M_A к неизвестным M_i (активный момент узла); μ_{Ai}, μ_{AB} — коэффициенты передачи от неизвестных M_i и M_B к неизвестным M_A (активный момент цепи).

Коэффициенты передачи определяются следующими выражениями:

$$\mu_{ik} = r_{ki}\,\gamma_{ki}, \tag{2}$$

где: r_{ki} и γ_{ki} — коэффициенты распределения и передачи (рис. 3);

$$\mu_{iA} = \sum_i \nu'_{ik}, \tag{3}$$

где: $\nu'_{ik} = \bar{K}'_{ik} / \bar{K}'_A$, $\bar{K}'_A = \sum_A \bar{K}'_{ik}$, $\bar{K}'_{ik} = \bar{K}_{ik}\beta^A_{ik}$, β^A_{ik} — множитель угла поворота стержня ik в кинематической цепи A. Для стержней с кривой осью можно также использовать множителей соответствующих линейным смещениям их концов. Знак суммы выражения (3) относится к стержням пересекающимися в узле i (рис. 4);

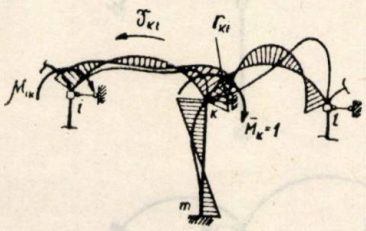


Рис 3.

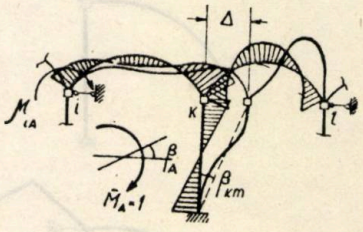


Рис. 4

$$\mu_{Ai} = \frac{1}{\beta_A}\sum (1 + \gamma_{ik})\, r_{ik}\,\beta^A_{ik}, \tag{4}$$

где: $\beta_A = \bar{K}''_A / \bar{K}'_A$, $\bar{K}''_{ik} = \bar{K}'_{ik}\,\beta^A_{ik}$, $\bar{K}''_A = \sum \bar{K}'_{ik}\,\beta^A_{ik} = \sum_A \bar{K}''_{ik}$. Выражение (4) выводится на основании виртуальной работы при действии на основную систему единичного момента $\bar{M}_i = 1$ (на рис. 3, $\bar{M}_k = 1$) при смещениях соответствующих кинематической цепи A (рис. 3 d);

$$\mu_{AB} = \frac{1}{\beta_A}\sum \nu'^{B}_{ik}\,\beta^A_{ik}, \tag{5}$$

выражение получаемое на основании виртуальной работы при единичном действии $\bar{M}_B = 1$ на основную систему при смещениях соответствующей кинематической цепи A.

Ряд коэффициентов передачи равны нулю, так как единичные эпюры вида $\bar{M}_k$ (рис. 3) и $\bar{M}_A$ (рис. 4) не имеют общих стержней.

Неизвестные M_i и M_A определяются решением системы уравнений (1), либо итеративным расчетом системы в табличной форме, как это будет показано на численном примере.

Концевые моменты стержней имеют выражение:

$$M_{ik} = \mathfrak{M}_{ik} + m^i_{ik} M_i + m^k_{ik} M_k + \sum_A m^A_{ik} M_A, \tag{6}$$

где m^i_{ik}, m^k_{ik}, m^A_{ik} — концевые моменты стержней от единичных действий (рис. 8 и 9).

Система уравнений (1) была получена при использовании кинематически определимой основной системы, т. е. системы полученной введением максимального числа связей для блокирования и фиксирования узлов.

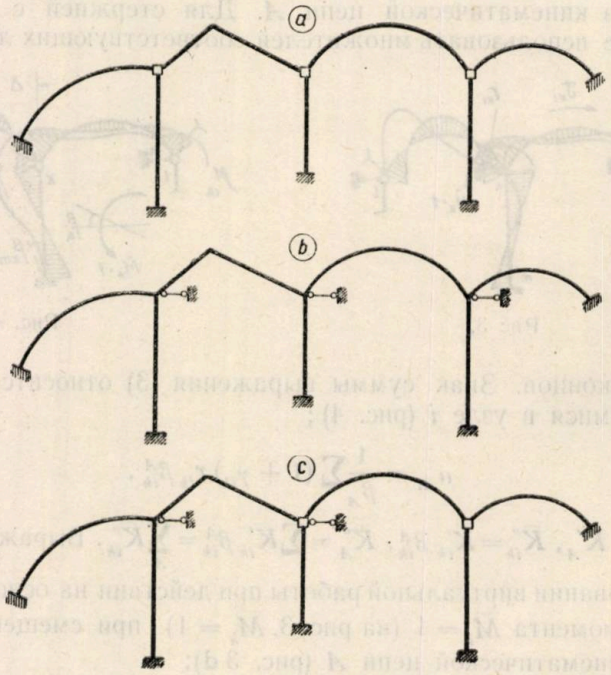


Рис. 5

Используя основные системы с уменьшенным числом вводимых связей, получаем системы уравнений с уменьшенным числом неизвестных; они могут быть только активными моментами узлов (вариант показанный на рис. 5 a), только активными моментами цепей (рис. 5 b), или же активными моментами и узлов и цепей (рис. 5 c).

Для каждых из этих вариантов можем определять коэффициенты передачи и свободные члены, оперируя над кинематически неопределимыми основными системами, таким же образом как это делается при обычных рамах [3] и [4].

ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

1. *Характеристики данной системы.* Соотношения I/l для стержней системы показаны на схеме (рис. 6, см. числа в кружках). Реактивные моменты от единичных смещений K_{ik} и $\bar{K}_{ik}$ данны в таблице 1.

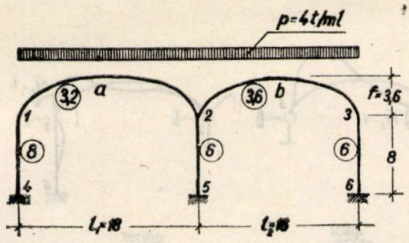


Рис. 6

$$K_{ik} = \begin{cases} 4EI/l & \text{— для стоек,} \\ 9EI/l & \text{— для ригелей,} \end{cases}$$

$$\bar{K}_{ik}^{(\Delta)} = \begin{cases} (6EI/l^2).1 & \text{— для стоек,} \\ [15EI/(2fl)].1 & \text{— для ригелей,} \end{cases}$$

$\bar{K}'_{ik} = \bar{K}_{ik}^{(\Delta)} \Delta$, где Δ — линейное смещение узла i в соответствующей кинематической цепи (рис. 7)

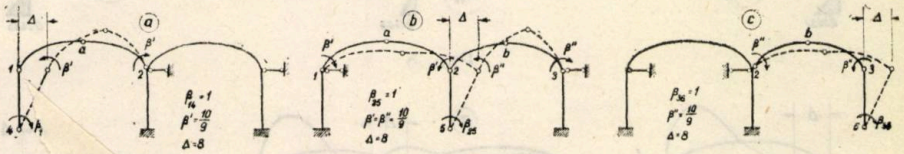


Рис. 7

Таблица 1

Характеристика \ Стержень	1—4	1—2	2—3	2—5	2—6
K_{ik}	32	28,8	32,4	24	32
$\bar{K}_{ik}$	6	20/3	7,5	4,5	6
$\bar{K}'_{ik}$	48	160/3	60	36	48

Жест узлов $K_i = \sum_i K_{ik}$.

$K_1 = K_{14} +$ · 28,8 = 60,8; аналогично $K_2 = 85{,}2$, $K_3 = 64{,}4$.

Жест епей $\bar{K}'_A = \sum_A \bar{K}'_{ik}$.

$\bar{K}'_A = \bar{K}'_{14} +$ $+ \bar{K}'_{a1} + \bar{K}'_{a2} + \bar{K}'_{2a} = 48 + 48 + 160/3 + 80/3 + 80/3 + 160/3 = 256$;

аналогично, $\bar{K}$ $\bar{K}'_C = 276$.

$\beta_A = (\sum_A \bar{K}''_{ik}) /$ $2 \cdot 48 \cdot 1 + 2(160/3 + 80/3).(10/9)] / 256 = 273{,}77/256$, $1/\beta_A = 0{,}935$;

аналогично, β_1 $/412$, $\beta_C = 296/276$, $1/\beta_B = 0{,}916$, $1/\beta_C = 0{,}933$.

2. *Определение коэффициентов.* При действии единичных узловых моментов, как это показано на рис. 8, на основании выражения (2) получаем:

$$\mu_{21} = r_{12}\gamma_{12} = (K_{12}/K_1)\gamma_{12} = (28{,}8/60{,}8):(1/3) = 0{,}1579, \quad \mu_{31} = 0, \quad \mu_{13} = 0,$$

$$\mu_{12} = r_{21}\gamma_{21} = (K_{21}/K_2)\gamma_{21} = (28{,}8/85{,}2)\cdot(1/3) = 0{,}11267, \quad \mu_{32} = 0{,}12676, \quad \mu_{23} = 0{,}1677.$$

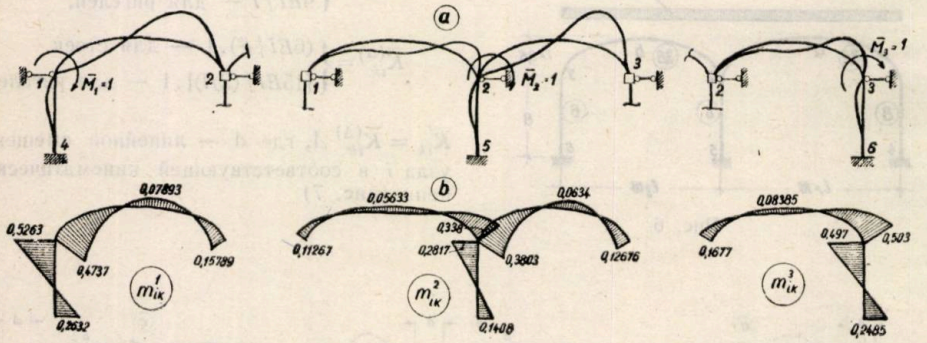


Рис. 8

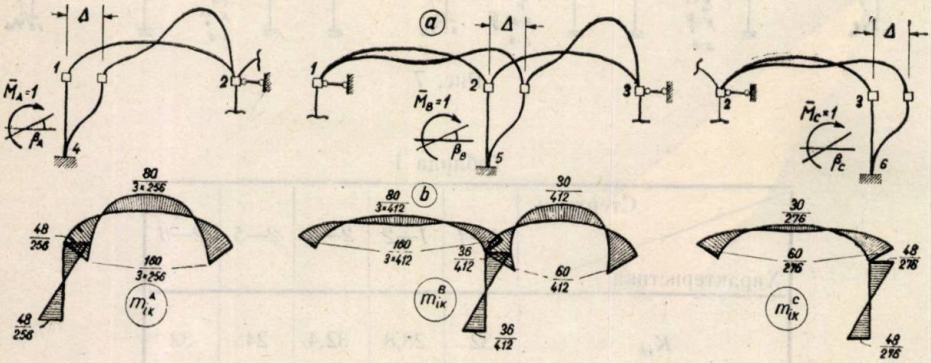


Рис. 9

Используя выражение (4) и учитывая данные рис. 7 и 8 получаем:

$$\mu_{A1} = [1{,}5\, r_{14}\beta_{14} + (5/3)\, r_{12}\beta']/\beta_A = 0{,}935\,[1{,}5\cdot 0{,}5263\cdot 1 - (5/3)\cdot 0{,}4737\cdot(10/9)] = -0{,}0821,$$

$$\mu_{A2} = 0{,}935\cdot(5/3)\cdot 0{,}338\cdot(10/9) = 0{,}585, \quad \mu_{A3} = 0, \quad \mu_{B1} = 0{,}916:(5/3)\cdot 0{,}4737\cdot(10/9) = 0{,}8033,$$

$$\mu_{B2} = [1{,}5\, r_{25}\beta_{25} + (5/3)\, r_{21}\beta' + (5/3)\, r_{23}\beta'']/\beta_B = 0{,}916\,[1{,}5\,;\, 0{,}2817 - (5/3)\cdot 0{,}3803\cdot(10/9) - (5/3)\cdot 0{,}338\cdot(10/9)] = -0{,}831,$$

$$\mu_{B3} = 0{,}916\cdot(5/3)\cdot 0{,}503\cdot(10/9) = 0{,}853, \quad \mu_{C1} = 0, \quad \mu_{C2} = 0{,}933\cdot(5/3)\cdot 0{,}3803\cdot(10/9) = 0{,}657,$$

$$\mu_{C3} = [1{,}5\, r_{36}\beta_{36} + (5/3)\, r_{32}\beta'']/\beta_C = 0{,}933\,[1{,}5\cdot 0{,}497 - (5/3)\cdot 0{,}503\cdot(10/9)] = -0{,}174.$$

На основании выражения (3), единичные действия $\overline{M}_A = 1$, $\overline{M}_B = 1$, $\overline{M}_C = 1$ (рис. 9) в основной системе дадут:

$\mu_{1A} = (\overline{K}'_{14} + \overline{K}'_{12}) / \overline{K}'_A = (48 - 160/3) / 256 = -0{,}02085$, $\mu_{2A} = 160 / (3 \cdot 256) = 0{,}2085$,

$\mu_{3A} = 0$, $\mu_{1B} = \overline{K}'_{12} / \overline{K}'_B = 160 / (3 \cdot 412) = 0{,}12945$, $\mu_{2B} = -0{,}1877$, $\mu_{3B} = 0{,}1456$,

$\mu_{1C} = 0$, $\mu_{2C} = 0{,}2174$, $\mu_{3C} = -0{,}0435$.

Учитывая единичные действия $\overline{M}_A = 1$, $\overline{M}_B = 1$, $\overline{M}_C = 1$ (рис. 9), а так же геометрические данные рис. 7, на основании выражения (5) получим:

$$\mu_{AB} = 0{,}935 \left\{ 2[160 / (3 \cdot 412) + 80 / (3 \cdot 412)] \cdot (10/9) \right\} = 0{,}4034,$$

$$\mu_{BA} = 0{,}916 \cdot 2 \cdot [(160 + 80) / (3 \cdot 256)] \cdot (10/9) = 0{,}636,$$

$$\mu_{BC} = 0{,}664, \quad \mu_{CB} = 0{,}453, \quad \mu_{AC} = \mu_{CA} = 0.$$

3. *Определение свободных членов.*

(7) $$\mathfrak{M}_i = \sum_i \mathfrak{M}_{ik},$$

где $\mathfrak{M}_{ik}$ — моменты защемления от действия внешней нагрузки.

Учитывая что оси ригелей являются параболами, имеем $\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2 = \mathfrak{M}_3 = 0$;

(8) $$\mathfrak{M}_A = \mathfrak{L}_A / \beta_A,$$

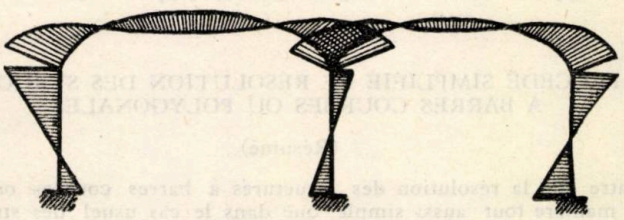


Рис. 10

где $\mathfrak{L}_A$ — виртуальная работа внешних действий в кинематической цепи A; $\mathfrak{L}_A = \sum (\mathfrak{M}_{ik} + \mathfrak{M}_{ki}) \beta^A_{ik} + \sum F_i \delta_i$.

$\mathfrak{M}_A = \mathfrak{L}_A / \beta_A = -2p(l_1/2)\delta_1 / \beta_A = -2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 0{,}935 = -336{,}60$ тм, $\mathfrak{M}_B = \mathfrak{L}_B / \beta_B = [2p(l_1/2)\delta_1 - 2p(l_2/2)\delta_2] / \beta_B = 69{,}21$ тм, $\mathfrak{M}_C = \mathfrak{L}_C / \beta_C = 2p(l_2/2)\delta_2 / \beta_C = 265{,}4$ тм

Таблица 3

Узел i	1		2			3		4	5	6
Узел k	4	2	1	5	3	2	6	1	2	3
Моменты по способу активных моментов	66,58	—66,62	69,00	—13,10	—55,80	52,44	—52,69	61,72	—11,00	—52,80
Моменты по способу С.А. Рогицкого	66,59	—66,59	68,61	—13,69	—54,92	52,43	—52,43	61,81	— 9,86	—52,47

Окончательные значения неизвестных M_i и M_A получаем итеративным расчетом произведенным в таблице 2.

Концевые моменты стержней получаем на основании выражения (6). Например: $M_{14} = 18{,}43 \cdot 0{,}5263 + 303{,}27 \cdot 48/256 = 66{,}58$, $M_{12} = 18{,}43 \cdot 0{,}4737 + 13{,}69 \cdot 0{,}11267 - [160/(3 \cdot 256)] \cdot 303{,}27 - [160/(3 \cdot 412)] \cdot 105{,}76 = 66{,}62$ и т. д.

Эпюра окончательных моментов данна на рис. 10, а в таблице 3 даются, для сопоставления результаты полученные по иному способу С. А. Рогицким. Различия между моментами, как видно из вышепреведенного, незначительны.

Ясский политехнический институт,
Кафедра сопротивление материалов,
статика и бетон

ЛИТЕРАТУРА

1. Рогицкий С. А., *Расчет рам*, Машгиз, М., 1948.
2. Şesan A. şi Orlovschi N., St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1955, **6**, *3—4*, pp. 59—69.
3. — Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1957, **III** (**VII**), *3—4*, pp. 245—250.
4. Şesan A., Popescu N. şi Orlovschi N., Ibid., 1955, **I** (**V**), *1—2*, pp. 473—483.
5. Popovici C. C., St şi cerc. de mec. aplic., 1956, **VII**, *3*, pp. 677—696; Ibid., 1956, **VII**, *4*, pp. 971—993.
6. Horacek E., Inzenyrske Stavby, 1956, **IV**, *10*, pp. 488—491.
7. Lightfoot E., The Structural Engineer, 1958, **I**, pp. 21—33.

UN PROCÉDÉ SIMPLIFIÉ DE RÉSOLUTION DES STRUCTURES À BARRES COURBES OU POLYGONALES

(Résumé)

On montre que la résolution des structures à barres courbes ou polygonales se conduit d'une manière tout aussi simple que dans le cas usuel des structures à barres droites [2] (v. les relations (1)...(6)), si on utilise la méthode des moment actifs ; on retrouve les variantes simplifiées, qui en résultent par un choix adéquat des systèmes de base, et dans ce cas des structures plus complexes.

UN PROCEDEU SIMPLIFICATOR DE REZOLVARE A STRUCTURILOR CU BARE CURBE SAU POLIGONALE

(Rezumat)

Se arată că rezolvarea structurilor cu bare curbe sau poligonale, folosind metoda momentelor active, se conduce cu aceeaşi simplitate ca şi în cazul obişnuit al structurilor cu bare drepte [2] (relaţiile (1) ... (6)) ; variantele simplificatoare ce rezultă din alegerea potrivită a sistemelor de bază se regăsesc şi în acest caz de structuri mai complexe.

Exemplul de calcul prezentat ilustrează specificul metodei în rezolvarea structurilor cu bare curbe sau poligonale.

Таблица 2

Узел i / Цепь k	*1*	*2*	*3*	*A*	*B*	*C*
μ_{ik}	$\mu_{21} = 0{,}158$	$\mu_{12} = 0{,}113$	$\mu_{23} = 0{,}168$	$\mu_{1A} = -0{,}021$	$\mu_{1B} = 0{,}129$	$\mu_{2C} = 0{,}217$
	$\mu_{A1} = -0{,}082$	$\mu_{32} = 0{,}127$	$\mu_{B3} = 0{,}853$	$\mu_{2A} = 0{,}208$	$\mu_{2B} = -0{,}188$	$\mu_{3C} = -0{,}044$
μ_{iA}	$\mu_{B1} = 0{,}803$	$\mu_{A2} = 0{,}585$	$\mu_{C3} = -0{,}174$	$\mu_{BA} = 0{,}636$	$\mu_{3B} = 0{,}146$	$\mu_{BC} = 0{,}664$
μ_{Ai}		$\mu_{B2} = -0{,}831$			$\mu_{AB} = 0{,}403$	
μ_{AB}		$\mu_{C2} = 0{,}657$			$\mu_{CB} = 0{,}453$	
$\mathfrak{M}_A$	0	0	0	−336,60	69,21	265,40
C		57,70	−11,55		176,23	265,40
B	31,70	−46,07	35,73	99,01	245,44	111,18
A	4,95	−49,53		−237,59	− 151,11	
B	−19,56	28,36	−22,00	− 60,95	−151,11	− 68,45
C		9,29	− 1,86		28,37	42,73
A	1,27	−12,71		−60,95	−38,76	
1	18,36	2,90		− 1,51	14,80	
2	− 1,13	−10,06	− 1,27	− 5,88	8,36	− 6,61
B	1,67	− 2,40	1,86	5,15	12,77	5,79
A	0,05	− 0,46		− 2,24	− 1,43	
3		0,15	0,91		0,78	− 0,16
2	− 0,31	− 2,71	− 0,34	− 1,58	2,25	− 1,78
C		− 0,60	0,12		− 1,84	− 2,76
A	0,03	− 0,33		− 1,58	− 1,00	
B	− 0,16	0,23	− 0,18	− 0,50	− 1,24	− 0,56
2	− 0,08	− 0,70	− 0,09	− 0,41	0,58	− 0,46
C		− 0,22	0,04		− 0,68	− 1,02
	0,07	− 0,22	− 0,45	− 0,91	− 0,10	0
M_i, M_A	18,43	−13,69	0,46	−303,27	105,76	304,35

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

539.4

TORSIUNEA BARELOR DREPTUNGHIULARE COMPUSE DIN MAI MULTE MATERIALE ORTOTROPE

DE
ADRIAN N. VULPE

În lucrarea [1] C. I. Borş s-a ocupat de torsiunea unei bare de secţiune transversală dreptunghiulară, compusă din două tije de secţiuni transversale de asemenea dreptunghiulare, sudate între ele şi confecţionate din materiale ortotrope diferite.

În această Notă vom studia torsiunea pentru cazul cînd bara este compusă din trei tije de secţiuni transversale dreptunghiulare, confecţionate din materiale ortotrope diferite, fiecare parte componentă a barei fiind presupusă omogenă. Din modul de lucru va reeşi că raţionamentele sînt valabile şi pentru cazul cînd bara s-ar compune din n tije confecţionate din materiale ortotrope diferite.

O secţiune transversală din această grindă pune în evidenţă trei dreptunghiuri S_1, S_2, S_3, pentru care alegem sistemul de axe rectangulare ca în fig. 1, cu axa Oy arbitrară. Notăm cu Γ_2 şi Γ_3 feţele de contact între S_1, S_2 şi respectiv S_2, S_3. Bara o vom presupune torsionată de momentul $\mathfrak{M}$, suprafaţa laterală fiind liberă.

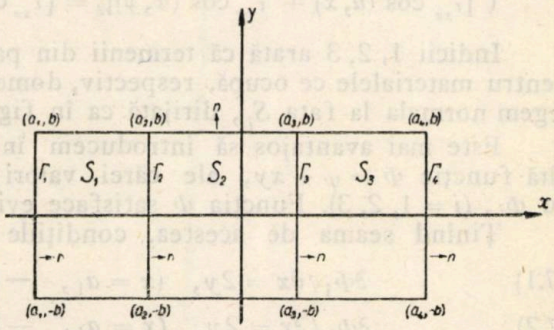


Fig. 1

Vom încerca să satisfacem condiţiile la limită ale problemei şi ecuaţiile de echilibru, presupunînd că componentele deplasării sînt de forma:

$$u = -\theta_{yz}, \quad v = \theta_{zx}, \quad w = \theta\varphi(x, y), \tag{1}$$

unde constanta θ (gradul de torsiune) se determină, din datele problemei. Funcţia $\varphi(x, y)$ reprezintă funcţia de torsiune.

În baza formulelor (2.6) din [2] rezultă că în fiecare din domeniile S_i avem pentru deformații:

$$(2) \qquad \varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \gamma_{xy} = 0, \quad \gamma_{yz} = \theta\,(\partial\varphi/\partial y + x), \quad \gamma_{zx} = \theta\,(\partial\varphi/\partial x - y),$$

iar de aici, dacă ținem seama de legea generalizată a lui Hooke, rezultă pentru tensiuni

$$(3) \qquad \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0, \quad \tau_{yz} = \theta L_i\,(\partial\varphi/\partial y + x), \quad \tau_{xz} = \theta M_i\,(\partial\varphi/\partial x - y),$$

unde L_i, M_i — constantele elastice corespunzătoare domeniilor S_i.

Introducînd tensiunile date de (3) în ecuațiile de echilibru ale lui Cauchy (1.5) din [2], pentru medii elastice, în cazul absenței forțelor masice, găsim că funcția $\varphi\,(x, y)$ satisface, în fiecare din domeniile S_i, ecuația

$$(4) \qquad M_i \partial^2\varphi_i / \partial x^2 + L_i \partial^2\varphi_i / \partial y^2 = 0, \quad (i = 1, 2, 3).$$

Condițiile la limită pentru funcțiile φ_i le obținem scriind că:

a) suprafața laterală (exterioară) este liberă de tensiuni;

b) eforturile ce lucrează pe elementele suprafețelor de separare dintre diferitele materiale sînt egale și de sens opus;

c) componentele u, v, w ale deplasării sînt continue în întreg domeniul $S = S_1 + S_2 + S_3$, inclusiv liniile de separare Γ_2, Γ_3.

Condiția (a) se reduce la:

$$(5) \qquad \tau_{xy} \cos(u, x) + \tau_{yz} \cos(u, y) = 0,$$

pe conturul exterior, iar condiția b) — la egalitățile:

$$(6) \qquad \begin{cases} [\tau_{xz} \cos(u, x) + \tau_{yz} \cos(u, y)]_1 = [\tau_{xz} \cos(u, x) + \tau_{yz} \cos(u, y)]_2, \\ [\tau_{xz} \cos(u, x) + \tau_{yz} \cos(u, y)]_2 = [\tau_{xz} \cos(u, x) + \tau_{yz} \cos(u, y)]_3. \end{cases}$$

Indicii 1, 2, 3 arată că termenii din parantezele drepte se calculează pentru materialele ce ocupă, respectiv, domeniile S_1, S_2, S_3. Prin n înțelegem normala la fața S_i, dirijată ca în fig. 1.

Este mai avantajos să introducem în locul funcției de torsiune, o altă funcție $\Phi = \varphi + xy$, ale cărei valori în domeniile S_i le notăm cu Φ_i, $(i = 1, 2, 3)$. Funcția Φ satisface evident ecuația (4).

Ținînd seama de acestea, condițiile la limită (5) și (6) se scriu:

$$(7.1) \qquad \partial\Phi_1 / \partial x = 2y, \quad (x = a_1, \quad -b \leqslant y \leqslant +b),$$

$$(7.2) \qquad \partial\Phi_3 / \partial x = 2y, \quad (x = a_4, \quad -b \leqslant y \leqslant +b),$$

$$(8.1) \qquad \partial\Phi_1 / \partial y = 0, \quad (y = \pm b, \quad a_1 \leqslant x \leqslant a_2),$$

$$(8.2) \qquad \partial\Phi_2 / \partial y = 0, \quad (y = \pm b, \quad a_2 \leqslant x \leqslant a_3),$$

$$(8.3) \qquad \partial\Phi_3 / \partial y = 0, \quad (y = \pm b, \quad a_3 \leqslant x \leqslant a_4),$$

$$(9.1) \qquad \Phi_1 = \Phi_2, \quad (x = a_2, \quad -b \leqslant y \leqslant +b),$$

(9.2) $\Phi_2 = \Phi_3, \qquad (x = a_3, \qquad -b \leqslant y \leqslant b),$

(10.1) $M_1 \partial\Phi_1 / \partial x - M_2 \partial\Phi_2 / \partial x = 2(M_1 - M_2)y, \quad (x = a_2, \ -b \leqslant y \leqslant +b),$

(10.2) $M_2 \partial\Phi_2 / \partial x - M_3 \partial\Phi_3 / \partial x = 2(M_2 - M_3)y, \quad (x = a_3, \ -b \leqslant y \leqslant +b).$

Se găseşte, prin calcule, că o funcţie $\Phi(x, y)$ care satisface o ecuaţie de forma (4) şi condiţii de forma (7.1) şi (8.1) sau (7.2) şi (8.3), este de forma

$$\Phi = \sum_{n=1,3,\ldots} \left[A_n \operatorname{sh} \sqrt{\frac{L}{M}} \cdot \frac{n\pi}{2b} x + B_n \operatorname{ch} \sqrt{\frac{L}{M}} \cdot \frac{n\pi}{2b} x \right] \sin \frac{n\pi}{2b} y .$$

Punînd condiţia (7.1) rezultă:

$$A_{2n+1} \operatorname{ch} \sqrt{\frac{L_1}{M_1}} \cdot \frac{(2n+1)\pi}{2b} a_1 + B_{2n+1} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{L_1}{M_1}} \cdot \frac{(2n+1)\pi}{2b} a_1 =$$

$$= 4b^2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^3 \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3} \sqrt{\frac{M_1}{L_1}} .$$

Notînd $\dfrac{(2n+1)\pi}{2b} = m$, $\sqrt{\dfrac{L_1}{M_1}} = \alpha_1$, $\sqrt{\dfrac{L_3}{M_3}} = \alpha_3$ avem

(11) $$\Phi_1(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[A^{(1)}_{2n+1} \operatorname{sh} \alpha_1 mx + B^{(1)}_{2n+1} \operatorname{ch} \alpha_1 mx \right] \sin my ,$$

(12) $$\Phi_3(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[A^{(3)}_{2n+1} \operatorname{sh} \alpha_3 mx + B^{(3)}_{2n+1} \operatorname{ch} \alpha_3 mx \right] \sin my ,$$

cu condiţiile

(13.1) $A^{(1)}_{2n+1} \operatorname{ch} \alpha_1 ma_1 + B^{(1)}_{2n+1} \operatorname{sh} \alpha_1 ma_1 = (4b^2/\alpha_1) \cdot (2/\pi)^3 \cdot [(-1)^n / (2n+1)^3],$

(13.2) $A^{(3)}_{2n+1} \operatorname{ch} \alpha_3 ma_4 + B^{(3)}_{2n+1} \operatorname{sh} \alpha_3 ma_4 = (4b^2/\alpha_3) \cdot (2/\pi)^3 \cdot [(-1)^n / (2n+1)^3],$

$(n = 0, 1, 2, \ldots).$

Se poate arăta că funcţia $\Phi_2(x, y)$ trebuie luată de aceeaşi formă cu Φ_1 şi Φ_3.

Deci avem

(14) $$\Phi_2(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[A^{(2)}_{2n+1} \operatorname{sh} \alpha_2 mx + B^{(2)}_{2n+1} \operatorname{ch} \alpha_2 mx \right] \sin my .$$

Aşadar funcţia $\Phi(x, y)$ satisface ecuaţia (4) şi condiţiile (7.1), (7.2), (8.1), (8.2), (8.3) împreună cu (13.1) şi (13.2).

Condiţiile (9.1) şi (9.2) dau

(15.1) $A^{(1)}_{2n+1} \operatorname{sh} \alpha_1 ma_2 + B^{(1)}_{2n+1} \operatorname{ch} \alpha_1 ma_2 = A^{(2)}_{2n+1} \operatorname{sh} \alpha_2 ma_2 + B^{(2)}_{2n+1} \operatorname{ch} \alpha_2 ma_2 ,$

(15.2) $A^{(3)}_{2n+1}\,\mathrm{sh}\,\alpha_3 ma_3 + B^{(3)}_{2n+1}\,\mathrm{ch}\,\alpha_3 ma_3 = A^{(2)}_{2n+1}\,\mathrm{sh}\,\alpha_2 ma_2 + B^{(2)}_{2n+1}\,\mathrm{ch}\,\alpha_2 ma_3$, $(n = 0, 1, 2,...)$.

Punînd condiţiile (10.1), (10.2) obţinem

$$\begin{aligned}&\sqrt{L_1 M_1}\,(A^{(1)}_{2n+1}\,\mathrm{ch}\,\alpha_1 ma_2 + B^{(1)}_{2n+1}\mathrm{sh}\,\alpha_1 ma_2) -\\ &-\sqrt{L_2 M_2}\,(A^{(2)}_{2n+1}\mathrm{ch}\,\alpha_2 ma_2 + B^{(2)}_{2n+1}\mathrm{sh}\,\alpha_2 ma_2) =\\ &= 4(M_1 - M_2)\,b^2\,(2/\pi)^3 \cdot [(-1)^n/(2n+1)^3],\end{aligned} \tag{16.1}$$

$$\begin{aligned}&\sqrt{L_2 M_2}\,(A^{(2)}_{2n+1}\,\mathrm{ch}\,\alpha_2 ma_3 + B^{(2)}_{2n+1}\mathrm{sh}\,\alpha_2 ma_3) -\\ &-\sqrt{L_3 M_3}\,(A^{(3)}_{2n+1}\,\mathrm{ch}\,\alpha_3 ma_3 + B^{(3)}_{2n+1}\,\mathrm{sh}\,\alpha_3 ma_3) =\\ &= 4(M_2 - M_3)\,b^2\,(2/\pi)^3 \cdot [(-1)^n/(2n+1)^3],\ (n = 0, 1, 2, 3,...).\end{aligned} \tag{16.2}$$

Pentru determinarea coeficienţilor $A^{(i)}_{2n+1}$, $B^{(i)}_{2n+1}$, $(i = 1, 2, 3)$, cu n fixat, se soluţionează un sistem liniar neomogen format din şase ecuaţii cu şase necunoscute. Acest sistem este format din ecuaţiile (13.1), (13.2), (15.1), (15.2), (16.1), (16.2) şi are soluţie unică.

Funcţia φ este astfel determinată, fiind dată de:

$$\varphi(x, y) = \begin{cases} \Phi_1(x, y) - xy & \text{în } S_1, \\ \Phi_2(x, y) - xy & \text{în } S_2, \\ \Phi_3(x, y) - xy & \text{în } S_3. \end{cases} \tag{17}$$

Greutăţile care apar sînt cele de calcul.

Un caz particular, întîlnit frecvent în practică, este acela cînd secţiunile S_1 şi S_3 sînt egale şi le corespund acelaşi material.

Alegînd axa Oy ca una din axele de simetrie, adică la mijlocul lui S_2, rezultă $a_4 = -a_1$, $a_3 = -a_2$, $L_3 = L_1$, $M_3 = M_1$ şi deci $\alpha_3 = \alpha_1$.

Dacă notăm necunoscutele cu

$$x_1 = A^{(1)}_{2n+1},\ x_2 = B^{(1)}_{2n+1},\ x_3 = A^{(2)}_{2n+1},\ x_4 = B^{(2)}_{2n+1},\ x_5 = A^{(3)}_{2n+1},\ x_6 = B^{(3)}_{2n+1}$$

se constată că şi

$$x_1 = A^{(3)}_{2n+1},\ x_2 = -B^{(3)}_{2n+1},\ x_3 = A^{(2)}_{2n+1},\ x_4 = -B^{(2)}_{2n+1},\ x_5 = A^{(1)}_{2n+1},\ x_6 = -B^{(1)}_{2n+1}$$

este o soluţie a aceluiaşi sistem Cum soluţia este unică, rezultă:

$$A^{(3)}_{2n+1} = A^{(1)}_{2n+1},\ B^{(3)}_{2n+1} = -B^{(1)}_{2n+1},\ B^{(2)}_{2n+1} = 0,\ (n = 0, 1, 2,...).$$

Acest rezultat s-ar fi putut obţine folosind faptul că în puncte simetrice faţă de origine funcţia de torsiune are valori egale.

Funcţiile Φ_1, Φ_2, Φ_3 sînt date acum de

$$(18)\quad \begin{cases} \Phi_1(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} (A^{(1)}_{2n+1} \operatorname{sh} \alpha_1 mx + B^{(1)}_{2n+1} \operatorname{ch} \alpha_1 mx) \sin my, \\ \Phi_2(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} A^{(2)}_{2n+1} \operatorname{sh} \alpha_2 mx \sin my, \\ \Phi_3(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} (A^{(1)}_{2n+1} \operatorname{sh} \alpha_1 mx - B^{(1)}_{2n+1} \operatorname{ch} \alpha_1 mx) \sin my, \end{cases}$$

coeficienţii obţinîndu-se prin rezolvarea sistemului

$$(19)\quad \begin{cases} A^{(1)}_{2n+1} \operatorname{ch} \alpha_1 ma_1 + B^{(1)}_{2n+1} \operatorname{sh} \alpha_1 ma_1 = (4b^2/\alpha_1)\cdot(2/\pi)^3 \cdot [(-1)^n/(2n+1)^3], \\ A^{(1)}_{2n+1} \operatorname{sh} \alpha_1 ma_2 + B^{(1)}_{2n+1} \operatorname{ch} \alpha_1 ma_2 = A^{(2)}_{2n+1} \operatorname{sh} \alpha_2 ma_2, \\ \sqrt{L_1 M_1}\,(A^{(1)}_{2n+1} \operatorname{ch} \alpha_1 ma_2 + B^{(1)}_{2n+1} \operatorname{sh} \alpha_1 ma_2) - \sqrt{L_2 M_2}\, A^{(2)}_{2n+1} \operatorname{ch} \alpha_2 ma_2 = \\ \qquad = 4(M_1 - M_2)\, b^2 (2/\pi)^3 \cdot [(-1)^n/(2n+1)^3]. \end{cases}$$

În cazul cînd S_1 şi S_3 sînt din acelaşi material, din (19) rezultă

$$B^{(1)}_{2n+1} = 0\ , \quad A^{(1)}_{2n+1} = A^{(2)}_{2n+1} = [4b^2/(\alpha_1 \operatorname{ch} \alpha_1 ma_1)]\cdot(2/\pi)^3 \cdot [(-1)^n/(2n+1)^3].$$

Am obţinut astfel soluţia clasică pentru torsiunea unei bare prismatice, suprafaţa laterală fiind liberă de sarcini :

$$\varphi(x,y) = -xy + 4b^2 \sqrt{\frac{M}{L}} \left(\frac{2}{\pi}\right)^3 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3 \operatorname{ch} \sqrt{\frac{L}{M}}\, ma} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{L}{M}}\, mx \sin my,$$

în care $2a$, $2b$ sînt dimensiunile secţiunii transversale a barei, L, M — constantele elastice, iar $m = (2n+1)\pi/(2b)$.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de rezistenţa materialelor,
statică şi beton

BIBLIOGRAFIE

1. Borş C. I., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, Matem., 1956, **VII**, *2*, p. 163.
2. Filonenko-Borodici M. M., *Teoria elasticităţii*, Ed. Tehnică, Buc., 1952 (trad. din l. rusă).

КРУЧЕНИЕ ОРТОТРОПНЫХ СТЕРЖНЕЙ СОСТАВЛЕННЫХ ИЗ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

(Резюме)

В настоящей статье изучается задача кручения стержня прямоугольного сечения, составленного из трех ортотропных и однородных стержней, под действием только момента $\mathfrak{M}$ (по контуру отсутсвуют силы). Задача сводится к определению функции $\varphi(x, y)$, удовлетворяющей уравнению (4) и условиям (7.1), (7.2), (8.1), (8.2), (8.3), (9.1), (9.2), (10.1), (10.2).

В частности изучается случай равных площадей S_1 и S_3 и их материалов.

LA TORSION DES BARRES DE SECTION RECTANGULAIRE, FORMÉES DE PLUSIEURS MATÉRIAUX ORTHOTROPES

(Résumé)

On étudie le problème de la torsion des barres de section rectangulaire, formées de trois matériaux orthotropes homogènes, sous l'action d'un moment $\mathfrak{M}$, en considérant que la surface latérale n'est pas chargée.

On détermine la fonction $\varphi(x, y)$ qui vérifie l'équation (3) et satisfait aux conditions (7.1), (7.2), (8.1), (8.2), (8.3), (9.1), (9.2), (10.1) et (10.2).

On étudie le cas lorsque les surfaces S_1 et S_3 sont egales et formées d'un même matériel.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

ASUPRA UNUI CRITERIU PRIVIND INERŢIA TERMICĂ A PEREŢILOR ÎN MAI MULTE STRATURI

DE

VIRGIL FOCŞA şi ADRIAN RADU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Consideraţii generale

Adoptarea unor noi sisteme constructive în domeniul construcţiilor de locuinţe, bazate în deosebi pe folosirea metodelor industriale, în scopul măririi volumului şi accelerării ritmului de execuţie, pentru reducerea preţului de cost al clădirilor, pune probleme deosebite şi din punct de vedere termic. La sistemele tradiţionale, bazate pe folosirea pereţilor masivi, condiţiile termice se asigurau, în general, pe bază empirică, fără a fi necesare preocupări deosebite din punct de vedere al aspectelor teoretice şi practice.

Reducerea masei pereţilor şi alcătuirea acestora sub formă de elemente în mai multe straturi, din materiale cu proprietăţi diferite, implică cunoaşterea principiilor care condiţionează comportarea termică a pereţilor, astfel încît soluţia adoptată să satisfacă condiţiile unei exploatări optime.

Problemele termice care trebuie luate în considerare la pereţii exteriori se referă la: a) rezistenţa peretelui la transmisia căldurii, b) condiţiile higienice ale pereţilor referitoare la diferenţa între temperatura aerului interior şi faţa interioară a peretelui, c) inerţia termică a peretelui exterior, d) condensul pe suprafaţa interioară sau în grosimea peretelui exterior, e) stabilitatea termică la variaţiile de temperatură, f) comportarea peretelui la acţiunile climatice (însorire, intemperii, îngheţ-dezgheţ, variaţii de umiditate), g) stabilitatea în timp a proprietăţilor materialelor.

În calculele termice uzuale, la construcţiile civile şi industriale, aspectele care se iau în considerare în prezent se referă la rezistenţa termică la transmisia căldurii; la încăperile cu umiditate mare de exploatare se iau în considerare şi problemele referitoare la condens.

Rezistenţa termică a pereţilor se calculează cu relaţia:

$$(1) \qquad R_t = 1/K_t = 1/\alpha_i + \sum_{s=1}^{n} (d_s/\lambda_s) + 1/\alpha_e,$$

în care: R_t — rezistenţa la transmisia căldurii prin peretele exterior, ($m^2.h.°C/kcal$), K_t — coeficientul de transmisie a căldurii (kcal / $m^2.h.°C$)

α_i — coeficientul de cedare a căldurii de la aerul interior la fața interioară a peretelui exterior (kcal / m². h.°C), d_s — grosimea unui strat component al peretelui (m), λ_s — coeficientul de conductivitate termică a unui strat din materialul dat (kcal / m. h.°C), α_e — coeficientul de cedare a căldurii de la fața peretelui exterior la aerul exterior (kcal/m².h.°C).

Luînd în considerare rezistențele la transmisia generală a căldurii prin pereți în mai multe straturi, expresia (1) se poate pune sub forma :

$$R_t = R_i + \sum_{s=1}^{n} R_s + R_e, \tag{2}$$

unde R_i, R_e — rezistențele la trecerea căldurii de la aerul interior la fața interioară a peretelui exterior și respectiv de la fața peretelui exterior la aerul exterior (m².h.°C/kcal), R_s — rezistența la transmisia căldurii printr-un strat de material dat și de grosime d_s (m.²h.°C / kcal).

Dimensionarea pereților exteriori, pe baza rezistenței la transmisia căldurii, se face luînd în considerație relația

$$R_t \geqslant R_{nec}. \tag{3}$$

Valorile R_{nec} se iau în funcție de temperaturile exterioare minime convenționale pentru localitatea unde se execută construcția, astfel:

a) pentru $-20°C \leqslant t_e \leqslant -17°C$, $R_{nec} = 0{,}67...0{,}71$ m².h.°C / kcal ;

b) pentru $-24°C \leqslant t_e \leqslant -21°C$, $R_{nec} = 0{,}73..\ 0{,}78$ m².h.°C / kcal .

Valorile t_i se iau în raport cu prevederile din STAS 1448-49.

Inerția termică a pereților se ia în considerare în mod indirect prin calculul rezistenței termice (R_{tnec}) în funcție și de masivitatea peretelui, prin intermediul coeficientului m, din relația

$$R_{tnec} \geqslant m(t_i - t_e)/[\alpha_i (t_i - \tau_i)], \tag{4}$$

în care: $\Delta t = t_i - t_e$ — diferența de temperaturi între valorile normate ale temperaturilor aerului interior și exterior, $\Delta t = t_i - \tau_i$ — diferența normată de temperaturi pentru pereții exteriori, m — coeficient care caracterizează masivitatea zidăriei în funcție de caracteristica inerției termice (D), după cum urmează: a) la pereți ușori, pentru $0 < D < 4$, $m = 1{,}15$, b) la pereți de masivitate medie, pentru $4{,}1 < D < 7$, $m = 1{,}10$, c) la pereți masivi, pentru $D > 7{,}1$, $m = 1{,}10$.

Caracteristica D a inerției termice a zidăriei se calculează cu relația :

$$D = \sum_{s=1}^{n} R_s S_s, \tag{5}$$

în care : R_s — rezistențele termice ale straturilor componente ale pereților de material (m². h.°C/ kcal), S_s — coeficienții de cantitate de căldură însușită de materialele straturilor ce alcătuiesc pereții în timp de 24 ore (kcal/m². h .°C), calculați cu expresia :

$$S = 0{,}51\sqrt{\gamma_s c_s \lambda_s}. \tag{6}$$

În relația (6) γ_s , c_s , λ_s reprezintă, respectiv, greutatea unitară aparentă, căldura specifică și conductivitatea termică a fiecărui strat component.

2. Aspecte critice relative la calculul inerției termice a pereților exteriori

Aprecierea inerției termice a pereților exteriori pe baza relației (4), cunoscută din literatura de specialitate, nu conduce la rezultate concludente, iar grosimea pereților ce ar fi necesară pentru a satisface condiția (4) rezultă neeconomică pentru unele regiuni din țara noastră.

Astfel: a) pentru $\Delta t = 4{,}5°C$ rezultă $R_{tnec} \geqslant 1{,}30$, ceea ce corespunde la zidul de 78 cm, b) pentru $\Delta t = 6°C$ rezultă $R_{tnec} \geqslant 1{,}07$, ceea ce corespunde la zidul de 62,5 cm, c) pentru $\Delta t = 8°C$ rezultă $R_{tnec} \geqslant 0{,}74$, ceea ce corespunde la zidul de 37,5 cm.

Teoretic nici zidul de 50 cm din zidărie de cărămidă nu satisface condiția exprimată de relația (4). Practica a arătat că zidul de 37,5 cm este suficient pentru a satisface cerințele termice în condițiile de climat din majoritatea regiunilor țării noastre, în cazul sistemului de încălzire discontinuă.

Cercetările ce se efectuează în cadrul Facultății de construcții din Iași au drept scop și verificarea în condiții de exploatare a diferenței reale de temperaturi ce se realizează între aerul din încăperi și fața interioară a pereților exteriori, în cazul grosimii zidului de 37,5 cm.

Tot din practică rezultă că zidul de 25 cm, ca perete exterior, este insuficient din punct de vedere al cerințelor termice.

Introducerea în practică a noilor sisteme constructive, bazate pe folosirea panourilor mari, cu masă mult mai mică față de zidul de cărămidă de 37,5 cm, pune probleme importante din punct de vedere termic. Din punct de vedere teoretic considerăm că relația (4) nu permite o apreciere justă a caracteristicilor de inerție a elementelor de construcție datorită următoarelor considerente: a) practica infirmă valabilitatea relației, b) nu se ia în considerare influența poziției straturilor la pereți în mai multe straturi, c) nu se ține seama de variația reală a temperaturii în grosimea peretelui în timpul și după încetarea funcționării instalației de încălzire a încăperii, d) nu se ia în considerare comportarea în timp a peretelui din punct de vedere al factorilor care influențează inerția termică.

3. Criteriul propus pentru inerția termică a pereților exteriori

Un factor important care condiționează comportarea pereților exteriori din punct de vedere al inerției termice este capacitatea de acumulare a căldurii, definită prin cantitatea de căldură A (kcal.°C/m^2) pe care o poate înmagazina un metru patrat de perete, la o diferență de temperaturi a aerului interior și exterior egală cu $t_i - t_e$. Pentru diferența

de temperaturi de 1°C, corespunzător la $t_i = 1°C$ și $t_e = 0°C$, se poate scrie, pentru pereți în mai multe straturi (fig. 1), expresia:

$$A = \sum_{s=1}^{n} A_s = \sum_{s=1}^{n} c_s \gamma_s t_{m_s} d_s , \tag{7}$$

în care: c_s, γ_s, t_{m_s}, d_s reprezintă, respectiv, capacitatea calorică, greutatea unitară aparentă, temperatura medie și grosimea fiecărui strat component.

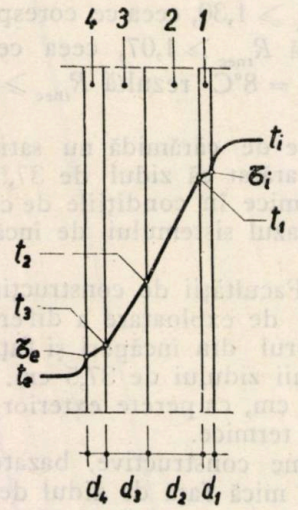


Fig. 1. — Curba temperaturii la pereți în mai multe straturi. Căderea de temperatură în perioada de încălzire, în regim staționar.
1,4—strat tencuială;
2—strat portant;
3—strat termoizolant.

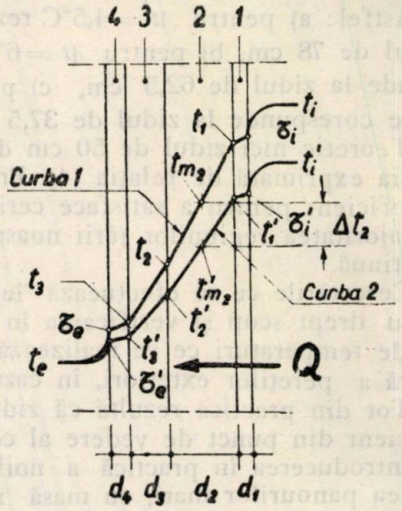


Fig. 2.— Variația temperaturii în timp de 24 ore, la pereți în mai multe straturi, pentru t_e = const.

Capacitatea de a păstra căldura, pentru un element în mai multe straturi, s-ar putea exprima, după părerea noastră, cu ajutorul relației:

$$\begin{aligned} S = S_1 + S_2 + S_3 + \cdots = A_1 (d_1/\lambda_1 + d_2/\lambda_2 + \cdots + d_n/\lambda_n + 1/\alpha_e) + \\ + A_2 (d_2/\lambda_2 + d_3/\lambda_3 + \cdots + d_n/\lambda_n + 1/\alpha_e) + \cdots + A_n (d_n/\lambda_n + 1/\alpha_e). \end{aligned} \tag{8}$$

În relația (8) termenii A_i reprezintă capacitatea calorică a fiecărui strat și termenii din paranteză — rezistențele termice ale peretelui, de la stratul considerat pînă la exterior, în sensul gradientului termic (fig. 2). Dimensiunea lui S este un timp și s-ar defini prin numărul de ore în cursul cărora cantitatea de căldură acumulată în perete la o diferență inițială de temperaturi $t_i - t_e = 1°C$ este cedată în exterior.

Deşi fenomenul de trecere a căldurii prin pereţi este destul de complex, considerăm totuşi că relaţia (8) poate prezenta un criteriu pentru comparaţia relativă a soluţiilor de pereţi din punct de vedere al inerţiei termice.

Faţă de relaţia (7), care este indicată de autorii germani drept criteriu relativ al inerţiei termice, considerăm că relaţia (8) este mai completă fiindcă ia în considerare şi rezistenţa termică a straturilor componente.

O apreciere şi mai judicioasă a inerţiei termice a pereţilor exteriori s-ar putea obţine prin luarea în considerare şi a căderii medii de temperatură în straturile componente în timp de 24 de ore — pe durata ciclului de încălzire — în cazul unei încălziri discontinui:

$$I = \sum_{s=1}^{n} I_s = A_1 \Delta t_{m_1}\left(\sum_{s=1}^{n}\frac{d_s}{\lambda_s}+\frac{1}{\alpha_e}\right) + A_2 \Delta t_{m_2}\left(\sum_{s=2}^{n}\frac{d_s}{\lambda_s}+\frac{1}{\alpha_e}\right)+\cdots+ A_n \Delta t_{m_n}\left(\frac{d_s}{\lambda_s}+\frac{1}{\alpha_e}\right)=$$

(9)

$$= A_1 \Delta t_{m_1}\left(\sum_{s=1}^{n} R_s + \frac{1}{\alpha_e}\right)+ A_2 \Delta t_{m_2}\left(\sum_{s=2}^{n} R_s + \frac{1}{\alpha_e}\right) +\cdots+ A_n \Delta t_{m_n}\left(R_n + \frac{1}{\alpha_e}\right).$$

În relaţia (9) $\sum R_s$ reprezintă rezistenţele trmice ale peretelui de la stratul s la stratul exterior n, iar termenii $\Delta t_{m_s} = t_{m_s} - t'_{m_s}$ reprezintă diferenţa căderii medii de temperatură pe grosimea unui strat al peretelui, calculat pe baza curbelor de temperatură *1* şi *2* (fig. 2) în condiţiile: a) curba *1* reprezentînd variaţia temperaturilor în perete de la t_i, temperatura de exploatare, la t_e, temperatura minimă convenţională de calcul, b) curba *2* reprezentînd variaţia temperaturilor de la t'_i, temperatura minimă a aerului din încăpere în timpul nopţii, la temperatura exterioară t_e, considerată invariabilă.

Criteriul de inerţie I, exprimat în h.°C, indică timpul necesar pentru ca elementul de construcţie să-şi păstreze căderea de temperatură, în timp de 24 ore, în anumite limite admisibile pentru exploatare.

Pentru o apreciere justă a criteriului de inerţie I sînt necesare date din exploatare în ceea ce priveşte variaţia mărimilor t_i şi τ_i în funcţie de încălzire şi soluţia constructivă adoptată la pereţi.

4. Unele aplicaţii ale criteriului de inerţie propus

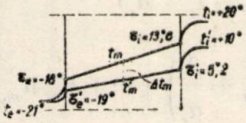
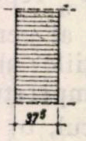
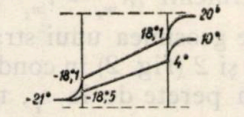
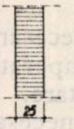
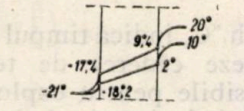
Pentru aplicarea relaţiei (9), propusă de noi drept criteriu privind inerţia pereţilor exteriori, am considerat pereţii de zidărie cu grosimile de 50; 37,5 şi 25 cm.

Pentru $t_i = +20°C$, $t_e = -21°C$, $\gamma = 1\,800$ kg/m^3, $\lambda = 0{,}70$ kcal/m.h.°C, $c = 0{,}21$ kcal/kg, în ipoteza $t'_i \cong 10°$, s-au obţinut valorile I din tabelul 1.

Valoarea $t'_i = +10°C$ s-a precizat avînd în vedere măsurătorile efectuate la o construcție în exploatare, cu încălzire centrală, conform diagramei din fig. 3.

Variația caracteristicii de inerție I și a rezistenței termice R_t, în funcție de greutatea peretelui din zidărie de cărămidă, sînt prezentate în graficul din fig. 4.

Tabelul 1

Nr. crt.	Soluția de perete	Curbele variației de temperatură	Rezist. termică $\frac{m^2h.°C}{kcal}$	Caracteristica de inerție $I=cγdΔ_m(d/λ+1/α_e)$ h.°C	Greut. kg/m²
1			0,90	650	900
2			0,72	350	640
3			0,54	155	450

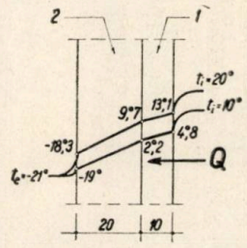
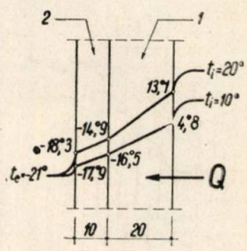
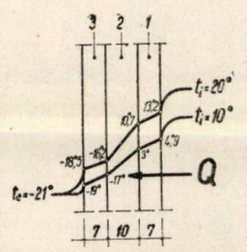
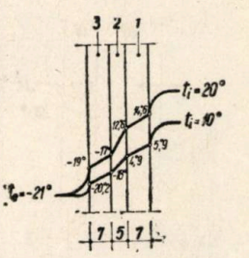
Din datele prezentate în tabelul 1 rezultă că valoarea etalon a inerției termice se poate considera $I = 350$ h.°C, corespunzător zidului de 37,5 cm.

Aspecte importante rezultă din aplicarea criteriului I de inerție propus, la sisteme de pereți din panouri mari, în mai multe straturi.

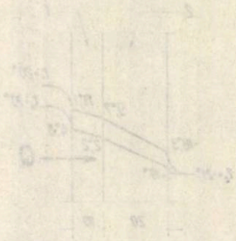
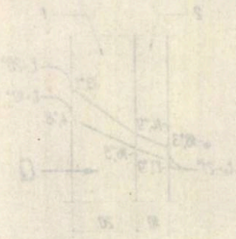
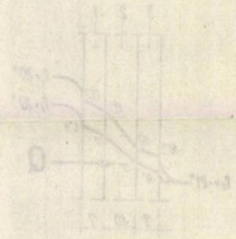
În tabelul 2 sînt indicate valorile inerției termice pentru pereți din panouri mari, în două sau trei straturi, avînd rezistența termică cel puțin egală cu a zidului de 37,5 cm din cărămidă și considerînd pentru materialele folosite următoarele caracteristici:

a) beton armat: $\gamma = 2400$ kg/m³, $c = 0{,}40$ kcal/kg.°C, $\lambda = 1{,}33$ kcal/m.h.°C,

Tabelul 2

Nr. crt.	Soluţia de perete	Rezistenţa termică R_t m².h.°C/kcal	Caracteristica de inerţie I h.°C	Greutatea kg/m²
1	 Panou în două straturi : *1* — beton armat ; *2* — beton de keramzit $\gamma = 1000$ kg/m³.	0,83	$I = c_1 \gamma_1 \Delta t_{m_1} d_1 (d_1/\lambda_1 + d_2/\lambda_2 + 1/\alpha_e) +$ $+ c_2 \gamma_2 \Delta t_{m_2} d_2 (d_2/\lambda_2 + 1/\alpha_e) = 615$	440
2	 Panou în două straturi : *1* — beton de keramzit, $\gamma = 1000$ kg/m³; *2* — beton armat.	0,83	$I = c_1 \gamma_1 \Delta t_{m_1} d_1 (d_1/\lambda_1 + d_2/\lambda_2 + 1/\alpha_e) +$ $+ c_2 \gamma_2 \Delta t_{m_2} d_2 (d_2/\lambda_2 + 1/\alpha_e) = 125$	440
3	 Panou în trei straturi : *1* — beton armat ; *2* — beton cu keramzit, $\gamma = 300$ kg/m³ ; *3* — beton armat.	0,84	$I = c_1 \gamma_1 \Delta t_{m_1} d_1 (d_1/\lambda_1 + d_2/\lambda_2 + d_3/\lambda_3 + 1/\alpha_e) +$ $+ c_2 \gamma_2 \Delta t_{m_2} d_2 (d_2/\lambda_2 + d_3/\lambda_3 + 1/\alpha_e) +$ $+ c_3 \gamma_3 \Delta t_{m_3} d_3 (d_3/\lambda_3 + 1/\alpha_e) = 490$	385
4	 Panou în trei straturi : *1* — beton armat ; *2* — vată minerală, $\gamma = 200$ kg/m³ ; *3* — beton armat.	1,05	$I = c_1 \gamma_1 \Delta t_{m_1} d_1 (d_1/\lambda_1 + d_2/\lambda_2 + d_3/\lambda_3 + 1/\alpha_e) +$ $+ c_2 \gamma_2 \Delta t_{m_2} d_2 (d_2/\lambda_2 + d_3/\lambda_3 + 1/\alpha_e) +$ $+ c_3 \gamma_3 \Delta t_{m_3} d_3 (d_3/\lambda_3 + 1/\alpha_e) = 600$	346

Tabelul 2

Nr. crt.	Soluția de perete	Rezistența termică R, m²h. C/kcal	Caracteristica de inerție I h/°C	Greutatea kg/m²
1	 Panou în două straturi: 1 — beton armat; 2 — beton de keramzit, $\gamma = 1000$ kg/m³;	0,83	$I = c_1 \gamma_1 \lambda_{1m_1} d_1 (d_1/\lambda_1 + d_2/\lambda_2 + 1/\alpha_e) + c_2 \gamma_2 \lambda_{1m_2} d_2 (d_2/\lambda_2 + 1/\alpha_e) = 615$	440
2	 Panou în două straturi: 1 — beton de keramzit, $\gamma = 1000$ kg/m³; 2 — beton armat.	0,83	$I = c_1 \gamma_1 \lambda_{1m_1} d_1 (d_1/\lambda_1 + d_2/\lambda_2 + 1/\alpha_e) + c_2 \gamma_2 \lambda_{1m_2} d_2 (d_2/\lambda_2 + 1/\alpha_e) = 125$	440
3	 Panou în trei straturi: 1 — beton armat; 2 — beton de keramzit, $\gamma = 300$ kg/m³; 3 — beton armat.	0,84	$I = c_1 \gamma_1 \lambda_{1m_1} d_1 (d_1/\lambda_1 + d_2/\lambda_2 + d_3/\lambda_3 + 1/\alpha_e) + c_2 \gamma_2 \lambda_{1m_2} d_2 (d_2/\lambda_2 + d_3/\lambda_3 + 1/\alpha_e) + c_3 \gamma_3 \lambda_{1m_3} d_3 (d_3/\lambda_3 + 1/\alpha_e) = 190$	385
4	Panou în trei straturi: 1 — beton armat; 2 — vată minerală, $\gamma = 200$ kg/m³; 3 — beton armat.	1,05	$I = c_1 \gamma_1 \lambda_{1m_1} d_1 (d_1/\lambda_1 + d_2/\lambda_2 + d_3/\lambda_3 + 1/\alpha_e) + c_2 \gamma_2 \lambda_{1m_2} d_2 (d_2/\lambda_2 + d_3/\lambda_3 + 1/\alpha_e) + c_3 \gamma_3 \lambda_{1m_3} d_3 (d_3/\lambda_3 + 1/\alpha_e) = 600$	346

b) beton de argilă expandată: $\gamma = 1000$ kg/m^3, $c = 0{,}18$ kcal/kg.°C, $\lambda = 0{,}35$ kcal/m.h.°C; $\gamma = 500$ kg/m^3, $c = 0{,}18$ kcal/kg.°C, $\lambda = 0{,}18$ kcal/m.h.°C.

Din datele prezentate în tabelul 2 rezultă că numai soluțiile *1, 3, 4* corespund cerințelor de inerție termică, avînd valorile *I* superioare celor ale zidului de 37,5 cm, deși rezistențele termice la toate soluțiile analizate sînt superioare rezistenței termice corespunzătoare zidului de 37,5 cm.

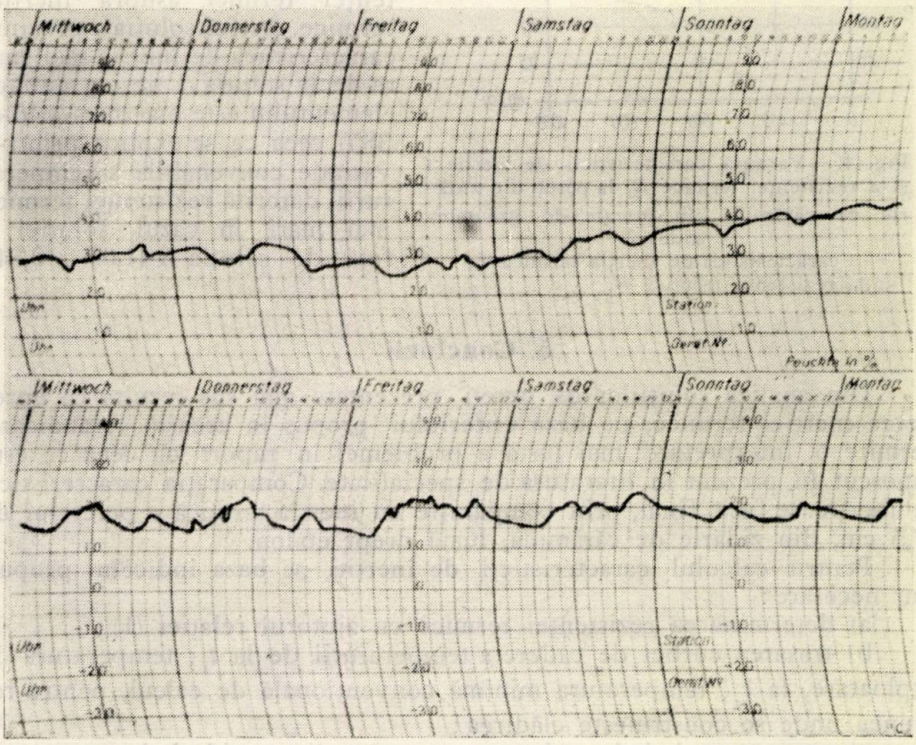


Fig. 3. — Căderea de temperatură la o încăpere cu zid exterior de 37,5 cm și încălzire centrală discontinuă pentru $t_{em} = -10$°C.

Soluțiilor *1* și *2* le corespund aceleași straturi, avînd aceeași rezistență termică și aceeași greutate, iar raportul caracteristicilor de inerție, calculate cu relația propusă, este egal cu 4. Pentru a asigura inerția termică corespunzătoare este indicată soluția cu stratul de beton la interior și stratul de beton de keramzit la exterior. Această dispoziție a straturilor este posibilă numai în cazul cînd izolația termică este de natură minerală, cu rezistență suficientă la acțiunile climatice. Dispoziția straturilor alcătuite din materiale cu greutate unitară descrescătoare, în sensul gradientu-

lui de temperatură, este judicioasă şi din punct de vedere al condensului în grosimea peretelui. În cazul soluţiei *1* stratul de beton armat funcţionează drept volant termic, iar stratul exterior—drept izolant termic, micşorînd pierderile de căldură spre exterior.

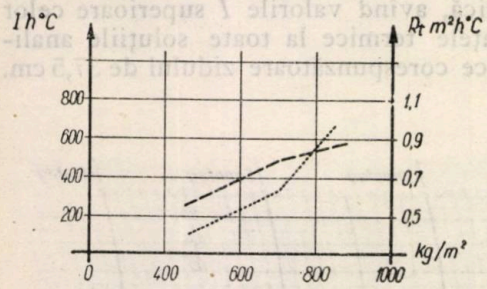


Fig. 4. — Variaţia caracteristicii de inerţie *I* şi a rezistenţei termice R_t la pereţi din zidărie de cărămidă, în funcţie de greutatea zidului.
– – – caracteristica de inerţia termică *I*;
..... rezistenţa termică R_t.

Valorile caracteristicii de inerţie *I*, pentru soluţiile *3* şi *4*, scot în evidenţă influenţa rezistenţei termice asupra inerţiei termice. Astfel soluţia *4* prezintă caracteristica de inerţie mai mare decît soluţia *3*, deşi greutatea elementului este mai mică (346 < 385), ceea ce se explică printr-o variaţie convenabilă a temperaturii, datorită rezistenţei termice mai mari în cazul soluţiei *4* faţă de soluţia *3* (1,05 > 0,84).

5. Concluzii

Din analiza soluţiilor de pereţi prezentate mai sus rezultă că aprecierea inerţiei termice, pe baza criteriului propus în această comunicare, permite o interpretare mai justă a problemei în raport cu ceea ce este cunoscut în prezent în literatura de specialitate. Comparaţia caracteristicii de inerţie se face, final, prin comparaţie cu inerţia termică a peretelui de 37,5 cm, din zidărie de cărămidă, luată drept etalon.

Pentru calculul caracteristicii de inerţie, pe baza indicelui propus, sînt necesare:

a) determinarea rezistenţei termice cu ajutorul relaţiei (1);

b) trasarea curbei de cădere a temperaturii de la t_i, temperatura de exploatare, la t_e, temperatura minimă convenţională de calcul, pentru regiunea unde se construieşte clădirea;

c) trasarea curbei de cădere a temperaturii, considerînd temperatura aerului interior, t_i, ce se obţine în timpul nopţii pe durata unui ciclu de încălzire şi t_e — temperatura minimă convenţională;

d) calculul temperaturilor medii, t_{m_s}, pentru straturile componente ale peretelui corespunzător temperaturii aerului interior, egală cu t_i;

e) calculul temperaturilor medii, t'_{m_s}, pentru straturile componente ale peretelui, corespunzător temperaturii minime din timpul nopţii, t_i, şi pe baza acesteia, calculul diferenţelor de temperaturi $\Delta t_{m_s} = t_{m_s} - t'_{m_s}$;

f) calculul caracteristicii de inerţie *I* cu ajutorul relaţiei (9).

Calculul inerţiei termice a pereţilor, pe baza caracteristicii de inerţie, cu ajutorul relaţiei (10) propusă de noi, permite o apreciere mai cuprinzătoare a fenomenului studiat şi conduce la o dimensionare mai judi-

cioasă a sistemelor de pereţi în mai multe straturi, alcătuite din materiale noi, cu proprietăţi diferite faţă de materialele tradiţionale, în ceea ce priveşte comportarea lor termică şi la umiditate.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de construcţii

О КРИТЕРИИ ОТНОСИТЕЛЬНО ТЕРМИЧЕСКОЙ ИНЕРЦИИ МНОГОСЛОЙНЫХ СТЕН

(Резюме)

При использовании многослойных стен из сборных элементов появляются специфические вопросы по термическим особенностям. В работе предлагается критерий определения размеров стен, с точки зрения термической инерции, калорийности строительных частей, изменении температуры стен и воздуха помещения в эксплуатационных условиях и в зависимости от строительных решений.

Объяснении рисунков

Рис. 1. — Кривая температуры многослойных стен. Падение температуры при нагревании в стационаром режиме. *1,4* — слой штукатурки, *2* — несущий слой, *3* — термоизоляционный слой.

Рис. 2. — Суточное изменение температуры для многослойных стен (t_e = const.).

Рис. 3. — Падение температуры комнаты с наружными стенами в 37,5 см, с прерывистым центральным отоплением, для $t_e = -10°$ Ц.

Рис. 4. — Изменение инерционной характеристики I и термической сопротивляемости R_t кирпичных стен в зависимости от их веса. --- Инерционная характеристика I; ..... Термическая сопротивляемость R_t.

EIN BEITRAG ZUR BERECHNUNG DER THERMISCHEN TRÄGHEIT DER WÄNDE AUS MEHREREN SCHICHTEN

(Zusammenfassung)

Die Anwendung der Wände aus Fertigteilen die aus mehreren Schichten bestehen, hebt besondere Probleme betreffs ihrer thermischen Isolierung hervor.

In der Arbeit wird ein Kriterium über die Bemessung der Wände von dem Standpunkt der thermischen Trägheit ausgesehen, vorgeschlagen. Die Bemessung beruht auf der Wärmekapazität der Bauelemente, auf der Variation der Temperatur der Wände und der Luft im Inneren der Räume in der Zeit der Benutzung des Gebäudes und abhängend von der Lösung der Baufrage.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. — Die Temperaturkurve der Wände aus mehreren Schichten. Die Senkung der Temperatur in der Zeit der Beheizung des Gebäudes bei stetiger Wärmeströmung. *1, 4* — Verputzschichte, *2* — Tragende Schichte, *3* — Thermoisolierende Schichte.

Abb. 2. — Die Temperaturveränderung in 24 Stunden bei Wänden aus mehreren Schichten für $t_e = \text{const.}$

Abb. 3. — Die Temperatursenkung in einem Raum mit der Aussenwand von 37,5 cm bei ungleichförmiger Zentralheizung für $t_e = -10°C$.

Abb. 4. — Die Schwankung der charakterisischen Trägheit I und der thermischen Wiederstandskraft R_t bei Wänden aus Ziegelmauerwerk abhängend von dem Gewicht der Wände. - - - Charakteristische Trägheit I; ..... Thermische Wiederstandskraft R_t.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

691 2

BETOANE DE MĂRCI SUPERIOARE CU AGREGATE LOCALE PENTRU ELEMENTE PRECOMPRIMATE

DE

ANATOLIE MIHUL, ARIADNA BOGHIAN şi C. LEONTE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Introducerea pe scară largă a betonului precomprimat în diferite regiuni ale ţării, în condiţii economice avantajoase, pune constructorilor probleme noi şi în ceea ce priveşte găsirea unor agregate locale proprii confecţionării betoanelor de mărci superioare.

Unul din factorii care a ridicat simţitor preţul de cost al betoanelor precomprimate executate pînă în prezent în Moldova este faptul că agregatele au fost transportate

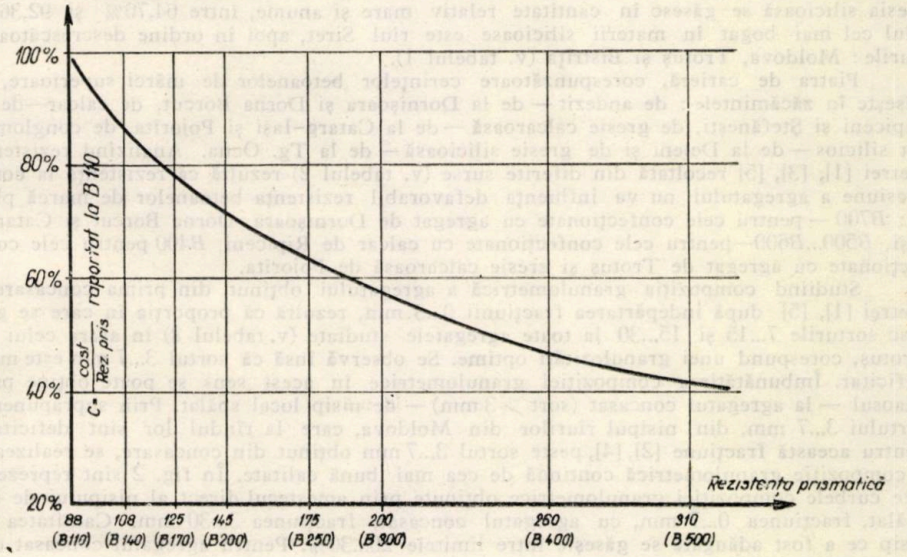


Fig. 1. — Indici de cost pentru betoane confecţionate cu agregate de Repedea-Iaşi.

de la distanţe mari. De exemplu, la primele construcţii de beton armat precomprimat executate în Moldova — podul de cale ferată îngustă şi cele două estacade de la fabrica de prefabricate de la Roman — s-a folosit piatra de granit şi andezit transportate de la

Măcin din Dobrogea şi din regiunea Cluj şi nisip de la cariera Căţelu-Bucureşti, ceea ce a determinat o creştere a preţului betonului pe m^3 cu cca 80 lei faţă de situaţia în care el ar fi fost confecţionat cu agregat local, concasat din bolovăniş şi nisip din rîul Moldova.

Posibilităţile folosirii raţionale a capacităţii de rezistenţă a agregatelor locale, în vederea realizării maxime de economii, necesită cunoaşterea caracteristicilor fizico-mecanice ale acestora. Analizînd, de exemplu, variaţia costului specific al betoanelor de diferite mărci, confecţionate cu agregat de Repedea-Catarg, la Iaşi, din fig. 1 rezultă avantajele economice ce se obţin la betoanele de mărci superioare faţă de betoanele obişnuite datorită folosirii raţionale a rezistenţei agregatului.

În general se poate afirma că agregatele de rezistenţe mari sînt cel mai bine utilizate în betoane de mărci superioare atunci cînd poate fi folosită întreaga lor capacitate de rezistenţă.

2. Studiul agregatelor locale pentru confecţionarea betoanelor de mărci superioare

În Moldova există surse importante de bolovăniş de rîu şi piatră de carieră din care se pot obţine agregate minerale ce pot fi economic folosite la prepararea betoanelor de mărci superioare.

Bolovănişul de rîu are rezistenţa la compresiune cuprinsă între 400 şi 1200 kg/cm^2, funcţie de natura petrografică a rocilor din care a provenit. În rîurile din Moldova predomină materialele silicioase diverse — cremene (silex primar), menelite, cuarţite sericitoase —, gresii silicioase, gresii calcaroase, calcare şi marne. Agregatele cu rezistenţa mai mare de 600 kg/cm^2 provin din material silicios divers, gresie silicioasă şi unele gresii calcaroase. Conţinutul de materiale silicioase şi gresii dure creşte în spre avalul rîurilor fiind totodată influenţat şi de aportul de agregat al afluenţilor. Rocile slabe sînt fărămiţate în cea mai mare parte în zona muntoasă a cursului rîurilor. Din cercetările întreprinse în această direcţie [2], [4] a rezultat că materialul silicios divers şi gresia silicioasă se găsesc în cantitate relativ mare şi anume, între 64,70% şi 92,36%. Rîul cel mai bogat în materii silicioase este rîul Siret, apoi în ordine descrescătoare, rîurile : Moldova, Trotuş şi Bistriţa (v. tabelul 1).

Piatra de carieră, corespunzătoare cerinţelor betoanelor de mărci superioare, se găseşte în zăcămintele : de andezit — de la Dornişoara şi Dorna Borcut, de calcar—de la Ripiceni şi Ştefăneşti, de gresie calcaroasă — de la Catarg-Iaşi şi Pojorîta, de conglomerat silicios — de la Deleni şi de gresie silicioasă — de la Tg. Ocna. Analizînd rezistenţa pietrei [1], [3], [5] recoltată din diferite surse (v. tabelul 2) rezultă că rezistenţa la compresiune a agregatului nu va influenţa defavorabil rezistenţa betoanelor de marcă pînă la : *B*700 — pentru cele confecţionate cu agregat de Dornişoara, Dorna Borcut şi Catarg-Iaşi, *B*500...*B*600—pentru cele confecţionate cu calcar de Ripiceni, *B*400 pentru cele confecţionate cu agregat de Trotuş şi gresie calcaroasă de Pojorîta.

Studiind compoziţia granulometrică a agregatului obţinut din prima concasare a pietrei [1], [5] după îndepărtarea fracţiunii 0...3 mm, rezultă că proporţia în care se găsesc sorturile 7...15 şi 15...30 la toate agregatele studiate (v. tabelul 2) în afara celui de Trotuş, corespund unei granulozităţi optime. Se observă însă că sortul 3...7 mm este mult deficitar. Îmbunătăţirea compoziţiei granulometrice în acest sens se poate obţine prin adaosul — la agregatul concasat (sort $>$ 3 mm) — de nisip local spălat. Prin suprapunerea sortului 3...7 mm, din nisipul rîurilor din Moldova, care la rîndul lor sînt deficitare pentru această fracţiune [2], [4], peste sortul 3...7 mm obţinut din concasare, se realizează o compoziţie granulometrică continuă de cea mai bună calitate. În fig. 2 sînt reprezentate curbele compoziţiei granulometrice obţinute prin amestecul direct al nisipului de rîu spălat, fracţiunea 0...7 mm, cu agregatul concasat, fracţiunea 3...30 mm. Cantitatea de nisip ce a fost adăugată se găseşte între limitele 20...30%. Pentru agregatul concasat din bolovănişul de Trotuş este necesară separarea fracţiunii 15...30 mm în proporţie de 20%, care este apoi refolosită prin reconcasare.

Forma granulelor agregatelor concasate (fig. 2) în general este scurt prismatică la toate categoriile de agregate, în special pentru fracţiunile mai mari, încadrîndu-se în limitele prevederilor normativelor. După cum rezultă din fig. 3 şi 4, afară de agregatul de Dornişoara şi Dorna Borcut, care prezintă o formă plată şi aciculară a granulelor

Bulet. Inst. Polit. Iaşi, VI, (X), 1—2, 26

Tabelul 1

Rîul	Siret			Bistriţa			Trotuş		Moldova		
Balastiere	Huţani	Dolhasca	Lespezi	Răpciuni	P. Neamţ	Roznov	Căiuţi	Adjud	C. Lung	Humor	Cap. Codru
Material silicios divers %	10,59	8,34	7,51	21,78	13,26	20,14	11,9	32,57	11,18	17,24	15,15
Gresie silicioasă %	81,77	80,58	87,17	54,35	67,91	44,42	65,75	62,48	72,92	65,25	71,02
Material silicios divers şi gresie silicioasă %	92,36	88,92	84,68	76,13	81,17	64,76	77,65	95,05	84,10	82,49	86,17
Gresie calcaroasă %	6,02	9,00	3,15	22,54	17,88	34,60	18,41	3,50	14,23	15,32	12,39
Calcare %	1,62	2,08	2,17	1,33	0,95	0,84	3,94	1,45	1,67	2,19	1,44

Tabelul 2

Zăcămînt	Calcar Ripiceni	Andezit Dornişoara	Andezit D. Borcut	Gresie Catarg	Gresie calc. Pojorîta	Bolovăniş Trotuş
R_c kg/cm²	700...1400	1200...1600	1200...1800	900...1400	600...1000	400...1000

ceea ce nu asigură întotdeauna condiţiile cele mai indicate pentru obţinerea betoanelor de mărci superioare, celelalte agregate îndeplinesc condiţiile minime necesare. În general s-a constatat o îmbunătăţire simţitoare a formei granulelor prin reconcasarea agregatelor (v. fig. 3 şi 4—agregatele de Dornişoara, Dorna Borcut şi Trotuş) la toate categoriile de piatră. Forma granulelor se îmbunătăţeşte o dată cu creşterea dimensiunilor granulelor. Fenomenul este mai accentuat la andezit, mai puţin accentuat la calcar şi mult mai puţin la gresiile calcaroase. Cea mai bună formă a granulelor s-a obţinut prin concasarea gresiei de Catarg.

Examinînd aspectul feţelor granulelor agregatelor obţinute prin concasarea pietrei din sursele mai sus menţionate se pot face următoarele observaţii :

a) la agregatul de Catarg feţele granulelor sînt rugoase, ceea ce permite o bună adeziune între granule şi piatra de ciment ;

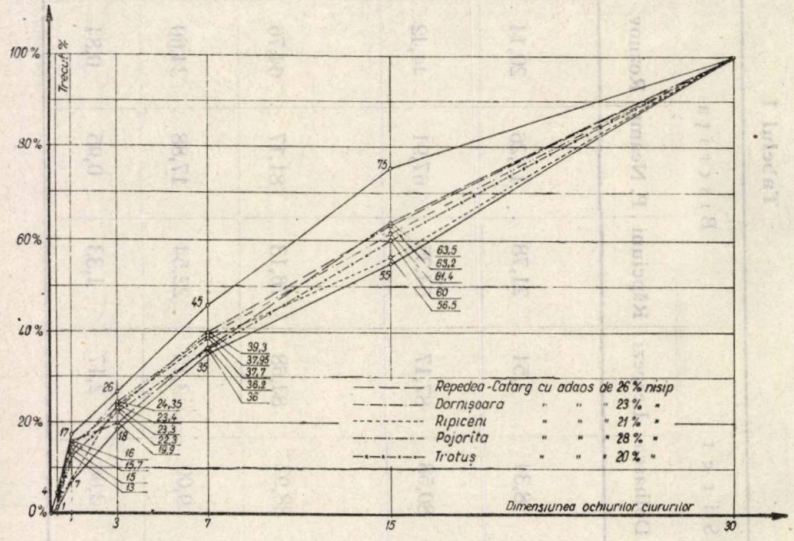


Fig. 2. — Compoziţia granulometrică.

b) agregatul obţinut din piatra de Pojorîta are aspectul feţelor granulelor mai puţin aspru decît la agregatul de Catarg ;

c) agregatul de Trotuş prezintă asperităţi pe unele feţe şi rotunjimi pe altele, dat fiind provenienţa din bolovăniş a acestuia ; feţele rotunjite au o adezivitate mai slabă faţă de piatra de ciment ;

d) agregatul de Ripiceni prezintă un aspect lucios al feţelor, cu pori mari ce nu reţin apa ;

e) spre deosebire de agregatele de mai sus cele de Dornişoara şi Dorna Borcut au un aspect lucios al feţelor, ceea ce determină o slabă adeziune cu piatra de ciment, fapt observat şi la ruperea probelor de beton.

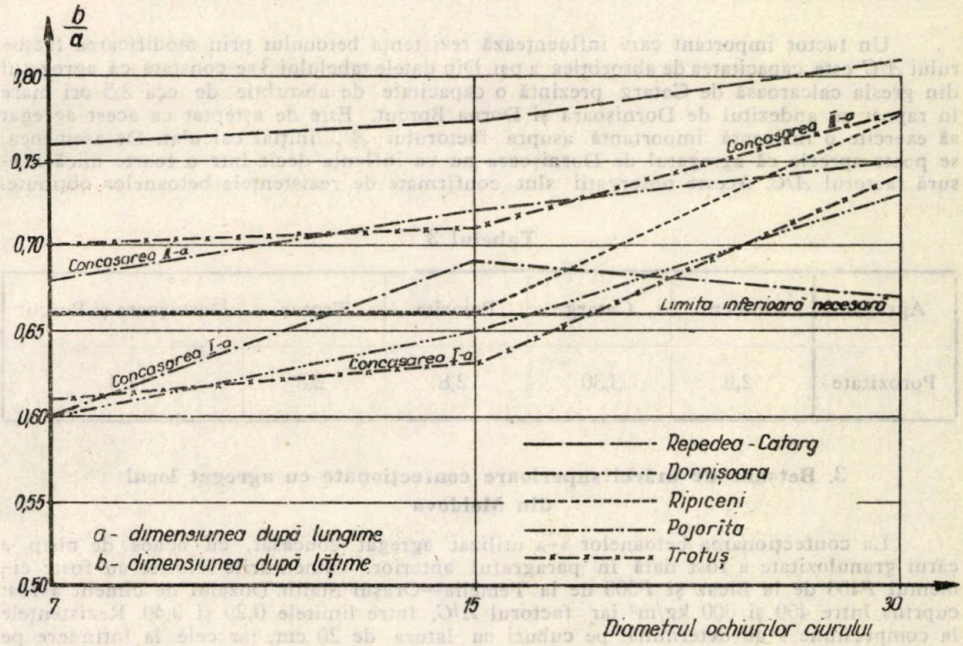


Fig. 3. — Variația raportului *b/a* la agregatul concasat.

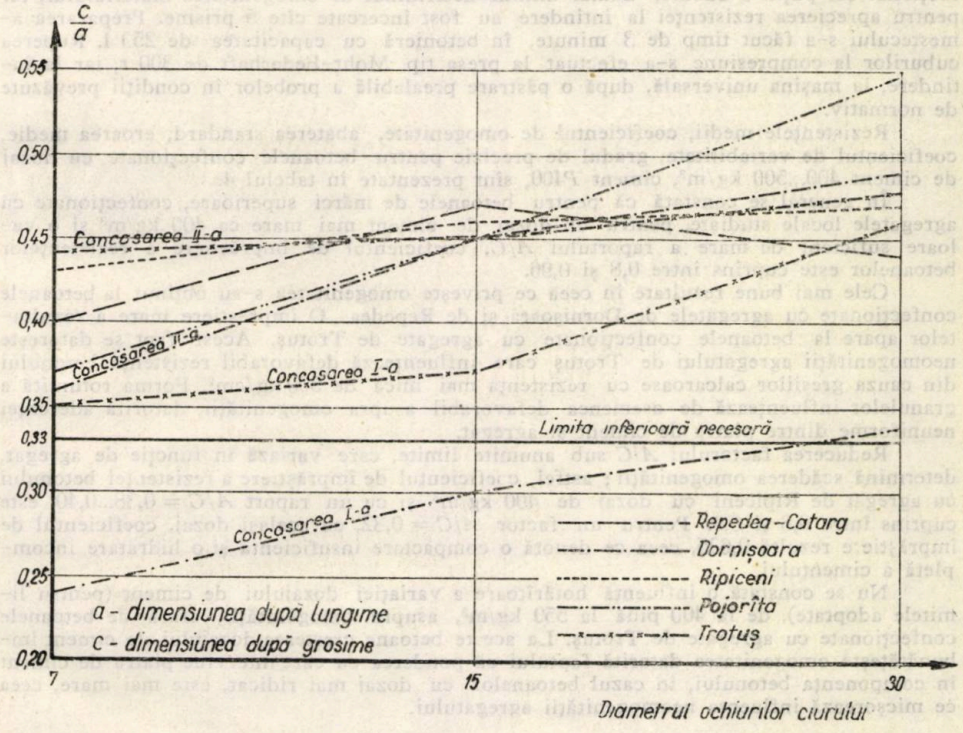


Fig. 4. — Variația raportului *c/a* la agregatul concasat.

Un factor important care influenţează rezistenţa betonului prin modificarea factorului A/C este capacitatea de absorbţiea a pei. Din datele tabelului 3 se constată că agregatul din gresia calcaroasă de Catarg prezintă o capacitate de absorbţie de cca 2,5 ori mare în raport cu andezitul de Dornişoara şi Dorna Borcut. Este de aşteptat ca acest agregat să exercite o influenţă importantă asupra factorului A/C iniţial calculat. De asemenea, se poate aprecia că agregatul de Dornişoara nu va inflenţa decît într-o foarte mică măsură factorul A/C. Aceste observaţii sînt confirmate de rezistenţele betoanelor obţinute.

Tabelul 3

Agregat	Ripiceni	Catarg	Pojorîta	Trotuş	Dornişoara şi Borcut
Porozitate	2,9	3,30	2,8	2,8	1,4

3. Betoane de mărci superioare confecţionate cu agregat local din Moldova

La confecţionarea betoanelor s-a utilizat agregat concasat, cu adaos de nisip, a cărui granulozitate a fost dată în paragraful anterior. Cimenturile folosite au fost: cimentul *P*400 de la Bicaz şi *P*500 de la Temelia—Oraşul Stalin. Dozajul de ciment a fost cuprins între 400 şi 600 kg/m^3 iar factorul A/C, între limitele 0,29 şi 0,40. Rezistenţele la compresiune s-au determinat pe cuburi cu latura de 20 cm, iar cele la întindere pe prisme cu evazări la capete, cu dimensiunile 10/10/50 cm. Pentru fiecare serie s-au confecţionat cel puţin 9 cuburi, număr minim determinat de omogenitatea materialului, iar pentru aprecierea rezistenţei la întindere au fost încercate cîte 5 prisme. Prepararea amestecului s-a făcut timp de 3 minute, în betonieră cu capacitatea de 250 l. Ruperea cuburilor la compresiune s-a efectuat la presa tip Mohr-Federhaft de 300 t, iar la întindere, la maşina universală, după o păstrare prealabilă a probelor în condiţii prevăzute de normativ.

Rezistenţele medii, coeficientul de omogenitate, abaterea standard, eroarea medie, coeficientul de variabilitate, gradul de precizie pentru betoanele confecţionate cu dozaj de ciment 400...500 kg/m^3, ciment *P*400, sînt prezentate în tabelul 4.

În general se constată că pentru betoanele de mărci superioare, confecţionate cu agregatele locale studiate, pentru un dozaj de ciment mai mare ca 400 kg/m^3 şi o valoare suficient de mare a raportului A/C, coeficientul de împrăştiere a rezistenţelor betoanelor este cuprins între 0,8 şi 0,96.

Cele mai bune rezultate în ceea ce priveşte omogenitatea s-au obţinut la betoanele confecţionate cu agregatele de Dornişoara şi de Repedea. O împrăştiere mare a rezultatelor apare la betoanele confecţionate cu agregate de Trotuş. Acest fapt se datoreşte neomogenităţii agregatului de Trotuş care influenţează defavorabil rezistenţa betonului din cauza gresiilor calcaroase cu rezistenţa mai mică de 500 kg/cm^2. Forma rotunjită a granulelor influenţează de asemenea defavorabil asupra omogenităţii, datorită aderenţei neuniforme dintre piatra de ciment şi agregat.

Reducerea factorului A/C sub anumite limite, care variază în funcţie de agregat, determină scăderea omogenităţii; astfel, coeficientul de împrăştiere a rezistenţei betonului cu agregat de Ripiceni cu dozaj de 400 kg/m^3 şi cu un raport $A/C = 0,38...0,40$, este cuprins între 0,8 şi 0,9. Pentru un factor $A/C = 0,32$, cu acelaşi dozaj, coeficientul de împrăştiere rezultă 0,625, ceea ce denotă o compactare insuficientă şi o hidratare incompletă a cimentului.

Nu se constată o influenţă hotărîtoare a variaţiei dozajului de ciment (pentru limitele adoptate), de la 400 pînă la 550 kg/m^3, asupra omogenităţii, afară de betoanele confecţionate cu agregate de Trotuş. La aceste betoane creşterea dozajului de ciment îmbunătăţeşte omogenitatea datorită faptului că ponderea cu care intervine piatra de ciment în componenţa betonului, în cazul betoanelor cu dozaj mai ridicat, este mai mare, ceea ce micşorează influenţa neomogenităţii agregatului.

Tabelul 4

		Repedea					Dornișoara					Pojorîta					Ripiceni							Trotuș						
A/C	Dozaj	Rez. med. R_c	Împrăș-tierea k	Eroarea medie $\pm m$	Variabil. C_v %	Precizia p %	Rez. med. R_c	Împrăș-tierea k	Eroarea medie $\pm m$	Variabil. C_v%	Precizia p %	Rez. med. R_c	Împrăș-tierea k	Eroarea medie $\pm m$	Variabil. C_v%	Precizia p %	Rez. med. R_c	Împrăș-tierea k	Eroarea medie $\pm m$	Variabil. C_v %	Precizia p %	Rez. med. R_t	R_t / R_c	Rez. med. R_c	Împrăș-tierea k	Eroarea medie $\pm m$	Variabil. C_v %	Precizia p %	Rez. med. R_t	R_t / R_c
0,4	400	520	0,905	5,47	3,20	1,05	493	0,901	5,30	3,22	1,10	447	0,87	5,42	3,65	1 23	466	0,887	5,64	3,70	1,21	29,0	1/16	513	0,865	7,70	4,50	1,50	24,0	1/21
0,38	400	654	0,907	7,05	3,30	1,07	566	0,890	6,95	3,70	1,23	462	0,88	6,25	4,05	1,35	516	0,890	5,80	3,46	1,13	31,0	1/16,1	532	0,720	16,67	9,60	3,14	24,0	1/22
0,36	400	568	0,895	6,80	3,63	1,20	636	0,902	7,10	3,35	1,13	516	0,86	6,87	4,00	1,35	559	0,910	5,37	2,88	0,96	29,6	1/19	545	0,772	13,50	7,45	2,84	24,0	1/22
0,32	400	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	456	0,625	12,00	12,60	2,64	25,6	1/17,2	—	—	—	—	—	—	—
0,38	450	593	0,880	7,85	3,97	1,33	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,37	450	615	0,835	11,33	5,50	1,85	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,36	450	—	—	—	—	—	598	0,855	10,44	5,35	1,78	495	0,845	8,44	5,12	1,70	—	—	—	—	—	—	—	530	0,83	10,00	5,66	1,89	25,0	1/21
0,35	450	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	509	0,89	6,13	3,62	1,20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,34	450	587	0,817	11,90	6,10	2,025	617	0,879	8,30	4,04	1,345	—	—	—	—	—	602	0,905	6,36	3,16	1,058	32,0	1/18,8	500	0,805	10,90	6,56	2,18	22,75	1/22
0,33	450	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	524	0,87	7,60	4,35	1,45	—	—	—	—	—	—	—	553	0,900	6,00	3,27	1,09	23,5	1/23,5
0,32	450	—	—	—	—	—	583	0,750	16,50	8,47	2,83	—	—	—	—	—	588	0,805	12,70	6,50	2,16	31,0	1/19	—	—	—	—	—	—	—
0,31	450	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	568	0,665	21,11	11,2	3,72	32,0	1/17,5	—	—	—	—	—	—	—
0,38	500	660	0,964	3,22	1,57	0,497	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,36	500	606	0,900	10,48	5,18	1,725	569	0,820	11,00	6,00	1,93	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	526	0,870	7,6	4,33	1,445	25,8	1/20,4
0,34	500	703	0,963	4,00	1,71	0,57	—	—	—	—	—	635	0,89	7,77	3,66	1,22	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,33	500	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	580	0,82	12,00	6,04	2,01	22,0	1/26,2	555	0,835	10,20	5,55	1,85	26,0	1/21,3
0,32	500	—	—	—	—	—	697	0,892	8,37	3,60	1,21	638	0,775	15,90	7,50	2,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,31	500	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	531	0,66	20,00	11,30	3,77	563	0,92	5,20	2,76	0,92	25,0	1/22,5	584	0,830	11,34	5,82	1,97	30,5	1/18,5
0,30	500	—	—	—	—	—	598	0,790	13,97	6,99	2,34	568	0,856	9,10	4,80	1,60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Rezistenţele cele mai mari s-au obţinut la betoanele confecţionate cu agregat de Repedea, datorită aspectului poros al feţelor şi formei optime a granulelor, cît şi faptului că rezistenţa agregatului nu a influenţat în mod defavorabil rezistenţa betonului : cu toate că rezistenţa agregatului este cuprinsă între limitele 900...1400 kg/m^2 ruperea betonului s-a produs în cea mai mare parte prin agregat.

Rezistenţa mai scăzută a betonului confecţionat cu agregat de Dornişoara faţă de acela preparat cu agregat de Repedea se explică prin faptul că adezivitatea agregatului de Dornişoara este mai redusă cu toate că rezistenţa agregatului este mai mare. Examinînd aspectul feţelor probelor după rupere se constată că la cuburile confecţionate cu agregat de Dornişoara, spre deosebire de cele confecţionate cu gresie de Cataarg, unele granule se dezlipesc de piatra de ciment, ceea ce provoacă o scădere a rezistenţei betoanelor cu andezit faţă de cele preparate cu gresia calcaroasă de Repedea.

La betoanele confecţionate cu agregate de Trotuş şi de Pojorîta s-au obţinut rezistenţe mai mici datorită influenţei nefavorabile a rezistenţei agregatului, care începe să fie resimţită la rezistenţa unor betoane cu mărci mai mari de 400 kg/cm^2.

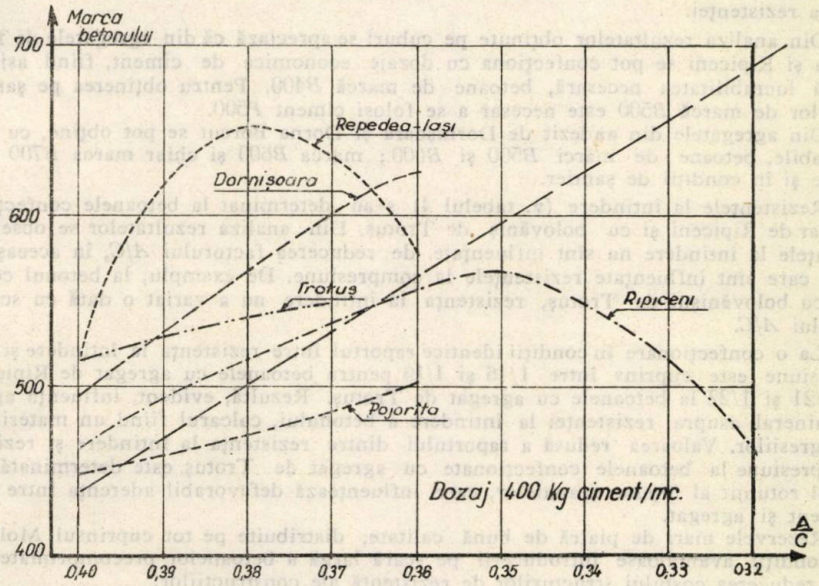


Fig 5. — Variaţia rezistenţei betonului în funcţie de factorul A/C pentru dozajul 400 kg ciment/m^3.

Toate rezistenţele obţinute pe cale experimentală au rezultat mai mari faţă de valorile calculate după formula lui Skramtaev, $R_{28} = \alpha R_c(C/A - 0{,}5)$, pentru un coeficient $\alpha = 0{,}55$, afară de cele care s-au obţinut pentru betoanele confecţionate cu agregat de Pojorîta. Rezultatele date de funcţia de variaţie a rezistenţelor a lui Skramtaev concordă cu cele obţinute pe cale experimentală pentru betoanele cu agregat de Dornişoara, la un coeficient $\alpha = 0{,}58$. Se observă o creştere mai mare a rezistenţelor, în funcţie de variaţia factorului A/C, la betoanele confecţionate cu agregat de Repedea, în comparaţie cu aceea rezultată din relaţia lui Skramtaev, pe cînd la betoanele cu agregat de Trotuş şi Pojorîta creşterea relativă a rezistenţelor este mai mică (fig. 5).

O deosebită influenţă asupra variaţiei rezistenţelor o exercită capacitatea de absorbţie a apei care determină limita factorului minim A/C la agregatele studiate. Astfel, factorul minim A/C, în condiţiile de lucru adoptate, este de 0,38 pentru betoane cu agregat de Repedea şi 0,35 pentru cele cu agregat de Ripiceni, la dozajul de 400 kg/m^3. Absorbţia apei de către agregat micşorează factorul A/C acţionînd ca un vacuum, ceea

ce determină o creştere a rezistenţei betonului. Fenomenul se observă cel mai bine la betoanele confecţionate cu agregat de Repedea.

Sporirea dozajului de ciment, la acelaşi factor A/C, nu produce o creştere a rezistenţei betonului decît pentru factori A/C care se situează sub limita minimă corespunzătoare dozajului iniţial (factor minim A/C s-a numit acea valoare a factorului A/C sub care rezistenţele încep să descrească). Acest fapt se explică prin aceea că apa liberă rămasă în beton după saturarea agregatului şi hidratarea cimentului este în cantitate mai mare pentru dozaje mai mari, în cazul cînd factorul A/C se păstrează acelaşi. De exemplu, la betonul cu agregat de Repedea, pentru dozajul de 400 kg/m^3 şi factorul $A/C = 0{,}38$, rezultă o rezistenţă de 654 kg/cm^2, iar la dozajul de 450 kg/m^3, pentru acelaşi factor A/C rezultă o rezistenţă mai mică, de 602 kg/cm^2. Cantitatea totală de apă de amestecare în primul caz este de 152 l iar în cazul al doilea de 171 l. Dacă se scade cantitatea de apă absorbită de agregat, care este de cca 60 l, pierderile din timpul confecţionării betonului de cca 10 l, apa necesară hidratării cimentului, pentru primul caz 64 l, iar pentru al doilea 72 l, rezultă cantitatea de apă liberă rămasă în beton : în primul caz 18 l, iar în al doilea caz 29 l. Excesul de apă rezultat în cazul al doilea determină scăderea rezistenţei.

Din analiza rezultatelor obţinute pe cuburi se apreciază că din agregatele de Trotuş, Pojorîta şi Ripiceni se pot confecţiona cu dozaje economice de ciment, fiind asigurată totodată lucrabilitatea necesară, betoane de marcă *B*400. Pentru obţinerea pe şantier a betoanelor de marcă *B*500 este necesar a se folosi ciment *P*500.

Din agregatele din andezit de Dornişoara şi Dorna Borcut se pot obţine, cu dozaje convenabile, betoane de mărci *B*500 şi *B*600; marca *B*600 şi chiar marca *B*700 pot fi obţinute şi în condiţii de şantier.

Rezistenţele la întindere (v. tabelul 4) s-au determinat la betoanele confecţionate cu calcar de Ripiceni şi cu bolovăniş de Trotuş. Din analiza rezultatelor se observă că rezistenţele la întindere nu sînt influenţate de reducerea factorului A/C, în aceeaşi măsură în care sînt influenţate rezistenţele la compresiune. De exemplu, la betonul confecţionat cu bolovănişul de Trotuş, rezistenţa la întindere nu a variat o dată cu scăderea factorului A/C.

La o confecţionare în condiţii identice raportul între rezistenţa la întindere şi cea la compresiune este cuprins între 1/16 şi 1/19 pentru betoanele cu agregat de Ripiceni şi între 1/21 şi 1/22 la betoanele cu agregat de Trotuş. Rezultă, evident, influenţa agregatului mineral asupra rezistenţei la întindere a betonului, calcarul fiind un material superior gresiilor. Valoarea redusă a raportului dintre rezistenţa la întindere şi rezistenţa la compresiune la betoanele confecţionate cu agregat de Trotuş este determinată şi de aspectul rotunjit al feţelor granulelor, care influenţează defavorabil aderenţa între piatra de ciment şi agregat.

Rezervele mari de piatră de bună calitate, distribuite pe tot cuprinsul Moldovei, oferă condiţii avantajoase introducerii pe scară largă a betoanelor precomprimate, permiţînd reducerea costului structurilor de rezistenţă ale construcţiilor.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de construcţii

BIBLIOGRAFIE

1. Chelărescu Al., şi colab., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1959, V (**IX**), *1-2*, p. 393.
2. Chelărescu Al., Mihul A. Păunel E., Lebădă Th., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, Fizică şi şt. tehnice, 1958, **9**, *1*, p. 93.
3. Chelărescu Al., şi colab., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **II** (**VI**), *3-4*, p. 351.
4. Chelărescu Al., Păunel E, Mihul A., Nenoff Th., Bul. şt., secţia şt. tehn. şi chim., Acad. R.P.R., 1951, **III**, *1*, p. 1.
5. Chelărescu Al., Nichita O., Mihul A, Păunel El., Boghian A., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1959, V (**IX**), *3-4*, p. 365.

БЕТОНЫ ВЫСОКИХ МАРОК ИЗГОТОВЛЕННЫЕ ИЗ МЕСТНЫХ АГРЕГАТОВ ДЛЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО-НАПРЯЖЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

(Резюме)

Исследованы возможности рационального использования местных агрегатов Молдовы получаемых при дроблении камня добываемого из карьер и речного камня, для бетона высокой марки необходимого для предварительно-напряженных элементов.

Изучается влияние природы агрегата (известкового песчаника, компактного известняка и андезита) в связи с сопротивлением на сжатие и растяжение, а также и экономические выгоды при утилизировании способности сопротивления местных агрегатов.

Максимальное среднее сопротивление и наилучшая однородность были получены у бетонов изготовленных из агрегатов твердого известнового грубозернистого песчаника из Катарг-Яссы, вследствии благоприятного эффекта всасывания воды агрегатом (действующего как вакуум, сокращая A/C), благоприятной формы и шерошоватости поверхности зерен песчаника, а также и вследствии сцепления происходящего между камнем, цементом и агрегатом.

Не смотря на то, что андезит из Дорнишоары и Дорны Буркут представляет собой более твердую породу чем грубозернистый песчаник Катарга, сопротивление и однородность их бетонов оказались ниже, что объясняется неблагоприятной формой и линейчатым аспектом поверхностей зерен андезита.

Влияние однородности агрегата на сопротивление и однородность бетонов явно проявляется у бетоноз изготовленных из агрегатов происшедших от дробления речных камней, некоторые породы которых обладают сопротивлением меньшим 1,8, марки бетонов B 400, B 500, B 600.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Указатели стоимости бетонов изготовленных из минеральных агрегатов Репедя—Яссы.
Рис. 2. — Гранулометрический состав.
Рис. 3. — Отношения b/a в зависимости от размеров дробленного агрегата.
Рис. 4. — Отношения c/a в зависимости от размеров дробленного агрегата.
Рис. 5. — Изменение сопротивления бетона в зависимости от отношения A/C для дозировки 400 кг цемента/1 м^3 бетона.

SUR L'UTILISATION DES AGRÉGATS LOCAUX POUR L'OBTENTION DES BÉTONS DE MARQUES SUPÉRIEURES, POUR LES ÉLÉMENTS PRÉCOMPRIMÉS

(Résumé)

On analyse les possibilités d'utilisation raisonnable des agrégats de Moldavie, obtenus par le concassage de la pierre de carrière et des galets des rivières, pour l'obtention des bétons de marques supérieurs, pour des éléments précomprimés. On étudie la manière dont la nature de l'agrégat (grès calcaire, calcaire compact, andésite) influence la résistence à la compression et à la tension et les avantages économiques obtenus par l'utilisation de la capacité de résistence des agrégats locaux.

Explication des figures

Fig. 1. — Les indices du prix de revient des bétons confectionnés avec de l'agrégat de Repedea-Jassy.
Fig. 2. — La composition granulométrique.
Fig. 3. — La variation du rapport *b/a* de l'agrégat concassé.
Fig. 4. — La variation du rapport *c/a* de l'agrégat concassé.
Fig. 5. — La variation de la résistence du béton en fonction du facteur *A/C* pour le dosage de 400 kg ciment/1 m^3 béton.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

625.7

STUDIUL STABILIZĂRII PĂMÎNTURILOR FOLOSITE ÎN CONSTRUCŢII RUTIERE

DE

D. ATANASIU, N. APOSTOLESCU, BENIAMIN WEINŞTEIN, GH. DIMA, VICTOR CIUBOTARU, C. POPA, VIOLETA ROTARU şi GEORGETA ASANDEI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

La proiectarea şi construcţia de drumuri ieftine, în care se urmăreşte valorificarea la maximum a resurselor de materiale locale, cercetarea ştiinţifică a solurilor folosite în infrastructura şi suprastructura drumului este de cea mai mare importanţă pentru a se putea cunoaşte: a) rezistenţa sistemului rutier la acţiunea circulaţiei; b) modificarea caracteristicilor principale ale solului sub acţiunea agenţilor atmosferici şi în special a umidităţii.

Construcţia drumului de pămînt se poate realiza sub două forme deosebite: cu *betoane* şi cu *mortare argiloase*, la care fracţiunile argilo-prăfoase sînt folosite ca liant al fracţiunilor granulare ce alcătuiesc scheletul de rezistenţă, şi pămînturi alcătuite în mare parte din nisipuri fine, praf şi argile ce trebuie în prealabil stabilizate pentru a putea rezista în tot timpul anului acţiunii combinate a circulaţiei şi agenţilor climatici.

În cîteva studii anterioare ne-am ocupat de problema betoanelor argiloase, care sînt recomandate ori de cîte ori se dispune de cariere de piatră sau de balastiere în apropierea şantierului. În acest mod se obţin calităţi mecanice ridicate datorită unghiului e frecare mărit al scheletului mineral şi coeziunii asigurată de liantul argilos [1], [2].

În cele ce urmează ne vom referi la posibilitatea folosirii în scopuri rutiere a pămîntului natural din apropierea oraşului Iaşi, prin stabilizare cu ciment.

Necesitatea stabilizării cu ciment este dictată de consideraţiuni de ordin economic şi anume: a) în regiune lipsesc materialele pietroase, iar aducerea lor din altă parte ridică mult preţul de cost al lucrărilor rutiere; b) o simplă stabilizare mecanică a solului a fost considerată insuficientă faţă de condiţiile de circulaţie (peste 300 t/zi circulaţie mixtă auto şi tracţiune animală).

După cum dovedesc experienţele din alte ţări, stabilizarea cu ciment sporeşte în mare măsură rezistenţele mecanice ale straturilor rutiere şi ajută în acelaşi timp la menţinerea în tot timpul anului a acestor rezistenţe, în condiţii variabile de umiditate şi temperatură [3].

2. Pămînturile studiate

Urmînd să se execute, în colaborare cu Sfatul popular regional Iaşi, un tronson de drum pentru experimentarea sistemelor rutiere din pămînturi stabilizate, cercetările noastre s-au îndreptat asupra determinării

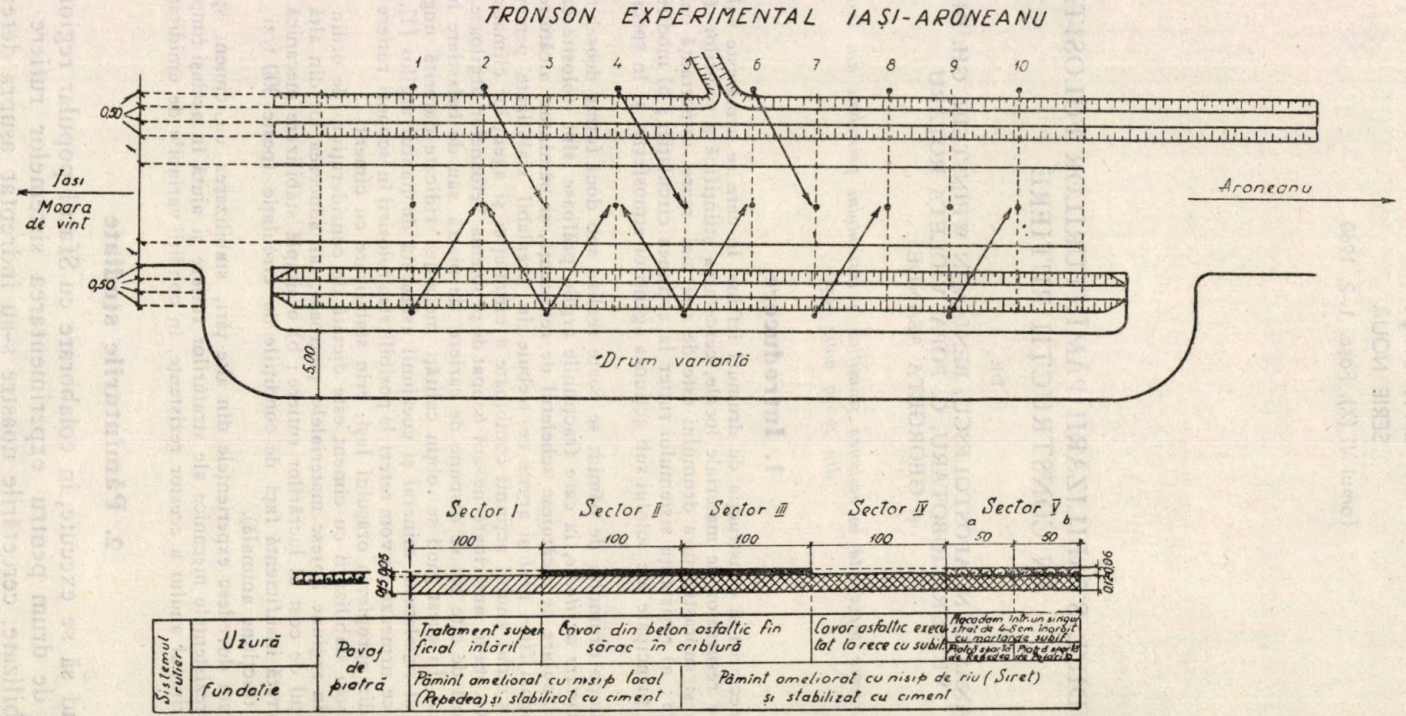


Fig. 1. — Tronson experimental Iaşi–Aroneanu.

proprietăţilor fizico-mecanice şi metodelor de stabilizare a pământului ce se găseşte în amplasamentul acestui tronson şi anume, drumul raional Iaşi-Aroneanu (fig. 1).

Probele de pământ au fost recoltate din cele 5 sectoare ale drumului experimental, cîte 2 profile transversale pentru fiecare sector, în total 10 profile transversale cu 20 probe de pământ. Din fiecare profil transversal s-au recoltat probe tulburate şi netulburate, atît din platformă cît şi de pe zona drumului.

În tabelul 1 sînt date caracteristicile fizico-mecanice şi conţinutul de materii organice al acestor pământuri, determinate în laborator.

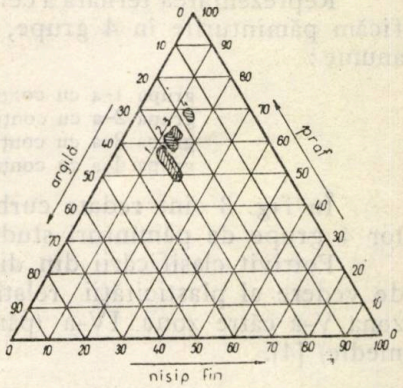


Fig. 2. — Clasificarea pământurilor studiate în grupe, pe baza reprezentării ternare.

Din examinarea caracteristicilor fizico-mecanice se constată că toate pământurile fac parte din grupa pământurilor argiloase, cu un conţinut de peste 50% fracţiuni prăfoase. Nisipul cu granulozitatea fină şi foarte fină reprezintă o proporţie de maximum 20%. Conţinutul de materii organice

Tabelul 1

Caracteristici fizico-mecanice ale pământurilor

Nr. crt.	Poziţia	Culoare	Mat. org. %	Nisip fin %	Praf %	Argilă %	Limitele Atterberg L_c	L_p	I_p	W	I_c
1	3 ax	galben	1,85	16	54	30	53	19,7	33,3	14,57	1,15
2	7 st.	galben-brun	1,80	12	56	32	50,5	19,8	30,7	—	—
3	9 ax	galben	0,98	18	52	30	50	18	32	24,08	0,81
4	10 ax	galben	1,01	20	50	30	42	17,9	24,1	17,70	1,01
5	5 ax	galben	1,95	13	59	28	51	18,7	32,2	12,29	1,20
6	4 dr.	galben-brun	1,81	13	60	27	51	19,8	31,2	9,19	1,30
7	2 ax	galben-brun	2,03	12	62	26	50	22,4	27,6	14,05	1,30
8	3 st.	galben-brun	1,80	12	63	25	54	20,7	33,3	13,28	1,22
9	1 st.	galben-brun	2,02	16	59	25	47	20,4	27,1	—	—
10	2 dr.	galben	1,75	15	58	26	45	23,5	21,5	—	—
11	1 ax	galben	1,74	15	58	27	45,5	23,3	22,2	5,9	1,78
12	8 ax	galben-brun	1,31	16	57	27	43	18,8	24,2	13,35	1,22
13	8 dr.	galben	1,30	17	56	27	43,8	18,8	25	—	—
14	7 ax	galben	1,28	18	55	27	42,5	19,5	23	12,6	1,30
15	6 ax	galben	1,80	12	64	24	46	18,7	27,5	15,1	1,13
16	5 st.	galben-brun	2,00	12	65	23	50	19,5	30,5	—	—
17	6 dr.	negru	2,60	16	63	21	52	20,2	31,8	—	—
18	10 dr.	galben-brun	1,30	15	63	22	52	21	31	—	—
19	4 ax	negru	2,51	13	69	18	52,8	21,2	31,6	16,8	1,13
20	9 st.	galben-brun	1,90	15	67	18	49	25	24	—	—

este cuprins între 0,98, şi 2,6%, iar culoarea variază de la galben-brun pînă la negru.

Reprezentarea ternară a celor 20 de probe (fig. 2) ne-a permis să clasificăm pămînturile în 4 grupe, după procentul particulelor argiloase şi anume :

grupa 1-a cu conţinut de argilă în jur de 30%,
grupa 2-a cu conţinut de argilă între 25% şi 28%,
grupa 3-a cu conţinut de argilă între 20% şi 25%,
grupa 4-a cu conţinut de argilă sub 20%.

În fig. 3 sînt redate curbele granulometrice reprezentative ale celor 4 grupe de pămînturi studiate.

Potrivit clasificării din diagrama Hogentogler (fig. 4 a), din punct de vedere al plasticităţii relative pămînturile studiate se încadrează în zona V-a către zona IV-a (pămînturi cu plasticitate relativă mare spre medie) [4].

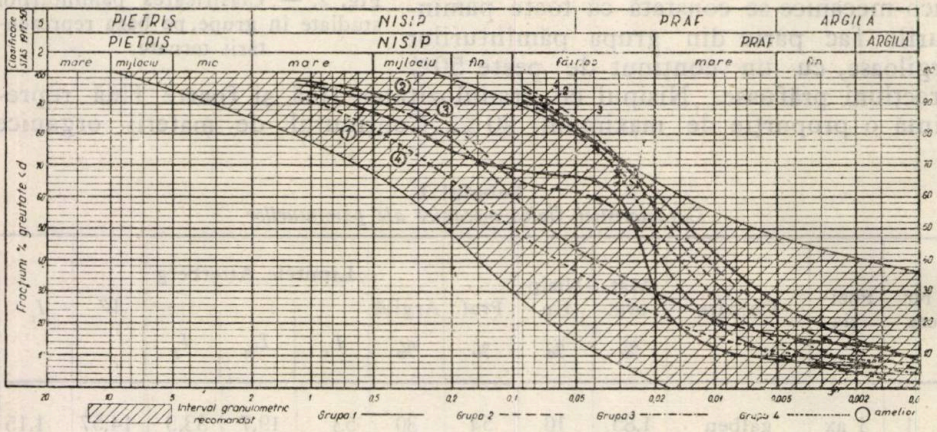


Fig. 3. — Curbele de granulozitate ale pămînturilor studiate.

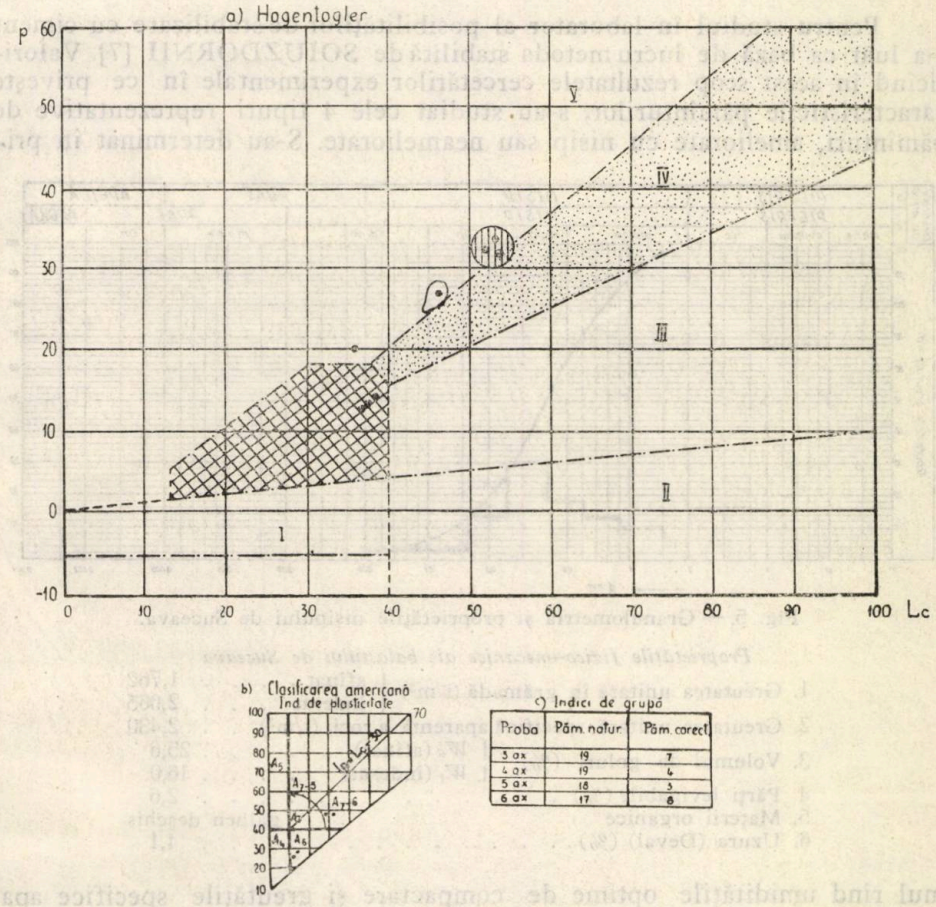
Plasticitatea mare a pămînturilor se datoreşte pe de-o parte finetii granulelor de nisip şi procentului mare de argilă, iar pe de altă parte prezenţei materiilor organice care măresc capacitatea de absorbţie a solurilor studiate.

Procentul variabil al materiilor organice explică unele neconcordanţe dintre compoziţia granulometrică a pămîntului şi rezultatele obţinute la limitele de plasticitate. De exemplu, la probele 4 dr. şi 4 ax, care au procente diferite de argilă, (27% respectiv 18%), indicii de plasticitate sînt aproape egali (în jurul lui 31), aceasta deoarece proba 4 ax are un conţinut mai mare de substanţe organice, fapt confirmat de altfel şi de culoarea pămînturilor respective.

Pe de altă parte (fig. 4 b) raportul dintre indicele de plasticitate şi limita de lichiditate fiind destul de mare, solurile se înscriu în grupa A 7 subgrupa 6, după clasificarea americană a pămînturilor rutiere [5].

Calculul indicelui de grupă la aceste terenuri dă valori cuprinse între 17 şi 19 (fig. 4 c), de unde rezultă concluzia că aceste pămînturi vor avea în stare naturală o capacitate portantă destul de redusă iar stabilizarea mecanică ar reclama un adaos important de materiale pietroase ce lipsesc în regiune.

Modulul de deformaţie al pămînturilor, stabilit în scopul aprecierii capacităţii de încărcare cu sarcini a pămîntului de fundaţie, s-a determinat prin metoda de laborator indicată în STAS-ul provizoriu 4775-55.



c) Indici de grupă

Proba	Păm. natur	Păm. corect.
3 ax	19	7
4 ax	19	4
5 ax	18	3
6 ax	17	8

Fig. 4. — Clasificarea pămînturilor studiate.

Rezultatele experimentale au arătat că la umiditatea optimă de compactare pămînturile studiate prezintă oscilaţii mari pentru valoarea modulului de deformaţie. Aceste variaţii nu pot fi luate în considerare decît cu titlu de orientare, fiind necesar ca în viitor să se reia în studiu însăşi metodica determinării în laborator şi pe teren a capacităţii portante

a terenului. Se ştie că această problemă a fost dezbătută pe larg şi la al X-lea Congres Internaţional de Drumuri, fiind propusă printre altele metoda aprecierii rezistenţei pămîntului cu ajutorul sondei [6].

Din cele de mai sus se desprinde concluzia că stabilizarea pămîntului cu ciment este impusă atît de calităţile mecanice insuficiente ale pămîntului cît şi de consideraţii de ordin economic.

3. Studiul stabilizării

Pentru studiul în laborator al posibilităţilor de stabilizare cu ciment s-a luat ca bază de lucru metoda stabilită de SOIUZDORNII [7]. Valorificînd în acest scop rezultatele cercetărilor experimentale în ce priveşte caracteristicile pămînturilor, s-au studiat cele 4 tipuri reprezentative de pămînturi, ameliorate cu nisip sau neameliorate. S-au determinat în pri-

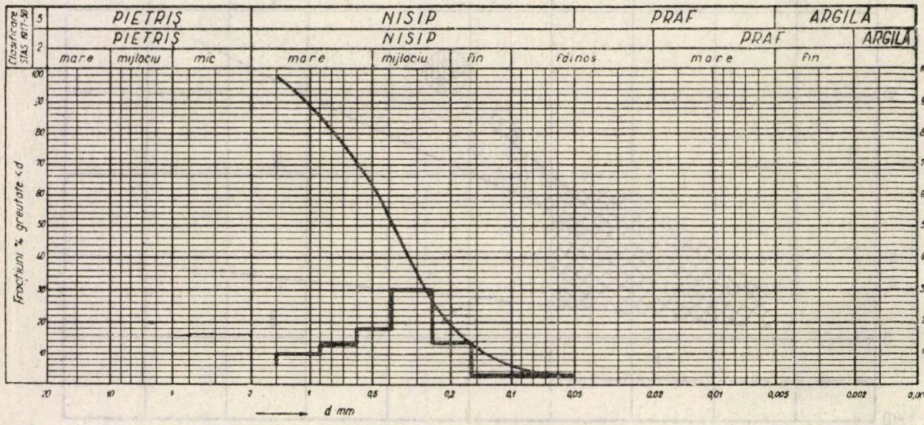


Fig. 5. — Granulometria şi proprietăţile nisipului de Suceava.

Proprietăţile fizico-mecanice ale balastului de Suceava

1. Greutatea unitară în grămadă (t/m³)	afînat	1,762
	îndesat	2,065
2. Greutatea unitară specifică aparentă a rocii (t/m³)		2,430
3. Volumul de goluri (%)	W_a (afînat)	25,6
	W_1 (îndesat)	16,0
4. Părţi levigabile (%)		2,6
5. Materii organice		galben deschis
6. Uzura (Deval) (%)		4,1

mul rînd umidităţile optime de compactare şi greutăţile specifice aparente maxime în stare uscată a amestecurilor: de pămînt cu 40% nisip de Suceava (fig. 5), de pămînt cu nisip şi ciment *P* 400 în dozaj de 10% şi de pămînt cu ciment în dozaj de 14%.

Determinarea umidităţii optime de compactare şi a greutăţii specifice aparente a materialului compactat, corespunzătoare acestei umidităţi, calculată pentru starea uscată a amestecului, consta din: a) pregătirea amestecului la o umiditate cu 6...8% mai mică decît limita de frămîntare, în

dozajele corespunzătoare; b) umplerea matriței cilindrice, la care este fixat gulerul prelungitor, cu materialul pregătit; c) compactarea într-un singur strat, cu ajutorul maiului de batere, care are o greutate culisantă de 2,5 kg, căzînd liber de la înălțimea de 30 cm de 30 de ori în cazul amestecurilor în care s-a introdus nisip, și de 40 de ori în celelalte cazuri; d) desfacerea gulerului prelungitor și îndreptarea cu cuțit a surplusului de material aflat deasupra marginii superioare a matriței; e) scoaterea din formă a cilindrului de pămînt compactat, cu ajutorul unui piston acționat printr-o pîrghie și cîntărirea lui cu precizie de 0,1 g; f) extragerea din miezul cilindrului de pămînt a unei probe pentru umiditate, care se cîntărește și se așează în etuvă la temperatura de 105°C; g) adăugarea, la amestecul rămas, a unei cantități de apă corespunzătoare creșterii umidității cu 1,5...2% ; h) repetarea operațiilor de mai sus pînă cînd cilindrul de pămînt compactat începe să scadă în greutate; i) determinarea umidității după păstrarea în etuvă timp de 5...6 ore.

Rezultatele acestor determinări sînt trecute în diagrame obținîndu-se astfel umiditatea optimă de compactare corespunzătoare greutății specifice aparente maxime în stare uscată.

Rezultatele de laborato (fig. 6 și tabelele 2 și 3) arată că în comparație cu pămîntul natural, neameliorat, proporțiile optime de umiditate pentru amestecurile de pămînt cu nisip sînt cu mult inferioare. În cazul amestecurilor de pămînt cu nisip și ciment, sau de pămînt cu ciment, umiditățile optime cresc în raport cu umiditățile corespunzătoare ale amestecurilor fără ciment.

Greutatea specifică aparentă maximă în stare uscată ($\gamma_{u\ max}$) a amestecurilor în care s-au introdus adaosurile de stabilizare suferă de asemenea modificări față de valorile corespunzătoare pămîntului natural. Astfel, adaosul de nisip atrage după sine creșterea greutății unitare în raport cu cea a pămîntului natural, în timp ce introducerea cimentului atrage după sine variații neînsemnate față de valorile corespunzătoare amestecurilor depămînt cu nisip sau de pămînt natural.

În legătură cu acest aspect este de notat îmbunătățirea sensibilă pe care o aduce adaosul de nisip în pămînt prin micșorarea procentului de goluri la umiditatea optimă. Astfel, la proba de pămînt 4 ax volumul golurilor scade de la 36% la 31%.

Variația mărimii umidității optime de compactare, o dată cu introducerea adaosului de stabilizare, confirmă pe deplin indicațiile din literatură [7], [8] și arată necesitatea de a se ține seama de acest fapt la executarea tronsonului experimental și a sectoarelor de studii din stația pilot.

Pentru stabilirea orientativă a dozajelor de ciment necesare stabilizării s-au luat ca și mai sus cele 4 tipuri de pămînturi corectate sau nu cu nisip de Suceava și s-au confecționat epruvete cilindrice cu diametrul egal cu înălțimea (5 cm), folosind aceeași aparatură ca la determinarea umidității optime de compactare, după metodica SOIUZDORNII.

Dozajele de ciment *P*400 s-au luat pentru fiecare amestec în număr de 3 și anume, între 8% și 12% la pămînturile cu adaos de nisip iar pentru pămînturile fără nisip — între 12% și 16%. La confecționare

Tabelul 2

Umidități optime și greutăți aparente în stare uscată

Nr. crt.	Poziția	Umiditatea optimă %	Gr aparentă γ_a kg/m³
1	1 ax	19,30	1,777
2	2 ax	20,60	1,730
3	3 ax	17,50	1,812
4	4 ax	19,90	1,690
5	5 ax	20,30	1,778
6	6 ax	17,50	1,800
7	7 ax	20,20	1,770
8	8 ax	18,00	1,795
9	9 ax	18,40	1,790
10	10 ax	17,20	1,850
11	1 st.	19,50	1,774
12	2 dr.	18,60	1,740
13	3 st.	17,30	1,780
14	4 dr.	20,00	1,750
15	5 st.	19,70	1,728
16	6 dr.	22,50	1,700

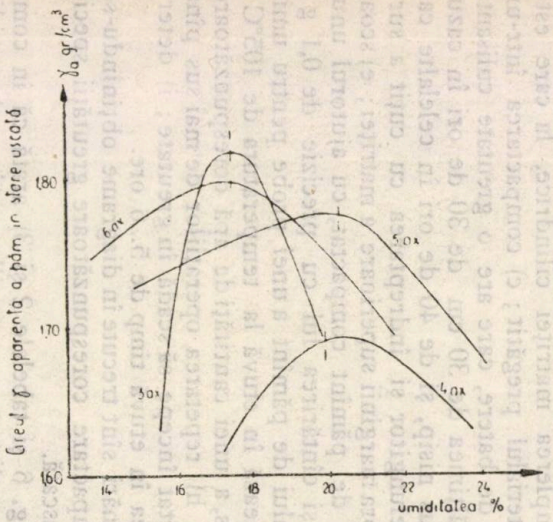


Fig. 6. — Curbe de umiditate optimă de compactare.

Tabelul 3

Umidități optime de compactare și greutăți aparente în stare uscată

Nr. crt.	Tipul pământului	Datele privitoare la: Amestecul P %	N %	C %	U_0 %	γ_a kg/m³	Amestecul P %	N %	C %	U_0 %	γ_a kg/m³	Amestecul P %	N %	C %	U_0 %	γ_a kg/m³	Amestecul P %	N %	C %	U_0 %	γ_a kg/m³
1	3 ax	100	—	—	17,50	1,81	60	40	—	14,50	1,96	86	—	14	20,30	1,77	54	36	10	14,50	1,96
2	4 ax	100	—	—	19,90	1,69	60	40	—	13,50	1,83	86	—	14	20,00	1,67	54	36	10	15,30	1,83
3	5 ax	100	—	—	20,30	1,78	60	40	—	13,00	1,94	86	—	14	17,50	1,77	54	36	10	13,50	1,92
4	6 ax	100	—	—	17,50	1,80	60	40	—	13,50	1,91	86	—	14	18,90	1,78	54	36	10	16,20	1,91

P — pământ, *N* — nisip, *C* — ciment

s-au folosit umidităţile optime de compactare trecute în tabelele 2 şi 3, executîndu-se cîte 3 epruvete cilindrice pentru fiecare tip de amestec.

După ce au fost păstrate în mediu umed 7 zile şi sub apă 24 ore, epruvetele au fost încercate la compresiune, viteza de deplasare a platanului presei fiind de 10 mm/min.

Rezultatele încercărilor la compresiune, înscrise în tabelul 4, arată că rezistenţele cresc o dată cu dozajul în ciment, fiind cuprinse, pentru amestecurile de pămînt cu ciment, între 33,30 şi 52,40 kg/cm², iar pentru pămînturile cu adaos de nisip variază între 31,30 şi 47,80 kg/cm². Aceste valori confirmă prevederile anterioare privitoare la posibilităţile stabilizării acestor pămînturi cu ajutorul cimentului precum şi justeţea indicaţiilor din literatură privitoare la mărimea medie a dozajelor de ciment care trebuie folosite în operaţiile de stabilizare.

Tabelul 4

Rezistenţa la compresiune pe epruvete cilindrice păstrate 7 zile în mediu umed şi 24 ore sub apă

Nr. crt.	Poziţia	Dozaj			Rezistenţa
		P %	*N* %	*C* %	kg/cm²
1	3 ax	88	—	12	33,30
2	3 ax	55	37	8	35,10
		54	36	10	40,40
		53	35	12	47,80
3	4 ax	88	—	12	34,10
		86	—	14	34,10
4	4 ax	55	37	8	31,30
		54	36	10	33,60
		53	35	12	36,10
5	5 ax	88	—	12	45,30
		86	—	14	40,60
		84	—	16	42,90
6	5 ax	55	37	8	32,90
		54	36	10	38,40
		53	35	12	41,60
7	6 ax	88	—	12	49,20
		86	—	14	52,40
		84	—	16	50,20
8	6 ax	55	37	8	34,00
		54	36	10	38,60
		53	35	12	44,50

P — pămînt, *N* — nisip, *C* — ciment

De remarcat este faptul că la dozaje egale de ciment rezistenţele la compresiune a epruvetelor cu pămînt şi adaos de nisip sînt mai mici decît la acelea fără nisip. De exemplu, la o proporţie de 12% ciment pămîntul cu nisip posedă o rezistenţă de 44,5 kg/cm², respectiv 49,2 kg/cm² pentru epruvetele cu pămînt fără nisip. Acest fapt se pare că se explică prin aceea că în primul caz adaosul de ciment foloseşte în mare parte la umplerea volumului de goluri din amestec şi într-o măsură mai mică la mărirea capacităţii de legare a granulelor.

Economicitatea introducerii adaosurilor de nisip în pămînturile stabilizate cu ciment poate fi stabilită numai prin examinarea fiecărui caz în parte, în funcţie de costul nisipului şi al cimentului.

În ce priveşte comportarea ambelor amestecuri, atît la proba uscare-saturare cu apă cît şi la îngheţ-dezgheţ, luînd în considerare procentul minim de ciment care a dus la rezistenţele mai mari ca 30 kg/cm², după indicaţiile din literatură [4] pierderile în greutate la aceste încercări sînt

neînsemnate. Totuşi, avînd în vedere caracteristicile iniţiale ale pămîntului neamestecat cu nisip, care pun în evidenţă un volum important de goluri, pămîntul fiind capabil de a absorbi o mare cantitate de apă, este recomandabil ca la stabilirea precisă a dozajelor în raport cu cimentul ce se va folosi în lucrare să se urmărească pe probe comportarea la saturare, uscare şi îngheţ-dezgheţ.

De asemenea, pentru a se asigura buna comportare a îmbrăcăminţii este absolut necesară impregnarea stratului superior de pămînt stabilizat cu ciment cu bitum subţiat ceea ce are şi avantajul că permite o bună aderenţă a covorului asfaltic de protecţie de fundaţia de pămînt stabilizat cu ciment.

4. Concluzii

a) Pămînturile argiloase cu procent mare de fracţiuni prăfoase se pot stabiliza cu ciment avînd dozajul de 12%, ceea ce permite obţinerea de rezistenţe la rupere corespunzătoare.

În cazul cînd se adaogă nisip local în pămîntul argilos prăfos, dozajul de ciment 8% este suficient pentru asigurarea rezistenţelor unui strat de fundaţie, iar pentru asigurarea la acţiunea îngheţului şi dezgheţului se recomandă aplicarea unui strat de închidere cu bitum pentru impregnarea suprafeţei.

b) De mare importanţă pentru obţinerea unei calităţi mecanice ridicate a amestecului de pămînt-ciment este determinarea justă a umidităţii optime de compactare, care diferă de aceea a pămîntului natural. În acest scop metodica folosită de noi satisface cu uşurinţă cerinţele cercetării de laborator şi va putea fi aplicată în laboratorul de şantier pentru verificarea umidităţii în timpul construcţiei.

c) Pentru a se putea trage concluzii valabile asupra comportării diferite la acţiunea combinată a circulaţiei şi agenţilor atmosferici, propunem ca să fie experimentate atît reţetele pămînt şi ciment cît şi reţetele pămînt, ciment şi nisip. Proporţia de 8...12% ciment este o indicaţie că aceste pămînturi se vor comporta în condiţii satisfăcătoare.

d) Alegerea stabilizării cu ciment a pămîntului natural sau a pămîntului cu adaos de nisip, se va face ţinînd seama de criteriul economic şi de rezistenţele mecanice cerute pentru stratul de pămînt stabilizat.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de drumuri şi poduri

BIBLIOGRAFIE

1. Atanasiu D. şi colab., Bulet. Inst. Polit. Iaşi, 1955, I (V), *1—2*, pp. 537—545.
2. — Ibid., 1957, III (VII), *1—2*, pp. 225—230.
3. Иванов Н. Н., *Строительство автомобильных дорог*, ч. I, Дориздат, М., 1948.
4. Verdeyen J., Roisin V., *Stabilité des terres*, Eyrolles, Paris, 1955.
5. L. J., Escario B., *Traité des routes*, Dunod, Paris, 1954.
6. * * * *X-тый международный дорожный конгресс*, Автотрансиздат, М., 1957.

7. Безрук В. М., *Теоретические основы укрепления грунтов цементом*, Автотрансиздат, М., 1957.
8. * * * *Механика грунтов для инженеров дорожников*, Автротрансиздат, М., 1957.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОПРОСА СТАБИЛИЗАЦИИ ГРУНТОВ ИСПОЛЬЗОВАННЫХ В ДОРОЖНОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ

(Резюме)

Даются лабораторные результаты, полученные при исследовании некоторых местных грунтов в связи с использованием их в дорожном строительстве при стабилизации с цементом. Устанавливается возможность стабилизации глинисто-пылеватых грунтов (с содержанием пылеватых частиц до 50% и числом пластичности до 30%, часто встречающихся в ясской области), с цементом в допустимых процентах с экономической точки зрения. В таких случаях необходимо предварительное добавление местного песка для уменьшения пластичности. Особое значение надо оказывать определению оптимальной влажности для уплотнения смеси, которая отличается от оптимальной влажности естественного грунта.

При добавлении песка до 40% и дозировки цемента в пределах 8...12% получаются высокие механические свойства (временное сопротивление сжатию, порядка 31...49 кг/см²) и удовлетворительная водоустойчивость, указывающая на целесообразность применения глинисто-пылеватых грунтов в слоях дорожного основания.

Полученные результаты будут учтены при строительстве опытного участка в ясской области.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Экспериментальный участок Яссы-Ароняну.
Рис. 2. — Классификация грунтов в группах на основании треугольной системы координат.
Рис. 3. — Гранулометрический состав исследованных грунтов.
Рис. 4. — Классификация исследованных грунтов.
Рис. 5. — Гранулометрический состав и свойства песка реки Сучава.
Рис. 6. — Кривые определения оптимальной влажности при уплотнении грунта.

ÉTUDE DE LA STABILISATION DE QUELQUES SOLS UTILISÉS DANS LA CONSTRUCTION DES ROUTES

(Résumé)

On présente les résultats obtenus en laboratoire, concernant quelques sols, en vue de leur stabilisation avec du ciment. On aboutit à la conclusion qu'on peut stabiliser le type de sol limon-argileux, caractéristique pour la région de Jassy, ayant un contenu en limon dépassant 50% et un indice de plasticité $I_p = 30\%$. On propose l'addition de sable pour en reduire la plasticité. L'humidité optimum du mélange doit être déterminée d'une manière exacte.

On obtient de bonnes propriétés mécaniques (résistence à la compresison 31...49 kg/cm²) en additionant du sable dans une proportion de 40% et un dosage de 8...12% de ciment.

Le bon comportement à l'action de l'humidité permet l'utilisation des sols du type limon-argileux, stabilisés avec du ciment, dans les couches de la fondation des routes. Ce système sera appliqué dans un tronçon experimental près de Jassy.

Explication des figures

Fig. 1. — Section expérimentale Jassy-Aroneanu.
Fig. 2. — Classification des sols en groupes selon le diagrame ternaire.
Fig. 3. — Courbes granulométriques des sols étudiés.
Fig. 4. — Classification des types de sols.
Fig. 5. — Analyse granulométrique et propriétés du sable de la rivière Suceava.
Fig. 6. — Courbes d'humidité optimum.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

677.3

ACŢIUNEA BICROMATULUI DE POTASIU ŞI A FORMALDEHIDEI ASUPRA LÎNII

DE

MIŞILIM GRINDEA şi TANIA FORST

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Eforturile în direcţia obţinerii lînurilor îmbunătăţite prin modificarea structurii chimice a fibrei sînt numeroase. Dintre procedeele cercetate cel mai frecvent şi cu aplicaţie în practica industrială se semnalează introducerea de noi legături transversale în fibra de lînă, legături care duc la o creştere a rezistenţei fibrei la tracţiune, la alcalii, la acţiunea moliilor, a bacteriilor, reducîndu-i de asemenea capacitatea de împîslire.

Legăturile transversale noi se pot forma pe două căi: a) prin desfacerea punţii cistinice şi introducerea de elemente noi; b) prin legarea grupelor aminice, amidice, carboxilice şi fenolice laterale, cu compuşi polifuncţionali. Substanţele cele mai folosite în acest scop, sînt bicromatul de potasiu şi formaldehida.

Prin cromare se obţine, precum se ştie, o mai bună stabilitate la acţiuni fotochimice [1] precum şi la acţiunea microorganismelor [2].

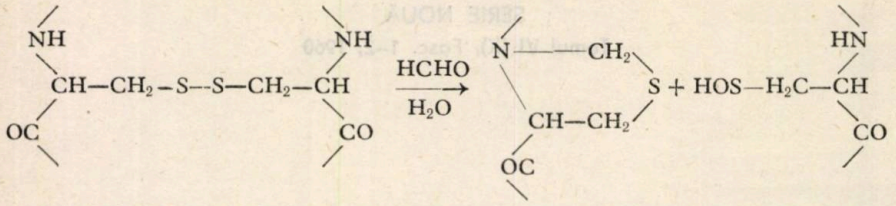
În ceea ce priveşte acţiunea formaldehidei, efectul cel mai evident constă în mărirea stabilităţii lînii faţă de acţiunea alcaliilor [3], [4]. Autorii citaţi arată că această rezistenţă mărită la agenţii alcalini se datoreşte mai curînd formării de punţi suplimentare între lanţurile polipeptidice decît întăririi punţilor disulfidice.

De asemenea formaldehida conferă lînii o rezistenţă mărită la acţiunea moliilor şi a microorganismelor [5]. Ea este folosită şi ca agent de micşorare a capacităţii de împîslire a ţesăturilor.

În ceea ce priveşte mecanismul acţiunii bicromatului de potasiu se pare că prin tratarea lînii cu săruri de crom se formează noi punţi transversale între lanţurile macromoleculare ale cheratinei [7], fapt care explică stabilitatea mărită a fibrei la acţiunile amintite mai sus. Pe de altă parte, tratarea cu bicromat de potasiu, pe lîngă efectele pozitive, datorită punţilor noi care s-au format în fibră, are şi rezultate negative, în urma proceselor de oxidare.

Cu privire la mecanismul acţiunii formaldehidei s-au efectuat numeroase cercetări sistematizate de Fraenkel-Conrat, Cooper, Olcott [8] şi de Alexander şi Hudson [9] din care rezultă pe de-o parte, posibilitatea interacţiunii formaldehidă-punte cistinică, iar pe de altă parte, reacţia formaldehidei cu grupele aminice, amidice, guanidice şi eventual fenolice din lînă.

Diferitele posibilităţi de acţionare ale formaldehidei depind de condiţiile de tratare, mai cu seamă de pH şi temperatură. La $pH < 3$ şi temperaturi mai mari ca 50°. formaldehida se combină cu fracţiunea *B* a cistinei pentru a da acidul tiazolidin-4-carboxilic [10]:



La pH > 9 formaldehida se combină cu două molecule de cisteină în modul următor: —S—CH_2—S—

La pH=3,5...6,8 formaldehida formează punţi transversale prin combinarea sa cu grupele aminice sau amidice din lînă, dînd punţi transversale de tipul: —NH—CH_2—NH— [11], [12]. Aceste punţi noi sînt stabile la acţiunea bisulfitului de sodiu dar sînt distruse prin distilare în acid fosforic.

Revenind la obiectivele urmărite prin tratamentele de mai sus, trebuie reamintite încercările făcute de a se croma lînurile tratate cu hipoclorit de sodiu, în vederea înlăturării influenţelor negative ale acestui tratament. Pe de altă parte, reacţia cu formaldehidă a fost cercetată în acelaşi scop, obţinîndu-se unele rezultate pozitive [13].

Efectul tratării lînii cu formaldehidă şi bicromat de potasiu constă deci în formarea de noi legături transversale între lanţurile macromoleculare ale cheratinei, legături care duc la o îmbunătăţire a proprietăţilor fibrei.

În lucrarea de faţă se studiază influenţa simultană a celor doi agenţi: bicromatul de potasiu şi formaldehida, cu scopul de a se dovedi rolul protector al acestora. Deoarece tratamentul cu bicromat de potasiu este frecvent folosit în tehnica tinctorială, precum şi pentru motivele indicate mai sus, acceptîndu-se unele aspecte negative, ne-am propus să cercetăm dacă combinarea acestui tratament cu tratamentul cu formaldehidă nu elimină inconvenientele semnalate.

2. Partea experimentală

a) *Purificarea lînii.* În această lucrare s-a folosit o lînă ţigaie din regiunea Constanţa, degresată cu tetraclorură de carbon în Soxhlet, clătită cu apă distilată. După uscare la aer impurităţile accidentale au fost îndepărtate manual. Lîna a fost redegresată final cu tetraclorură de carbon.

b) *Tratamente.* Lîna astfel purificată a fost supusă următoarelor tratamente:

I. 1,5% $K_2Cr_2O_7$ + 1% H_2SO_4 raportate la lîna uscată; pH = 3,4.

II. 1,5% $K_2Cr_2O_7$ + 1,8% HCOOH raportate la lîna uscată (cantitatea de acid formic a fost astfel calculată încît să se ajungă la acelaşi pH ca în primul caz).

Aceste două serii de tratamente au fost efectuate la două regimuri de temperaturi: 70°C şi 100°C. În ambele cazuri durata a fost de o oră.

III. 0,5% HCHO (neutralizat în prealabil) + 1% H_2SO_4 raportate la lîna uscată.

IV. 1,5% $K_2Cr_2O_7$ + 0,5% HCHO + 1% H_2SO_4 raportate la lîna uscată.

Ultimele două serii de tratamente au fost efectuate la două regimuri de temperaturi: a) la 70°C timp de o oră şi b) la 70°C timp de 30 minute şi la 100°C timp de 30 minute.

În toate cazurile modulul a fost de 1:50. Final lîna a fost clătită cu apă distilată.

Pentru obținerea de lînuri clorate s-a folosit următoarea metodă uzuală în practica industrială: a) tratare timp de 20 min. într-o baie ce conține 15 g/l HCl tehnic; b) tratare timp de 30 min. într-o baie de hipoclorit de sodiu cu un conținut de 2 g/l Cl; urmează o clătire cu apă rece; c) tratare timp de 20 min. într-o baie care conține 12 g/l H_2SO_4; urmează o spălare energică cu apă rece. Pentru îndepărtarea ultimelor urme de clor s-a menținut lîna timp de 12 ore într-o baie care conținea 0,5 g/l NH_3. Modul 1:40.

Au fost clorate următoarele lînuri: a) lîna netratată, b) lîna tratată cu 1,5% $K_2Cr_2O_7$ + 1% H_2SO_4 la temperatura de 100°C, c) lîna tratată cu 0,5% HCHO+1% H_2SO_4 la temperaturile de 70° și 100°C, d) lîna tratată cu 1,5% $K_2Cr_2O_7$+1% H_2SO_4+0,5% HCHO la temperaturile de 70° și 100°C.

c) *Încercări.* Pentru a pune în evidență influența acestor tratamente s-au făcut următoarele încercări:

Solubilitatea în alcalii. Această probă a fost efectuată după metoda Harris și Smith [14], [15] și consta în tratarea a 400 mg lînă uscată la aer în 40 ml soluție NaOH 1/10 *N*, la temperatura de 65°C, timp de o oră, urmată de o clătire cu apă distilată pînă la neutralitate, uscare 8 ore la 105°C și cîntărire. Solubilitatea în alcalii se exprimă în procente raportate la materialul inițial. Rezultatele reprezintă media a cîte 10 determinări.

Supracontracția în fenol. Fire de lînă pieptănată, cu Nm 50, au fost tratate timp de 30 min. la temperatura de 90°C într-o soluție de 50% fenol. Urmează o spălare intensă timp de 24 ore. S-a măsurat lungimea firului tensionat cu o greutate de 50 g, înainte și după tratament. Supracontracția se exprimă în procente raportate la lungimea inițială a firului. Rezultatele reprezintă media a cîte 10 determinări.

Reacția Pauly permite punerea în evidență a degradării cu ajutorul unei reacții de culoare, datorită creșterii accesibilității unei soluții diazo (m.nitro o.anisidina diazotată) la stratul cortical, unde are loc cuplarea cu tirozina.

Reacția Pauly modificată [16] permite determinarea cantitativă a degradării printr-o titrare cu o soluție de β-naftol 1/100 *N* a excesului de diazoic nelegat de fibră. Rezultatul se exprimă în mg diazoic legat de 1 g lînă și reprezintă media a cîte 5 determinări.

Indicii fizico-mecanici: rezistența și alungirea la rupere s-au determinat cu un dinamometru pentru fibre tip Schoper, în următoarele condiții: distanța dintre cleme 10 mm, pretensionarea fibrei 500 mg, greutatea adițională 25 g. Rezultatele obținute reprezintă media a cîte 150 determinări și se exprimă în g pentru rezistență și % pentru alungire.

3. Interpretarea rezultatelor

a) *Lînuri tratate cu bicromat de potasiu și formaldehidă*

Solubilitatea în alcalii (tabelul 1). Înainte de a interpreta datele referitoare la variația indicelui de solubilitate în alcalii trebuie precizată semnificația acestuia.

Mărimea solubilității în alcalii a lînurilor tratate, în condițiile lucrării noastre, este funcție, în primul rînd, de acțiunea acidă. Labilizarea unor legături peptidice prin hidroliză în mediu acid determină solvirea unor părți din macromolecula cheratinei în soluția alcalină folosită la această determinare. Dar pe lîngă acțiunea acidă intervine și acțiunea de oxidare a bicromatului de potasiu, care de asemenea duce la o mărire a solubilității în alcalii. Sînt deci două acțiuni degradative: hidroliza acidă și oxidarea, acțiuni care măresc solubilitatea în alcalii.

Pe de altă parte intervin şi acţiuni pozitive de formare de noi punţi transversale, sub influenţa bicromatului de potasiu şi a formaldehidei. Sub aceste aspecte solubilitatea în alcalii este deci rezultanta unor acţiuni de degradare şi a unor acţiuni de consolidare a structurii fibrei.

Din seria noastră de cercetări (v. tabelul 1) rezultă că tratarea lînii cu bicromat de potasiu şi acid sulfuric, la temperatura de 70°C, duce la o solubilitate maximă în alcalii şi anume, de 17,17 %. Acest aspect confirmă faptul dovedit şi pe alte căi că la această temperatură nu are loc o combinare a cromului cu lîna, indicele mare de solubilitate dovedind numai o degradare datorită acţiunii hidrolitice a acidului şi eventual o oarecare oxidare.

Tabelul 1

Nr. crt.	Tratament	Temperatura °C	Indice %
1	Lînă netratată		10,53
2	$K_2Cr_2O_7+H_2SO_4$	100	9,16
3	$K_2Cr_2O_7+HCOOH$	100	8,75
4	$K_2Cr_2O_7+H_2SO_4$	70	17,17
5	$K_2Cr_2O_7+HCOOH$	70	15,20
6	$HCHO+H_2SO_4$	70	6,52
7	$HCHO+H_2SO_4$	70 şi 100	5,07
8	$K_2Cr_2O_7+HCHO+H_2SO_4$	70	5,76
9	$K_2Cr_2O_7+HCHO+H_2SO_4$	70 şi 100	4,84

Prezenţa acidului formic în aceleaşi condiţii coboară întrucîtva acest indice (15,20), desigur datorită caracterului reducător al acestui acid, deoarece s-a lucrat la acelaşi pH (3,4). Pe aceste considerente s-a indicat mai sus posibilitatea unei acţiuni de degradare oxidativă.

În ceea ce priveşte influenţa bicromatului de potasiu, în condiţiile uzuale în practica industrială (fierbere), în cazul ambilor acizi apar mici scăderi ale solubilităţii în alcalii, în comparaţie cu lîna iniţială, datorită acţiunii predominante de consolidare a fibrei (9,16 % şi 8,75 %).

O influenţă categorică de micşorare a solubilităţii în alcalii o exercită formaldehida, atît la 70°C cît şi la 70°+ 100°C, (6,52 % şi 5,07 %), regim ales astfel pentru a-l putea compara cu regimul uzual în tratamentele industriale.

Adăugarea de formaldehidă la tratamentele cu bicromat de potasiu arată indici scăzuţi, atît la 70°C cît şi la 70°+ 100°C, şi anume 5,76 % şi 4,84 %.

Efectul de îmbunătăţire al stabilităţii faţă de alcalii, dat de formaldehidă, se menţine deci categoric, atît la 70°C cît şi la fierbere. În timp ce la o cromare uzuală solubilitatea în alcalii, este de 9,16 %, la tratamentele cu adaos de formaldehidă ea scade la 4,84 %, datorită pe de-o parte acţiunii reducătoare a acesteia, care cruţă astfel lîna de oxidări inevitabile în tratamentul cu bicromat, iar pe de altă parte formării de punţi transversale noi, după mecanismul cunoscut şi amintit mai sus.

Rezultă deci clar avantajul tratamentului preconizat de noi *bicromat+formaldehidă*, care însumează efectele aşteptate în urma tratamentului cu bicromat, cu acelea obţinute prin formolizare.

Supracontracţia în fenol (tabelul 2). Pentru a verifica, într-o anumită, măsură formarea de punţi transversale sub acţiunea bi-

cromatului de potasiu și a formaldehidei s-a determinat supracontracția unui fir de lînă pieptănată.

Față de firul netratat, care a arătat o supracontracție de 18,1%, în toate celelalte cazuri, adică fir tratat cu bicromat, cu formaldehidă și fir tratat cu ambele componente, nu s-au înregistrat supracontracții.

Tabelul 2

Nr. crt.	Tratament	Temperatura °C	Indice %
1	Lînă netratată		− 18,1
2	$K_2Cr_2O_7+H_2SO_4$	100	+ 1,9
3	$K_2Cr_2O_7+HCHO+H_2SO_4$	70 și 100	+ 1,4
4	$HCHO+H_2SO_4$	70 și 100	+ 2,1

Se poate deduce că în toate cazurile s-au format punți transversale care împiedică supracontracția, dar nu se poate trage o concluzie asupra unor eventuale efecte diferențiate.

Indicii fizico-mecanici (tabelul 3). Efectul acțiunii bicromatului de potasiu și al formaldehidei a fost verificat și pe această cale.

Tabelul 3

Nr. crt.	Tratament	Temperatura °C	Indici R g	Indici A %
1	Lînă netratată		15,70	47,20
2	$K_2Cr_2O_7+H_2SO_4$	100	18,22	37,50
3	$K_2Cr_2O_7+HCOOH$	100	18,65	39,50
4	$HCHO+H_2SO_4$	70 și 100	14,87	40,00
5	$K_2Cr_2O_7+HCHO+H_2SO_4$	70 și 100	18,32	39,90

După cum se vede din datele tabelului 3, acești indici, în cadrul tratamentului cu formaldehidă, se prezintă amîndoi ceva mai mici decît indicii lînii netratate, rezultate găsite și de alți cercetători [17].

Tratamentul cu bicromat de potasiu arată în cazul ambilor acizi: sulfuric și formic, o creștere a rezistenței și o scădere a alungirii. Se verifică deci și pe această cale avantajul acidului formic.

În ceea ce privește tratamentul combinat se vede că el întrunește avantajele ambelor componente, adică o mărire a rezistenței și o scădere mai mică a alungirii la rupere.

Acești indici au fost determinați în stare uscată pentru a constitui indici orientativi în filatură.

b) *Lînuri pretratate cu bicromat de potasiu și formaldehidă, supuse clorării*

Un alt aspect cercetat în această lucrare este acela al influenței unor pretratamente cu bicromat de potasiu și formaldehidă asupra lînii supusă clorării în condiții industriale, cu scopul de a se obține produse necontractabile la spălare.

Reacția Pauly arată că în ambele cazuri, atît în cazul tratamentului cu bicromat de potasiu cît și în cazul tratamentului cu formaldehidă, are loc o acțiune de protejare a fibrei. Acest fapt rezultă din

datele cuprinse în tabelul 4 care arată că în timp ce pentru lîna clorată s-au consumat 6,87 ml diazoic, în cazul tratamentelor cu bicromat de potasiu sau formaldehidă consumul este numai de 4,68 ml şi respectiv 3,94 ml. În ceea ce priveşte tratamentul mixt consumul de diazoic este sensibil mai mic şi anume 2,14 ml, apropiindu-se de acel al lînii netratate.

Tabelul 4

Nr. crt.	Tratament	Temperatura °C	ml naftol 1/100 *N*	mg diazoic legate de 1 g lînă
1	Lînă netratată		0,40	1,75
2	NaOCl		1,57	6,87
3	$K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4$ / NaOCl	100	1,07	4,68
4	$HCHO + H_2SO_4$ / NaOCl	70 şi 100	0,90	3,94
5	$K_2Cr_2O_7 + HCHO + H_2SO_4$ / NaOCl	70 şi 100	0,49	2,14

De altfel şi aspectul microscopic confirmă acţiunea de protejare a solzilor fibrei de lînă, fapt care reiese din fig. 1...5.

Indicii fizico-mecanici (tabelul 5) pun în evidenţă în toate cazurile o scădere a rezistenţei. Pentru lînurile tratate preliminar tratamentul cu formaldehidă arată o scădere ceva mai mare a rezistenţei, fapt care se explică prin aceea că simplul tratament cu formaldehidă produce deja o scădere a rezistenţei. Alungirea este micşorată,ceea ce permite a face ipoteza că legăturile transversale formate de formaldehidă nu au fost distruse de tratamentul cu hipoclorit.

Tabelul 5

Nr. crt.	Tratament	Temperatura °C	Indici	
			R g	*A* %
1	Lînă netratată		14,10	56,50
2	NaOCl		12,18	56,70
3	$K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4$ / NaOCl	100	12,27	55,90
4	$HCHO + H_2SO_4$ / NaOCl	70 şi 100	11,10	46,30
5	$K_2Cr_2O_7 + HCHO + H_2SO_4$ / NaOCl	70 şi 100	12,55	48,70

La tratamentul cu bicromat de potasiu, deşi rezistenţa la rupere este ceva mai mare decît în cazul tratamentului cu formaldehidă, totuşi alungirea se menţine aproximativ egală cu aceea a lînii netratate, ceea ce permite a face ipoteza că punţile formate au fost distruse de tratamentul cu clor.

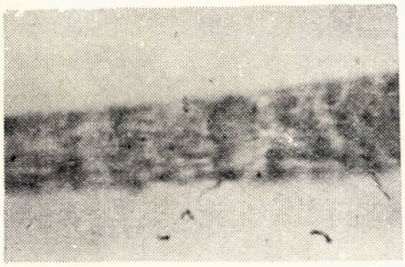


Fig. 1. — Lînă clorată.

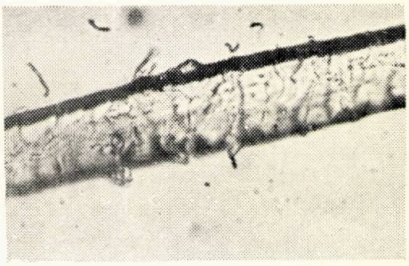


Fig. 2. — Lînă tratată cu $K_2Cr_2O_7$ + + H_2SO_4 şi NaOCl.

Fig. 3. — Lînă tratată cu HCHO + + H_2SO_4 şi NaOCl.

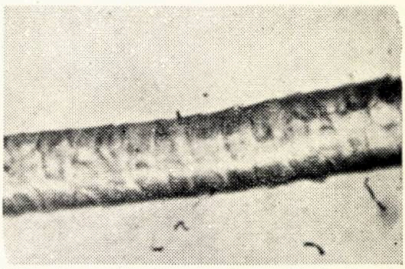


Fig. 4. — Lînă tratată cu $K_2Cr_2O_7$ + + HCHO + H_2SO_4 şi NaOCl.

Fig. 5. — Lînă retratată.

Solubilitatea în alcalii (tabelul 6) a lînurilor pretratate și clorate a fost determinată cu scopul de a se obține o indicație asupra comportării materialelor în tratamentele alcaline care urmează unei clorări sau înt aplicate de către consumator.

Cea mai mare scădere de rezistență a apărut la tratamentul cu bicromat de potasiu și reprezintă mai mult decît dublul solubilității lînurilor clorate fără pretratament. Rezultă în mod categoric că un tratament preliminar cu bicromat de potasiu este contraindicat.

Tabelul 6

Nr. crt.	Tratament	Temperatura °C	Indici %
1	NaOCl		24
2	$K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4$ / NaOCl	100	50
3	$HCHO + H_2SO_4$ / NaOCl	70 și 100	13,10
4	$K_2Cr_2O_7$+HCHO+H_2SO_4 / NaOCl	70 și 100	10,80

Este interesant totuși faptul că Speakman a sugerat ideia unui tratament cu bicromat de potasiu ulterior clorării, arătînd că acesta exercită o acțiune de tăbăcire a stratului gelatinos format sub solzi.

În condițiile lucrării noastre, în care tratamentul cu bicromat are un caracter preliminar, dacă considerăm datele de mai sus: alungire, solubilitate în alcalii și reacția Pauly, rezultă clar că nu poate fi vorba de o protejare a fibrei, ci din contra de o suprapunere de acțiuni destructive.

Pretratarea cu formaldehidă duce la o scădere a solubilității în alcalii care atinge valoarea de 13,1%. Dar o acțiune și mai bună rezultă din tratamentul mixt, care dă o solubilitate de 10,8%, care poate fi considerată egală cu aceea a lînii netratate (v. tabelul 1).

4. Concluzii

Cu privire la cele două serii mari de tratamente efectuate: a) cromarea lînurilor în prezența formaldehidei și b) clorarea lînurilor pretratate, se pot trage următoarele concluzii.

În primul caz, adaosul de formaldehidă duce la obținerea de lînuri cromate cu indici îmbunătățiți față de cei ai lînurilor cromate clasic, datorită acțiunii reducătoare și de formare de noi punți transversale, exercitată de formaldehidă. Prin acțiunea sa pozitivă formaldehida contracarează efectele negative ale bicromatului de potasiu.

În cel de-al doilea caz, al lînurilor pretratate în vederea clorării, pretratarea cu bicromat de potasiu și formaldehidă dă sub toate aspectele indici superiori. Se obține astfel o lînă clorată, deci cu toate calitățile aferente, dar cu indici ameliorați față de tratamentul clasic, apropiați de ai lînii crude, considerată ca etalon.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologie chimică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Kertesz A, Text. Forschg., 1919, S. 63.
2. Bichsel N. F., Text. Rund., 1955, **10**, S. 471, 603.
3. Kann, Lehnes Färberzeitg., 1914, **25**, S. 73.
4. Brown, Harris, Ind. Eng. Chem., 1948, **40**, p. 316.
5. Mc. Phee J. R., Text. Res. J., 1958, **28**, pp 303—314.
6. Marsh J. T., *An introduction to textile finishing,* Chapman and Hall, London, 1950.
7. Gaunt J. F., J. Soc. Dyers Col., 1949, **65**, p. 429.
8. Fraenkel-Conrat, Cooper, Olcott, J. Amer. Chem. Soc., 1945, **67**, p. 1950.
9. Alexander P., Hudson R., *Wool: its chemistry and physics,* ed. I, Chapman and Hall, London, p. 319.
10. Middlebrook, Philipps, Biochem. J., 1942, **36**, p. 294.
11. Speakman J. B., Peill A., J. Text. Inst., 1943, **34**, p. 171.
12. Fraenkel-Conrat, Cooper, Olcott, J. Amer. Chem. Soc., 1946, **68**, p. 34.
13. Trotman E. R., J. S C. I., 1922, **41**, p. 219.
14 Harris M., Smith A. L., Am. Dyestuff Reptr., 1936, **25**, p. 542.
15. Smith A. L., Harris M., J. Res. N.B.S., 1936, **16**, p. 309; Ibid., 1937, **17**, pp. 97, 577.
16. Gross, Roll, Schreiber, Mell. Text. Ber., 1939, **20**, S. 357.
17. Moore J. E., O'Connel R. B., Text. Res. J., 1958, **28**, p. 687.

ВЛИЯНИЕ БИХРОМАТА КАЛИЯ И ФОРМАЛЬДЕГИДА НА ШЕРСТЬ

(Резюме)

Изучается одновременное влияние $K_2Cr_2O_7$ и HCHO на шерсть с целью получения высококачественной шерсти. Шерсть, обработанная в разных условиях этими двумя компонентами, была подвергнута следующим испытаниям: растворению в щелочи, сверхсжатию в феноле, была подчинена реакции Паули с исследованием физико-механических показателей. Сделаны следующие выводы: а) прибавление HCHO ведет к получению хромированной шерсти с высшими показателями по сравнению с обыкновенной шерстью; б) бработка составами HCHO и $K_2Cr_2O_7$ в виде хромирования шерсти дает, со всех точек зрения, высшие показатели.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Хлорированная шерсть.
Рис. 2. — Шерсть проработаная составоми $K_2Cr_2O_7+H_2SO_4$ и NaOCl.
Рис. 3. — Шерсть проработаная составами $HCHO+H_2SO_4$ и NaOCl.
Рис. 4. — Шерсть проработаная составами $K_2Cr_2O_7+HCHO+H_2SO_4$ и NaOCl.
Рис. 5. — Непроработаная составами шерсть.

L'ACTION DU BICHROMATE DE POTASSIUM ET DE L'ALDÉHIDE FORMIQUE SUR LA LAINE

(Résumé)

On étudie l'influence du traitement simultané avec $K_2Cr_2O_7$ et HCHO sur la laine, afin d'obtenir des laines ayant des propriétes supérieures. La laine traitée avec ces deux substances, dans des conditions différentes, a été soumise aux essais suivants: la détermination de la solubilité dans les alcalis, la détermination de la supercontraction dans le phénol, la réaction Pauly quantitative et la détermination des indices physico-mécaniques (la résistence à la rupture et l'allongement de la fibre). On aboutit aux conclusinns suivantes: a) l'addition de HCHO permet à obtenir des laines chromées ayant des proprietés supérieures à celles chromées par le procédé clasique; b) le traitement, avec $K_2Cr_2O_7$ et HCHO, des laines qui sont ultérieurement chlorées permet à obtenir des laines d'une qualité supérieure.

Explication des figures

Fig. 1. — Laine chlorée.
Fig. 2. — Laine traitée avec $K_2Cr_2O_7+H_2SO_4$ et NaOCl.
Fig. 3. — Laine traitée avec $HCHO+H_2SO_4$ et NaOCl
Fig. 4. — Laine traitée avec $K_2Cr_2O_7+HCHO+H_2SO_4$ et NaOCl.
Fig. 5. — Laine nontraitée.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

667.1/.3

CĂDEREA DE PRESIUNE ÎN CAZUL VOPSIRII FIRELOR DE BUMBAC PE BOBINE

DE

FLORIN VĂLU, I. CURIEVICI şi M. MARINESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Vopsirea firelor pe bobine cilindrice sau conice, cu sistem de înfăşurare în cruce este folosită pe scară largă în industria produselor textile din fire vopsite. Acest fapt se datoreşte comodităţii de trecere a firelor de pe ţevi pe bobine şi invers, în comparaţie cu depănarea firelor de pe ţevi în sculuri.

Calitatea vopsirii firelor depinde de metoda de vopsire, de gradul de pătrundere şi de utilajul folosit. În ceea ce priveşte gradul de pătrundere în diferitele tratamente ude ale firelor pe bobine, acesta este determinat de rezistenţa opusă de stratul de fire de pe bobine.

Principalii factori care determină această rezistenţa sînt: hidromodulul, numărul metric, densitatea şi uniformitatea de înfăşurare. O înfăşurare uniformă (cu densitate de înfăşurare constantă) nu favorizează formarea canalelor de circulaţie care ar determina rezistenţe neuniforme prin stratul de fire, asigurînd astfel o vopsire egală şi uniformă.

Întrucît rezistenţa opusă de stratul de fire la circulaţia soluţiei influenţează gradul de pătrundere şi deci calitatea vopsirii, şi pentru că în literatura de specialitate lipsesc date referitoare la valoarea acestei rezistenţe, ne-am propus să studiem variaţia ei, în funcţie de factorii principali mai sus amintiţi, care o influenţează.

Unul dintre utilajele frecvent folosite în industrie, pentru vopsirea firelor de bobine, este aparatul Obermaier, de aceea pentru determinările noastre ne-am folosit de un astfel de aparat de laborator, monobobină.

2. Metoda experimentală

Pentru a stabili influenţa numărului metric asupra rezistenţei la circulaţia soluţiei de colorant, am făcut determinări pe bobine cu şase numere metrice diferite şi anume: 27/1, 34/1, 40/1, 50/1, 52/1, 54/1. De asemenea, pentru a stabili influenţa densităţii de înfăşurare pentru fiecare fir, am făcut determinări pe bobine atît cu înfăşurări normale, cît şi cu înfăşurări tari. În ceea ce priveşte influenţa hidromodulului, variaţia acestuia a fost cuprinsă între 1/10...1/15 [1], fiind limitată de capacitatea aparatului.

Aparatul de laborator tip Obermaier, pe care l-am folosit şi a cărui schiţă este dată în fig. 1, este format dintr-un rezervor de alimentare *1* din care soluţia trece printr-un ventil cu mai multe căi *2* în spaţiul de vopsit propriu-zis, unde, funcţie de poziţia ventilului, poate circula din interiorul către exteriorul bobinei, din exterior către interior şi concomitent în ambele sensuri. O pompă centrifugă *5* asigură circulaţia continuă a soluţiei din rezervorul *3* în spaţiul de vopsire şi din spaţiul de vopsire în rezervor. În spaţiul de vopsire se găseşte un cilindru perforat *4* pe care se poate îmbrăca o bobină de dimensiuni normale (diametru 170 mm şi înălţime 116 mm). Aparatul este prevăzut cu o serpentină *6* la partea inferioară, ce se poate racorda la conducta de vapori pentru încălzirea soluţiei de vopsit, a cărei temperatură se măsoară cu un termometru *7* montat pe capac. De asemenea aparatul mai este prevăzut şi cu un manometru *8* care indică rezistenţele opuse circulaţiei soluţiei în diferitele sensuri, funcţie de poziţia ventilului. Pentru citirea mai exactă a acestor rezistenţe, manometrul cu tub Bourdon, a fost înlocuit cu un manometru de sticlă în U, cu mercur.

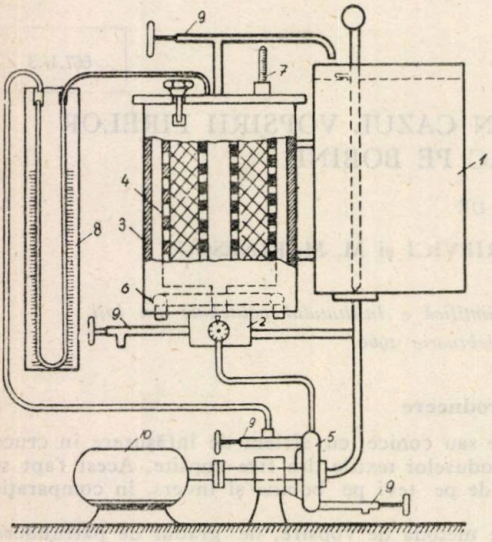


Fig. 1

Este cunoscut faptul că soluţiile de vopsit au, în general, o concentraţie în colorant destul de mică, astfel încît cantitatea de colorant nu influenţează sensibil proprietăţile fizice ale solventului (apă). Pe de altă parte operaţiunea de spălare, în cele mai multe cazuri are o durată de cîteva ori mai mare decît vopsirea propriu-zisă [1], [2]. Din aceste motive determinările au fost făcute în cazul circulaţiei apei la 20°C. Nu am modificat temperatura apei, deoarece prin ridicarea temperaturii valorile constantelor fizice ale apei se modifică, favorizînd trecerea ei prin stratul de fire al bobinei, determinările fiind astfel conduse în condiţii defavorabile.

3. Modul de lucru

Prin aparatul fără bobină s-au circulat, în toate sensurile posibile, cantităţi diferite de lichid, corespunzătoare diferitelor hidromodule. Pentru fiecare hidromodul şi sens de circulaţie s-a determinat rezistenţa la circulaţie opusă de aparat.

În aparat s-au introdus apoi, pe rînd, bobine cu diferite numere metrice şi diferite înfăşurări (normale şi tari) şi în aceleaşi condiţii ca în cazul fără bobină s-a determinat rezistenţa opusă la circulaţia lichidului.

Diferenţa între rezistenţa opusă la circulaţia lichidului prin aparatul cu bobină şi prin aparatul fără bobină furnizează rezistenţa datorită stratului de fire. Rezistenţa opusă la circulaţia lichidului, funcţie de numărul metric, înfăşurare şi hidromodul, este prezentată în fig. 2...13, în care punctele reprezintă datele obţinute experimental.

4. Rezultate obţinute

Analizînd, pe baza datelor experimentale, influenţa fiecăruia din factorii cercetaţi s-a putut stabili următoarea relaţie, care permite calculul căderii de presiune prin bobine:

$$\Delta p = K \frac{\ln f(H_m)}{f(H_m)} e^{\varphi(Nm)} \quad \text{mm Hg}, \tag{1}$$

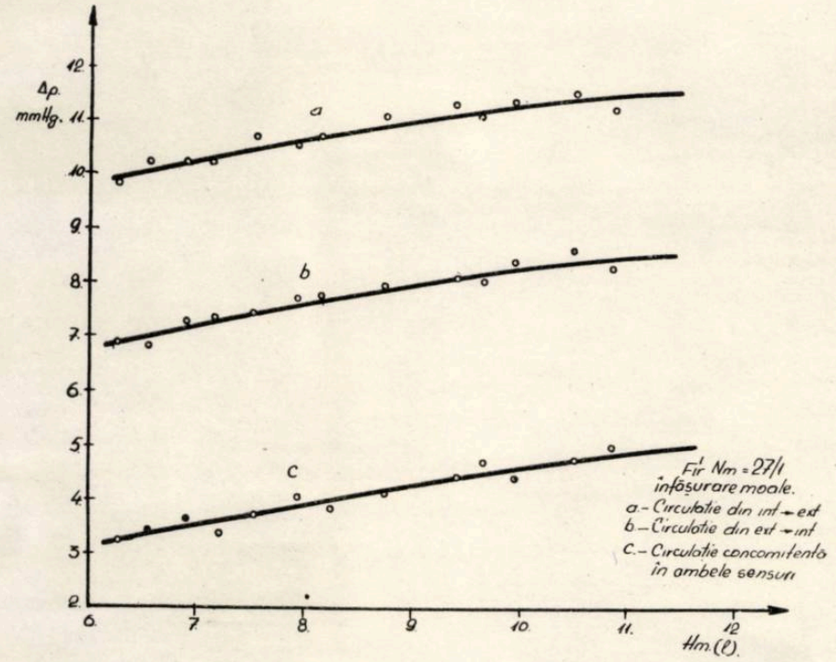


Fig 2

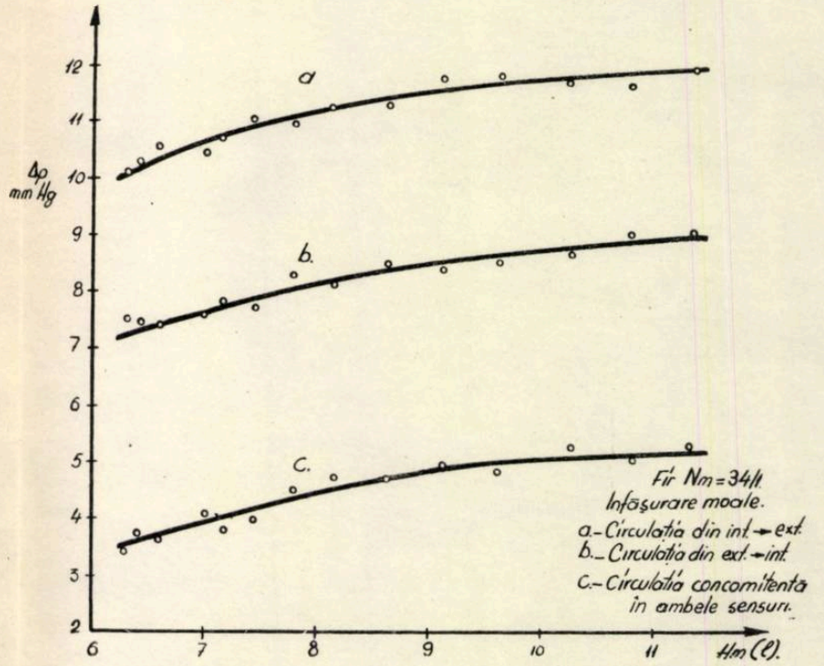
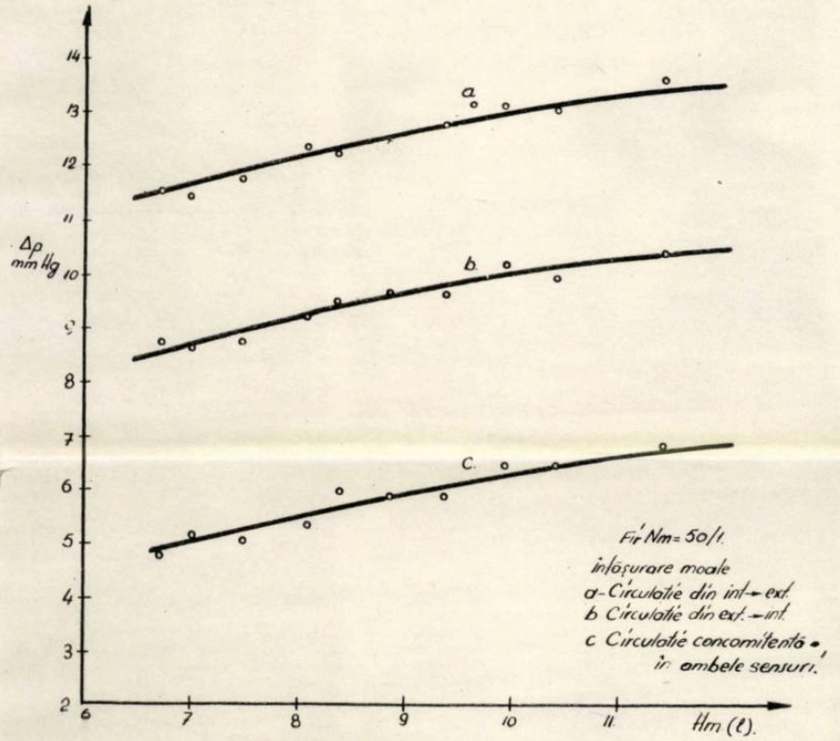


Fig. 3



Fig, 4

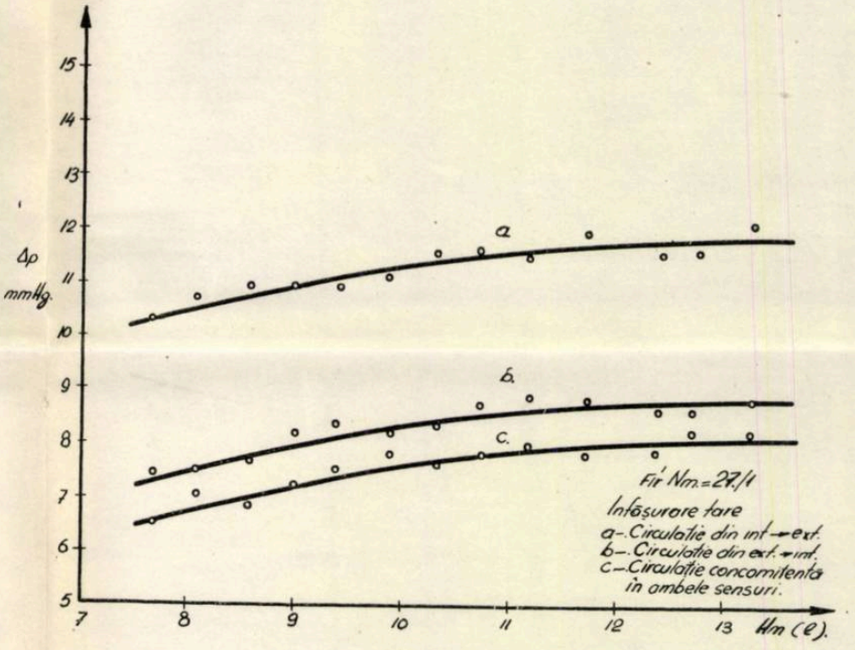
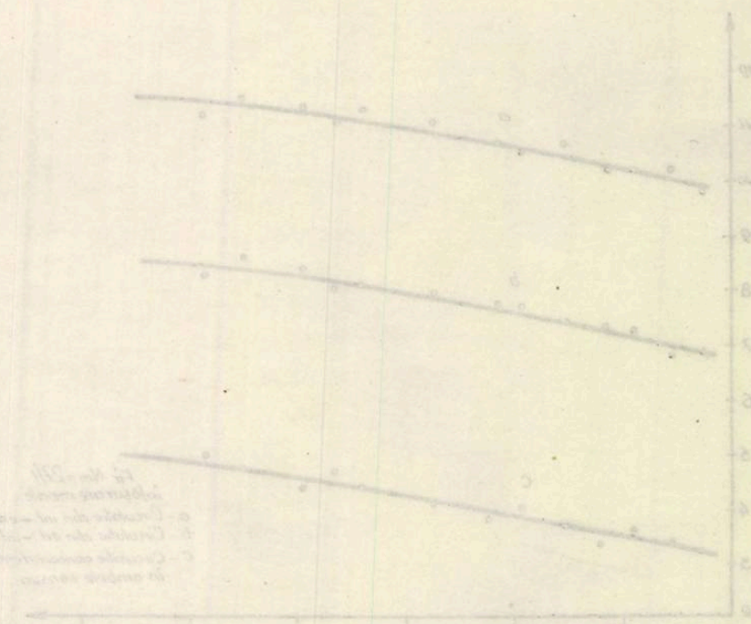
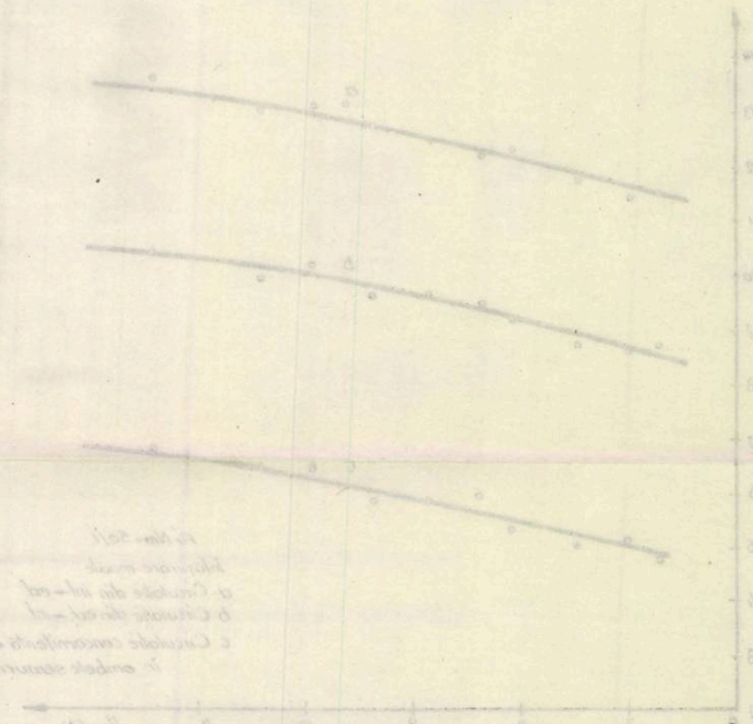
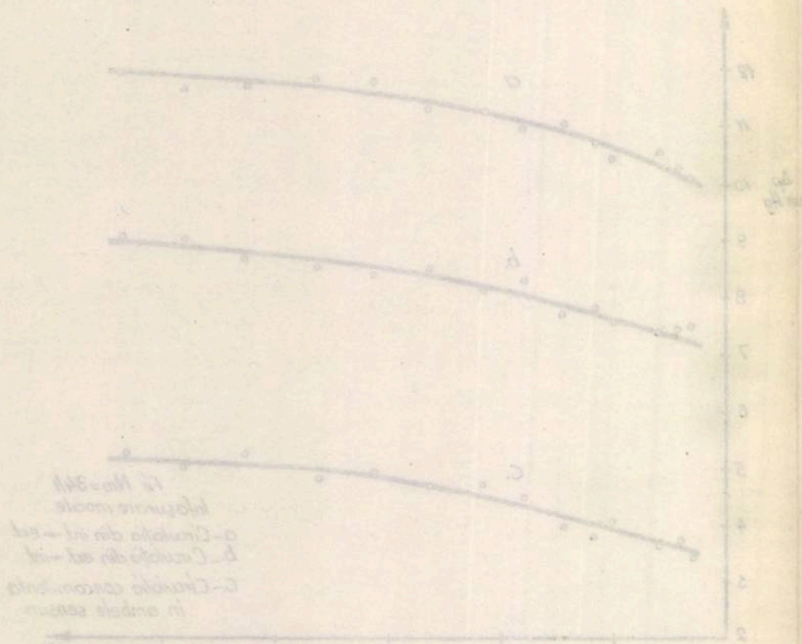
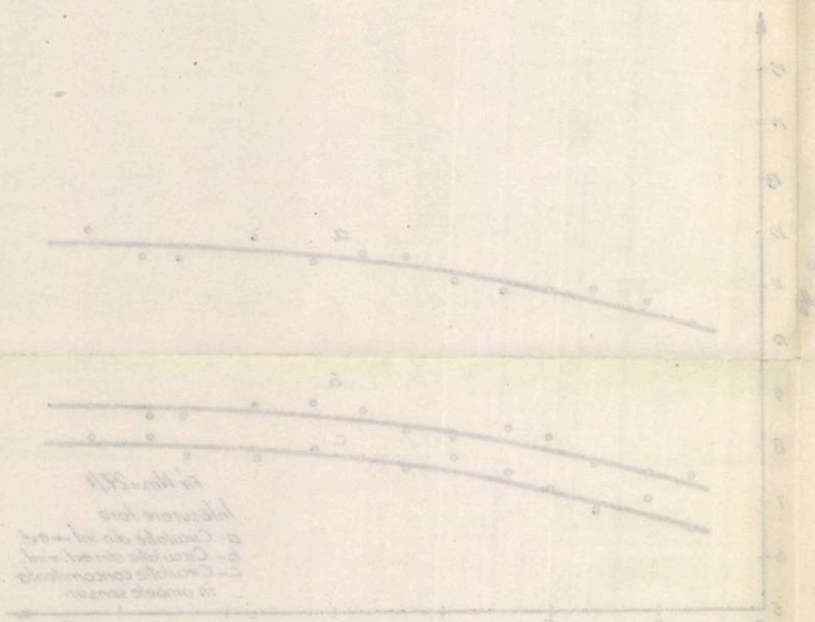


Fig. 5









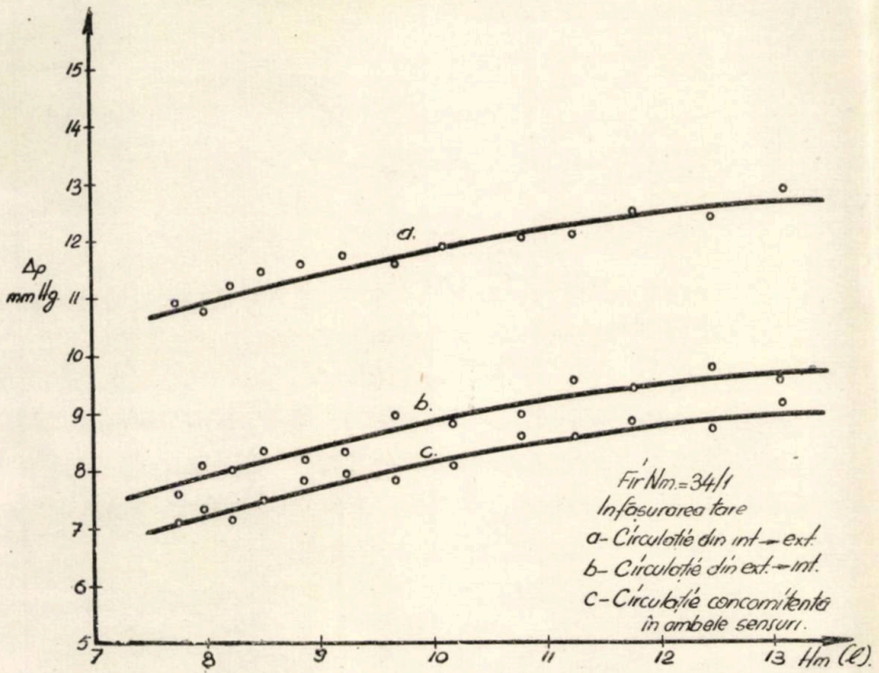


Fig. 6

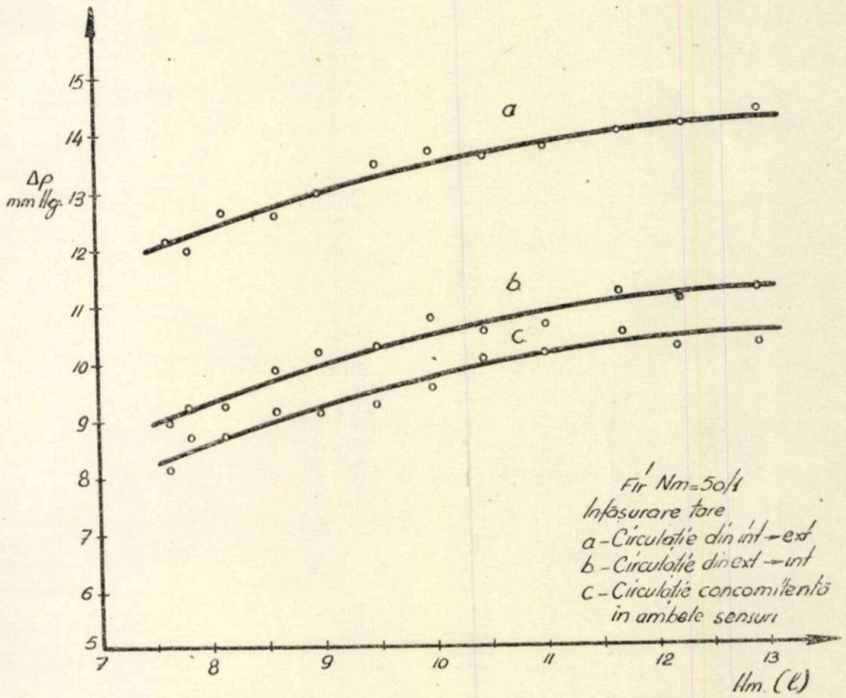


Fig. 7

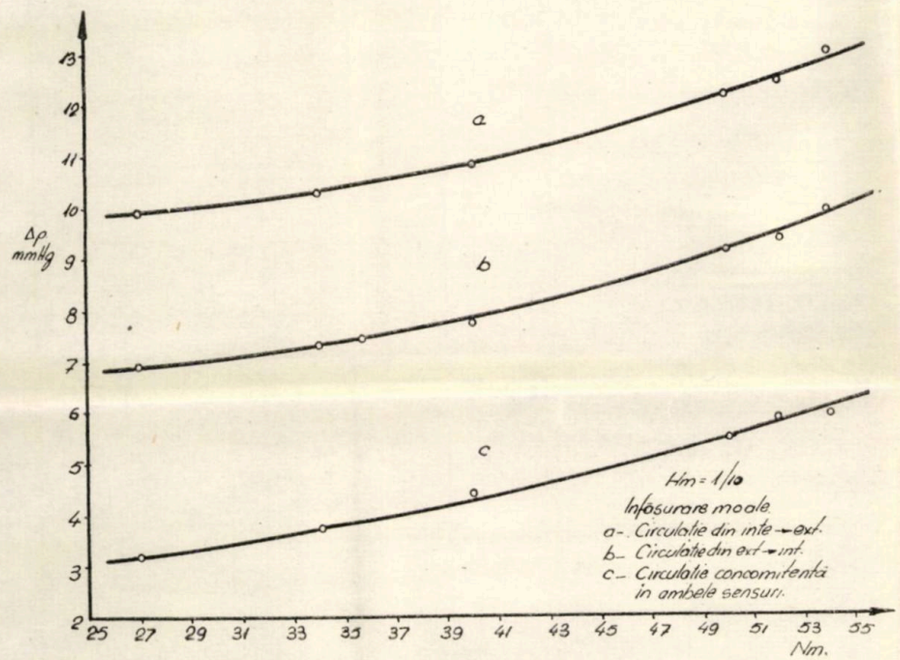


Fig. 8

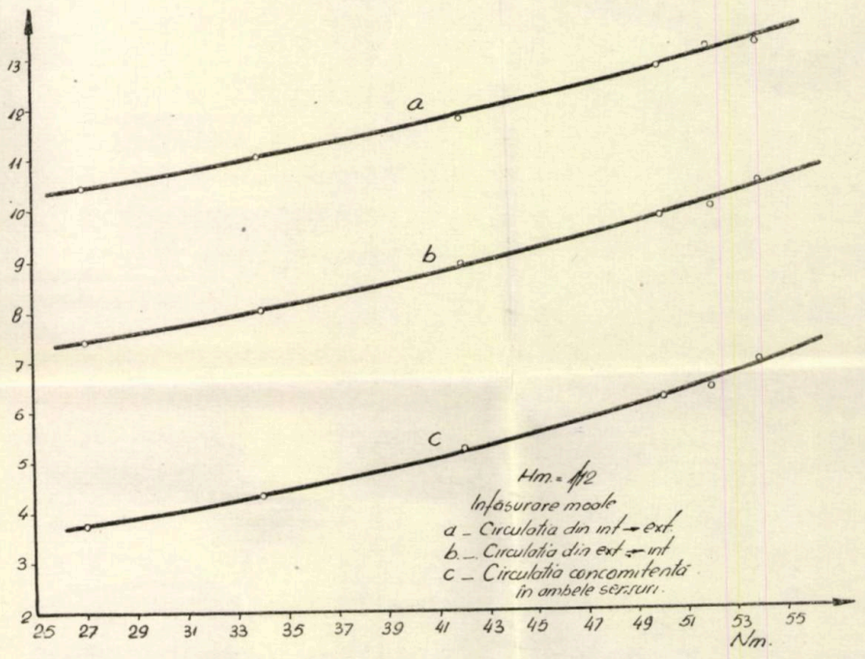
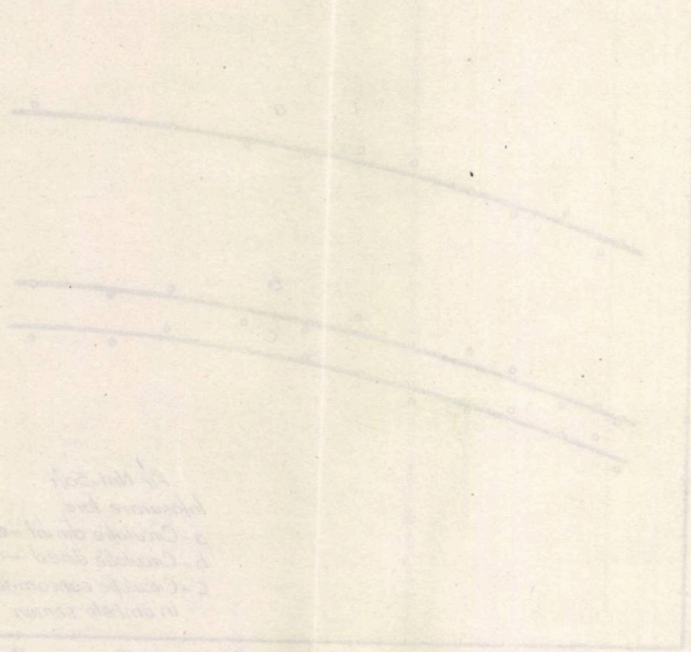
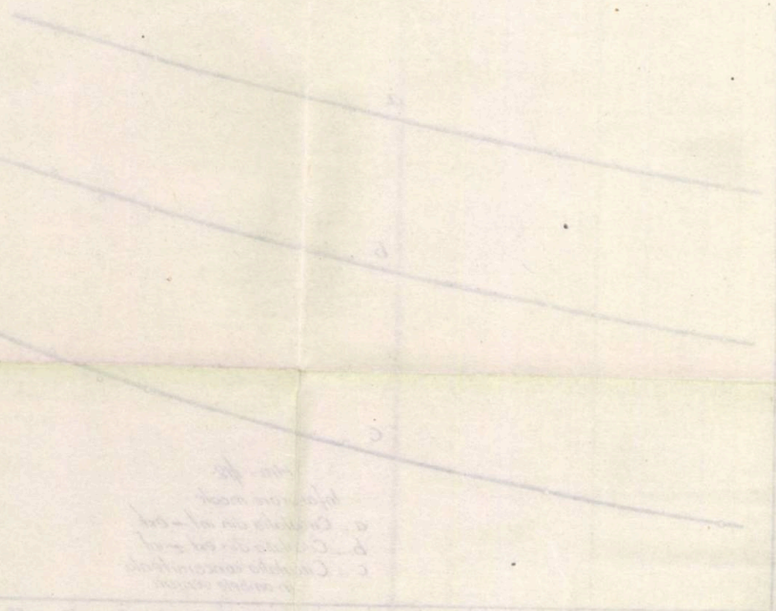
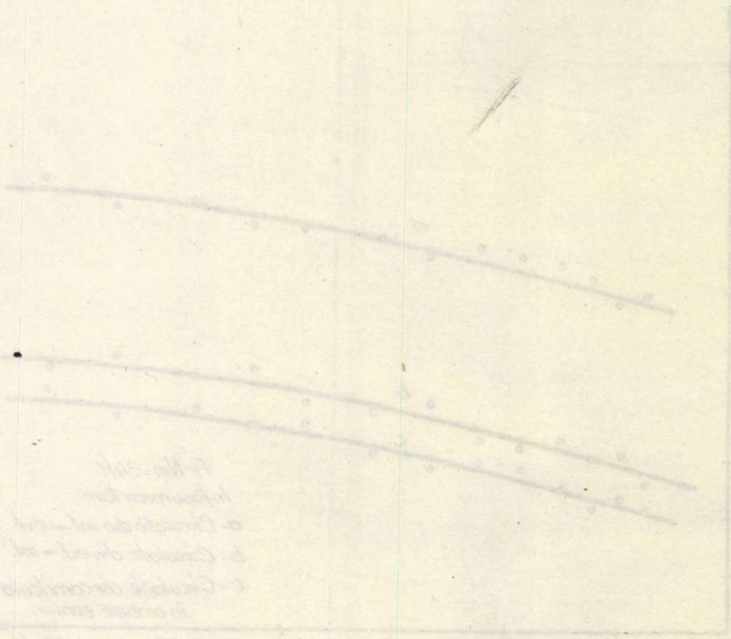
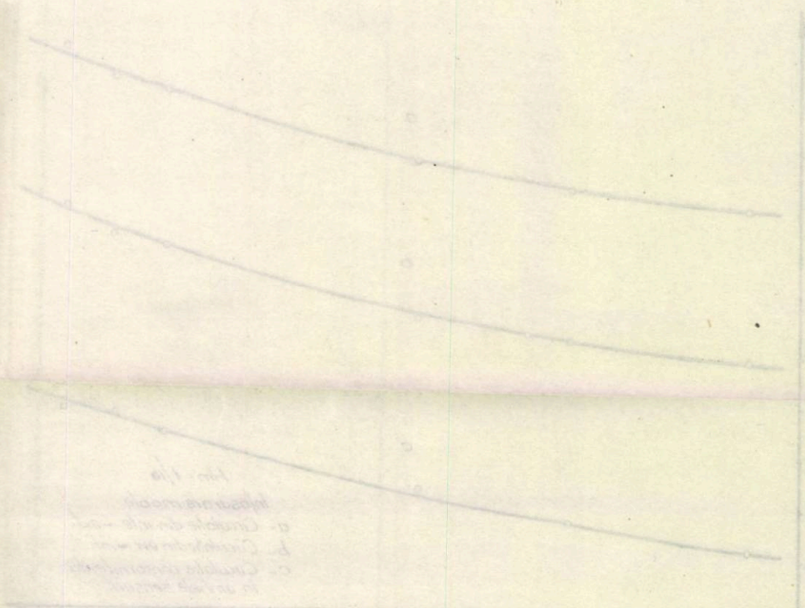


Fig. 9









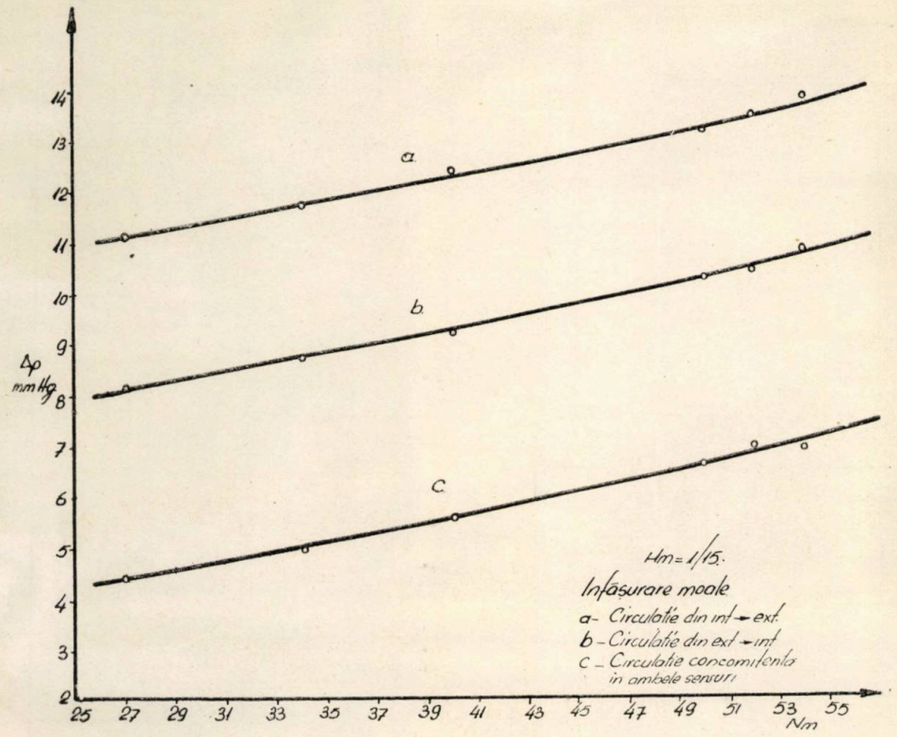


Fig. 10

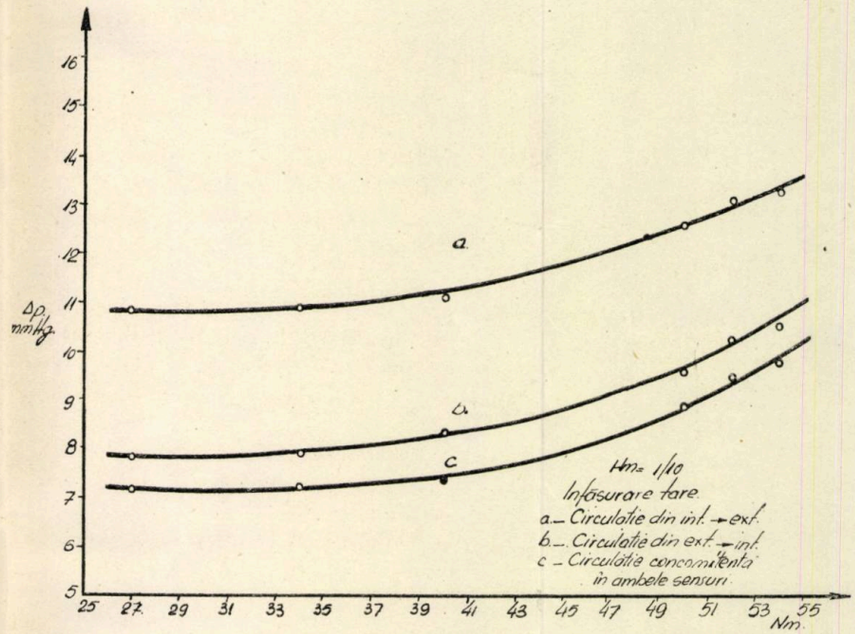


Fig. 11

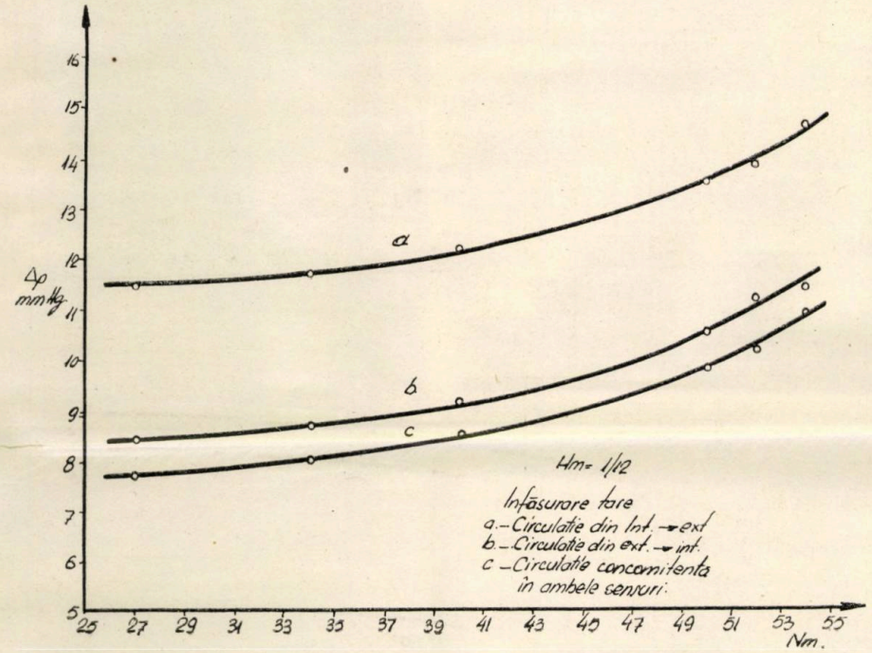


Fig. 12

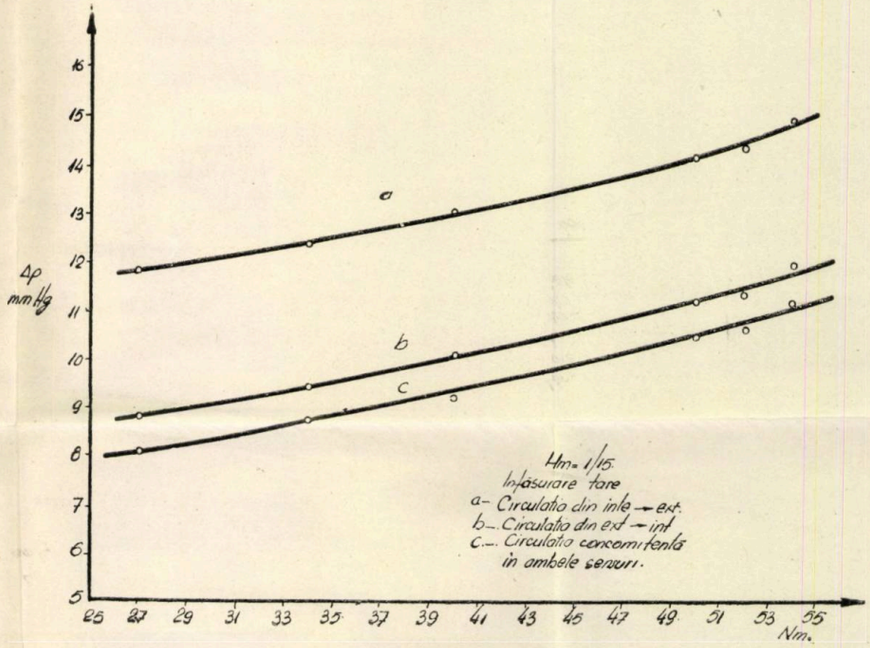
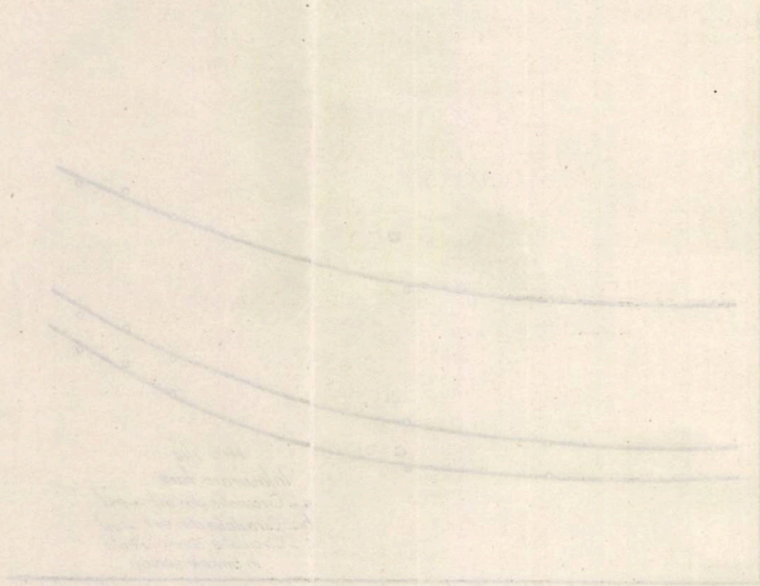
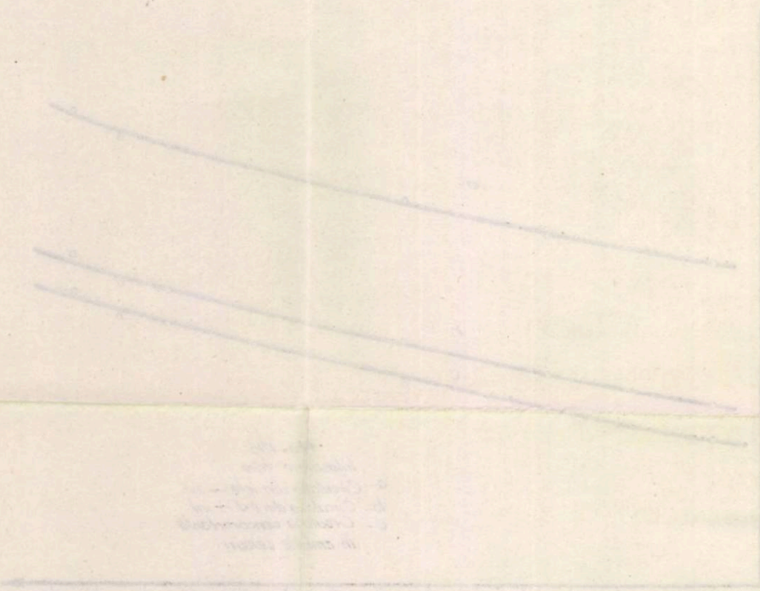
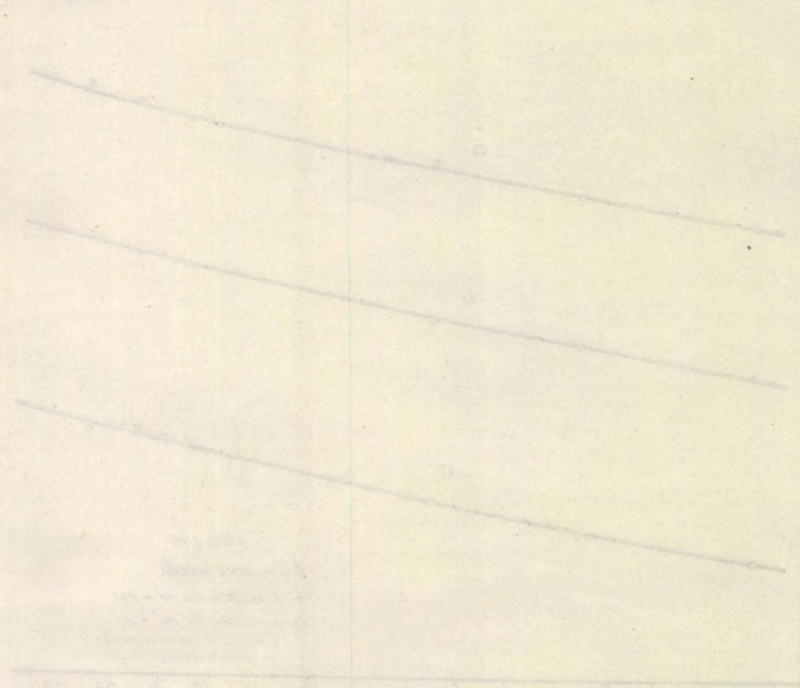
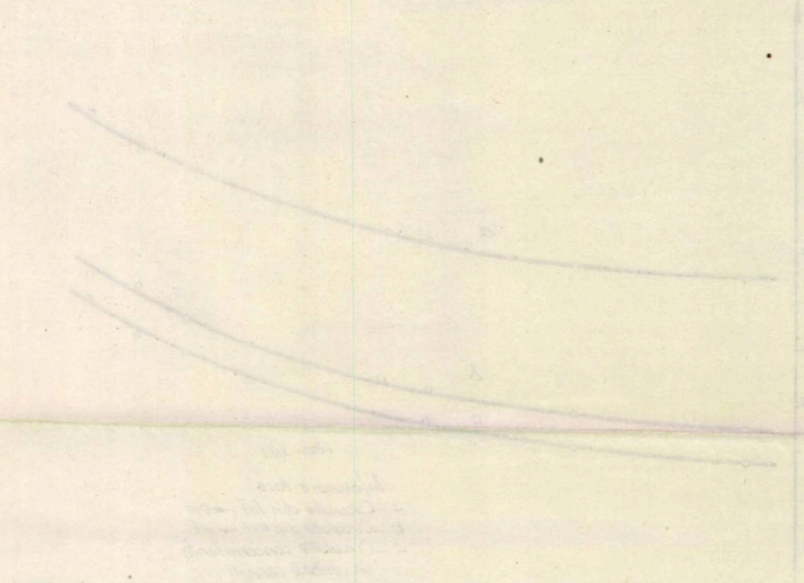


Fig. 13









în care : K — constantă ce ţine seamă de felul înfăşurării şi de sensul de circulaţie al soluţiei, H_m — cantitatea de soluţie corespunzătoare diferitelor hidromodule (l), φ (Nm)— o funcţie de numărul metric ($\varphi = Nm / 30$), Nm — numărul metric al firului.

Pentru cele două forme de înfăşurare (moale şi tare) ecuaţia are forma :

$$\Delta p = K \frac{\ln (0{,}1\ H_m + 0{,}9)}{0{,}1\ H_m + 0{,}9} e^{Nm/130} \quad \text{mm Hg} \tag{2}$$

unde $K = 20$ pentru înfăşurarea moale şi diferitele sensuri de circulaţie ale soluţiei, $K = 27{,}2$ pentru înfăşurarea tare şi diferitele sensuri de circulaţie a soluţiei.

Subliniem că în relaţia (2) intervin numai mărimi cunoscute direct în procesul de lucru.

Relaţia este valabilă în limitele erorilor experimentale, pentru hidromodule cuprinse între 1/10 şi 1/15 şi pentru numere metrice cuprinse între 27/1 şi 54/1.

5. Concluzii

a) Căderea de presiune în cazul înfăşurării tari este mai mare decît în cazul înfăşurării normale, pentru acelaşi număr metric.

b) Căderea de presiune creşte cu numărul metric al firului şi cu hidromodulul.

c) Atît din punct de vedere energetic cît şi al gradului de pătrundere este recomandabil să se lucreze cu hidromodule mici.

d) S-au stabilit relaţii empirice pentru calculul căderii de presiune prin bobine, în cazul înfăşurărilor moi şi tari, valabile pentru numere metrice cuprinse între 27/1 şi 54/1 şi hidromodule cuprinse între 1/10 şi 1/15.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologie chimică textilă,
Catedra de termotehnică,
Catedra de tehnologie chimică organică

BIBLIOGRAFIE

Fuchs E. S., *Vopsirea firelor de bumbac,* I. D. T., Buc., 1952, (trad. din l. rusă).
Садов И. Ф., Корчагин В. М., Матецкий И. А., *Химическая технология волокнистых материалов,* Гизлегпром, М., 1956.
3. Worthing A. G., Geffner J., *Prelucrarea datelor experimentale,* Ed. Tehn., Buc., 1959., (trad. din l. engleză).
4. Grunert A, Barthel R., Bettermann K., Liebschen U., Martin H., *Utilajul şi tehnologia finisării umede a materialelor textile din fibre celulozice,* Ed. tehn., Buc., 1957, (trad. din l. germană).

ПАДЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ ПРИ КРАШЕНИИ ХЛОПКОВОЙ ПРЯЖИ НА КАТУШКАХ

(Резюме)

Даются некоторые указания относительно основных факторов, влияющих на падение давления при мокрой обработке хлопковой пряжи на катушках и предлагаются, на основании опытных данных эмпирические уравнения, применяемые в расчетах падения давления в катушках, для различных метрических номеров, гидромодулей и намоток.

LA CHUTE DE PRESSION LORS DE LA TEINTURE DES FIBRES DE COTTON SUR DES BOBINES

(Résumé)

On présente quelques observations quant aux facteurs principaux qui influencent la chute de pression lors des traitements humides des fibres de cotton sur des bobines Utilisant les résultats des recherches expérimentales, les Auteurs proposent des relations empiriques pour le calcul de la chute de pression à travers les bobines pour différents numéros métriques, hydromodules et enroulements.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

677.054.24

UTILIZAREA RAŢIONALĂ A SFORILOR LA MECANISMELE JACQUARD

DE

I. ŞTEFĂNESCU, N. BĂDAN, MIŞU ZEIDMAN,
AUREL MARCHIŞ şi OLIMPIA TALAŞMAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

Mecanismul Jacquard constituie o parte componentă a războiului de ţesut cu care se pot obţine ţesături cu desene complicate, ca de exemplu: copii fidele ale lucrărilor de artă (picturi, desene, gravuri).

O importanţă deosebită în funcţionarea mecanismului Jacquard o are ansamblul sforilor care fac legătura între mecanism şi firele de urzeală. Deşi au trecut 150 de ani de la inventarea acestui mecanism, dimensionarea sforilor constituie încă o problemă pusă industriei. În prezent alegerea sforilor se face neraţional, ceea ce conduce în multe cazuri la atingerea unor coeficienţi de siguranţă mai mari ca 500. Prin utilizarea unor sfori mult prea groase, pe lîngă consumul mare de materie primă, apar deseori frecări accentuate între sfori, sub grătar, ceea ce produce încălzirea şi ruperea lor cu uşurinţă, rezultînd opriri frecvente ale războiului şi defecte în ţesătură.

Pentru înlăturarea acestor deficienţe este necesară stabilirea unei metode pentru a se dimensiona în mod ştiinţific sforile, corespunzător fiecărui caz.

Însuşirile mai importante pe care trebuie să le posede sforile Jacquard sînt: a) sarcină de rupere cît mai mare pentru o fineţe dată, b) alungire cît mai mică sub acţiunea forţelor ce apar în timpul lucrului, c) rezistenţă mare la frecare, d) grosime uniformă în tot lungul sforii, e) suprafaţă netedă, f) durabilitate.

În prezent în ţesătorii se utilizează pe scară redusă sforile de bumbac şi de dată recentă sforile din fibre sintetice monofilament, iar pe scară mult mai întinsă sforile de in şi ramie, acestea din urmă avînd în măsură mai mare însuşirile cerute unor sfori bune. În tabelul 1 sînt arătate tipurile de sfori de in folosite pentru diferite ţesături.

În afară de sforile obţinute prin răsucire se folosesc şi sfori obţinute prin împletire, dar numai din fibre sintetice continue. În tabelul 2 sînt grupate caracteristicile principale ale acestor sfori împletite, comparativ cu sforile răsucite de in şi ramie.

Din datele cuprinse în tabelul 2 se constată că sforile din fibre sintetice prezintă caracteristici superioare, în afară de faptul că alungirea la rupere este mult mai mare decît cea admisibilă, ceea ce împiedică răspîndirea lor şi conduce la utilizarea sforilor din fibre liberiene.

Sforile din fibre sintetice scurte, răsucite, nu pot fi folosite deoarece se scămoşează şi se rup uşor.

În tabelul 3 sînt prezentate rezultatele încercărilor de laborator făcute asupra sforilor utilizate în întreprinderile noastre.

Întrucît alungirea sforilor reprezintă un factor esenţial în alegerea lor, în fig. 1 se prezintă curbele forţă-alungire ale sforilor trecute în tabelul 3, cu numărul de ordine respectiv.

Tabelul 1

Tipul sforilor de in

Ţesătura	Structura sforilor de in
Ţesătură de mătase pentru confecţii exterioare	18/3×2
Ţesătură de mătase pentru confecţii de corp	24/3×2
Ţesături de in	18/3×3; 25/3×3
Ţesături de bumbac	15/3×3; 15/4×3; 18/4×3
Covoare	12/4×5; 15/4×6; 20/4×3 15/4×5; 15/4×4
Draperii	18/3×3; 18/4×3
Ţesături buclate	15/4×3; 15/3×3; 15/4×4 12/3×3; 15/12 ; 18/12 împletite
Ţesături medii de bumbac	15/3×3; 20/4×3; 18/3×3
Cuverturi de lînă	9/3×3; 12/3×3; 12/4×3
Panglici	15/3×2; 18/3×3
Stofă de mobilă şi perdele	18/3×3; 15/4×3; 12/3×3 15/3×3; 15/4×4; 18/4×3

Tabelul 2

Caracteristicile sforilor pentru mecanismele Jacquard

Caracteristici	Poliesteri				Nylon	Perlon	In	Ramie
	1	*2*	*3*	*4*				
Nm	1,3	1,3	2,1	1,9	1,6	1,7	1,3	1,2
Sarcina de rupere (kg)	21,8	19,5	19,6	20,4	31,1	32,4	19,0	19,2
Lungimea de rupere (km)	28,3	25,4	42,2	38,8	49,8	55,1	24,7	23,1
Alungirea la rupere (%)	13,7	10,1	26,1	22,8	32,2	29,6	3,5	5,0
Neregularitatea la rupere (%)	1,9	3,6	0,5	2,1	0,2	0,6	4,5	4,3
Rezistenţa la frecare în solicitări	7 900	11 000	6 100	7 800	38 000	41 000	1 000	2 100

Din cercetările întreprinse pe maşini s-a constatat, în special în ţesătoriile de mătase, că în unele cazuri, datorită frecării între sfori, se produce încălzirea lor în aşa măsură, încît mîna nu poate fi menţinută între sfori (peste 50°C), survenind ruperi dese. Cauza o constituie utilizarea unor sfori mult supradimensionate.

Tabelul 3

Caracteristicile sforilor pentru mecanismele Jacquard

Proba	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*
Materia primă	Liberian	Liberian	Liberian	Liberian	Liberian	Liberian	Liberian	Liberian	Liberian	bbc	bbc	bbc	sintetic	sintetic	coardă tehnică
Numărul metric al sforii	1,87	1,87	1,09	0,52	1,92	2	5	2	1,96	3	5,92	4,82	3,4	1	0,4
Structura	10/3×3 2/S/2	18/3×3 2/S/2	12 tricot	20/3/3/3 S/2/S/2	18/3/3 2/S/2	27/4/3 2/S/2	32/2/3 2/S/2	20/3/3 2/S/2	20/3/3 2/S/2	126/2/7/3 S/2/S/2	100/2/2/3 2/S/2/S	60/2/2/3 2/S/2/S	monofil.	monofil.	monofil
Sarcina de rupere (kg)	12,27	11,06	16,98	19,45	12,6	10,56	4,36	12,39	6,29	4,39	1,64	1,74	8,8	21,13	34,94
Neregularitatea (%)	8	14,4	6,6	8	6	15,6	8,8	9	11,6	2	6	6,4	1,6	4	5,4
Alungirea la rupere (%)	5,05	4,39	2,66	14,51	6,32	5,98	6,33	6,72	4,54	5,85	6,44	7,24	47,2	68,32	20,6
Neregularitatea alungirii (%)	4,4	4,39	8,8	2	3,6	8,8	12,4	5,2	10,4	6,8	3,2	4,2	3,6	12	5
Diametrul firului (mm) *)	0,80	0,80	1	1,5	0,80	0,72	0,52	0,8	0,8	0,55	0,53	0,5	0,5	0,95	1,47
Natura firelor de urzeală	viscoză	viscoză	lînă	lînă	viscoză	bbc	viscoză	viscoză	viscoză	bumbac	viscoză	viscoză	viscoză	viscoză	lînă
Numărul metric al firului de urzeală	90	90	10	2	90	34/2	90	90	90	34/2	90	90	90	90	2

*) Calculat cu relaţia $d = C/\sqrt{Nm}$.

Pentru înlăturarea deficienţelor provocate prin utilizarea neraţională a sforilor Jacquard se impune stabilirea unei metode ştiinţifice pentru calculul numărului de fineţe al sforilor, de folosit de la caz la caz.

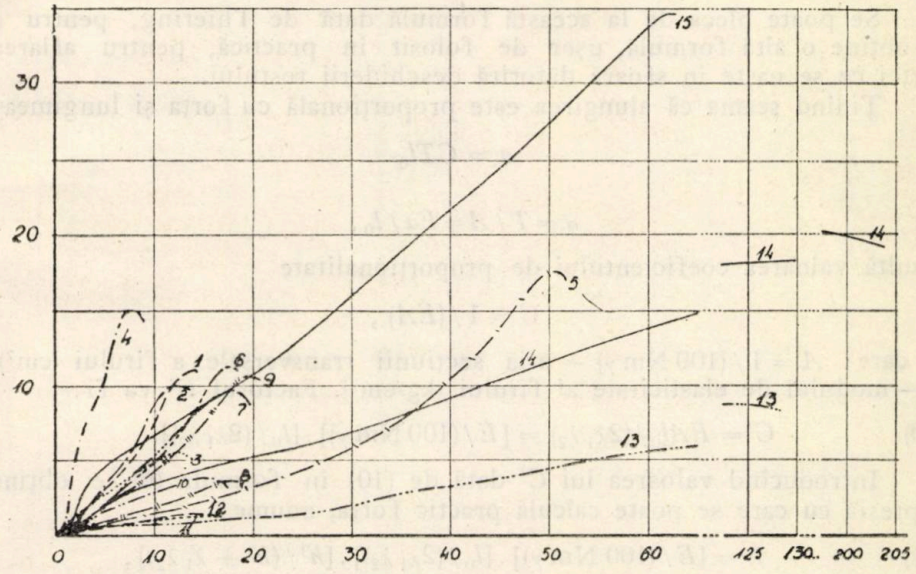


Fig. 1

În literatura de specialitate este cunoscută teoria lui Oscar Thiering [1] pentru determinarea forţei necesare deschiderii rostului în cazul cînd se lucrează cu traversă fixă în spate. În fig. 2 sînt reprezentate forţele într-un fir, la ridicarea rostului.

Lungimea iniţială $l_0 = \lambda_1 + \lambda_2$, după ridicarea iţei pe înălţimea h, devine $l = l_1 + l_2$.

Thieing calculează mai întîi alungirea firului

$$a = l - l_0 = (l_1 + l_2) - (\lambda_1 + \lambda_2). \tag{1}$$

Înlocuind prin expresii trigonometrice şi considerînd pentru simplificare $\operatorname{tg}(\alpha/2) \approx (1/2)\operatorname{tg}\alpha$ se ajunge la următoarea formă a expresiei alungirii:

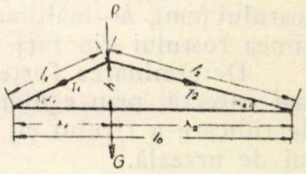


Fig. 2

$$a = (h^2/2).[l_0/(\lambda_1 + \lambda_2)]. \tag{2}$$

Tensiunile ce se nasc în firul de urzeală dau componente orizontale care se anulează, fiind egale şi opuse, şi componente verticale care trebuie învinse de forţa din sfoară, la ridicarea firelor de urzeală.

Ţinînd seamă ca alungirile sînt proporţionale cu forţa şi cu lungimea, după ce se egalează expresiile alungirii:

$$C(T_1 \lambda_1 / \cos\alpha_1 + T_2 \lambda_2 / \cos\alpha_2) = C(T_1 h / \sin\alpha_1 + T_2 h / \sin\alpha_2), \tag{3}$$

C fiind un coeficient de proporţionalitate, se ajunge la relaţia:

$$(T_1 / \sin\alpha_1 + T_2 / \sin\alpha_2) = C' h, \tag{4}$$

unde

$$C' = (1/C).[l_0/(2\lambda_1 \lambda_2)]. \tag{5}$$

Forţa necesară la o sfoară pentru a învinge componentele verticale ale tensiunilor din fir la ridicarea urzelii va fi $P = T_1 \sin \alpha_1 + T_2 \sin \alpha_2$.

Ţinînd seama de relaţia (3) se ajunge la expresia finală a forţei din sfoară

$$P = C'h^3 / (h^2 + \lambda_1 \lambda_2). \tag{6}$$

Se poate pleca de la această formulă dată de Thiering, pentru a se obţine o altă formulă, uşor de folosit în practică, pentru aflarea forţei ce se naşte în sfoară datorită deschiderii rostului.

Ţinînd seama că alungirea este proporţională cu forţa şi lungimea:

$$a = CTl_0 \tag{7}$$

şi

$$\sigma = T / A = Ea / l_0, \tag{8}$$

rezultă valoarea coeficientului de proporţionalitate

$$C = 1 / (EA), \tag{9}$$

în care: $A = 1 / (100\,\mathrm{Nm}\,\gamma)$ — aria secţiunii transversale a firului (cm^2), E — modulul de elasticitate al firului (kg/cm^2). Factorul C' va fi:

$$C' = EAl_0 / (2\lambda_1 \lambda_2) = [E / (100\,\mathrm{Nm}\,\gamma)] \cdot [l_0 / (2\lambda_1 \lambda_2)]. \tag{10}$$

Introducînd valoarea lui C' dată de (10) în formula (6) se obţine expresia cu care se poate calcula practic forţa, anume:

$$P = [E / (100\,\mathrm{Nm}\,\gamma)] \cdot [l_0 / (2\lambda_1 \lambda_2)] \cdot [h^3 / (h^2 + \lambda_1 \lambda_2)], \tag{11}$$

unde: P — forţa produsă în sfoară datorită tensiunilor ce apar în firele de urzeală prin lungirea lor la deschiderea rostului (kg), E — modulul de elasticitate al firului de urzeală (kg/cm^2), Nm — numărul metric al firului de urzeală, γ — greutatea specifică a firului (g/cm^3), l_0 — lungimea rostului (cm), h — înălţimea de ridicare la formarea rostului (cm), λ_1 — lungimea rostului din faţă (cm), λ_2 — lungimea rostului din spate (cm).

Determinarea forţei P se poate face şi pe altă cale, mai simplă şi mai corectă, prin egalarea lucrului mecanic elementar efectuat de forţa de ridicare a firului cu lucrul mecanic elementar de deformaţie al firului de urzeală.

Pentru ridicarea firului de urzeală avem

$$\mathrm{d}L = P\mathrm{d}h, \tag{12}$$

iar pentru alungirea firului

$$\mathrm{d}L = T_1\,\mathrm{d}l_1 + T_2\,\mathrm{d}l_2, \tag{13}$$

unde T_1 şi T_2 reprezintă tensiunile firului în rostul anterior, respectiv în cel posterior, iar $\mathrm{d}l_1$ şi $\mathrm{d}l_2$ — alungirile elementare ale porţiunilor respective de fir.

În condiţiile alungirii elastice şi a respectării legii lui Hooke se poate scrie:

$$T_1 = AE\varepsilon_1 = AE(l_1 / \lambda_1 - 1) \tag{14}$$

şi

(15) $$T_2 = AE\,\varepsilon_2 = AE\,(l_2 / \lambda_2 - 1)\,.$$

Cu această ocazie se observă că raportul T_1/T_2, în condiţiile de mai sus, este mai mare decît acelaşi raport în condiţiile teoriei lui Thiering, deoarece, dat fiind că $\alpha_1 > \alpha_2$

$$T_1 / T_2 = (l_1 / \lambda_1 - 1) / (l_2 / \lambda_2 - 1) = (1 / \cos\alpha_1 - 1)\,(1/\cos\alpha_2 - 1) > \cos\alpha_2 / \cos\alpha_1\,.$$

Aceasta înseamnă că componentele orizontale ale celor două tensiuni nu sînt riguros egale, ceea ce se poate remarca şi din faptul că sfoara pentru ridicarea firului nu rămîne în poziţie verticală, ci capătă o uşoară înclinare la formarea rostului.

Pentru determinarea alungirilor elementare (dl_1 şi dl_2) exprimăm pe l_1 şi l_2 în funcţie de h şi apoi diferenţiem:

(16) $$l_1 = \sqrt{h^2 + \lambda_1^2}, \quad dl_1 = (h / \sqrt{h^2 + \lambda_1^2})\,dh,$$

(17) $$l_2 = \sqrt{h^2 + \lambda_2^2}, \quad dl_2 = (h / \sqrt{h^2 + \lambda_2^2})\,dh.$$

Ţinînd seama de relaţiile (14), (15), (16) şi (17) expresia (13) devine:

(18) $$dL = AEh\,[(l_1 - \lambda_1) / (\lambda_1 l_1) + (l_2 - \lambda_2) / (\lambda_2 l_2)]\,dh.$$

Egalînd (18) cu (12) rezultă forţa

(19) $$P = AEh\,[(l_1 - \lambda_1) / (\lambda_1 l_1) + (l_2 - \lambda_2) / (\lambda_2 l_2)].$$

Forţa totală necesară ridicării unui fir de urzeală la deschiderea rostului superior este:

(20) $$P_t = P + G,$$

în care G — greutatea care ţine întinsă sfoara.

Deschiderea rostului inferior se face numai sub acţiunea greutăţii G. Mărimea acesteia este dată de relaţia

(21) $$G = kP\,,$$

în care $k = 1{,}2...1{,}5$.

Se iau valori spre limita superioară pentru firele de margine, la ţesături care au lăţimea în spată mai mare decît 1 m.

Formula (20) se poate scrie şi sub forma:

(20) $$P_t = (1 + k)\,P = (2{,}2...2{,}5)\,P.$$

Concluzii

Pentru a nu apare alungiri remarcabile ale sforilor trebuie ca alungirea lor în timpul ţeserii să se menţină exclusiv în domeniul elasticităţii instantanee şi pe cît posibil, spre limita inferioară a acesteia. În acest scop:

1. Efortul la care este supusă sfoara trebuie să fie mic în raport cu rezistenţa sforii, adoptîndu-se un coeficient de siguranţă de 50...100.

2. Este necesară o pregătire prealabilă a sforii, încît să nu cedeze la oboseală.

Recomandări

1. Alegerea corectă a greutăţilor să se facă considerînd că 5 000 g sînt necesare pentru coborîrea firelor de urzeală pe o lăţime de 10 cm. Mărimea unei greutăţi g rezultă din expresia $g = 5\,000/D$, în care D este desimea urzelii pe 10 cm.

2. Greutăţile marginale, în cazul urzelilor mai late decît 1 m, se măresc cu 25%.

3. Lungimea sforilor se alege cu 50% mai mare decît lăţimea în spată a urzelii, dar să nu depăşească 2,5 m.

4. Înălţimea plăcii sforilor să fie cu 3...4 cm deasupra cocleţilor în poziţie ridicată.

5. La intervale de timp stabilite sforile să fie tratate cu emulsii pe zonele supuse frecărilor intense.

6. Praful şi scamele depuse pe sfori şi placă să fie des îndepărtate.

7. Sforile mai subţiri se freacă mai puţin între ele.

8. Greutăţile mai mici, alese corect, produc un consum de energie mai redus.

9. Plăcile de lemn cu ochiuri de porţelan, plăcile de porţelan şi cele de fibră sau mase plastice măresc durabilitatea sforilor.

10. Sforile de culoare deschisă măresc luminozitatea pe ţesătură.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de materii prime şi tehnologie mecanică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Thiering O., Mell. Text. Ber., 1958, *12.*
2. Borodovski M. S., Kapţov N. P.. Lin N. D., Pavlova M. I., Selivanov G. I., Semionov G. V., *Bazele ţesătoriei,* vol. II, IDT, Buc., 1948, (trad. din l. rusă).
3. Gordeev V. A., Volkov V. A., *Ţesătorie,* IDT, Buc., 1952, (trad. din l. rusă).

РАЦИОНАЛЬНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НИТЕЙ МЕХАНИЗМОВ ЖАККАРА

(Резюме)

Определяются механические свойства нитей, применяемых в РНР, для механизмов Жаккара и устанавливается формула для расчета напряжений появляющихся в нитях во время работы. Заключается, что в настоящее время этим нитям даны преувеличенные размеры.

При номощи упомянутой формулы можно установить необходимые размеры для рационального использования нитей механизма.

UTILISATION RATIONNELLE DER FICELLES DANS LES MÉCANISMES JACQUARD

(Résumé)

On détermine les propriétés mécaniques des ficelles utilisées au tissage pour les mécanismes Jacquard dans la République Populaire Roumaine. On établit une formule de calcul des tensions qui apparaissent dans les ficelles pendant le travail et on arrive à la conclusion qu'à présent, les ficelles utilisées sont surdimensionnées. À l'aide de la formule citée on peut établir les dimensions requises pour une utilisation rationnelle des ficelles.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

677.05

CALCULUL CORECTAT AL INDICILOR DE LUNGIME A FIBRELOR, ŢINÎND SEAMA DE VARIAŢIA FINEŢII

DE

N. BĂDAN, MIŞU ZEIDMAN, OTILIA MÎLCOMETE şi LUCIA SILBERMAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

În practica actuală de laborator este încă destul de răspîndită metoda de determinare a caracteristicilor de lungime a fibrelor după greutatea claselor de fibre. Această metodă constă, în principal, în următoarele: se alege o mostră de fibre cît mai reprezentativă şi după o pregătire corespunzătoare (omogenizare, descreţire) se face operaţia de clasare după lungime, la un aparat special de sortare (aparat Jukov, fibrometru, fibrograf etc.); după aceea, fiecare clasă de fibre de o anumită lungime este cîntărită. Se obţine astfel distribuţia lungimilor de fibră $L\begin{pmatrix} l_i \\ g_i \end{pmatrix}$, $(i = 1,2,...,k)$, unde: l_i — lungimea fibrelor din clasa i, g_i — greutatea acestor fibre, k — numărul de clase.

Greutăţile g_i sînt folosite drept frecvenţe absolute la calculul caracteristicilor de lungime (lungime medie, dispersie etc.), prin relaţiile următoare:

a) lungimea medie

$$\bar{l} = \sum_{i=1}^{k} g_i l_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} g_i ; \tag{1}$$

b) dispersia lungimilor

$$\sigma^2(l) = \sum_{i=1}^{k} g_i (l_i - \bar{l})^2 \Big/ \sum_{i=1}^{k} g_i ; \tag{2}$$

c) coeficientul de variaţie

$$V(l) = \sigma(l) / \bar{l}. \tag{3}$$

Folosirea greutăţilor g_i drept frecvenţe ale lungimilor este determinată de faptul că operaţia de cîntărire este simplă, rapidă şi relativ precisă (de exemplu, la balanţele de torsiune moderne, precizia este de ordinul a 1...5 sutimi de miligram).

2. Metoda propusă

Un calcul corect trebuie să ia drept frecvenţă nu greutatea, ci numărul de fibre din fiecare clasă. Acest fapt impune însă numărarea fibrelor, ceea ce este foarte dificil de făcut cu mijloace curente, operaţia cuprinzînd şi un grad destul de înaintat de imprecizie.

Dacă notăm cu n_i numărul de fibre din clasa cu lungime l_i obţinem o nouă distribuţie a lungimilor de fibră, $L_r \begin{pmatrix} l_i \\ n_i \end{pmatrix}$, $(i = 1, 2, ..., k)$, cu caracteristicile uzuale:

a) lungimea medie

$$\bar{l}_r = \sum_{i=1}^{k} n_i l_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} n_i ; \tag{4}$$

b) dispersia lungimilor

$$\sigma_r^2(l) = \sum_{i=1}^{k} n_i (l_i - \bar{l}_r)^2 \Big/ \sum_{i=1}^{k} n_i ; \tag{5}$$

c) coeficientul de variaţie

$$V_r(l) = \sigma_r(l) / \bar{l}_r . \tag{6}$$

Se poate ajunge la valorile reale $\bar{l}_r$, $\sigma_r(l)$, $V_r(l)$, fără a face numărarea fibrelor, aducînd unele corecţii valorilor corespunzătoare $\bar{l}$, $\sigma(l)$, $V(l)$ calculate cu ajutorul formulelor (1), (2,) (3). În acest scop se exprimă numărul n_i de fibre în funcţie de greutatea g_i a acestora, cu ajutorul relaţiei:

$$n_i = g_i N_i / l_i , \tag{7}$$

unde N_i — numărul de fineţe al fibrelor din clasa i.

Înlocuind valoarea lui n_i dată de (7), în (4) şi (5), se obţine:

$$\bar{l}_r = \sum_{i=1}^{k} g_i N_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} (g_i N_i / l_i) , \tag{8}$$

$$\sigma_r^2(l) = \sum_{i=1}^{k} g_i l_i N_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} (g_i N_i / l_i) - (\bar{l}_r)^2 . \tag{9}$$

După cum se constată din ultimele relaţii, în afara lungimii l_i a apărut o nouă variabilă N_i. Din această cauză, pentru rezolvarea problemei propuse trebuie stabilită o legătură între aceste două variabile. Între l_i şi N_i se poate stabili, după specificul fibrelor, fie o legătură funcţională, fie o legătură stochastică.

Cazul 1 — Legătură funcţională

Stabilirea unei astfel de legături se reduce la găsirea unei funcţii empirice, pe baza determinărilor de laborator. Astfel de funcţii trebuie să aibă valabilitate pentru o categorie mai mult sau mai puţin largă de fibre textile. De exemplu, dacă se stabileşte o proporţionalitate directă între numărul de fineţe şi lungimea fibrei, adică

$$N_i = C l_i , \tag{10}$$

rezultă:

$$n_i = C g_i , \tag{11}$$

iar relaţiile (4), (5) şi (6) se reduc la (1), (2) şi (3).

Pentru intervalul de variaţie al lungimilor şi numerelor de fineţe ale unei categorii oarecare de fibre se poate stabili o legătură funcţională de forma unui polinom de gradul S (unde S depinde de precizia dorită în ajustarea relaţiei empirice) adică

$$N = a + bl + cl^2 + dl^3 + \cdots + tl^S . \tag{12}$$

Pentru verificare s-au analizat mai multe calităţi de bumbac, de diferite proveniențe. În toate cazurile au fost trasate arce convexe de curbă, apreciate ca făcînd parte din curbe de gradul $S = 3$. Determinarea coeficienţilor a fost făcută prin metoda pătratelor minime.

Ţinînd seama de expresia (12) a lui N se obţine:

$$\sum_{i=1}^{k} g_i N_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} g_i = a + b m_1 + c m_2 + d m_3 + \cdots , \tag{13}$$

unde m_i, $(i = 1, 2, \ldots)$, este momentul iniţial de ordinul i al lungimii de fibră, moment calculat pe baza greutăţilor claselor de fibre.

De asemenea

$$\sum_{i=1}^{k} g_i l_i N_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} g_i = a m_1 + b m_2 + c m_3 + d m_4 + \cdots , \tag{14}$$

şi

$$\sum_{i=1}^{k} (g_i N_i / l_i) \Big/ \sum_{i=1}^{k} g_i = a M(1/l_i) + b + c m_1 + d m_2 + \cdots \tag{15}$$

Momentele $m_1 = \bar{l}$, $m_2 = \sigma^2(l) + (\bar{l})^2$, m_3 ş. a. m. d. se pot calcula cu uşurinţă printr-o metodă simplificată de calcul, de exemplu prin metoda sumelor. Pentru calculul momentului de ordin (-1), se înlocuieşte lungimea variabilă l prin $l = m_1 + \lambda$, unde λ — abaterea lungimii de fibră, şi se dezvoltă funcţia $f(m_1 + \lambda) = 1/(m + \lambda)$ în serie Taylor. Se obţine astfel

$$1/l = 1/m_1 - \lambda/m_1^2 + \lambda^2/m_1^3 - \lambda^3/m_1^4 + \cdots$$

Media acestei expresii este:

$$M(1/l) = 1/m_1 - (1/m_1^2) M(\lambda) + (1/m_1^3) M(\lambda^2) - (1/m_1^4) M(\lambda^3) + \cdots \tag{16}$$

Însă $M(\lambda) = 0$, $M(\lambda^2) = \sigma^2(l)$, $M(\lambda^3) = \mu_3(l)$, ... şi deci:

$$M(1/l) = [1 + (1/m_1^2)\, \sigma^2(l) - (1/m^3)\, \mu_3(l) + \cdots]/m_1 . \tag{17}$$

În această relaţie putem face substituţiile: $(1/m_1^2)\, \sigma^2(l) = V^2(l)$, $\mu_3(l) = A\sigma^3(l)$, unde A — asimetria distribuţiei lungimilor. Atunci

$$M(1/l) = [1 + V^2(l)(1 + T)]/\bar{l}, \tag{18}$$

Termenul T depinde de momentele de ordin 2, 3, 4... ale abaterii λ. Relaţia (15) devine

$$(19)\quad \sum_{i=1}^{k} (g_i N_i / l_i) \Big| \sum g_i = a[1 + V^2(l)(1+T)]/\bar{l} + b + c\bar{l} + dm_2 + \cdots$$

Ţinînd seama de relaţiile (13), (14), (15) şi (20) expresiile lungimii medii şi dispersiei, date de (8) şi (9), devin:

$$(20)\quad \bar{l}_r = \frac{a + b\bar{l} + cm_2 + dm_3 + \cdots}{a[1 + V^2(l)(1+T)]/\bar{l} + b + c\bar{l} + dm_2 + \cdots},$$

$$(21)\quad \sigma_r^2(l) = \frac{a\bar{l} + bm_2 + cm_3 + dm_4 + \cdots}{a[1 + V^2(l)(1+T)]/\bar{l} + b + c\bar{l} + dm_2 + \ldots} - (\bar{l}_r)^2 .$$

Relaţiile de mai sus pot fi simplificate prin: a) neglijarea termenului suplimentar T, care în majoritatea cazurilor este mic în raport cu ceilalţi termeni din paranteză; b) anularea unora dintre coeficienţii $a, b, c, d, \ldots$, adică reducerea gradului funcţiei $N = f(l)$.

Astfel, dacă anulăm pe T şi coeficienţii $c, d, \ldots$, adică considerăm funcţia $N = f(l)$ liniară, se obţine:

$$(20')\quad \bar{l}_r = \frac{a + b\bar{l}}{a[1 + V^2(l)]/\bar{l} + b}, \qquad (21')\quad \sigma_r^2(l) = \frac{a\bar{l} + b[\sigma^2(l) + (\bar{l})^2]}{a[1 + V^2(l)]/\bar{l} + b} - (\bar{l}_r)^2 .$$

Cazul 2 — Legătură stochastică

În acest caz lungimea şi numărul de fineţe al fibrelor apar ca două variabile aleatoare corelate, avînd coeficientul de corelaţie r.

Pentru determinarea lungimii medii şi dispersiei, conform relaţiilor (8) şi (9), se calculează termenii care intră în componenţa acestora. Astfel:

$$(22)\quad \sum_{i=1}^{k} g_i N_i \Big| \sum_{i=1}^{k} g_i = M(N_i) = \bar{N},$$

unde $\bar{N}$ — numărul mediu de fineţe al fibrelor.

Acest mod de evaluare a numărului mediu este corect, deoarece el se calculează pe baza frecvenţelor după greutate. De asemenea

$$(24)\quad \sum_{i=1}^{k} g_i l_i N_i \Big| \sum_{i=1}^{k} g_i = M(lN) = \bar{l}\,\bar{N} + r\,\sigma(l)\,\sigma(N) = \bar{l}\,\bar{N}[1 + rV(l)\,V(N)],$$

unde: $\sigma(N)$ — abaterea medie pătratică, iar $V(N)$ — coeficientul de variaţie al numărului de fineţe al fibrelor.

În sfîrşit

$$\sum_{i=1}^{k} (g_i N_i / l_i) \Big| \sum_{i=1}^{k} g_i = M(N/l).$$

Pentru calculul acestei din urmă medii se înlocuieşte N prin $N = \bar{N} + \nu$ şi l prin $l = \bar{l} + \lambda$, unde ν — abaterea numărului de fineţe.

Raportul $N/l = (\bar{N} + \nu)/(\bar{l} + \lambda)$ se dezvoltă în serie Taylor, din care se reţin doar primii termeni. Rezultă:

$$N/l = \bar{N}/\bar{l} + \nu/\bar{l} - \lambda\bar{N}/(\bar{l})^2 + \{\nu^2 \cdot 0 + \lambda^2[2\bar{N}/(\bar{l})^3] - 2\lambda\nu/(\bar{l})^2\}/2 + \cdots$$

Media acestei expresii este

$$M(N/l) = \bar{N}/\bar{l} + (1/\bar{l})M(\nu) - [\bar{N}/(\bar{l})^2]M(\lambda) + [\bar{N}/(\bar{l})^3]M(\lambda^2) - [1/(\bar{l})^2]M(\lambda\nu).$$

Aici:

$$M(\lambda) = M(\nu) = 0, \quad M(\lambda^2) = \sigma^2(l), \quad M(\lambda\nu) = \operatorname{cov}(N,l) = r\sigma(N)\sigma(l).$$

Deci:

$$M(N/l) = \bar{N}[1 + V^2(l) - rV(N)V(l)]/\bar{l}. \tag{24}$$

Introducînd expresiile (22), (23) şi (24) în (8) şi (9) se obţine:

$$\bar{l}_r = \bar{l}/[1 + V^2(l) - R], \tag{25}$$

$$\sigma_r^2(l) = (\bar{l})^2[V^2(l)(1 + R) - R^2]/[1 + V^2(l) - R]^2, \tag{26}$$

unde s-a utilizat notaţia $R = rV(N)V(l)$.

Valorile coeficientului de corelaţie r depind de natura fibrelor, sortul etc. Se pot astfel stabili anumite valori pentru r, cu valabilitate pentru categorii bine delimitate de fibre, delimitarea fiind făcută pe considerente practice. Astfel, pentru categoriile de bumbac studiate de noi, valorile coeficientului de corelaţie au variat între 0,15 şi 0,45.

O dispersie mare a valorilor numărului de fineţe în jurul dreptei de regresie poate duce la o micşorare substanţială a valorii absolute a lui r.

În cazul cînd $r = 0$ (şi deci $R = 0$) relaţiile (25) şi (26) devin:

$$\bar{l}_r = \bar{l}/[1 + V^2(l)], \tag{25'}$$

$$\sigma_r^2(l) = \sigma^2(l)/[1 + V^2(l)]. \tag{26'}$$

Observaţie. Relaţiile (25') şi (26') se mai pot deduce şi din (20') şi (21'), în care se face $b = 0$. Considerînd legătura funcţională, avem $N = a$.

Un caz deosebit de interesant de independenţă a variabilelor N şi l, care conduce la relaţiile (25') şi (26'), este acela în care N = const.

Cazul cînd numărul de fineţe al fibrelor este constant reprezintă un caz real pentru o mare categorie de fibre (fibrele artificiale). Relaţiile (25') şi (26') pot fi utilizate şi pentru multe categorii de fibre naturale (care prezintă o mare uniformitate la număr) precum şi pentru unele amestecuri de fibre naturale cu fibre artificiale. Astfel, în grupele de bumbac studiate de noi s-a constatat că o mare proporţie de fibre (variind de la 40% la 75%) este cuprinsă în limitele unei abateri de $\pm$ 10% faţă de numărul mediu de fineţe.

În fig. 1 au fost trasate diagramele de frecvenţă a lungimilor, pentru bumbac. Diagrama A reprezintă variaţia frecvenţei g_i după greu-

tate, diagrama B reprezintă variaţia frecvenţei n_i după număr de fibre (real), iar C — variaţia frecvenţei n_i calculată, considerînd $N = \text{const.}$

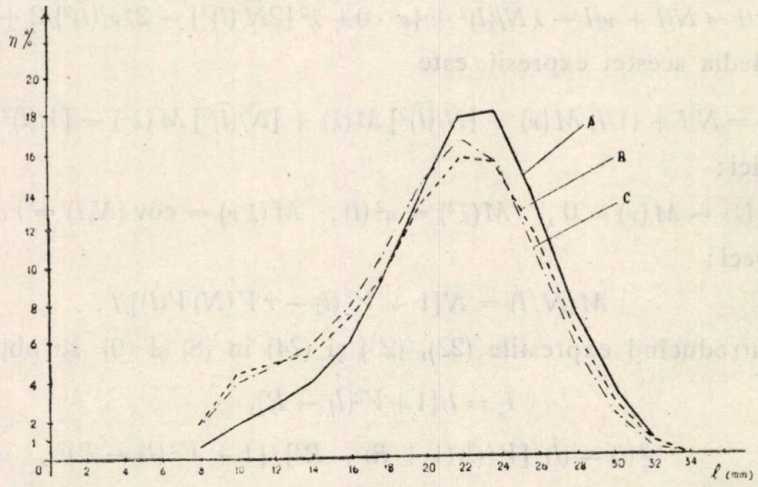


Fig. 1

După cum se observă, între diagramele A şi B este o deosebire destul de mare. În schimb, între diagramele C şi B deosebirea este foarte mică, ceea ce arată că cel puţin pentru anumite categorii de bumbac, se pot folosi relaţiile (25′) şi (26′).

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de materii prime şi tehnologie mecanică textilă

ПРАВИЛЬНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ УКАЗАТЕЛЕЙ ДЛИНЫ ВОЛОКОН, ПРИНИМАЯ ВО ВНИМАНИЕ ИЗМЕНЕНИЕ ТОНИНЫ

(Резюме)

Определение характеристик длины волокон (средней, дисперсии, неравномерности) обычно производится на основании веса классов волокон, а не числа волокон, как было бы правильно, ввиду трудности подсчёта волокон.

В работе предлагаются некоторые формулы для поправки указателей подсчитанных по весу классов, учитывая соотношение между длиной волокна и номером тонины. Анализируются два случая соотношения между l и N: функциональное и стохастическое, а также особый случай при $N = \text{const.}$, очень часто встречаемом в практике.

THE CORRECT CALCULATION OF LENGTH'S INDEXES OF FIBRES IN VIEW OF THE FINENESS'VARIATION

(Summary)

The determination of length's indexes of fibres (mean, variance, irregularity) is usually made on the base of the weights of classes of fibres, and not on the base of fibres'numbers —as it would be correct— because of the difficulties of fibres'numbering.

In this paper there are proposed some relations for the correction of indexes calculated on the base of weights of classes, in view of the connexion between the fibres' length and the fineness'number. Two cases of connexion between l and N are analysed: functional and stochastical, and the special case $N = \text{const.}$, frequently met in practice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

621–231 ; 677.053.25

CONSTRUCŢIA UNEI CAME PENTRU ÎNFĂŞURAREA CU STRATURI DE UMPLERE ŞI SEPARAŢIE A BOBINEI BUTELIE

DE

FILIP REICHER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

Înfăşurarea bobinei butelie cu straturi de umplere şi separaţie prezintă o serie de avantaje faţă de înfăşurarea paralelă, mai ales în cazul firelor de fineţe mare şi cu suprafaţa netedă (viscoză, cupro, bumbac mercerizat) şi anume : a) înfăşurarea se poate face în mod compact, cu spire strînse şi dese, fără ca spirele unui strat să se intercaleze între spirele straturilor înfăşurate anterior ; b) desfăşurarea se face uşor, spirele se desfac în mod distinct. Se evită fenomenul nefavorabil al antrenării simultane a mai multor straturi.

Stratul de umplere se realizează în timpul ridicării băncii conducătorilor de fir, cînd aceasta are o viteză medie mai mică, iar stratul de separaţie — în timpul coborîrii băncii, cu o viteză medie mai mare. Caracterul înfăşurării este determinat de raportul $C = n_1 / n_2$ unde n_1 — numărul de spire dintr-un strat de umplere, n_2 — numărul de spire dintr-un strat de separaţie. Cu cît C este mai mare, cu atît separaţia dintre straturi este mai accentuată. Valorile cele mai favorabile unei bune înfăşurări sînt $C = 3...6$.

În vederea înfăşurării cu straturi de umplere şi separaţie trebuie proiectate came speciale pentru maşina de depănat bobine butelie. În cele ce urmează se stabileşte legea de mişcare a băncii conducătorilor de fir (pentru mişcarea de coborîre) şi o metodă de proiectare a camei, ţinînd seama de raportul C şi de cerinţa unei variaţii cît mai mici a unghiului de presiune.

2. Legile de mişcare a băncii

Folosind notaţiile : R — raza spirei de la baza stratului (raza maximă), R_0 — raza spirei de la vîrful stratului (raza minimă), H — înălţimea stratului, α — unghiul dintre axa bobinei şi generatoarea stratului tronconic, T_1 — durata ridicării băncii pentru formarea unui strat de umplere, x — raza unei spire oarecare, y_1 — distanţa de la baza stratului pînă la spira de rază x (sau înălţimea băncii faţă de poziţia extremă inferioară), t — timpul, v_1 — viteza băncii în mişcarea de ridicare, prof. A. P. Malîşev [1] a stabilit legea vitezei băncii conducătorilor de fir în mişcarea de ridicare :

$$v_1 = \mathrm{d}y_1/\mathrm{d}t = k_1/(R - y_1 \operatorname{tg} \alpha), \tag{1}$$

indicînd şi valoarea constantei $k_1 = H(R+R_0)/(2\,T_1)$ şi a dedus de aici funcţia

$$Ry_1 - (y_1^2/2) \operatorname{tg} \alpha = k_1 t\,. \tag{2}$$

Pentru mişcarea de coborîre a băncii, în vederea înfăşurării stratului de separaţie, vom folosi o relaţie analogă

$$dy_2/dt = -k_2/(R - y_2 \operatorname{tg} \alpha),$$

unde y_2 are aceeaşi semnificaţie ca y_1, dar se referă la perioada coborîrii băncii. Obţinem prin separarea variabilelor şi integrare, funcţia

$$Ry_2 - (y_2^2/2) \operatorname{tg} \alpha = k_1 T_1 - k_2 t, \tag{3}$$

unde T_2 — durata coborîrii băncii pentru formarea unui strat de separaţie. De asemenea, se obţine pentru constanta k_2 expresia $k_2 = H(R+R_0)/(2T_2)$.

Notînd cu: h_1 — pasul spirei din stratul de umplere, h_2 — pasul spirei din stratul de separaţie, Φ_1 — unghiul de rotaţie a camei în timpul înfăşurării stratului de umplere, Φ_2 — unghiul de rotaţie a camei în timpul înfăşurării stratului de separaţie, mai obţinem fără dificultate următorul şir de rapoarte egale

$$T_1/T_2 = \Phi_1/\Phi_2 = k_2/k_1 = h_2/h_1 = n_1/n_2. \tag{4}$$

3. Metoda de proiectare a camei

Cama fiind de tipul camă-disc cu tachet central, rezultă că

$$y_1 = f_1(t) = \varrho_1 - \varrho_0, \quad y_2 = f_2(t) = \varrho_2 - \varrho_0, \tag{5}$$

unde: ϱ_1 — raza vectoare a profilului teoretic al camei, pentru perioada ridicării tachetului, ϱ_2 — raza vectoare a profilului teoretic al camei, pentru perioada coborîrii tachetului, ϱ_0 — raza cercului de bază al profilului teoretic al camei.

Vom considera un exemplu numeric în ce priveşte forma bobinei şi mărimile T_1 şi T_2 şi anume: $R = 37$ mm, $R_0 = 17{,}5$ mm, $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}3$, $T_1 = 1$ s, $T_2 = 1/3$ s.

Observînd că $H = (R - R_0)/\operatorname{tg} \alpha = 65$ mm, înlocuim constantele din relaţia (2) cu valorile respective şi obţinem funcţia implicită

$$37\, y_1 - 0{,}15\, y_1^2 = 1771\, t. \tag{6}$$

Funcţia $y_1 = f_1(t)$ o vom reprezenta grafic, prin puncte, dînd variabilei y_1, din (6), diferite valori în ordine crescătoare, din 5 în 5 mm (fig. 1).

Pentru a alege în mod convenabil pe ϱ ţinem seama de variaţia unghiului de presiune al camei mecanismului. Se ştie că randamentul mecanic al mecanismului este strîns legat de unghiul de presiune. Cu cît unghiul de presiune variază mai puţin în timpul unui ciclu, cu atît şi randamentul mecanic variază mai puţin şi maşina are un mers mai uniform şi liniştit. Se ştie că $\operatorname{tg} \vartheta = v_1/(\varrho_1 \omega)$, unde: ϑ — unghiul de presiune (în perioada ridicării rolei), ω — viteza unghiulară a camei. Avem însă $\omega = 2\pi/(T_1 + T_2)$.

Reprezentînd la stînga axei ordonatelor funcţia $v_1/\omega = g(y_1)$ rezultă că unghiul ϑ se determină grafic în modul următor. Pentru orice

valoare a variabilei y_1 se uneşte printr-un segment de dreaptă punctul respectiv de pe curba din stînga cu un punct fix A de pe axa ordonatelor. Unghiul format de segmentul astfel construit, cu axa ordonatelor, este tocmai unghiul ϑ, cu condiţia ca $OA = \varrho_0$, deci $\varrho_1 = y_1 + OA$ căci $\operatorname{tg}\vartheta = v_1/(\varrho_1\omega) = v_1/[\omega(y_1 + OA)]$.

Pentru a avea o variaţie relativ mică a mărimii $\operatorname{tg}\vartheta$ s-au unit printr-un segment de dreaptă punctele extreme F şi D ale curbei $v_1/\omega = g(y_1)$ şi s-a dus o paralelă la acest segment, tangentă la curbă. Intersecţia tangentei cu axa ordonatelor este punctul A.

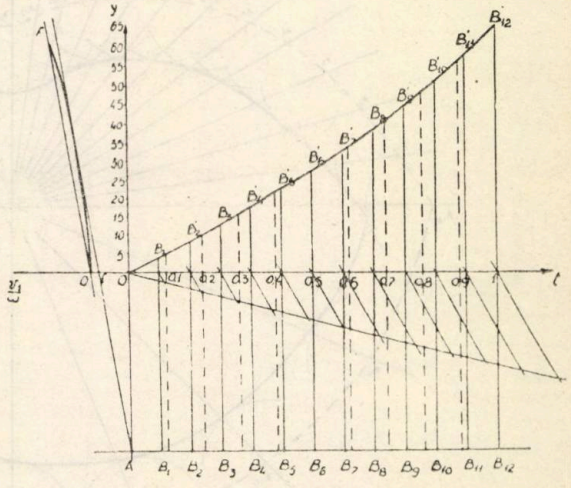


Fig. 1

Se vede că avem o variaţie relativ mică a mărimii $\operatorname{tg}\vartheta$, cuprinsă, în exemplul numeric considerat, între valorile

$$\max \operatorname{tg}\vartheta = DO/OA = 10{,}2/47{,}5 = 0{,}215 \text{ şi } \min \operatorname{tg}\vartheta = ED/OA = 8{,}2/47{,}5 = 0{,}173,$$

deoarece toate segmentele ce unesc puncte ale curbei $v_1/\omega = g(y_1)$ cu punctul A intersectează axa absciselor în puncte ce cad în intervalul DE.

Ducînd din punctul A o paralelă la axa absciselor putem măsura direct pe diagramă diferite valori ale razei vectoare $\varrho_1 = y_1 + OA = y_1 + \varrho_0$.

În exemplul considerat, avînd $T_1/T_2 = \Phi_1/\Phi_2 = 3$ şi $\Phi_1 + \Phi_2 = 360°$, rezultă $\Phi_1 = 270°$ şi $\Phi_2 = 90°$.

În fig. 2 fiecare din aceste unghiuri a fost împărţit în cîte 12 părţi egale; în diagramă segmentul T_1 a fost de asemenea împărţit în 12 părţi egale.

Razele vectoare ale profilului teoretic al camei sînt segmentele OA, B_1B_1', $B_2B_2', \ldots, B_{12}B_{12}'$. Cu ajutorul diagramei din fig. 1 este astfel construită partea din profilul teoretic al camei corespunzătoare ridicării tachetului.

Vom arăta că aceleaşi segmente servesc şi pentru construcţia părţii y doua a camei. Pentru aceasta să arătăm că diagramele celor două funcţii $c_1 = f_1(t_1)$ şi $y_2 = f_2(t_2)$ au ordonate egale pentru valori ale absciselor ae satisfac relaţia

$$t_1/T_1 + t_2/T_2 = 1. \tag{7}$$

Într-adevăr, comparînd legile de mişcare (2) şi (3) avem valori egale pentru y atunci cînd

$$k_1 t_1 = k_1 T_1 - k_2 t_2. \tag{8}$$

Dar $k_2 = T_1 k_1/T_2$. Înlocuind în relaţia (8) se obţine imediat relaţia (7). De aici rezultă că vom avea raze vectoare egale pentru mărimi ale

unghiurilor ce satisfac relaţia $\varphi_1 / \Phi_1 + \varphi_2 / \Phi_2 = 1$, avînd în vedere rotaţia uniformă a camei. Astfel, razele vectoare ale profilului teoretic al

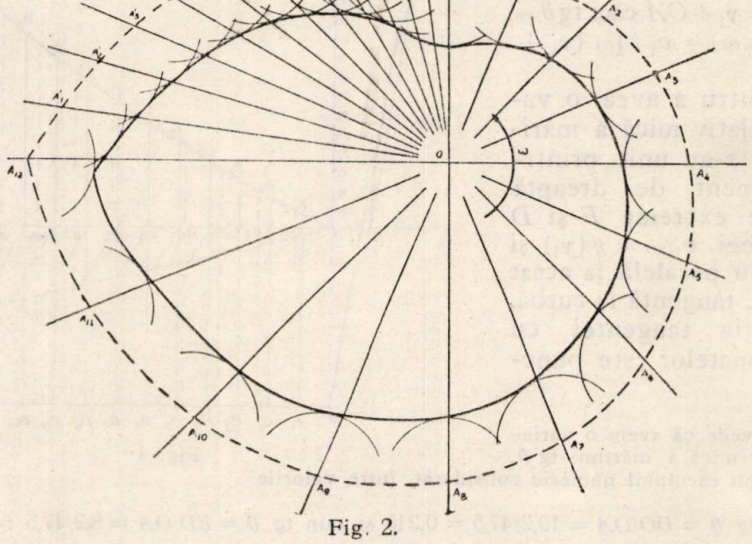


Fig. 2.

camei sînt complet determinate, pentru cele 42 de direcţii alese avînd $OA'_1 = OA_{11}$, $OA'_2 = OA_{10}$, $OA'_3 = OA_9$ etc.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de materii prime şi tehnologie mecanică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Малышев А. П., *Веретено*, Гизлегпром, М., 1950.
2. Reicher F., Ind. Text. ASIT, 1954, 5, *1*, p. 28.

ПОСТРОЕНИЕ КУЛАКА ДЛЯ НАМАТЫВАНИЯ ШПУЛИ СО СЛОЯМИ И ПРОСЛОЙКАМИ

(Резюме)

Указываются преимущества наматывания шпулей со слоями и прослойками. Устанавливаются законы движения нитеводителя при наматывании прослойки. Излагается метод проектирования кулака шпульномотальной машины, удовлетворяющий условию наименьшей вариации угла давления.

KONSTRUKTION EINER KURVENSCHEIBE FÜR DIE AUFWICKELUNG DER FLASCHENSPULE MIT FÜLL- UND TRENNSCHICHTEN

(Zusammenfassung)

Es werden die Vorteile der Aufwickelung der Flaschenspule mit Füll- und Trennschichten angezeigt. Es werden die Bewegungsgesetze des Fadenführers für die Aufwickelung der Trennschicht festgesetzt. Es wird eine Methode für die Projektierung der Kurvenscheibe der Flaschenspulmaschine angegeben, so dass die Variation des Druckwinkels womöglich klein sei.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

677.05

CONTRIBUŢIUNI LA PROBLEMA DETERMINĂRII FINEŢII FIBRELOR DE BUMBAC

DE

I. VLAD şi EMILIA VLAD

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Fineţea fibrelor de bumbac influenţează în mare măsură procesele de prelucrare mecanică în filaturi şi însuşirile fizico-mecanice ale fibrelor. Din fibre subţiri se pot obţine fire mai fine, mai uniforme şi mai rezistente. Aproape toate formulele referitoare la proiectarea fibrelor cuprind şi fineţea fibrelor.

Relaţia cunoscută pentru numărul metric de fineţe

$$N = 1\,273\,237 / (d^2 \gamma), \tag{1}$$

în care: d — diametrul mediu al fibrelor (μ), γ — greutatea specifică, nu poate fi aplicată în cazul fibrelor de bumbac, întrucît acestea nu sînt cilindrice şi prezintă goluri interioare neregulate.

Pentru determinarea cu mai multă precizie a numărului de fineţe a fibrelor de bumbac s-a ajuns la concluzia (pe scară internaţională) să se folosească metoda gravimetrică. După această metodă numărul metric de fineţe este dat de relaţia:

$$N = l\,n/g, \tag{2}$$

în care: l — lungimea de segmentare (10 mm), n — numărul fibrelor de segment, g — greutatea segmentului.

Studiind această metodă am ajuns la următoarele constatări:

a) Numărul de fineţe obţinut prin segmentarea la mijloc a mănunchiului-probă nu include fibrele scurte (sub 18 mm) întrucît acestea nu pot fi aduse la mijlocul mănunchiului (fig. 1) şi din această cauză sînt înlăturate în cea mai mare parte din probă.

b) Fibrele scurte, care n-au fost înlăturate din mănunchi, nu sînt segmentate corect (segmente neegale de fibre, fig. 2) şi astfel influenţează negativ produsul ln (v. relaţia (2)).

c) Întrucît fineţea variază în cuprinsul aceleiaşi fibre, unele segmente prezintă fineţe diferită (segmentul *abcd*, fig. 3), în funcţie de zona de segmentare, cu toate că fineţea fibrelor nesegmentate este aceeaşi.

d) Dacă mănunchiul-probă conţine fibrele dispuse cu unul din capete în acelaşi plan şi dacă segmentarea se face la baza acestui mănunchi (fig. 4), apar erori la numărul de fineţe, de aceeaşi natură ca cele menţionate la pct. c). Erorile sînt cu atît mai mari cu cît segmentarea se face mai aproape de baza mănunchiului.

e) Numărul de fineţe este afectat de modul cum sînt aranjate fibrele în probă (cu baza sau cu vîrful în acelaşi plan). Numărul fibrelor care se află cu baza sau cu vîrful în zona de segmentare nu poate fi (practic) identificat sau stabilit.

f) Dacă fibrele nu sînt presate (în ambele cazuri de segmentare) apar erori la numărul de fineţe datorită formării unei calote de fibre în momentul segmentării (fig. 5). Mărimea acestei calote este o funcţie de mărimea mănunchiului, fineţea fibrelor, elasticitatea lor, gradul lor de coaćere etc. Cu cît calota este mai mare cu atît erorile la numărul de fineţe sînt mai mari.

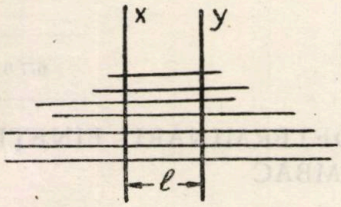


Fig. 1. — Poziţia corectă a fibrelor în mănunchiul-probă.

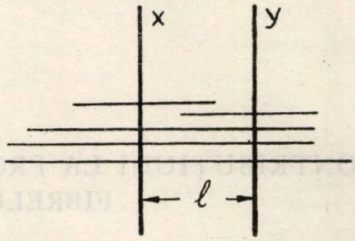


Fig. 2. — Segmente neegale de fibre.

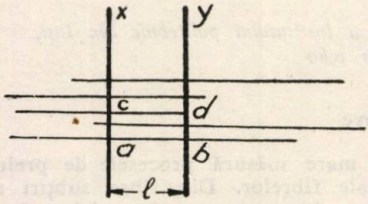


Fig. 3. — Segmente egale de fibre în zone de grosimi diferite.

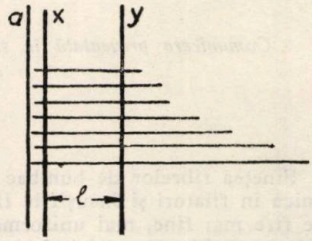


Fig. 4. — Alt caz de segmente egale de fibre în zone de grosimi diferite.

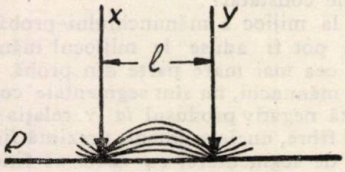


Fig. 5. — Calotă de fibre care se formează în timpul segmentării.

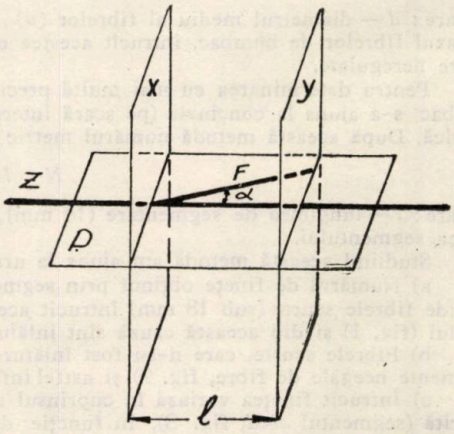


Fig. 6. — Segmente neegale de fibre datorită înclinaţiei lor faţă de planele de segmentare.

g) Poziţia înclinată a fibrelor faţă de planele de segmentare influenţează negativ analiza. La stabilirea greutăţii g intră în considerare segmentul de fibră F (fig. 6), iar la stabilirea lungimii — mărimea l, a cărei valoare pentru segmentul considerat este $l = F \cos \alpha$.

h) O sursă permanentă de erori o constituie aparatul de tăiat. Starea lamelor tăietoare influențează considerabil rezultatele măsurătorilor.

Din cele de mai sus rezultă că metoda clasică pentru determinarea finețiii fibrelor de bumbac, bazată pe segmentarea unui mănunchi de fibre, nu este o metodă precisă, întrucît prezintă foarte multe surse de erori. De asemenea această metodă nu permite stabilirea finețiii fibrelor scurte (10...18 mm) și nici variația finețiii în cuprinsul aceleiași probe.

2. O nouă metodă de determinare a finețiii fibrelor de bumbac

Pînă în prezent cea mai exactă metodă pentru determinarea finețiii bumbacului este aceea care are la bază măsurarea individuală a lungimii fibrelor. Finețea medie N, în acest caz, este dată de relația:

$$N = \left(\sum_{i=1}^{i=n} l_i \right) / g, \tag{4}$$

în care: l_i — lungimile fibrelor (mm), g — greutatea fibrelor (mg), $(i = 1,2,...,n)$.

Metoda stabilirii finețiii prin măsurararea individuală a lungimii fibrelor este o metodă greoaie și din această cauză nu a fost introdusă în practica curentă de laborator.

Plecînd de la considerația că precizia măsurării individuale a lungimii fibrelor nu poate fi mai mare ca 0,5 mm și că aparatul D-2 pentru sortarea fibrelor cu ondulații mici permite sortarea fibrelor de bumbac în ordinea lungimii lor cu o precizie mare (0,125 mm), am ajuns la concluzia că lungimile l_i (v. relația (4)) pot fi atribuite unor grupe de fibre sortate cu o precizie mai mare sau cel puțin egală preciziei măsurării individuale. În acest caz relația (4) devine:

$$N = \left(\sum_{i=1}^{i=n} l_i n_i \right) \Big/ \left(\sum_{i=1}^{i=n} g_i \right), \tag{5}$$

în care: l_i — lungimile medii ale grupelor de fibre, n_i — numerele fibrelor din grupele sortate, g_i — greutățile grupelor sortate, $(i=1,2,...,n)$.

Dacă se stabilește greutatea G pentru un anumit număr de grupe sortate sau dacă această greutate corespunde întregului mănunchi de fibre, relația (5) capătă forma:

$$N = \left(\sum_{i=1}^{i=n} l_i n_i \right) / G. \tag{6}$$

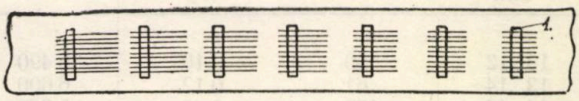


Fig. 7. — Dispoziția fibrelor pe banda de sortare.

Lungimile l_i se citesc la aparat iar greutățile g_i se stabilesc cu ajutorul balanțelor de precizie (după numărarea fibrelor din grupele sortate). Numerele fibrelor din grupele sortate se stabilesc la microscop, aducîndu-se succesiv în cîmpul microscopului fantele *1* (fig. 7) deasupra cărora se află grupele de fibre sortate în ordinea lungimii lor la aparatul D-2.

După stabilirea numărului fibrelor din fiecare grupă și după stabilirea greutăților grupelor se construiesc curbele de distribuție după lungime și finețe. Pe baza acestor curbe se determină atît caracteristicile de lungime cît și caracteristicile de finețe.

3. Măsurători efectuate după metoda propusă

Se prezintă rezultatele a două măsurători, una pentru bumbac sovietic 1 A și alta pentru bumbac romînesc 611 B (v. tabelele 1 și 2).

Tabelul 1

Bumbac sovietic 1 A

Limitele claselor mm	Numerele fibrelor pe clase *)	Greutăţile claselor mg	Numerele de fineţe **) N	Repartiţia procentuală după număr	Repartiţia procentuală după greutate
10..12	138	0,52	2 910	1,50	1,0
12..14	150	0,61	3 200	1,60	1,30
14...16	298	1,30	3 430	3,20	2,70
16...18	407	1,61	4 290	4,40	3,40
18...20	663	2,90	4 340	7,20	6,00
20...22	824	3,91	4 420	8,90	8,20
22...24	1 025	5,13	4 600	10,40	10,40
24...26	1 213	6,54	4 660	13,00	13,60
26...28	1 769	9,90	4 830	19,20	20,10
28..30	1 434	8,24	5 050	15,40	17,00
30..32	806	4,52	5 520	8,70	9,50
32..34	382	2,02	6 340	4,10	4,20
34...36	100	0,54	6 480	1,05	1,10
36...38	20	0,11	6 720	0,20	0,20
38.40	7	0,035	7 800	0,08	0,07

*) Fiecare număr reprezintă suma a 8 numere corespunzătoare celor 8 grupe sortate cu un interval de 0,25 mm.

**) Calculate cu relaţia (6).

Tabelul 2

Bumbac românesc 611 B

Limitele claselor mm	Numerele fibrelor pe clase *)	Greutăţile claselor mg	Numerele de fineţe **) N	Repartiţia procentuală după număr	Repartiţia procentuală după greutate
10..12	59	0,10	6 490	1,20	0,50
12...14	61	0,12	6 600	1,20	0,50
14...16	159	0,40	5 960	3,30	1,80
16...18	178	0,50	6 050	3,70	2,20
18...20	307	1,05	5 550	6,30	4,60
20...22	480	2,05	4 910	9,90	9,30
22...24	827	4,05	4 690	17,10	18,40
24...26	928	4,70	4 930	19,20	21,50
26...28	860	4,40	5 270	17,80	20,00
28...30	529	2,90	5 890	12,20	13,20
30...32	256	1,20	6 610	5,30	5,40
32...34	73	0,30	8 360	1,50	1,40
34...36	24	0,10	8 400	0,50	0,50
36...38	26	1,10	9 620	0,50	0,50

*) Fiecare număr reprezintă suma a 8 numere corespunzătoare celor 8 grupe sortate cu un interval de 25 mm.

**) Calculate cu relaţia (6).

Pe baza datelor din tabelele 1 şi 2 s-au construit curbele de distribuţie după lungime şi fineţe (fig. 8 — bumbac sovietic 1 A ; fig. 9 — bumbac romînesc 611 B).

Curbele *I* reprezintă distribuţia fibrelor după lungime, pe bază de număr de fibre, curbele *II* — distribuţia fibrelor după lungime, pe bază de greutate iar curbele *III* — variaţia fineţii în funcţie de lungime.

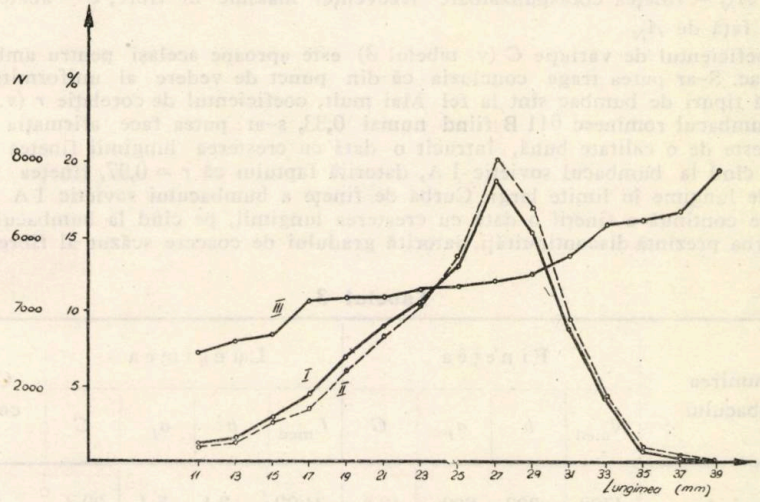


Fig. 8. — Curbele de distribuţie după lungime şi fineţe ale bumbacului sovietic 1 A.

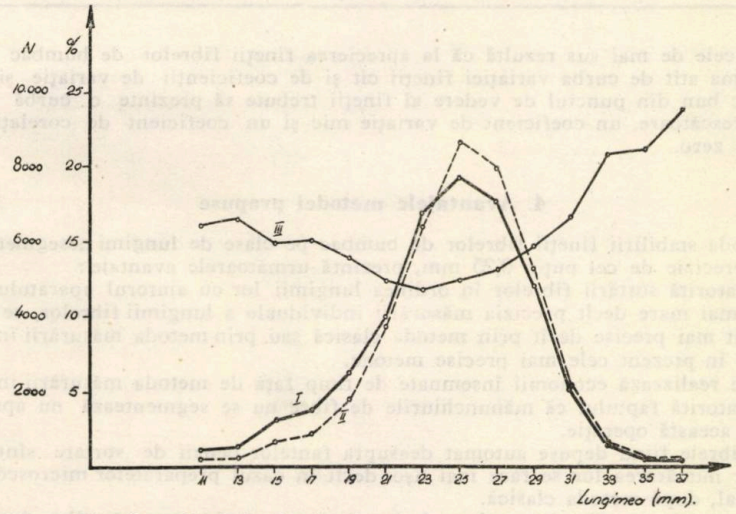


Fig. 9. — Curbele de distribuţie după lungime şi fineţe ale bumbacului romînesc 611 B.

În cazul bumbacului sovietic se constată că o dată cu creşterea lungimii creşte şi fineţea, pe cînd la bumbacul romînesc diagrama fineţii indică o creştere a numărului metric la fibrele scurte. Efectuînd secţiuni transversale în aceste fibre am constatat că

ele au un grad de coacere foarte scăzut. De asemenea s-au semnalat şi fibre subţiri care probabil au fost rupte în timpul procesului de egrenare.

Finețea medie N (v. tabelul 3) s-a calculat pentru întreaga probă cu relaţia :

$$N = A_N \pm b, \tag{7}$$

în care : A_N — finețea corespunzătoare frecvenţei maxime de fibre, b — abaterea medie calculată faţă de A_N.

Coeficientul de variaţie C (v. tabelul 3) este aproape acelaşi pentru ambele tipuri de bumbac. S-ar putea trage concluzia că din punct de vedere al uniformităţii fineții cele două tipuri de bumbac sînt la fel. Mai mult, coeficientul de corelaţie r (v. tabelul 3) pentru bumbacul romînesc 611 B fiind numai 0,33, s-ar putea face afirmaţia că acest bumbac este de o calitate bună, întrucît o dată cu creşterea lungimii finețea nu creşte mult, pe cînd la bumbacul sovietic 1 A, datorită faptului că $r = 0{,}97$, finețea variază în funcţie de lungime în limite largi. Curba de finețe a bumbacului sovietic 1 A arată însă o creştere continuă a fineții o dată cu creşterea lungimii, pe cînd la bumbacul romînesc 611 B curba prezintă discontinuităţi, datorită gradului de coacere scăzut al fibrelor.

Tabelul 3

Denumirea bumbacului	Finețea				Lungimea				Coef. de corelaţie r
	N_{med}	b	σ_F	C	L_{med}	b	σ_L	C	
Sovietic 1 A	4768	—232	600	12,5	24,93	—2,1	5,1	20,4	0,97
Romînesc 611 B	5390	— 9,2	640	12,6	24,32	—0,7	4,5	18,6	0,33

Din cele de mai sus rezultă că la aprecierea fineții fibrelor de bumbac trebuie să se ţină seama atît de curba variaţiei fineții cît şi de coeficienţii de variaţie şi corelaţie. Un bumbac bun din punctul de vedere al fineții trebuie să prezinte o curbă de finețe continuu crescătoare, un coeficient de variaţie mic şi un coeficient de corelaţie pozitiv, apropiat de zero.

4. Avantajele metodei propuse

Metoda stabilirii fineții fibrelor de bumbac pe clase de lungimi nesegmentate, sortate cu o precizie de cel puţin 0,25 mm, prezintă următoarele avantaje :

a) Datorită sortării fibrelor în ordinea lungimii lor cu ajutorul aparatului D-2, cu o precizie mai mare decît precizia măsurării individuale a lungimii fibrelor, se obţin rezultate mult mai precise decît prin metoda clasică sau prin metoda măsurării individuale, considerate în prezent cele mai precise metode.

b) Se realizează economii însemnate de timp faţă de metoda măsurării individuale.

c) Datorită faptului că mănunchiurile de fibre nu se segmentează nu apar erorile cauzate de această operaţie.

d) Fibrele fiind depuse automat deasupra fantelor benzii de sortare sînt bine paralizate, iar numărarea lor se face mai uşor decît în cazul preparatelor microscopice efectuate manual, după metoda clasică.

e) Determinarea fineții pe clase de lungimi va permite cercetătorilor din domeniul selecţionării soiurilor de bumbac să aleagă acele soiuri care prezintă o variaţie mică în finețe. De asemenea, stabilirea fineții pe clase de lungimi va permite efectuarea unui control asupra procesului de egrenare prin compararea diagramelor de finețe a fibrelor egrenate manual şi cu maşina.

f) Prin cunoaşterea diagramelor de finețe se va putea îmbunătăţi procesul tehnologic de filare. Alegerea componenţilor se va putea face nu numai în funcţie de curba

de distribuție după lungime, ci și în funcție de curba de distribuție după finețe. Procesul de pieptănare a bumbacului va putea fi îmbunătățit dacă se va lua în considerare, la reglarea mașinilor, diagrama de distribuție după finețe.

Prin introducerea acestei metode în practica curentă de laborator se va îmbunătăți uniformitatea firelor.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de materii prime și tehnologie mecanică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Kukin G., *Studiul teoretic al materialelor fibroase,* I. D. T., Buc., 1949, (trad. din l. rusă).
2 Ionescu-Muscel I. și Vlad I., *Fibre și tehnologie mecanică textilă*, Lit. Inst. polit., Iași, 1958.
3. Ionescu-Muscel I. și colab., Bul. Inst Polit. Iași, 1956, **2 (6)**, *3—4*, pp. 439—448.
4. Zylinski, *Nauka o weoknie,* Warszawa, 1958.
5. Ionescu-Muscel I. și colab., Ind. Textilă, ASIT, 1956, **7**, *8*, pp. 273—277.
6. Wagner E., *Mechanisch-technologische Textilprüfungen*, Wuppertal-Barmen, 1953.

К ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОНКОСТИ ХЛОПЧАТОБУМАЖНОГО ВОЛОКНА

(Резюме)

Излагаются недостатки классического метода для определения тонкости хлопчатобумажного волокна, основывающегося на сегментировании пучка волокна.

Предлагается новый метод для определения тонкости хлопчатобумажного волокна, при помощи которого можно установить: среднюю тонкость волокна, коэффициент изменений тонкости волокна из данной пробы, коэффициент соотношения между длиной и тонкостью а также и кривую изменения тонкости в зависимости от длины волокна.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Правильное положение волокон в пробном пучке хлопка.
Рис. 2. — Отрезки волокон различной длины.
Рис. 3. — Отрезки волокон одинаковой длины в зонах различной толщины.
Рис. 4. — Иной случай ортезков одинаковой длины в зонах различной толщины.
Рис. 5. — Принятие волокнами кривой формы во время разрезания.
Рис. 6. — Отрезки волокон различной длины создавшейся по причине их наклонного положения по отношению к плоскостям разрезания.
Рис. 7. — Расположение волокон на сортировальной ленте.
Рис. 8. — Кривые распределения по длине и тонине советского хлопка 1 А.
Рис. 9. — Кривые распределения по длине и тонине румынского хлопка 611 В.

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE DE LA DÉTERMINATION DE LA FINESSE DES FIBRES DE COTON

(Résumé)

On évalue les erreurs de la méthode classique de détermination de la finesse des fibres de coton se basant sur la segmentation d'un faisceau de fibres.

Les Auteurs présentent une nouvelle méthode pour la détermination de la finesse des fibres de coton à l'aide de laquelle on peut déterminer: la finesse moyenne des fibres, le coefficient de variation de la finesse au cours d'une épreuve, le coefficient de corrélation entre la longueur, et la finesse et la courbe de la variation de la finesse, fonction de la longueur.

Explication des figures

Fig 1.— Position correcte des fibres dans le faisceau-épreuve.
Fig. 2.— Segments inégaux de fibres.
Fig. 3.— Segments égaux de fibres en zones de grosseurs différentes.
Fig. 4.— Autre cas de segments égaux en zones de grosseurs différentes.
Fig. 5.— Calotte de fibres formée pendant la segmentation.
Fig. 6.— Segments inégaux de fibres à cause de leur inclinaison par rapport aux plans de segmentation.
Fig. 7.— Disposition des fibres sur la bande de classement des fibres textiles.
Fig. 8.— Les courbes de distribution selon la longueur et la finesse, du coton soviétique 1 A.
Fig 9.— Les courbes de distribution selon la longueur et la finesse, du coton roumain 611 B.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

677.052.5

UNELE CONSIDERAŢIUNI PRIVIND LAMINAREA ŞI TORSIONAREA LA SELFACTOR

DE

MIŞU ZEIDMAN, MIRCEA NETEA şi FILIP REICHER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

Stabilirea principalilor parametri de lucru ai selfactorului este legată de cunoaşterea aprofundată a proceselor de laminare şi torsionare. În lucrarea de faţă se fac unele consideraţiuni analitice privind aceste două operaţii.

Înainte de a începe ieşirea cărucioriului, între fuse şi cilindrii debitori se găseşte o porţiune de fir având lungimea l_1, care se va înfăşura pe ţeavă la următorul ciclu de lucru al maşinii. În timpul ieşirii cărucioriului această porţiune de fir pierde o parte din torsiunea iniţială, pe care apoi o recîştigă spre sfîrşitul cursei şi prin torsiunea suplimentară. În schimb lungimea l_1 rămîne aceeaşi [1]) ceea ce înseamnă că porţiunea iniţială de fir, deşi se dezrăsuceşte în timpul lucrului, nu se lamineză (în condiţii optime de lucru). Dacă această porţiune s-ar lamina, s-ar produce subţieri, adică o neregularitate periodică a firului. Faptul că porţiunea iniţială l_1 nu se lamineză înseamnă că, cu toată pierderea de torsiune, ea rămîne fir, adică o înşiruire cu majoritatea fibrelor fixate.

Prin urmare, porţiunea care se lamineză în timpul ieşirii este numai cea trasă de cărucior şi care are la un moment dat lungimea l_x (fig. 1). Această porţiune este deci semitort, adică o înşiruire în care fibrele pot aluneca unele faţă de altele.

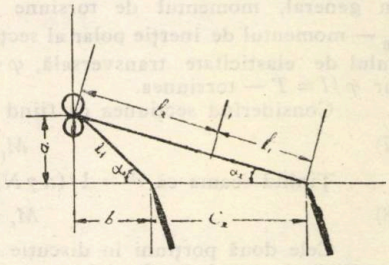


Fig. 1.

Noţiunile „fir" şi „semitort" utilizate aici au o semnificaţie relativă şi în raport cu forţele care acţionează asupra produsului în timpul laminării.

Din cauza comportării diferite la laminare rezultă că cele două porţiuni vor avea numere de fineţe diferite. Porţiunea de fir rămîne cu un număr constant, egal cu N_1, numărul de fineţe al firului final. În schimb porţiunea de semitort are un număr variabil, N_x, care creşte de la N_a (numărul pretortului alimentat) la N_1: $N_a \leqslant N_x \leqslant N_1$. Valoarea instantanee a numărului de fineţe a porţiunii de semitort este dată de relaţia:

$$N_x = N_a l_x / l_d, \tag{1}$$

[1]) Constanţa lungimii l_1 la începutul şi la sfîrşitul cursei a fost verificată practic de noi, în condiţiile unui laminaj variabil total de 1,31.

unde l_d reprezintă lungimea de pretort debitat şi care prin laminare devine l_x; raportul l_x / l_d reprezintă laminajul selfactorului.

Dacă însă am considera produsul unic aflat pe maşină la un moment dat, ca nediferenţiat, am avea atunci un număr mediu N'_x a cărui valoare este dată de relaţia

$$N'_x = N_a (l_x + l_1) / (l_d + l_1 / l_T), \tag{2}$$

unde L_T este laminajul total. La această relaţie se ajunge pornind de la egalitatea dintre suma greutăţilor firului iniţial şi pretortul debitat şi greutatea produsului aflat pe maşină, adică

$$l_1 / N_1 + l_d / N_a = (l_x + l_1) / N'_x, \tag{3}$$

ţinînd seama că $N_1 = N_a L_T$.

2. Torsionarea

În lucrarea sa despre selfactorul diferenţial profesorul R. A. Gakel [2] a introdus noţiunea de „torsiune instantanee", definită ca numărul de răsuciturі care se găsesc la un moment dat pe unitatea de lungime a produsului aflat pe maşină.

Notînd cu T_1 torsiunea firului şi cu n_x numărul de rotaţii ale fuselor făcute de la începutul cursei pînă în momentul considerat, torsiunea instantanee poate fi scrisă sub următoarea formă generală:

$$T'_x = (T_1 l_1 + n_x) / (l_1 + l_x), \tag{4}$$

iar coeficientul torsiunii instantanee:

$$\alpha'_x = T'_x / \sqrt{N'_x} = (T_1 l_1 + n_x) / (l_1 + l_x) \sqrt{N_1 (l_1 + l_x) / (l_1 + l_d L_T)}. \tag{5}$$

Diferenţiind porţiunea de fir faţă de cea de semitort va trebui să analizăm separat şi torsiunea. În acest scop vom scrie că numărul iniţial de răsuciturі de pe porţiunea de fir remanentă, la care se adaogă numărul de răsuciturі dat de fuse prin rotirea lor, este egal cu numărul de răsuciturі de pe porţiunea de semitort (l_x) la care se adaogă numărul de răsuciturі de pe porţiunea de fir (l_1), adică $T_1 l_1 + n_x = T_x l_x + T_{1x} l_1$, în care T_x — torsiunea instantanee de pe porţiunea de semitort, iar T_{1x} — torsiunea instantanee de pe porţiunea de fir.

Produsul aflat pe maşină (semitort şi fir) este supus unui moment de torsiune a cărui valoare trebuie să fie aceeaşi în orice secţiune, pentru ca să existe echilibru. În general, momentul de torsiune poate fi scris sub forma $M_t = I_0 G \varphi / l$, unde: I_0 — momentul de inerţie polar al secţiunii ($I_0 = \pi r^4/2$ pentru secţiuni circulare), G — modulul de elasticitate transversală, φ — unghiul de răsucire, l — distanţa între secţiuni, iar $\varphi / l = T$ — torsiunea.

Considerînd secţiunea ca fiind circulară avem:

$$M_t = \pi G r^4 T / 2. \tag{7}$$

Ţinînd seama că $r^2 = 1 / (\pi \gamma N)$ rezultă

$$M_t = GT / (2\pi \gamma^2 N^2). \tag{8}$$

Cele două porţiuni în discuţie vor diferi între ele prin număr, torsiune, greutate specifică şi modul de elasticitate transversală. Totuşi raportul G / γ^2 se poate considera constant pentru următoarele considerente: a) modulul de elasticitate transversală este cu atît mai mare cu cît γ este mai mare; b) greutatea specifică a semitortului variază, la rîndul ei, în limite strînse în funcţie de torsiune.

Egalînd momentele de torsiune din două secţiuni situate în cele două porţiuni ale produsului şi simplificînd constantele comune (inclusiv raportul G / γ^2), vom obţine următoarea relaţie fundamentală:

$$T_{1x} / N_1^2 = T_x / N_x^2. \tag{9}$$

Din relaţiile (6) şi (9) rezultă:

(10) $T_x = (T_1 l_1 + n_x)/[l_x + l_1(N_1/N_x)^2]$, (11) $T_{1x} = (T_1 l_1 + n_x)/[l_1 + l_x(N_x/N_1)^2]$,

iar coeficienţii de torsiune corespunzători au expresiile:

(12) $\alpha_x = (T_1 l_1 + n_x)/(l_x \sqrt{N_x} + l_1 N_1^2 N_x^{-3/2})$, (13) $\alpha_{1x} = (T_1 l_1 + n_x)/(l_x \sqrt{N_1} + l_x N_x^2 N_1^{-3/2})$.

Relaţiile (10) şi (11), respectiv (12) şi (13), pun în evidenţă variaţiile torsiunilor instantanee şi ale coeficienţilor de torsiune în timpul ieşirii căruciorului (fig. 2).

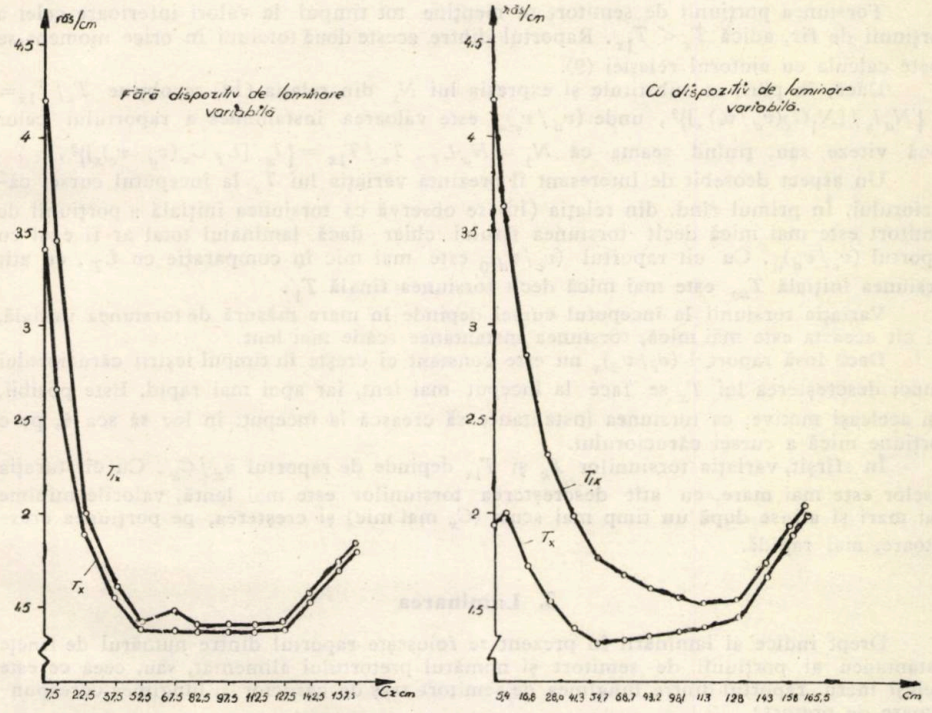


Fig. 2

Valorile iniţiale ale acestor torsiuni (pentru $C_x = 0$) le vom calcula înlocuind în relaţiile (10) şi (11) valorile iniţiale ale variabilelor n_x, l_x şi N_x, anume, $n_x = 0$, $l_x = 0$, $N_x = N_{x0}$.

Pentru calculul lui N_{x0} se utilizează formula (1) care se scrie sub forma

(14) $$N_x = N_a \, l_x / (C_x \, v_d / v_c),$$

unde: v_d — viteza periferică a cilindrilor debitori, v_c — viteza de ieşire a căruciorului. Raportul v_d / v_c poate fi constant sau variabil.

Dacă în formula (14) înlocuim valorile iniţiale ale variabilelor: $l_x = 0$, $C_x = 0$, apare o nedeterminare pe care o înlăturăm cu ajutorul regulei lui l'Hôpital. Obţinem astfel

(15) $$N_{x0} = N_a (b / \sqrt{a^2 + b^2}) \cdot (v_c / v_d)_0,$$

unde $(v_c / v_d)_0$ indică valoarea iniţială a raportului celor două viteze, iar a şi b sînt dis-

tanţele reprezentate în fig. 1. Făcînd substituţiile corespunzătoare în relaţiile (10) şi (11) vom obţine

(16) $$T_{x0} = (T_1 / L_T^2) \cdot [b^2/(a^2+b^2)] \cdot (v_c/v_d)_0^2 ,$$ (17) $$T_{1x0} = T_1 .$$

Urmărind variaţiile torsiunilor (fig. 2) se pot face următoarele constatări. Torsiunea porţiunii de fir începe cu valoarea T_1, apoi scade, atinge un minim şi la urmă creşte din nou, apropiindu-se de valoarea T_1, pe care o atinge abia după torsiunea suplimentară. Torsiunea porţiunii de semitort începe de la o valoare dată de relaţia (16) şi scade, apoi atinge un minim, iar la sfîrşit creşte din nou, tinzînd către aceeaşi valoare T_1.

Torsiunea porţiunii de semitort se menţine tot timpul la valori inferioare celei a porţiunii de fir, adică $T_x < T_{1x}$. Raportul dintre aceste două torsiuni în orice moment se poate calcula cu ajutorul relaţiei (9).

Dacă, în plus, se substituie şi expresia lui N_x din relaţia (14) se obţine $T_x / T_{1x} = \{ N_a l_x / [N_1 C_x (v_d/v_c)_x] \}^2$, unde $(v_d/v_c)_x$ este valoarea instantanee a raportului celor două viteze, sau, ţinînd seama că $N_1 = N_a L_T$, $T_x / T_{1x} = \{ l_x / [L_T C_x (v_d/v_c)_x] \}^2$.

Un aspect deosebit de interesant îl prezintă variaţia lui T_x la începutul cursei căruciorului. În primul rînd, din relaţia (16) se observă că torsiunea iniţială a porţiunii de semitort este mai mică decît torsiunea firului chiar dacă laminajul total ar fi egal cu raportul $(v_c/v_d)_0$. Cu cît raportul $(v_c/v_d)_0$ este mai mic în comparaţie cu L_T, cu atît torsiunea iniţială T_{xo} este mai mică decît torsiunea finală T_1.

Variaţia torsiunii la începutul cursei depinde în mare măsură de torsiunea iniţială, Cu cît aceasta este mai mică, torsiunea instantanee scade mai lent.

Dacă însă raportul $(v_c/v_d)_x$ nu este constant ci creşte în timpul ieşirii căruciorului atunci descreşterea lui T_x se face la început mai lent, iar apoi mai rapid. Este posibil, din aceleaşi motive, ca torsiunea instantanee să crească la început, în loc să sca ă, pe o porţiune mică a cursei căruciorului.

În sfîrşit, variaţia torsiunilor T_x şi T_{1x} depinde de raportul n_x / C_x. Cu cît turaţia fuselor este mai mare, cu atît descreşterea torsiunilor este mai lentă, valorile minime mai mari şi atinse după un timp mai scurt (C_x mai mic) şi creşterea, pe porţiunea crescătoare, mai rapidă.

3. Laminarea

Drept indice al laminării în prezent se foloseşte raportul dintre numărul de fineţe instantaneu al porţiunii de semitort şi numărul pretortului alimentat, sau, ceea ce este acelaşi lucru, raportul dintre lungimea de semitort tras de cărucior şi lungimea corespunzătoare de pretort:

(19) $$L_x = N_x / N_a = l_x / l_d .$$

Valoarea laminajului dată de formula (19) exprimă nivelul atins de laminaj pînă la un moment dat şi ia valori cuprinse între 1 (uneori şi subunitare) şi L_T.

Pentru analiza laminării acest indice nu este însă suficient. Este de dorit să se folosească şi un indice care să exprime valoarea instantanee a laminării. Această valoare este dată de raportul dintre creşterea lungimii de semitort trasă de cărucior şi creşterea lungimii debitate, ambele obţinute în acelaşi interval de timp. Limita acestui raport, cînd intervalul de timp tinde către zero, va fi tocmai laminajul instantaneu:

(20) $$E_x = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta l_x / \Delta l_d) = \mathrm{d}l_x / \mathrm{d}l_d = v_x / v_d ,$$

unde s-a avut în vedere că $v_x = \mathrm{d}l_x / \mathrm{d}t$ (viteza de tragere a semitortului de către cărucior), iar $v_d = \mathrm{d}l_d / \mathrm{d}t$ (viteza de debitare a pretortului).

Dar viteza de tragere este proiecţia vitezei căruciorului pe direcţia semitortului, adică (v. fig. 1)

(21) $$v_x = v_c \cos \alpha_x .$$

Deci laminajul instantaneu va fi dat de relaţia:

$$E_x = (v_c / v_d) \cos \alpha_x . \tag{22}$$

Forţa de laminare, adică forţa care determină deplasarea relativă a fibrelor în procesul de laminare, depinde de mulţi factori, astfel încît studierea sa analitică este dificilă. De aceea introducem un indice care, depinzînd de reglajele curente ale maşinii, va da indicaţii asupra variaţiei forţei de laminare.

Fie F_1 forţa de laminare specifică, adică forţa capabilă să învingă suma rezistenţelor de alunecare dintre fibrele unei unităţi de lungime a semitortului. Puterea dezvoltată de această forţă este

$$P_1 = F_1 v_x . \tag{23}$$

Dacă într-un interval de timp Δt unitatea de lungime a semitortului creşte cu Δa se produce un lucru mecanic de deformaţie care este direct proporţional cu mărimea acestei deformaţii, adică

$$\Delta L = k \Delta a , \tag{24}$$

iar puterea dezvoltată va fi

$$P_1 = \Delta L / \Delta t = k \Delta a / \Delta t . \tag{25}$$

Egalînd expresiile lui P_1 date de (23) şi (25) rezultă valoarea forţei specifice de laminare

$$F_1 = k (1 / v_x) . (\Delta a / \Delta t) . \tag{26}$$

Alungirea semitortului este dată de diferenţa dintre Δl_x — deplasarea elementară a capătului anterior al semitortului—şi Δl_d — deplasarea în acelaşi timp a capătului său posterior. În aceste condiţii alungirea specifică Δa va fi dată de relaţia

$$\Delta a = (\Delta l_x - \Delta l_d) / l_x . \tag{27}$$

Ţinînd seama de (27) expresia (26) devine, după trecere la limită:

$$F_1 = k (1 - v_d / v_x) / l_x . \tag{28}$$

Numim „indice de tragere" expresia

$$\mathcal{J} = (1 - v_d / v_x) / l_x = (1 - 1 / E_x) / l_x , \tag{29}$$

care este direct proporţional cu forţa specifică de laminare, adică $F_1 = k \mathcal{J}$.

În fig 3 sînt indicate curbele de variaţie ale indicelui de tragere în funcţie de deplasarea căruciorului.

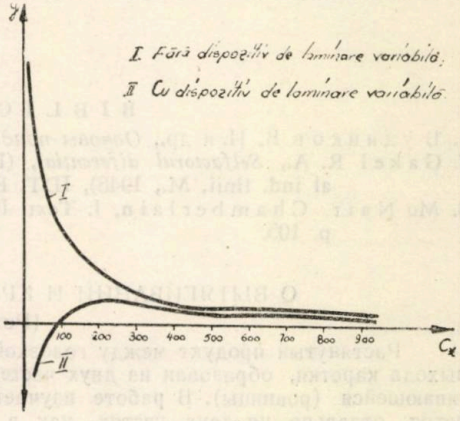


Fig. 3

Din analiza formulei (29) şi a diagramelor se pot face următoarele observaţii:
a) cu cît lungimea de semitort aflată pe maşină este mai mare, cu atît indicele de tragere este mai mic; b) la o anumită poziţie a căruciorului indicele de tragere este cu atît mai mare cu cît valoarea laminajului instantaneu este mai mare. În cazul unor laminaje instantanee subunitare indicele de tragere este negativ, ceea ce înseamnă că semitortul este comprimat, în sensul că se debitează un surplus de pretort. Această situaţie poate avea loc numai la început şi numai în cazul laminării variabile, cu valori nu prea ridicate ale laminajului total.

Tot din relaţia (29) se observă că valoarea indicelui de tragere creşte brusc o dată cu trecerea de la laminajul continuu la cel direct În acest din urmă caz indicele are valoarea

$$\mathcal{J} = 1 / l_x \tag{30}$$

deoarece $v_d = 0$.

Forţa de laminare locală este acea forţă care învinge rezistenţele la alunecare ale fibrelor dintr-o singură porţiune laminabilă (porţiune în care se produce alunecarea relativă a fibrelor). Valoarea medie a acestei forţe este dată de raportul dintre forţa de la-

minare specifică şi numărul de porţiuni laminabile pe unitatea de lungime a semitortului, $F_L = F_1 / S_1$. Numărul S_1 de porţiuni laminabile depinde la rîndul său de mai mulţi factori dintre care torsiunea şi neuniformitatea sînt printre cei mai importanţi. Cu cît torsiunea este mai mare cu atît numărul de porţiuni laminabile este mai mic şi deci forţa locală de laminare este mai mare.

Comparînd între ele variaţiile indicelui de tragere şi ale torsiunii instantanee T_x constatăm următoarele:

a) La începutul ieşirii căruciorului indicele de tragere poate atinge valori foarte mari, lucru periculos pentru uniformitatea firului. Acest neajuns se poate remedia fie prin utilizarea laminării variabile, fie prin micşorarea laminajului continuu (pînă la valori sub 1,11). Dacă avem totuşi nevoie de un laminaj total mai mare va trebui să utilizăm şi laminaj direct, ceea ce constituie un dezavantaj.

b) În regiunea mijlocie a cursei căruciorului, unde torsiunea instantanee are valori mici iar indicele de tragere valori destul de ridicate, laminarea decurge în cele mai bune condiţii.

c) Spre sfîrşitul cursei căruciorului indicele de tragere se micşorează în continuare dar forţa locală de laminare creşte din cauza micşorării numărului de porţiuni laminabile, o dată cu creşterea torsiunii. Dacă în această etapă de funcţionare se introduce laminajul direct, indicele de tragere, deci forţa locală de laminare, creşte mult, ceea ce atrage după sine o laminare neuniformă a semitortului. Pentru evitarea acestui lucru trebuie întîrziată trecerea la viteza a treia a fuselor (ceea ce duce la micşorarea producţiei teoretice a maşinii) sau trebuie renunţat la laminajul direct.

Studierea legăturilor dintre indicii de torsiune şi laminare analizaţi mai sus, precum şi găsirea unor metode de determinare experimentală a forţelor de laminare, va permite stabilirea parametrilor optimi de lucru ai selfactorului.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de materii prime şi tehnologie mecanică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Б у д н и к о в В. И. и др., *Основы прядения*, ч. **II**, Гизлегпром, М., 1945.
2. G a k e l R. A., *Selfactorul diferenţial,* (Lucrări de cerc. şt., Inst. central de cerc. şt. al ind. lînii, M., 1948), IDT, Buc, (trad. din l. rusă).
3. Mc N a i r, C h a m b e r l a i n, J. Text. Inst. (Trans.), 1957, *11*, p. 423; Ibid., 1958, *3*, p. 105.

О ВЫТЯГИВАНИИ И КРУТКИ НА СЕЛЬФАКТОРЕ

(Резюме)

Растянутый продукт между головкой веретена и выпускными валиками, во время выхода каретки, образован из двух частей: невытягивающейся части (нити) и вытягиваюшейся (ровницы). В работе изучается колебание крутки во время выхода каретки, отдельно на двух частях, как в случае постоянного вытягивания, так и в случае непостоянного вытягивания. В связи с вытягиванием устанавливается колебание мгновенной вытяжки и вводится понятие „указатель притягивания", дающий изображение изменения силы вытягивания ровницы во время выхода каретки.

CONSIDERATIONS ABOUT DRAWING AND TWISTING AT THE SELF-ACTING MULE

(Summary)

The structure streched between the spindle's top and the delivery rollers, during the outward run of the carriages, is constituted of two distinct parts: one part which is not drawn (thread) and one part which is drawn (roving). In this paper is studied the variation of the twist during the outward run of the carriage, separately on the two portions, both in the case of constant drawing and in the case of variable drawing. The variation of instantaneous draft is specified and the notion of „index of towing" is introduced, which offers an image about the variation of the force of drawing of the roving during the outward run of the carriage.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

DIN VIAŢA ŞI OPERA LUI ION IONESCU DE LA BRAD

DE
D. RUSU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 19—21 iunie 1956

1. Introducere

Satul Brad este situat în apropierea oraşului Roman. Aici a copilărit şi mai tîrziu a desfăşurat o prodigioasă activitate practică şi ştiinţifică o figură proeminentă a poporului nostru, Ion Ionescu.

Despre Ion Ionescu de la Brad s-a scris puţin şi opera lui este, de asemenea, puţin cunoscută maselor largi şi intelectualităţii. Luptător revoluţionar şi gînditor progresist moldovean, Ion Ionescu de la Brad, a fost cel dintîi agronom romîn. Dar el a fost şi un distins economist şi financiar. Se numără printre primii profesori ai Academiei Mihăilene. În numeroasele sale studii dezbate probleme de agricultură, economie politică, statistică, finanţe şi contabilitate.

După tratatul de la Adrianopol, care poate fi considerat un moment hotărîtor în dezvoltarea economiei noastre naţionale, se observă în istoria noastră o luptă hotărîtă pentru unirea Ţărilor romîne, pentru consolidarea Romîniei, pentru emanciparea ţărănimii şi pentru ridicarea economiei. Pe Ion Ionescu de la Brad îl găsim în frontul de luptă pentru progres şi pentru sporirea tuturor puterilor ţării, alături de marea generaţie a lui Bălcescu, Asaki, Kogălniceanu, Ghica şi Cuza Activitatea sa publicistică multilaterală, acţiunile lui social-politice, lupta hotărîtă împotriva feudalităţii, dîrzenia sa în luptă pentru emanciparea ţăranilor, arată un om de o pregătire economică excepţională pentru vremea în care a trăit.

S-au publicat în ultimii ani cîteva articole cu privire la viaţa şi opera lui.

V. Meciu şi C. Vasilescu [1] prezintă o caracterizare generală a vieţii şi activităţii lui Ion Ionescu de la Brad, ca luptător revoluţionar, gînditor progresist şi ca cel ce introduce ştiinţa agricolă în patria noastră. B. Zaharescu [2] prezintă pe Ion Ionescu de la Brad ca economist progresist. În lucrarea lui M. Biji, [3] Ion Ionescu este prezentat ca statistician progresist romîn

În cele ce urmează ne propunem să prezentăm numai o latură a activităţii lui Ion Ionescu de la Brad, anume, activitatea legată de contabilitate şi vederile lui progresiste asupra contabilităţii.

2. Cîteva date biografice

Din datele biografice — ca şi din minunata sa autobiografie *Viaţa mea de mine însumi*, publicată în 1889 — rezultă că Ion Ionescu s-a născut la Roman, la 24 iunie 1818, ca fiu al meseriaşului blănar, mai tîrziu devenit preot, Ion Isăcescu.

Copilăria şi-a făcut-o la schitul de la Brad, unde tatăl său primise însărcinarea de la episcopia de Roman să administreze averea schitului. La Brad a căpătat Ion Ionescu dragostea de pămînt şi de plugărie. Tot aici, la Brad, la şcoala episcopiei de Roman, şi-a început el studiile în 1825, învăţînd carte în limbile romînă şi greacă.

A fost trimis apoi la Iaşi şi s-a înscris la şcoala „Trei Sfetitele". Aici a avut parte de dascăli buni pe care-i aminteşte, mai tîrziu, cu afecţiune: Eftimie Murgu, Seulescu şi mai ales Gh. Asaki. Asaki l-a îndemnat şi l-a ajutat să studieze mai departe. În 1835 se deschid cursurile Academiei Mihăilene, cea mai înaltă instituţie de învăţămînt din acea vreme. Pe Ion Ionescu îl găsim în 1835 la studii la Academie. El a studiat cu rîvnă tot ceea ce se putea studia în acea şcoală înaltă şi s-a remarcat curînd ca un element studios, cu aptitudini deosebite şi perspective de dezvoltare.

În 1838 domnitorul Moldovei, Mihail Sturza, l-a trimis să studieze agronomia în Franţa. La Roville, în apropiere de Nancy, o societate particulară înfiinţase pentru prima oară în Franţa o fermă model, care a fost de fapt o şcoală (institut) de agricultură. Şcoala era condusă de Matheiu de Dombasle, renumit atunci pentru lucrările sale agricole. Sub îndrumarea savantului conducător al fermei model, unde se întrebuinţau uneltele agricole cele mai perfecţionate din epoca aceea şi metodele de muncă cele mai înaintate, tînărul moldovean şi-a însuşit repede cunoştinţele temeinice de agronomie şi o practică desăvîrşită [1, p. 157]. Tot sub îndrumarea lui Matheiu de Dombasle, prin vizite şi studii la diferite ferme din Franţa, Ion Ionescu de la Brad şi-a desăvîrşit cultura de specialitate.

La Auxerre, în Champagne, la viticultorul Depreau, o jumătate de an a învăţat viticultura. A învăţat între altele să facă şampanie şi este primul în ţara noastră care a făcut şampanie din vinul viei Domneşti de la Socola [4].

A mai învăţat lîngă Paris creşterea viermilor de mătase.

Deosebit de aceasta, patru ani cît a stat în Franţa, a mai studiat pe lîngă ştiinţele agricole, fizica, chimia şi istoria naturală la Sorbona. Botanică a studiat la Jardin des Plantes iar la Conservatoire des Arts et Métiers a audiat cursul de Economie industrială a lui Blanqui. Ion Ionescu arată singur că a audiat cursurile de Economie industrială a lui Blanqui şi cursul de Economie politică predat de P. Rossi la Collège de France.

A călătorit în Flandra şi Elveţia informîndu-se, peste tot, de starea agricolă.

Se întoarce în ţară în 1841 cu o bună specializare în ştiinţele agricole şi cu o pregătire completă şi multilaterală.

Domnitorul Moldovei, Mihail Sturza, care l-a sprijinit să plece la studii, s-a gîndit să-l folosească pe moşiile sale şi l-a numit văcariu după cum rezultă din autobiografia amintită... „vacariu, văcar — ce-i drept mai mare peste ceilalţi văcari", adică i-a încredinţat administraţia moşiei sale de la Cioara.

La Cioara era vestita „Văcărie Domnească". Aici Ion Ionescu de la Brad a îmbinat cunoştinţele sale teoretice cu practica şi a obţinut rezultate bune în creşterea animalelor.

Sarcinile ce le avea în legătură cu creşterea animalelor l-au determinat să studieze zootehnica. În acest timp el a tradus din limba engleză o lucrare intitulată *Vitele albe din Englitera* a agronomului englez David Law. Tipărită în ţară în 1842 lucrarea nu este o simplă traducere ci ea cuprinde şi o seamă de consideraţii proprii a agronomului romîn, rezultat al generalizării observaţiilor ce le făcuse pe moşia de la Cioara.

În acelaşi an, adică în 1842, a primit însărcinarea să ţină cursuri la Academia Mihăileană din Iaşi. Este contemporan cu Ghica care ţinea tot la Academie prelegeri de Economie politică. „Noi — spune Ion Ionescu de la Brad — am avut norocire a asculta cursul lui Ghica, de Economie politică, ce l-a făcut în Academia Mihăileană din Iaşi, şi putem spune în public, că măcar că încă nu pierdusem impresiile ce întipărise în noi briliantele prelecţiuni de Economie industrială ale lui Blanqui de la Paris şi de Economie politică ale lui Rossi de la Collège de France, am ascultat cu deosebit interes pe dl. Ion Ghica".

La catedra de la Academia Mihăileană, deşi are în vedere în primul rînd problemele agriculturii, Ion Ionescu de la Brad nu pierde din preocupările sale atenţia deosebită pentru studii şi cercetări economice.

Colaborînd la „Propăşirea" reuşeşte să introducă în literatura noastră economică teorii din economia clasică engleză. Este cel dintîi care susţine în publicistica romînească teoria valorii muncă, popularizînd ideia că preţul lucrurilor rezidă în munca omenească [5]. Glorificînd teza potrivit căreia numai munca crează valoare el contestă în fond dreptul boierimii la stăpînirea pămîntului. De fapt îl găsim mereu în frontul celor ce critică aspru stările feudale din principate şi luptă pentru ridicarea ţărănimii. În anul 1845 a publicat *Calendarul bunului cultivator* care a apărut apoi în două ediţii îmbunătăţite, ultima datînd din anul 1861.

Atitudinea lui de gîndire îl apropie de mișcarea revoluționară, în pregătire.

În primăvară anului 1846 se întîlnește cu Bălcescu la Mînjina, moșia lui Costache Negri. Bălcescu venise să discute cu fruntașii moldoveni problema Unirii, emanciparea țăranilor, desființarea privilegiilor etc.

Între 1846.. 1848 ține în arendă la Săbăoani o proprietate luată de la fiul domnitorului Mihail Sturza. La Săbăoani a scris în cei doi ani cît s-a ocupat cu agricultura practică și o lucrare foarte importantă intitulată *Ferma model și institutul de agricultură din Moldova*. Reținem informația că de la Săbăoani venea săptămînal la Iași să-și țină cursul la Academia Mihăileană [4, p. X].

În 1848 este chemat de Bălcescu la București pentru a conduce, ca specialist, comisiunea proprietății. Luptînd pentru drepturile țăranilor în comisie a atras împotriva lui adversitatea boierilor.

După nereușita revoluției Ion Ionescu de la Brad este acuzat de comunism. Se refugiază în Ardeal, la Brașov, și apoi a ajuns în Țara Moților. La cererea Turciei a fost extrădat de Austria și predat autorităților turcești. După o scurtă detențiune la Cotroceni a fost trimis în surghiun la Constantinopol. Aici întîlnește pe Ghica care se afla în misiune diplomatică. Ghica intervine ca Ion Ionescu să nu fie trimis la Brusa, în Asia mică, unde se afla lagărul revoluționarilor romîni ci să rămînă la Constantinopol. Rămîne în Turcia pînă la 1857 cînd evenimentele îi permit să se întoarcă în țară. În această perioadă desfășoară o bogată activitate revoluționară, teoretică și practică.

A scris, în limba franceză, la Constantinopol, un studiu intitulat *La Thessalie telle qu'elle est et telle qu'elle peut être* (1851), lucrare prin care s-a impus ca un om de mare autoritate științifică.

Din 1853 pînă în 1854 a administrat un număr de 18 moșii ale Vizirului din Thesalia.

În 1854 a publicat în „Journal de Constantinopole" un interesant studiu asupra activității economice pe moșiile administrate, unde a ținut contabilitate dublă.

Întors în țară, în 1857, continuă activitatea sa revoluționară, susținînd revendicările țărănimii clăcașe împotriva boierilor.

După Unire este numit conducătorul statisticii din Moldova. În această calitate el a dat norme pentru întocmirea catagrafiei Moldovei, scriind prima lucrare românească de statistică teoretică *Povățuire pentru facerea catagrafiei Moldovei* (1859).

În septembrie 1859 a primit încredințarea să țină un curs de economie politică, finanțe și contabilitate la Facultatea de legi de pe lîngă Academia Mihăileană.

Prelegerile sale nu au fost pe placul ministrului de finanțe de atunci. A fost îndepărtat de la catedră, iar pentru activitatea sa democratică a fost judecat și condamnat, în 1860, la 15 zile, iar în 1861—la 3 luni închisoare, pe care a și ispășit-o la Mănăstirea Neamțului.

Referindu-se în autobiografia sa la această sancțiune I. Ionescu de la Brad arată că boierii dîndu-și seama „că își pierd munca de boieresc, s-au supărat cu toții contra mea și în 1861 m-au dat în judecată sub nume de agitator, fiindcă susțineam în presă emanciparea țăranilor" [6].

Din 1861 îl vom găsi la București, profesor la Școala normală și cu o bogată activitate progresistă, mai ales prin scris.

După decretarea legii rurale din 16 august 1864 a acceptat postul de inspector general al agriculturii, sperînd că în această calitate va contribui la aplicarea legii în favoarea țăranilor. În această calitate, între 1864...1869, a desfășurat o activitate multilaterală. Astfel, pentru a cunoaște cît mai temeinic situația agriculturii din țară se hotărăște să cerceteze stările de lucruri pe teren. În acest scop străbate pe jos sau cu mijloacele posibile de atunci toate județele țării. Rezultatele cercetărilor sale din această perioadă sînt cuprinse în trei monografii: a) *Agricultura romînă din jud. Dorohoi* (1866), b) *Agricultura romînă din jud. Mehedinți* (1868) și c) *Agricultura romînă din jud. Putna* (1869). Cele trei lucrări sînt primele monografii agricole care s-au întocmit la noi în țară. Ele cuprind descrierea populației și starea agriculturii din fiecare comună, metodele folosite și îndrumările practice pentru ridicarea agriculturii. Se mai analizează problema comerțului și a industriei în județe ca și situația meșteșugurilor la sate.

Monografiile lui Ion Ionescu de la Brad scot în evidență, cu tărie, starea de înapoiere, exploatarea și înrobirea în care a rămas țărănimea și prin aplicarea legii din 1864. Activitatea sa nu se oprește aici. Preocupat de înzestrarea agriculturii cu mașini

organizează expoziţii de maşini agricole şi încurajează construirea de maşini agricole în ţară.

Îl găsim la catedră ţinînd cursuri de agricultură, economie agrară şi contabilitate, pe teren oferind preţioase sfaturi şi îndrumări, la expoziţii redactînd personal cataloagele în care se arăta scopul expoziţiei; peste tot Ion Ionescu de la Brad este preocupat de înfiinţarea instituţiilor destinate a fi centre de progres pentru agricultură.

Activitatea lui practică, scrisul lui viguros, acţiunile hotărîte pentru emanciparea ţăranilor, au dus la suprimarea postului de inspector general în 1869. După această dată îşi continuă activitatea la proprietatea sa de la Brad. Aici a întemeiat o fermă model şi o şcoală practică de agricultură.

Dragostea lui neţărmurită pentru ţărănime, preocuparea sa pentru culturalizarea ţării, pentru progres şi înflorire economică, îl mînă din nou spre activitatea politică. A fost ales deputatul ţăranilor din judeţul Roman de la 1876 pînă la 1883. Duce luptă neobosit pentru ridicarea ţărănimii şi lichidarea rămăşiţelor feudale în agricultură. Abordează probleme financiare şi le susţine cu competenţă. Din nou nu este pe placul boierilor şi după 1883 ţăranii sînt împiedecaţi de dictatura brătienistă să-l aleagă [3].

La Brad îşi continuă cu pasiune activitatea sa practică agricolă şi ştiinţifică. În 1886, la Roman, apare o nouă lucrare a sa intitulată *Agricultura romînă de la Brad*, în care se îmbină într-o expunere literară şi ştiinţifică de înaltă valoare probleme de agricultură, economie şi contabilitate. Cinci ani mai tîrziu, în 1891, s-a stins din viaţă şi este înmormîntat la Brad.

3. Contribuţiile lui Ion Ionescu de la Brad în domeniul contabilităţii

Scopul acestei Note este de a înfăţişa o latură a gîndirii sale, un moment din excepţionala lui activitate economică, care ni s-a părut că nu a fost reliefată suficient pînă în prezent. Anume, vom prezenta cîteva probleme de contabilitate care se desprind din această uimitoare activitate.

Pe la jumătatea secolului trecut, cînd Ion Ionescu şi-a început activitatea publicistică, nu întîlnim în literatura noastră economică lucrări de contabilitate cu idei originale.

Fără îndoială, în concepţia termenului de evidenţă economică se poate vorbi de contabilitate din vremurile cele mai îndepărtate. Însemnări contabile întîlnim în catastifele comerciale sau în registrele de moşii, cu ajutorul cărora se urmăreau afacerile comerciale sau veniturile şi cheltuielile moşiilor.

Urme scrise despre existenţa „contabilităţii duble" în ţara noastră nu avem Tipărirea unor lucrări de asemenea natură începe abia către jumătatea secolului al XIX-lea.

Informaţia pe care o deţinem din lucrarea prof. I. M. Galperin şi colaboratori [7] arată că şi în Rusia cea dintîi lucrare de contabilitate dublă s-a tradus în limba rusă în anul 1893. Este vorba de lucrarea lui Paciolo *Tratatul de conturi*, care apăruse la Veneţia cu patru secole mai devreme, adică la 1494. Lucrarea aceasta cîştigase în jurul ei admiratori, comentatori şi mai puţini critici. Respectarea categorică a indicaţiilor lui Paciolo a dus la un formalism exagerat şi a eclipsat gîndirea contabilă secole de-a rîndul.

Ion Ionescu de la Brad a studiat în Franţa tocmai într-un moment cînd s-au născut idei şi curente noi în contabilitate. În 1795 apare lucrarea lui Edmond de Granges *La tenue du livre...* Nouă ani mai tîrziu autorul adaogă lucrării sale un supliment în care expune metoda jurnal—cartea mare, aşa numita metodă americană, prin care revoluţionează formalismul veneţian. În 24 ani lucrarea cunoaşte 9 ediţii.

Refăcută şi completată de fiul său, lucrarea lui de Granges a fost retipărită între anii 1830 şi 1873 în alte 31 ediţii.

Tot în Franţa, la 1833, R. A. Coffy devine academician francez, susţinînd caracterul ştiinţific al contabilităţii. În Anglia, în acelaşi timp, Jones prezintă un nou sistem de contabilitate.

Iată cîteva momente din viaţa contabilităţii care nu puteau rămîne străine spiritului ales şi pătrunzător al lui Ion Ionescu de la Brad. Contabilitatea se studia în şcoli iar în publicaţiile vremii se afirma ca o disciplină utilă nu numai în comerţ dar şi în industrie şi agricultură.

Ion Ionescu de la Brad a studiat în Franţa şi a călătorit în Elveţia. Este posibil ca el să fi venit în contact cu studiul acestei discipline fie la cursurile pe care le audia la Conservatoire des Arts et Métiers fie în practica întreprinderilor agricole.

Așa ne explicăm apariția lucrării sale *Dare de seamă*... [8] asupra activității economice a întreprinderilor agricole din Tesalia, pe care le-a administrat.

Lucrarea aceasta a fost publicată în „Jurnal de Constantinopole", în numărul din 9 iunie 1854. La Academia R.P.R. se află un exemplar — extras — în limba franceză, pe care l-am consultat recent [1]).

Întreaga „dare de seamă" se reazemă pe datele contabilității. Expunerea se bazează pe datele din jurnal și cartea mare dar mai ales pe contul de *Beneficii și pierderi* și *Bilanț*. Este o lucrare de analiză economică din care se observă ușor că el a stăpînit cu măiestrie contabilitatea.

La început arată că a ținut la întreprinderea agricolă pe care o administra, contabilitate dublă. Sînt remarcabile precizările pe care le face în legătură cu registrele de contabilitate și mai ales concepția care se desprinde despre rolul evidenței contabile.

Jurnalul „reflectă toate modificările pe care le sufăr valorile puse în mișcare... iar cartea mare grupează metodic aceste operațiuni pe conturi..." [8].

Analiza pe care o face pe temeiul celor două registre fundamentale și indicațiile privitoare la registrele auxiliare relevă aplicarea metodei venețiene dezvoltată.

În lucrarea amintită nu face trimiteri la nici un autor. Se observă însă că el nu este numai un bun cunoscător al problemelor practice de contabilitate ci și un gînditor original în domeniul acestei discipline. El nu vede în contabilitate numai un mijloc de supraveghiere integrală a mijloacelor de producție și a rezultatelor activității economice ci și o busolă de orientare în acțiunile viitoare.

„Cu cifrele rezultatelor generale furnizate de contabilitate se pot face numeroase calcule pentru a obține învățăminte asupra celor petrecute în anul expirat precum și indicații asupra acțiunilor viitoare pentru creșterea veniturilor producției" [2]).

În bibliografia noastră de specialitate este cea dintîi lucrare de analiză economică în care se pun, într-un fel deosebit, probleme practice și teoretice de evidență contabilă.

Analiza „tratatului de contabilitate" din opera lui Ion Ionescu de la Brad

Din cele arătate mai înainte s-a desprins faptul că Ion Ionescu de la Brad era un bun cunoscător al problemelor teoretice de contabilitate.

Puțină lume știe că el a fost preocupat de rezolvarea problemelor practice ale evidenței contabile în agricultură.

Ca și în alte lucrări din alte domenii se observă în publicațiile lui de contabilitate concepția sa despre legătura indestructibilă dintre teorie și practică, concepția sa despre progresul științei.

„Știința — nu este opusă practicii, știința nu este altceva decît explicația și generalizarea multor fapte care vin din practică..."

„Noi sîntem — spune Ion Ionescu de la Brad — din școala aceea care reduce toată învățătura la practică și care de la practică se ridică la teorie și care nu admite decît teoria ieșită din practică și rezemată pe practică".

Ion Ionescu de la Brad a fost profesor la Școala normală din București. Cursul tipărit sub titlul *Lecțiuni elementare de agricultură* (1870), cuprinde trei părți: a) partea I, b) partea II, c) partea III — *Economia rurală*. La sfîrșitul lecțiilor de *Economie rurală* este publicat „un mic tratat de contabilitate" cum singur îl numește. „Toate calculele la care am ajuns, tratînd despre economia rurală, se înfundă în contabilitate, care este special însărcinată a ne arăta cheltuielile și veniturile, produsul brut și venitul net sau cîștigul: de aceea vom da și un mic tratat de contabilitate, la sfîrșitul acestor lecțiuni" [4, p. 205].

Tratatul de contabilitate cuprinde trei capitole: cap. I — Principiile generale ale contabilității în parte simplă; cap. II — Contabilitate simplificată specială pentru cultura mică și de mijloc; cap. III — Trecerea în partidă dublă a contabilității simple ținută cu registru unic.

---

[1]) Extrait de Journal de Constantinopole, numéro du 9 Juin 1854, Boukarest-20, Imprimerie C. A. Rosetti, Rue de l'Academie 22, 1866.

[2]) „Avec les chiffres des résultats généraux que la comptabilité fournit, on peut faire une foule de combinaisons pour obtenir de renseignements sur ce qui vient de ce passer pendant l'année écoullée, ainsi que des indications sur ce qu'on doit faire pour accroitre les revenus de la production" [8].

Ion Ionescu de la Brad este cel dintîi autor preocupat de aplicarea contabilităţii în agricultură. Problemele „economiei rurale" le vede rezolvate prin calculele contabilităţii.

„Contabilitatea este singurul mijloc de a arăta fiecărui cultivator suma la care se urcă cheltuielile şi veniturile în împrejurările în care se găsesc lucrînd..." [4, p. 205].

În primul capitol al „tratatului de contabilitate" autorul se preocupă de definiţia şi scopul contabilităţii. În concepţia sa contabilitatea este o artă, concepţie de altfel prezentă frecvent în unele lucrări din acea vreme.

Scopul ei este de a da o socoteală exactă de toate valorile utilizate, de tot ceea ce este de dat şi de tot ceea ce este de luat şi numai prin acest mijloc se va putea cunoaşte la sfîrşitul fiecărui an şi chiar în fiecare minut, cîştigul sau paguba ce fiecare operaţiune a putut să aducă, sau în deosebi, sau în întregul lor.

În continuare se ocupă de registre făcînd precizarea că „jurnalul este baza contabilităţii fiindcă în el se scriu, în rezumat, toate faptele întreprinderii". După ce prezintă procedeul înscrierii operaţiunilor în jurnal şi legăturile acestuia cu cartea mare, autorul se ocupă de articolul de jurnal şi de regulile de debitare şi de creditare a conturilor.

Cu exemplificări multiple demonstrează legătura dintre conturi şi fixează noţiunile de *Debit* şi *Credit* folosind concepţia juridică: *do ut des; facio ut facias*, din care el desprinde regula: „a debita pe acela care primeşte şi a credita pe acela care dă". Aceasta a fost în trecut formula cea mai uzitată pentru a explica didactic, debitarea şi creditarea conturilor. După ce explică registrul *Cartea mare* şi importanţa lui, cu o profunzime deosebită se prezintă *Inventarul*, noţiunile de *Activ* şi *Pasiv* şi concluziile capitolului I privind principiile generale ale contabilităţii în partidă simplă.

„Mai înainte de a începe ţinerea regulată a registrelor, cel dintîi lucru de făcut este inventarul. A face inventarul este a dresa un statut de tot ce posedă cineva, estimat în bani, a cărui valoare totală compune Activul; după dînsul se face asemenea stare şi de tot ceea ce datorează cineva şi a cărui total se numeşte Pasiv".

Ion Ionescu de la Brad indică în continuare necesitatea alcătuirii inventarului la finele anului şi compararea celor două inventare pentru a stabili rezultatul activităţii economice desfăşurate.

La finele capitolului întîi face următoarea precizare: „Rezumînd scrierile necesare cultivatorului, pentru ca să-şi poată da seama exact de operaţiunile sale, avem:

1. De făcut un inventar cînd începem a ţine registrele.
2. De scris în toate zilele veniturile şi cheltuielile în registrul *Casa*.
3. De scris în registrul *Jurnal* tot ce avem de luat şi de dat precum şi toate sumele ce am luat sau dat, care se raportă la articolele înscrise în *Jurnal*.
4. De raportat în *Cartea cea mare*, la deosebite conturi deschise, toate scrierile din *Jurnal*.
5. De făcut la finele fiecărui an un inventar nou care, alăturat cu cel vechiu va arăta cîştigul sau paguba anului" [4, p. 212].

Într-adevăr „principiile contabilităţii în partidă simplă" sînt redate judicios de autor şi cu aceste noţiuni el consideră posibilă „cercetarea modului de aplicaţiune al ţinerii registrelor".

S-a precizat în literatura noastră de specialitate că sistemul de contabilitate simplă nu se numeşte astfel pentrucă ar fi „simplu" şi n-ar fi complicat, ci pentru motivul că, potrivit principiilor care stau la baza acestui sistem, una şi aceeaşi operaţiune se înregistrează numai într-o singură partidă sau cont.

Ion Ionescu de la Brad sesizează destul de limpede esenţa contabilităţii simple. În contabilitate este vorba de calcule precise asupra numerarului, asupra deconturilor cu clienţii şi cu furnizorii precum şi calcule în legătură cu mişcarea mijloacelor economice.

În vederea calculării rezultatului final trebuie să facem în prealabil inventarierea şi inventarul.

Compararea resurselor proprii din inventarul iniţial (sau de la începutul exerciţiului) cu cifra resurselor proprii din inventarul întocmit la închiderea gestiunii evidenţiază rezultatul activităţii economice.

Remarcăm că Ion Ionescu de la Brad ne prezintă în „tratatul" lui principiile pentru forma cea mai dezvoltată de contabilitate simplă.

Istoria gîndirii contabile cunoaşte discuţii asupra celor două sisteme de contabilitate în sensul că contabilitatea simplă este numai o abreviere a contabilităţii duble, deci este

mai tînără. Alte păreri susțin contrariul în sensul că contabilitatea dublă s-a dezvoltat din contabilitatea simplă.

Cu privire la poziția lui Ion Ionescu de la Brad un lucru este cert, el le cunoaștea pe amîndouă.

După ce analizează principiile generale ale contabilității în partidă simplă, autorul „tratatului" prezintă în cap. II contabilitatea simplificată specială pentru „cultura mică și de mijloc".

Introducerea unei evidențe contabile în agricultură este pentru Ion Ionescu de la Brad o preocupare deosebită. Nu numai întreprinderile mari, nu numai industria sau comerțul au nevoie de contabilitate. Contabilitatea trebuie ținută de fiecare agricultor. Iată ce ne spune în introducerea la cap. II: „Pentru cultura mică căutăm a simplifica ținerea registrelor. Munca și oboseala împiedică pe cultivator a se deda la ținerea de registre multe și complicate, de aceea metoda ce-i propunem nu-i cere decît cîteva minute pe săptămînă și poate fi ținută și de femeia lui, de el însuși sau sub directa lui supraveghiere, de unul din copiii lui care merge la școală și a învățat a scrie și socoti. Această contabilitate nu are decît numai un registru pe care îl numim *Registrul unic al cultivatorului*" [4, p. 213].

În marea lui dragoste pentru țărănimea muncitoare el a văzut în contabilitate un mijloc de educație economică și a propagat la catedra de la Școala normală din București, învățarea contabilității în școlile primare. „Elevii școlilor normale, deprinzîndu-se cu ținerea socotelilor într-un singur registru, pot să-l predea elevilor din școlile primare cu succes și în scop de a li se da un mijloc imediat de folosință".

Ca și în alte lucrări, în „tratatul de contabilitate" se manifestă forța creatoare și originalitatea lui Ion Ionescu de la Brad, prin rezolvarea problemelor privind activitatea practică, concretă.

Forma de contabilitate simplificată, specială pentru cultura mică și de mijloc, este izvorîtă din concepția lui în legătură cu întrebuințarea contabilității la sate.

„...Noi aici scriem pentru învățămîntul elementar din școlile primare și nu trebuie să scăpăm din vedere că numai prin o metodă pe cît se poate de simplă se poate propaga cu înlesnire întrebuințarea contabilității în sat" [4, p. 224].

La finele expunerii arată că a folosit pentru redactarea acestui capitol *Cursul complet de contabilitate* a lui Saintoin-Lévy, „premiat de societatea imperială și centrală de agricultură din Franța".

Se poate observa ușor că a folosit din acest curs doar unele noțiuni. Gîndirea creatoare a lui Ion Ionescu prezintă, cu exemple concrete din economia noastră, o metodă rațională, ușoară și folositoare.

De la inventar la evidențierea cheltuielilor de producție și pînă la contul *Beneficii și pierderi*, totul este înfățișat într-o perfectă formă contabilă, cu respectarea principiilor contabilității simple [4, pp. 214-228].

„Am văzut că îndată după inventarul de finele anului știe cineva beneficiul ce a realizat; conturile dar ce urmează nu sînt indispensabile; cu toate acestea, concordanța perfectă a rezultatului acestor conturi speciale cu rezultatul ieșit din comparațiunea a două inventare, va demonstra că diviziunea conturilor, cînd este bine făcută, este o dovadă prezentînd același rezultat.

„Acel de pe urmă, contul nr. 9, care rezumă pe toate celelalte, arată un beneficiu curat, care se suie la 748 lei 04 bani, rezultat egal cu acel ce iese din alăturarea capitolului din inventarul făcut la începutul cu rezultatul inventarului făcut la finele anului. Se vede că cu ajutorul simplelor scrieri în registrul unic am putut face conturi prezentînd rezultatul parțial al fiecărei operațiuni".

Importante sînt considerațiile referitoare la formarea prețurilor. „În registrul unic n-am însemnat prețul lucrului omului făcut atît la pămînt pentru culturi cît și acel întrebuințat la vite ; dar dacă n-am ținut notă de aceasta, totuși putem să le însemnăm la finele anului estimîndu-le cu prețurile curente aplicate la lucrările făcute".

În expunere demonstrează funcțiunea conturilor și corespondența ce se stabilește în vederea stabilirii prețului de cost și a celui de vînzare, cu indicarea rezultatului „care se trece la contul pagubă și cîștig" [4, p. 227].

Iată cum prezintă Ion Ionescu de la Brad funcțiunea contului nr. 5, intitulat *Contul culturilor* [4, p. 227]: „Contul nr. 5 al culturilor cuprinde la debit : 1) valoarea semănăturilor de toamnă ce făceau parte din activul inventarului precedent ; 2) cheltuiala în bani făcută cu culturile și însemnată în coloana 3-a din casă; 3) sămînța luată din pro-

dusele rămase la inventarul de intrare sau din acele recoltate ce se găsesc la ieşire în contul nr. 2 şi 3. Aceste trei articole ridică cheltuielile la 438 lei şi 70 bani".

„Creditul acestui cont se compune din toate produsele estimate cu preţul de mijloc al vînzării în parte, făcută la epoca dresării inventarului. Starea acestor recolte s-a arătat la finele tabelei de însemnări asupra culturilor; această stare este repetată la finele contului culturilor pentru a arăta conformitatea ei cu articolele trecute la credit şi care sînt însemnate aşa: 1) valoarea produselor recoltate ce au fost vîndute după cum se arată în contul nr. 32; 2) valoarea produselor consumate de vite, după cum se arată în contul nr. 4; 3) valoarea produselor întrebuinţate ca seminţe pentru culturi, după cum se arată la contul nr. 5; 4) preţul produselor consumate în casă (menaj); 5) valoarea produselor rămase la facerea inventarului şi care figurează la activ; toate acestea se suie la 1 632 lei şi dacă scădem cheltuielile 438 lei şi 70 bani, rămîn 1 276 lei şi 30 bani ca beneficiu realizat asupra conturilor, sumă ce bilanţează acest cont. Acest beneficiu se va trece la creditul rezumatului conturilor". Stabilirea rezultatelor se efectuează cu ajutorul contului *Pagube şi cîştig.*

„*Contul nr. 9 rezumatul conturilor* sau contul pagubelor şi a cîştigurilor *prezintă rezultatul final al tuturor conturilor.*

Creditul se compune din toate cîştigurile scoase din cele opt conturi precedente şi care se suie la . . . . . 1 940 lei şi 80 b

Debitul cuprinde toate cheltuielile sau pagubele din conturile acele opt care se suie la . . . . . 1 192 lei şi 76 b

Diferenţa dintre totalul beneficiului brut şi acel al cheltuieliler şi pagubelor este *beneficiul curat* care este . . . . . 748 lei şi 04 b

În „observaţiuni finale" Ion Ionescu arată că pentru un volum mare de operaţiuni este necesară o contabilitate mai întinsă „... o contabilitate în care se descriu detaliile în cărţi ajutătoare, ce se centralizează în *Jurnal* şi se grupează în *Cartea mare*, care dă faptele gata la finele anului în toate conturile despre care am dat model cum trebuie să se facă, cînd se ţin socotelile numai cu un registru" [4, p. 228].

În cap. III îşi propune să fixeze mai întîi „principiile pe care se reazimă contabilitatea dublă şi superioritatea acesteia faţă de partea simplă". Reuşeşte în bună parte să facă acest lucru. Sesizările privitoare la aspectul formal al contabilităţii duble sînt remarcabile.

Mai mult nici nu putem pretinde lui Ion Ionescu de la Brad pentru vremea în care a scris. Se ştie că esenţa sistemului de contabilitate digrafică a frămîntat mintea multor cugetători iar problemele legate de teoria conturilor sînt şi astăzi pe primul plan al discuţiilor ştiinţifice.

La Brad, la ferma model — proprietatea sa, a ţinut contabilitate în partidă dublă. „Omul ce ţine socotelile sale din scurt nu se ruinează. Această sistemă dublă de contabilitate am ţinut de cînd am venit la Brad şi o ţiu şi astăzi" [9, p. 79].

Ne propunem să cercetăm în viitorul apropiat, mai temeinic, opiniile sale din lucrarea [9] unde pe lîngă problemele de contabilitate întîlnim şi unele chestiuni financiare şi chiar de plan [9, p. 52].

„După ce se face planul de cultură, precum îl făcurăm în paragraful precedent, apoi trebuie să se facă bugetul de cheltuieli necesare pentru a-l pune în lucrare şi bugetul de venituri ce poate să-l aducă" [9, p. 72].

În concepţia lui Ion Ionescu de la Brad contabilitatea dublă apare ca un mijloc de control şi supraveghiere integrală a proceselor economice Sesizarea legăturii între „calculele de plan" şi contabilitate este remarcabilă. „Toate calculele la care am ajuns, tratînd despre economia rurală se înfundă în contabilitate..."

Contabilitatea este în măsură să calculeze toate cheltuielile efectuate şi veniturile obţinute. În contabilitate sînt rezumatul tuturor conturilor, adică contul conturilor, sau contul ce se numeşte *Cîştig şi pierdere* [4, p. 205].

Ion Ionescu de la Brad a fost preocupat de problemele de contabilitate în perioada pătrunderii şi instaurării capitalismului în ţara noastră.

În occident îşi făcuse loc concepţia liberalistă asupra contabilităţii. Folosind informaţia unor autori din occident mai ales în legătură cu definiţia şi obiectul acestei discipline, Ion Ionescu afirmă deseori că scopul contabilităţii ar fi „stabilirea rezultatelor".

În altă ordine de idei, în lecţiile de economie rurală el observă legătura indestructibilă dintre economie şi contabilitate, formulînd părerea că contabilitatea este o parte ae conomiei rurale.

Apoi nu reușește să pătrundă în esența sistemului de contabilitate dublă și nici nu delimitează noțiunea de *metodă* și cea de *sistem* în contabilitate.

Totuși rezolvarea unor probleme prin prisma gîndirii sale independente și creatoare, cum s-a arătat — în strînsă legătură cu activitatea practică — îl așează în fruntea gînditorilor contabili și financiari progresiști din țara noastră.

4. Concluzii

La conferința ministerială pentru reorganizarea statisticii din Romînia s-a atras atenția asupra necesității revalorificării moștenirii științifice lăsate de gînditorii și luptătorii revoluționari, în domeniul științelor sociale. Numele lui Ion Ionescu de la Brad a fost menționat la loc de frunte în rîndul gînditorilor progresiști. Se desprinde ușor faptul că el este un pioner al gîndirii contabile și al aplicării acestei științe în agricultura țării noastre.

Acum un secol și mai bine a publicat cea dintîi lucrare de analiză economică bazată pe sistemul digrafic de contabilitate. Este cel dintîi autor romîn care popularizează ideia că principiile contabilității duble se pot aplica nu numai în industrie și comerț ci și în agricultură precum și în administrația de stat.

Ion Ionescu de la Brad se numără printre primii profesori de contabilitate, la Academia Mihăileană din Iași și la Școala normală din București.

Ca autor de lucrări de contabilitate a creat o metodă simplificată de evidență pentru propagarea folosirii contabilității la sate. El vedea în contabilitate un mijloc educativ pentru ridicarea țărănimii.

A îmbinat în întreaga lui activitate teoria cu practica și la Brad, la proprietatea lui, a aplicat contabilitatea dublă: „în toată țara sînt singurul agricultor care țin socotelile după *doppia scriptura* și conform codicelui comercial" [9, pp. 79—89].

În trecut regimul burghez nu s-a preocupat de problema introducerii contabilității în agricultură. În sectorul socialist al agriculturii noastre se aplică astăzi cu real folos contabilitatea dublă în GAS și SMT, iar în GAC de la început s-a introdus contabilitatea simplă.

Cu toată limitarea inevitabilă în gîndirea contabilă de acum un secol, Ion Ionescu de la Brad a sesizat rolul contabilității nu numai în cunoașterea stărilor de lucru din trecut ci și ca mijloc de orientare în acțiunile viitoare.

Legătura dintre ante-calculație și post-calculație ca și formarea prețurilor sînt remarcabile în gîndirea lui.

Teorie și practică, gîndire rațională și analiză economică, cunoaștere eficientă și educație economică — iată probleme ce se desprind din concepția lui progresistă de înaltă valoare, asupra contabilității.

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de economie de ramură

BIBLIOGRAFIE

1. Meciu V., Vasilescu C., Studii, 1954, **7**, *3*, pp. 145—160.
2. Zaharescu B., Probl. econ., 1955, **8**, *10*, pp. 111—129.
3. Biji M., Rev. statist., 1955, **4**, *5*, pp. 64—86.
4. Ionescu de la Brad I., *Opere*, vol. **I**, Buc., 1943, (Studiu introductiv de Ionescu-Sișești Gh., p. VIII).
5. — *Îmbunătățiri în agricultura noastră*, pp. 81—82, (citat după Zane Gh., *Economia politică la Academia Mihăileană Iași, la centenarul învățămîntului economic în Romînia*, 1943, ed. A. Țerek, Iași).
6. — *Opere*, vol. **II**, Buc, 1943, p. 345.
7. Galperin I. M., Kiparisov N. A., Leontiev V. A., *Curs teoretic de evidență contabilă*, Buc., 1949, (trad. din l. rusă).
8. Ionesco I., *Compte-rendu de l'administration des domaines de son altesse Le grand vézir Réc'hid Pacha, depuis le 1-er Mars 1853, jusq'au 1-er Mars 1854*, Journal de Constantinopole, 9 Juin, 1854.
9. Ionescu de la Brad I., *Agricultura romînă de la Brad*, Noua tipografie G. I. Ginbelea, 1886, Roman.

О ЖИЗНИ И ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ИОНА ИОНЕСКУ ДЕ ЛА ВРАД

(Резюме)

Ион Ионеску де ла Брад считается одним из первых профессоров Ясской Михайлянской Академии.

Богатая педагогическая и общественная деятельность Иона Ионеску де ла Брад расвивалась в области многих конкретных задач румынской экономики.

Ион Ионеску де ла Брад был видный борец за независимость румынского крестьянства и несмотря на ограничения и притеснения со стороны правительственных кругов прошлого века он выступал словесно и в многочисленных опубликованных статьях в работах на защиту передовых идей в области сельского хозяйства, политической экономии, статистики и бухгалтерии.

Автор статьи освещает некоторые стороны общирной и многообразной деятельности Иона Ионеску де ла Брад останавливаясь в особенности на его трудах по бухгалтерии и сельскохозяйственном счетоводстве, введенном им впервые в нашей стране.

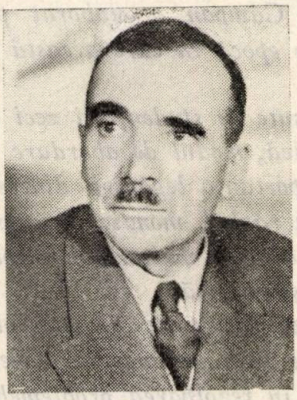
SUR LA VIE ET L'ACTIVITÉ DE ION IONESCU DE LA BRAD

(Résumé)

Ion Ionescu de la Brad est l'un des premiers professeurs de l'Académie „Mihăileană" de Jassy. C'est grâce à ses efforts soutenus qu'on a pu résoudre nombre de problèmes concernant le développement économique de la Roumanie C'est lui qui a soutenu vigoureusement par ses oeuvres et son activité l'émancipation des paysans roumains. Ses nombreuses études consacrées aux problèmes relatifs à l'agriculture, à l'économie politique, à la statistique et à la comptabilité ont contribuées sensiblement à l'essor initial des principautés roumains.

L'Auteur relève quelques aspects concernant l'activité prodigieuse de cet homme de science et promoteur vigoureux du progrès dans notre pays.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960



TEODOR CÂMPAN

1899 — 1960

Profesorul Teodor I. Câmpan s-a născut în comuna Arbore, regiunea Suceava, la 9 mai 1899, din părinți țărani, neștiutori de carte și apăsați de nevoi.

Printr-o muncă perseverentă, învingînd nenumărate privațiuni, a absolvit în anul 1925 facultatea de științe, secția științelor fizice. Între anii 1925... 1929 a elaborat sub conducerea acad. E. Bădărău lucrarea de doctorat, obținînd în 1929 titlul de doctor în științe fizice.

Profesorul Câmpan și-a început activitatea didactică în învățămîntul superior în anul 1924, ca asistent, și a continuat-o pînă la moarte (5 martie 1960), obținînd succesiv toate gradele didactice pînă la cel de profesor șef de catedră.

De-a lungul acestor 36 de ani el a depus o vastă muncă didactică, științifică și educativă.

Într-o primă perioadă a activităţii sale ştiinţifice s-a ocupat în special de diverse probleme privind ionizarea gazelor şi descărcările electrice în gaze. După numirea sa ca profesor de termotehnică la Institutul politehnic „Gh. Asachi" el şi-a îndreptat eforturile spre studiul conductivităţii termice a solidelor şi lichidelor. Acestor eforturi le datorăm atît noi metode de determinare a conductivităţii termice în regim nestaţionar cît şi numeroase determinări experimentale a parametrilor termici la materiale tehnice deosebit de importante pentru economia naţională. Lucrările profesorului Câmpan în domeniul conductivităţii termice au trezit un deosebit interes în lumea ştiinţifică, unele din ele fiind republicate de reviste străine. Trebuie subliniat de asemenea faptul că profesorul Câmpan a elaborat primul curs romînesc de transmiterea căldurii într-o epocă în care această disciplină ştiinţifică era puţin cunoscută la noi.

De la el au învăţat sute de studenţi şi zeci de cadre didactice tinere ce înseamnă munca ştiinţifică, modul de abordare şi rezolvare a problemelor de cercetare ştiinţifică, importanţa legăturii dintre teorie şi practică.

După cel de-al doilea război mondial profesorul Teodor Câmpan a muncit cu perseverenţă la crearea multor laboratoare, la reluarea şi extinderea muncii de cercetare ştiinţifică.

În calitate de decan al facultăţii de electrotehnică a dat dovadă de un devotament fără rezerve faţă de interesul general, îndrumînd şi mobilizînd pe colaboratorii săi în rezolvarea problemelor legate de desfăşurarea în bune condiţiuni a muncii de formarea şi pregătirea cadrelor de specialişti.

Ca şef de catedră a ştiut să insufle dragoste şi entuziasm faţă de muncă celor care s-au format în jurul lui.

Pentru activitatea profesională şi obştească depusă, pentru merite deosebite în pregătirea cadrelor, profesorul Câmpan a fost distins cu Ordinul Muncii clasa II-a.

Gérard D'Albon

LISTA LUCRĂRILOR ŞTIINŢIFICE PUBLICATE DE PROFESORUL TEODOR CÂMPAN

1. *Beiträge zum Studium der Gasionisation durch positive Ionen und der Sekundäremission aus Platin,* Phys. Ztschr., 1929, **30**, S. 858—865.

2. *Über den Einfluss metallischer Fremdkörper auf die durch Stoss positiver* K-*Ionen aus Platin ausgelösste Sekundäremission,* Bul. Fac. Şt., 1929, **III**, *2,* p. 249.

3. *Der Einfluss elektrischer Entladungen auf die Sekundäremission der Kathode,* Phys. Ztschr. 1931, **32**, S. 593—597.

4. *Sur la quantité d'ions positifs à la cathode, dans une décharge électrique,* Bull. Soc. Roum. de Phys., 1934, **35**, *63—64*, pp. 1—6.

5. *Über die Stromverteilung an der Kathode einer Glimmerentladung,* Ztschr. f. Phys., 1934, **91**, S. 111—123.

6. *Teodor Stamati, primul fizician moldovean,* Rev. Fund., 1940, *6*, (în colaborare).

7. *O metodă simplă și îndemînoasă pentru spălarea mercurului,* Rev. „V. Adamachi", 1941, **XXVII**, *4*.

8. *Despre gradarea și posibilitatea de utilizare a cuplurilor termoelectrice prin contact mecanic și contact de frecare,* Bul. Inst. Polit. Iași, 1955, **I (V)**, *1—2*, pp. 249—256, (în colaborare).

9. *Despre determinarea conductivității termice a materialelor,* Bul. Inst. Polit. Iași, 1956, **II (VI)**, *1—2*, pp. 321—330, (în colaborare).

10. *O metodă pentru determinarea conductibilității termice a materialelor în regim nestaționar,* Bul. Inst. Polit. Iași, 1956, **II (VI)**, *3—4*, pp. 283—291, (în colaborare).

11. *Determinarea coeficientului de transmisie a căldurii prin unele materiale textile,* Bul. Inst., Polit. Iași, 1956, **II (VI)**, *3—4*, pp. 293—299, (în colaborare).

12. *Contribuțiuni la determinarea temperaturii de calcul a pereților schimbătorilor de căldură,* Bul. Inst. Polit. Iași, 1957, **III (VII)**, *1—2*, pp. 181—184, (în colaborare).

13. *Determinarea conductivității termice a lichidelor în regim nestaționar,* Bul. Inst. Polit. Iași, 1957, **III (VII)**, *1—2*, pp. 185—194, (în colaborare).

14. *Die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von schlechtleitenden Stoffen mittels einer Methode der Kontakttemperaturen,* Bul. Inst. Polit. Iași, 1957, **III (VII)**, *3—4*, pp. 215—222.

15. *Die Wärmeleitfähigkeit von Sand, Mörteln und Ziegeln in Abhängigkeit von der Materialfeuchtigkeit,* Bul. Inst. Polit. Iași, 1958, **IV (VIII)**, *1—2*, pp. 353—360, (în colaborare).

16. *O sondă termoelectrică pentru măsurarea temperaturilor de suprafață la pereți și alte corpuri,* Bul. Inst. Polit. Iași, 1958, **IV (VIII)**, *1—2*, pp. 365—370, (în colaborare).

17. *Determinarea conductivității termice și a căldurii specifice a solurilor agricole în funcție de umiditatea lor,* Bul. Inst. Polit. Iași, 1959, **V (IX)**, *3—4*, pp. 305—312, (în colaborare).

18. *Die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von schlechtleitenden Stoffen nach der Methode der Kontakttemperatur,* Allgm. Wärmetechn., 1959, **IX**, *7*, S. 141—144, (în colaborare).

19. *Die Wärmeleitfähigkeit von Baustoffen in Abhängigkeit von der Materialfeuchte,* Allgm. Wärmetechn., 1959, **IX**, *7*, S. 144—147, (în colaborare).

20. *Aparat indicator pentru măsurarea continuă a umidității aburului,* prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic din Iași, din 4—6 februarie 1960, (în colaborare).

21. *Coloana de fluidizare ca schimbător de căldură pentru răcirea materialelor granulate,* prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic din Iași, din 4—6 februarie 1960, (în colaborare).

CURSURI UNIVERSITARE

1. *Curs de termotehnică* (vol. I — *Măsurarea şi producerea căldurii;* vol. II — *Propagarea căldurii;* vol. III — *Elemente de termodinamică*), 1945, ed. I, Litogr. Polit. „Gh. Asachi", Iaşi.

2. *Curs de electricitate,* (vol. I. — *Electrostatica şi magnetostatica;* vol. II — *Electrodinamica şi electromagnetismul;* vol. III — *Electroliza, descărcările electrice, razele X, efectul fotoelectric, radioactivitatea*), 1946, Litogr. Polit. „Gh. Asachi", Iaşi.

3. *Curs de termotehnică,* 1947, ed. II, Litogr. Polit. „Gh. Asachi", Iaşi.

4. *Formule şi tabele numerice pentru calcularea schimbului de căldură la fluide,* 1953, Litogr. Inst. Polit. Iaşi, (în colaborare).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 1–2, 1960

CONSTANTIN STRUB

1908—1960

La 4 februarie 1960 a încetat din viaţă profesorul Constantin Strub, distins cadru didactic al facultăţii de chimie industrială a Institutului politehnic din Iaşi.

Prin activitatea sa deosebit de rodnică, pe tărîm didactic, ştiinţific, social şi cultural, profesorul Constantin Strub s-a situat printre cadrele de frunte ale învăţămîntului superior din Moldova.

Născut în comuna Bucium, regiunea Iaşi, la 1 august 1908, din părinţi cu o situaţie materială modestă, profesorul Constantin Strub a fost un luptător convins pentru dreptatea socială şi a desfăşurat o activitate de educator deosebit de apreciată de foştii săi studenţi.

Terminînd cu distincţie studiile medii la liceul Mihail Kogălniceanu din Iaşi, Constantin Strub se înscrie ca student la facultatea de ştiinţe a Universităţii din Iaşi, unde urmează la început secţia de matematici şi apoi secţia de chimie tehnologică, obţinînd în 1938 titlul de inginer chimist.

În 1939 Constantin Strub a fost încadrat asistent la laboratorul de chimie tehnologică organică al facultății de chimie industrială din cadrul Politehnicii „Gh. Asachi", Iași, fiind apoi promovat mai întîi șef de lucrări, apoi conferențiar și profesor, ajungînd pînă la treapta de profesor titular definitiv.

Prin activitatea sa științifică, axată chiar de la început pe probleme din domeniul materialelor tanante, profesorul Constantin Strub a putut face parte dintre cadrele didactice cărora li s-a putut încredința noua secție de tehnologia pieii, creată prin reforma învățămîntului superior din 1948, în cadrul facultății de chimie industrială a Institutului politehnic din Iași.

În calitate de conferențiar și apoi de profesor la catedra de tehnologia pieii, blănurilor și extractelor tanante, Constantin Strub a desfășurat o activitate neobosită din punct de vedere didactic, științific, organizatoric și educativ.

Profesorul Constantin Strub a fost colaborator științific al Academiei Republicii Populare Romîne, membru al colegiului tăbăcarilor din R. P. R., iar pentru activitatea sa deosebită a fost decorat cu Medalia Muncii.

Prin lucrările sale din domeniul cercetării materialelor tanante și din domeniul tehnologiei pieii, abordate cu deosebită pricepere și spirit științific profesorul Constantin Strub și-a cîștigat aprecierea specialiștilor din țară și străinătate, autoritatea sa științifică fiind recunoscută. Mare parte din lucrările sale publicate în Buletinul Institutului politehnic din Iași și în Studii și Cercetări, revistă a Institutului de chimie al filialei Iași a Academiei R. P. R., se găsesc recenzate și cîteodată chiar și reproduse integral în diferite reviste străine ca Реферативный журнал (U.R.S.S.), Chimie et Industrie *și* Revue des industries du cuir (Franța), Cuoio, Pelli, Materie concianti (Italia), Chemical Abstracts (S.U.A.), Chemisches Zentralblatt (R.D.G.), *ceea ce arată că lucrările publicate de profesorul Constantin Strub s-au bucurat de aprecieri favorabile în lumea specialiștilor.*

Trebuie remarcat faptul că întreaga activitate desfășurată de profesorul Constantin Strub a fost permanent orientată spre rezolvarea unor probleme ridicate de producția industrială. Lucrările științifice publicate de profesorul Constantin Strub se axează îndeosebi pe următoarele direcții principale:

1. Cunoașterea și ameliorarea materiilor tanante vegetale indigene și

2. Studiul influenței diverșilor agenți tananți în tanajul vegetal al pieilor pentru talpă.

Apreciat și iubit de colegii și studenții săi, profesorul Constantin Strub și-a închinat toată puterea de muncă activității sale profesionale și prematura sa încetare din viață a lăsat unanime regrete în inimile tuturor celor ce l-au cunoscut.

Prin moartea profesorului Constantin Strub, studenții au pierdut un dascăl eminent, cadrele didactice un coleg distins iar Institutul politehnic din Iași, un profesor de valoare.

Gh. Alexa

LISTA LUCRĂRILOR ŞTIINŢIFICE PUBLICATE DE PROFESORUL CONSTANTIN STRUB

1. *Notaţii practice în calculul chimico-tehnic,* Rev. şt. „V. Adamachi", 1945, **XXXI**, *2.*
2. *Notations pratiques dans le calcul chimique,* Bul. Ec. Polyt., Jassy, 1946, **I** *1*, pp. 67—71.
3. *Un artifice de calcul dans l'analyse chimique,* Bull. Ec. Polyt., Jassy, 1946, **I**, *2*, pp. 341—343.
4. *Contribution à la connaissance des matières tannantes vegetales de Roumanie, (Note I. Le sumac),* (în colaborare), Bull. Ec. Polyt., Jassy, 1948, **III**, *1*, pp. 426—430.
5. *Contribution à la connaissance des matières tannantes vegetales de Roumanie, (Note II. Le Kermek),* (în colaborare), Bull, Ec. Polyt., Jassy, 1948, **III**, *1*, pp. 431—434
6. *Contribuţiuni la cunoaşterea materialelor tanante vegetale indigene, (Nota III. Coaja de mesteacăn),* (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1950, **I**, *1*, pp. 230—244.
7. *Contribuţiuni la cunoaşterea produselor pirogenetice ale cojei de mesteacăn, (Nota I. Uleiul de mesteacăn),* (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1950, **I**, *1*, pp. 218—219.
8. *Studiul comportării la tanaj a extractului de coajă de mesteacăn,* (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1951, **II**, *1—2*, pp. 155—167.
9. *Contribuţiuni la studiul ameliorării extracţiei materialelor tanante vegetale indigene, (Nota I),* (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1951, **II**, *3—4*, pp. 306—333.
10. *Caracterizarea chimică şi tehnică a taninului şi extractului de rădăcină de kermek,* (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1952, **III**, *1—4*, pp. 225—239.
11. *Asupra comportării la tanaj a extractului de kermek,* (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1952, **III**, *1—4*, pp. 191—203.
12. *Influenţa temperaturii şi a timpului asupra compoziţiei şi proprietăţilor extractului sec de stejar,* (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1954, **V**. *1—2*, pp. 173—187.
13. *Contribuţiuni la studiul ameliorării extracţiei materialelor tanante vegetale indigene, (Nota II)* (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1954, **V**, *3—4*, pp, 173—187.
14. *Consideraţiuni asupra modificărilor pe care le suferă componentele soluţiilor tanice în funcţie de tratamentul la care a fost supus materialul tanant în timpul sau înaintea extracţiei,* (în colaborare), Rev. Univ „Al. I. Cuza" şi a Inst. Polit. Iaşi, 1955, **II**, *1—2*, pp. 223—234.
15. *Studiul chimico-tehnologic al frunzelor de* rhus cotinus *şi* rhus typhina, (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Chimie, 1956, **VII**, *1*, pp. 75—93.
16. *Asupra influenţei reciproce a diverşilor agenţi tananţi, în tanajul vegetal al pieilor pentru talpă,* (în colaborare), Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *1—2*, pp. 123—130.
17. *Contribution à la connaissance des matières tannantes vegetales indigènes,* (în colaborare), Revue de Chimie, Acad. R.P.R., 1956, **I**, *2*, pp. 115—136.
18. *Consideraţiuni asupra „solubilelor totale" din pielea pentru talpă de tanaj vegetal,* (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Chimie, 1956, **VII**, *1*, pp. 95—104.

19. *Contribuţiuni la studiul ameliorării extracţiei materialelor tanante vegetale indigene, (Nota III)*, (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Chimie, 1956, **VII**, *1*, pp. 105—127.
20. *Asupra sensibilităţii la temperatură a taninurilor,* (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Chimie, 1956, **VII**, *1*, pp. 129—145.
21. *Coaja de brad* (Abies pectinata) *ca material tanant,* (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R , filiala Iaşi, Chimie, 1956, **VII**, *1*, pp. 147—157.
22. *Asupra insolubilizării taninului nefixat chimic de către fibra dermică în tanajul vegetal al pieilor pentru talpă*, (în colaborare), St. şi cerc. chimie, 1957, **V**, *2*, pp. 253-265.
23. *Influenţa aldehidei formice asupra „solubilelor totale" din pielea pentru talpă de tanaj vegetal*, (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R P. R , filiala Iaşi, Chimie, 1958, **IX**, *1*, pp. 115—124.
24. *Influenţa temperaturii asupra proprietăţilor tehnologice ale extractelor tanante vegetale*, (în colaborare), St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Chimie, 1958, **IX**, *1*, pp. 137—148.
25. *Cîteva observaţii asupra extractului de coajă de brad* (Abies pectinata) *şi a aceluia de coajă de molid* (Picea excelsa), (în colaborare), Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *3—4*, pp. 229—236.
26. *Samale artificiale pe bază de extract enzimatic din mucoasa intestinală,* (în colaborare), Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *3—4*, (sub tipar).
27. *Asupra caracterului de polidispersitate al extractelor tanante vegetale în soluţie,* (în colaborare), Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1961, **VII (XI)**, *1—2*, (sub tipar).
28 *Contribuţiuni la creşterea randamentului în suprafaţă, în faza uscării, a pieilor tăbăcite în crom,* (în colaborare), prezentată la sesiunea ştiinţifică jubiliară a Universităţii „Al. I. Cuza", Iaşi, 28—30 octombrie 1960.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul VI (X)

FASC. 3—4

1960

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof ATANASIU D., prof. FĂRCAȘ TOMA, prof. GOLGOȚIU TIBERIU, prof. MANGERON D., prof. MATEI ILIE, membru corespondent al Academiei R P R., prof. ONU C., prof. RUSU D.

Redactor responsabil: prof. SIMIONESCU CRISTOFOR
membru corespondent al Academiei R. P. R.

Secretar: lector ROSMAN HUGO

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
TOMUL VI (X), fasc. 3— 4 1960

SUMAR

Pag.

REDACŢIONALE XV

I. CREANGĂ, Centenarul Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi . . XVII

AL. CLIMESCU, O definiţie unitară a algebrelor cu operaţii finitare . 1

ADRIAN ROMAN, Curba centrelor razelor unui cilindru aparţinînd unui complex de drepte din spaţiul euclidian 5

I. A. MITROPOLSKI şi O. B. LÎKOVA, Asupra problemei de determinare a soluţiilor periodice ale sistemelor de ecuaţii diferenţiale neliniare cu membrii din dreapta nediferenţiabili 7

J. KURZWEIL şi Z. VOREL, Asupra sistemelor liniare de reglaj automat 13

D. MANGERON şi L. E. KRIVOŞEIN, Rezolvarea cu aproximaţie a problemelor de contur pentru ecuaţii integro-diferenţiale ordinare . 21

JAN MIKUSIŃSKI, Asupra convoluţiei funcţiilor de clasă l_1 . . 31

S. N. SLUGHIN, Semiortogonalizarea şi metoda lui Galerkin . . 35

JEAN LAVOINE şi PAUL DELERUE, Asupra unei generalizări a calculului simbolic cu ajutorul distribuţiilor 37

ARSENIE OPREA, Asupra ecuaţiei funcţionale $f(x+y)=f(x)f(y)$ în calculul matricial 43

A. I. LURIE, Asupra reacţiilor de legătură a sistemelor mecanice . . 47

P. P. CHATARJI şi S. B. DUTT, Distribuţia tensiunilor în jurul a două orificii rigide circulare egale, într-o placă elastică infinită, supusă la forfecare generalizată plană 53

I. ENESCU şi ALFRED BRAIER, Asupra reprezentării rotaţiilor prin spinori 61

ALFRED BRAIER şi HUGO ROSMAN, Asupra bilanţului energetic în cazul oscilatorilor liniari perturbaţi periodic 69

OLIVIER COSTA de BEAUREGARD, Efect Doppler şi aberaţie. Teorie şi observaţie 75

V. PETRESCU şi SVETLANA DUMITRESCU, Unele aspecte legate de birefringenţa de mişcare şi birefringenţa electrică la coloidul de pentoxid de vanadiu 85

Pag.

N. CALINICENCO, C. RUSCIOR şi CORNELIA CIOBANU, Electroeroziunea anodică la unele metale şi aliaje în funcţie de mediul gazos . 89

G. I. KNIGHINA, Rezistenţa chimică a materialelor de construcţii din roci arse 93

ŞT. IVĂŞCANU, NICOLETA CIUREANU şi I. CIOCHINĂ, Metodă conductometrică cantitativă pentru determinarea ionului bicromic în prezenţa ionului cromic 99

C. CALISTRU şi CORNELIA LEONTE, Contribuţii la determinarea influenţei calităţii temperaturii şi duratei de calcinare a pietrei de var asupra procesului caustificării carbonatului de sodiu cu var (I) . 107

M. DIMA, ELEONORA DIACONESCU, IRINA IONESCU şi EUGEN FLOREA, Schimbători de ioni din semicocs 117

TH. SĂVEANU, I. IBĂNESCU, MARIANA VASILIU şi R. TUDOSE, Influenţa rugozităţii în absorbţie 127

GH. BOTEZ, Sulfamidele acizilor fenoxiacetici (I) 133

GH. BOTEZ, Sulfamidele acizilor fenoxiacetici (II) 141

H. U. USMANOV, Noutăţi în fizico-chimia celulozei din fibre de bumbac . 151

CRISTOFOR SIMIONESCU şi DOREL FELDMAN, Cercetări în domeniul polimerizării interfaciale 161

GH. ALEXA, GH. CHIRIŢĂ, AGLAIA CHIRIŢĂ, H. HASS, V. NĂNESCU şi GEORGETA NĂNESCU, Asupra stabilirii condiţiilor optime de tăbăcire în tanajul combinat formol-crom, pentru piei de feţe . 169

C. STRUB, ALICE BRĂTIANU, IRINA IAROŞINSCHI-DRABIC, CORNELIA MAGA şi VIOLETA CIOATĂ, Samale artificiale pe bază de extract enzimatic din mucoasa intestinală 181

N. I. CERNOPIATOV, Simetrizarea maşinilor electrice trifazate conectate la reţele monofazate cu trei conductoare 189

A. C. NICOLAIDE, Contribuţii la studiul fenomenelor oscilatorii ale generatoarelor sincrone 197

VICTOR SAVIUC, ZAIRA MURGU şi V. CORLĂŢEANU, Reostat autoreglabil pentru pornirea motoarelor asincrone 219

I. BEJAN, L. SEBASTIAN şi N. V. BOŢAN, Asupra îmbunătăţirii funcţionării unei cascade Krämmer la putere constantă 229

EMIL LUCA, V. PETRESCU, D. BĂRBULESCU şi GH. SAVIN, Studiul absorbţiei permitivităţii la ferite de bariu cu adaus de Bi_2O_3 . 239

L. ESCANDE, Stabilitatea camerelor de echilibru 245

AUREL POPOVICI şi N. GAVRILAŞ, Extinderea demonstraţiei grafice a cîmpurilor magnetice centrice învîrtitoare la cîmpurile radiale sinusoidale învîrtitoare 251

HUGO ROSMAN, Reprezentarea simbolică a puterilor în regim permanent periodic nearmonic 261

Pag.

VICTOR BAUŞIC şi VITALIE BELOUS, Determinarea parametrilor forţei principale de aşchiere în procesul de strunjire longitudinală pentru oţelurile romîneşti standardizate (VI) 271

GH. CIOBANU, Asupra mişcărilor de rostogolire cu alunecare ale corpurilor rigide 273

I. L. GHERONIMUS, Metode de construcţie a curbelor şi punctelor lui Burmester (II) 275

JOHANNES VOLMER, Forme particulare ale curbelor R_M ale lui Alt . 291

D. S. TAVHELIDZE şi D. MANGERON, Problema de existenţă a manivelelor cu mai multe organe (I) 297

V I. BELEŢKI, Calculul a opt parametri ai mecanismelor bielă-manivelă spaţială de transmisie 301

KARL-HEINZ SIEKER, Problema valorilor extreme ale vitezelor unghiulare în mecanisme simetrice cu două manivele 309

JOSEPH STILES BEGGS, Matrice şurub 315

AL ROR, CRISTIAN LINDE şi C. APOSTOLIDE, O variantă funcţională a transportoarelor cu organ flexibil şi cu funcţionare sacadat-alternantă 323

GÉRARD d'ALBON şi DAN URSESCU, Coeficientul caracteristic al puterii turbinelor (I) 335

VITALIE BELOUS, Frînă centrifugală autoreglabilă 345

N. IRIMICIUC, Determinarea pe cale grafică a reacţiunilor unui solid în mişcare spaţială 351

K. K. PONOMAREV, Metodă matricială în calculul grinzilor continue . 355

ANTON ŞESAN, SILVIA COVALI, N. GHEORGIU şi ADRIAN VULPE, Probleme de probabilitate în calculul la stările limită (I) . . 375

EMANOIL MUNTEANU-ADĂSCĂLIŢEI, I. DUMITRESCU şi ADRIAN RADU, Contribuţii la studiul elementelor grinzilor cu zăbrele metalice 381

VLADIMIR BOGHIAN, VIRGIL FOCŞA, ANATOLIE MIHUL şi LUIZA TANASACHE, Contribuţiuni la studiul sterilului ars de mină de Comăneşti ca agregat în beton 385

AL. CHELĂRESCU, OREST NICHITA, EUGEN FLOREA şi FLORIN CONSTANTINESCU Studiul nisipurilor din împrejurimile Iaşului . 393

D. ATANASIU, VICTOR CIUBOTARU şi LEON VASILESCU, Observaţii privind acţiunea sarcinilor mobile repetate asupra unor sisteme rutiere s ple 399

V. V. VAINAUSKAS, Asupra problemei de echilibrare în poligonometrie . 409

IOSIF IONESCU-MUSCEL, ELENA STANCIU-STOIAN, E. WAGNER, I. GĂINARU şi M. GĂINARU, O metodă de utilizare a izotopilor radioactivi pentru determinarea vitezei de spălare a agentului de finisare permanent bazat pe metilceluloză 413

MIŞILIM GRINDEA şi FLORIN VĂLU, Influenţa unui cîmp vibrator asupra vitezei de vopsire a ţesăturilor din fibre celulozice cu coloranţi direcţi 423

Pag.

N. BĂDAN, MIŞU ZEIDMAN, MIRCEA NETEA şi OLIMPIA TALAŞMAN, Deformaţii ale elementelor componente ale firelor răsucite (I, II) . 429

MIŞU ZEIDMAN, Calculul unor caracteristici de structură ale amestecurilor de fibre textile 437

IOSIF IONESCU-MUSCEL, D. RUSU, I. VLAD şi GH. TOMA, Problema mătasei în R. P. R. 443

P. MÎLCOMETE, M. BOŢA, C. NICOLICIOU, MARIA POPA şi C. ZLOTEA, Aspecte ale politicii de preţuri în perioada de trecere de la capitalism la socialism 449

D. RUSU, Tradiţii progresiste în gîndirea economică din Moldova în secolul XIX 453

RECENZII 465

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том VI (X), выпуск 3—4 1960 г.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
ОТ РЕДАКЦИИ	XV
И. КРЯНГЭ, Столетие Ясс ого университета им. „Ал. И. Кузы“	XVII
АЛ. КЛИМЕСКУ, Унитарное определение алгебр с финитарными операциями	1
АДРИАН РОМАН, Кривая центров лучей цилиндра комплекса прямых в эвклидовом пространстве	5
Ю. А. МИТРОПОЛЬСКИЙ и О. Б. ЛЫКОВА, К вопросу о периодических решениях системы нелинейных дифференциальных уравнениях с недифференцируемыми правыми частями	7
Я. КУРЦВЕЙЛ и З. ВОРЕЛ, О линейных системах регулирования	13
Д. МАНЖЕРОН и Л. Е. КРИВОШЕИН, Приближенное решение краевых задач для обыкновенных интегро-дифференциальных уравнений	21
ЯН МИКУСИНСКИЙ, О конволюции функций класса l_1	31
С. Н. СЛУГИН, Полуортогонализация и метод Галеркина	35
ЖАН ЛАВУАН и ПОЛЬ ДЕЛЕРЮ, Об одном обобщении символического исчисления при помощи распределений	37
АРСЕНИЕ ОПРЯ, О функциональном уравнении $f(x+y) = f(x)f(y)$ в матричном исчислении	43
А. И. ЛУРЬЕ, О реакциях связей в механических системах	47
П. П. ЧАТТАРДЖИ и С. Б. ДАТТ, Распределение напряжений вокруг двух равных жестких круглых отверстий на гибкой бесконечной пластинке, подверженной плоскому обобщенному скалыванию	53
И. ЕНЕСКУ и АЛЬФРЕД БРАЙЕР, О представлении вращения спинорами	61
АЛЬФРЕД БРАЙЕР и ГУГО РОСМАН, Об энергетическом балансе линейных осцилляторов с периодическим возмущением	69
ОЛИВЬЕ КОСТА де БОРЕГАР, Эффект Допплера и абберация. Теория и замечания	75
В. ПЕТРЕСКУ и СВЕТЛАНА ДУМИТРЕСКУ, О некоторых аспектах двойного лучепреломления (движения и электрического) у коллоида пентоксида ванадия	85

Стр.

Н. КАЛИНИЧЕНКО, К. РУЩОР и КОРНЕЛИЯ ЧОБАНУ, Анодная электроэрозия некоторых металлов и сплавов в зависимости от газовой среды 89

Г. И. КНИГИНА, Химическая стойкость строительных материалов из горелых пород 93

ШТ. ИВЭШКАНУ, НИКОЛЕТА ЧУРЯНУ и И. Н. ЧОКИНЭ, Количественный аналитический метод измерения проводимости для определения двухромированного иона в присутствии хромированного иона . 99

К. КАЛИСТРУ и КОРНЕЛИЯ ЛЕОНТЕ, О влиянии качества, температуры и продолжительности обжига известняка на процесс каустизации углекислого натрия известью (I) 107

М. ДИМА, ЕЛЕОНОРА ДЯКОНЕСКУ, ИРИНА ИОНЕСКУ и ЕУДЖЕН ФЛОРЯ, Ионнообменники из полукокса 117

Т. СЭВЯНУ, И. ИБЭНЕСКУ, МАРИАНА ВАСИЛИУ и Р. ТУДОСЕ, Влияние шероховатости в сорбции 127

Г. БОТЕЗ, Сульфамиды феноксиуксусных кислот (I) . . . 133

Г. БОТЕЗ, Сульфамиды феноксиуксусных кислот (II) . . . 141

Х. У. УСМАНОВ, Новое в физико-химии целлюлозы хлопкового волокна 151

КРИСТОФОР СИМИОНЕСКУ и ДОРЕЛ ФЕЛЬДМАН, Исследование в области межфазной полимеризации (I) 161

Г. АЛЕКСА, Г. КИРИЦЭ, АГЛАЯ КИРИЦЭ, Г. ГАСС, В. НЭНЕСКУ и ДЖОРДЖЕТА НЭНЕСКУ, О выборе для опоек наилучших условий дубления формальдегид хромом 169

К. ШТРУБ, АЛИС БРЭТЯНУ, ИРИНА ЯРОШИНСКИЙ-ДРАБИК, КОРНЕЛИЯ МАГА и ВИОЛЕТА ЧОАТЭ, Искусственные мягчители на основе энзимного экстракта из слизистой оболочки кишечника . 181

Н. И. ЧЕРНОПЯТОВ, Симметрирование трехфазных машин в однофазных трехпроводных сетях 189

А. С. НИКОЛАИДЕ, Вклад к изучению колебательных явлений у синхронных генераторов 197

ВИКТОР САВЮК, ЗАИРА МУРГУ и В. КОРЛЭЦЯНУ, Саморегулирующийся реостат для пуска асинхронных двигателей . . . 219

И. БЕЖАН, Л. СЕБАСТИАН и Н. В. БОЦАН, Некоторые соображения в связи с улучшением действия каскада Креммера при постоянной мощности 229

ЭМИЛ ЛУКА, В. ПЕТРЕСКУ, Д. БЭРБУЛЕСКУ и Г. САВИН, Исследование абсорбции и дисперсии диэлектрической проницаемости у ферритов бария с добавкой Bi_2O_3 239

Л. ЭСКАНД, Устойчивость водонапорного резервуара . . . 245

АУРЕЛ ПОПОВИЧ и Н. ГАВРИЛАШ, Распространение графического доказательства магнитных центрических вращающихся полей на радиальные синусоидальные вращающиеся поля . . . 251

ГУГО РОСМАН, Символическое представление мощностей в установившемся периодическом негармоническом режиме . . . 261

Стр.

ВИКТОР БАУШИК и ВИТАЛИЕ БЕЛОУС, Определение технических характеристик сил резания в процессе токарной обработки румынских сталей (VI). 271

Г. ЧОБАНУ, О пространственном качении со скольжением твердых тел 273

Я. Л. ГЕРОНИМУС, О некоторых методах построения кривых и точек Бурместера (II) 275

ИОГАННЕС ФОЛМЕР, Частные формы кривых R_M Альта . . 291

Д. С. ТАВХЕЛИДЗЕ и Д. МАНЖЕРОН, Задача о проворачиваемости звеньев многозвенных механизмов (I) 297

В. Я. БЕЛЕЦКИЙ, Вычисление восьми параметров передаточных пространственных кривошипно-коромысловых механизмов . . 301

КАРЛ-ГЕЙНЦ ЗИКЕР, Экстремальные значения угловых скоростей в симметрических двухкривошипных механизмах 309

ДЖОЗЕФ СТИЛС БЕГГС, Матрицы винты 315

АЛ. РОР, КРИСТИАН ЛИНДЕ и К. АПОСТОЛИДЕ, Новый вариант рабочего процесса транспортера с гибким элементом и с переменно-возвратным движением 323

ДЖЕРАР д'АЛБОН и ДАН УРСЕСКУ, Характеристический коэффициент мощности турбин (I) 335

ВИТАЛИЕ БЕЛОУС, Саморегулирующий центробежный тормоз . . 345

Н. ИРИМИЧУК, Графическое определение реакций твердого тела в пространственном движении 351

К. К. ПОНОМАРЕВ, Расчет неразрезных балок матричным методом . 355

АНТОН ШЕСАН, СИЛЬВИЯ КОВАЛИ, Н. ГЕОРГИУ и АДРИАН ВУЛПЕ, Проблемы вероятности при расчете сооружений по предельным состояниям (I) 375

ЭМАНОИЛ МУНТЯНУ-АДЭСКЭЛИЦЕЙ, И. ДУМИТРЕСКУ и АДРИАН РАДУ, К изучению элементов стальных ферм . . . 381

ВЛАДИМИР БОГЯН, ВИРДЖИЛ ФОКША, АНАТОЛИЕ МИХУЛ и ЛУИЗА ТАНАСАКЕ, К использованию непригодных горелых пород команештских мин как заполнители в бетонах . . . 385

АЛ. КЕЛЭРЕСКУ, ОРЕСТ НИКИТА, ЕУДЖЕН ФЛОРЯ и ФЛОРИН КОНСТАНТИНЕСКУ, Изучение песков ясского месторождения . 393

Д. АТАНАСИУ, ВИКТОР ЧУБОТАРУ и ЛЕОН ВАСИЛЕСКУ, Исследования действия подвижных повторных нагрузок на дорожные системы с цементо-грунтовым основанием 399

В. В. ВАЙНАУСКАС, К вопросу уравновешивания полигонометрии . 409

ИОСИФ ИОНЕСКУ-МУСЧЕЛ, ЕЛЕНА СТАНЧУ-СТОЯН, Е. ВАГНЕР, И. ГЭИНАРУ и М. ГЭИНАРУ, Метод использования радиоактивных изотопов для определения скорости промывки тканей при удалении факторов окончательной обработки на базе метилцеллюлозы 413

Стр.

МИШИЛИМ ГРИНДЯ и ФЛОРИН ВЭЛУ, Влияние вибрационного поля на скорость окрашивания тканей из целлюлозного волокна прямыми красителями 423

Н. БЭДАН, МИШУ ЗЕЙДМАН, МИРЧА НЕТЯ и ОЛИМПИЯ ТАЛАШМАН, Искажение составляющих элементов крученных нитей (I, II) 429

МИШУ ЗЕЙДМАН, Вычисление некоторых структурных свойств смесей текстильных волокон 437

ИОСИФ ИОНЕСКУ-МУСЧЕЛ, Д. РУСУ, И. ВЛАД и Г. ТОМА, Задачи шелководства в Румынской Народной Республике . . . 443

П. МЫЛКОМЕТЕ, М. БОЦА, К. НИКОЛИЧОЮ, МАРИЯ ПОПА и К. ЗЛОТЯ, Аспекты политики цен в переходном периоде от капитализма к социализму 449

Д. РУСУ, Прогрессивные традиции в экономическом мышлении Молдовы в XIX веке 453

РЕЦЕНЗИИ 465

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
VOL. VI (X), Fasc. 3—4 1960

CONTENTS

	Pag.
EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENT	XV
I. CREANGĂ, The centenarian of the University „Al. I. Cuza" of Jassy	XVII
AL. CLIMESCU, Une définition unitaire des algèbres a opérations finitaires	1
ADRIAN ROMAN, La courbe des centres des rayons d'un cylindre appartenant à un complexe de droites de l'espace euclidien	5
I. A. MITROPOLSKI et O. B. LYKOVA, Sur le problème de détermination des solutions périodiques des systèmes d'équations différentielles non linéaires à membres droites non différentiables	7
J. KURZWEIL and Z. VOREL, On linear control systems	13
D. MANGERON et L. E. KRIVOCHÉÏNE, Résolution par approximation des problèmes à la frontière pour les équations integro-différentielles ordinaires	21
JAN MIKUSIŃSKI, On the convolution of functions of class l_1	31
S. M. SLUGYNE, Semiortogonalisation and Galerkin's method	35
JEAN LAVOINE et PAUL DELERUE, Sur une généralisation du calcul symbolique à l'aide des distributions	37
ARSENIE OPREA, Sur l'équation fonctionelle $f(x, y)=f(x)\,f(y)$ dans le calcul matriciel	43
A. I. LURYE, On the reactions of constraints in mechanical systems	47
P. P. CHATTARJI and S. B. DUTT, Stress distribution around two rigid circular inclusions in an infinite elastic plate under generalised plane shear	53
I. ENESCU et ALFRED BRAIER, Sur la représentation des rotations par des spineurs	61
ALFRED BRAIER et HUGO ROSMAN, Sur le bilan énergétique des oscilateurs linéaires soumis à des perturbations périodiques	69
OLIVIER COSTA de BEAUREGARD, Effet Doppler et aberration. Théorie et observation	75
V. PETRESCU et SVETLANA DUMITRESCU, Quelques aspects concernant la biréfrigence de mouvement et la biréfringence électrique chez le colloïde de pentoxide de vanadium	85

Pag.

N. CALINICENCO, C. RUSCIOR et CORNELIA CIOBANU, L'électro-érosion anodique de quelques métaux et alliages, fonction du milieu gazeux 89

G. I. KNIGYNA, Chemical resistance of the building materials of colliery fired shale 93

ŞT. IVĂŞCANU, NICOLETA CIUREANU et I. N. CIOCHINĂ, Méthode conductométrique quantitative pour la détermination de l'ion bichromique dans la présence de l'ion chromique 99

C. CALISTRU et CORNELIA LEONTE, Contribution à la détermination de l'influence de la qualité, de la température et de la durée de calcination de la pierre à chaux sur le processus de caustification du carbonate de natrium, par de la chaux 107

M. DIMA, ELEONORA DIACONESCU, IRINA IONESCU et EUGEN FLOREA, Échangeurs d'ions obtenus du sémicoke . . . 117

TH. SĂVEANU, I. IBĂNESCU, MARIANA VASILIU und R. TUDOSE Einfluss der Rauhigkeit in der Absorbtion 127

GH. BOTEZ, Les sulfamides des acides phénoxyacétiques (I) . . 133

GH. BOTEZ, Les sulfamides des acides phénoxyacetiques (II) . . 141

H. O. OUSMANOFF, Résultats nouveaux dans le domaine de la physique et de la chimie de la cellulose des fibres de cotton . . . 151

CRISTOFOR SIMIONESCU und DOREL FELDMAN, Untersuchungen über grenzflächige Polymerisationen (I) 161

GH. ALEXA, GH. CHIRIŢĂ AGLAIA CHIRIŢĂ, H. HASS, V. NĂNESCU et GEORGETA NĂNESCU, Sur l'établissement des conditions optimes dans le cas du tannage combiné au formol-chrôme pour cuirs à dessus 169

C. STRUB, ALICE BRĂTIANU, IRINA IAROŞINSCHI-DRABIC, CORNELIA MAGA et VIOLETA CIOATĂ, Confits artificiels à base d'extrait enzymatique de la muquese intestinale 181

N. I. CHERNOPIATOW, Symmetrisation of three-phase machines connected to a single-phase three-wire network 189

A. C. NICOLAIDE, Contributions à l'étude des phénomènes oscillatoires des alternateurs 197

VICTOR SAVIUC, ZAIRA MURGU et V. CORLĂŢEANU, Rhéostat autorégulateur pour le démarrage des moteurs asynchrones . . . 219

I. BEJAN, L. SEBASTIAN et N. V. BOŢAN, Sur l'amélioration du fonctionnement d'une cascade Krämmer à puissance constante . . 229

EMIL LUCA, V. PETRESCU, D. BĂRBULESCU et GH. SAVIN, Étude de l'absorbtion et de la dispersion de la constante diélectrique chez les ferrites de barium contenant Bi_2O_3 239

L. ESCANDE, Stabilité des chambres d'équilibre 245

AUREL POPOVICI et N. GAVRILAŞ, Extension de la démonstration graphique des champs magnétiques centriques tournants aux champs radiaux sinusoidaux tournants 251

HUGO ROSMAN, Représentation symbolique des puissances en régime permanent périodique nonharmonique 261

Pag.

VICTOR BAUŞIC et VITALIE BELOUS, Détermination des paramètres des forces de coupe concernant les aciers roumains soumis au tournage longitudinal (VI) 271

GH. CIOBANU, Sur le mouvement de roulement avec glissement des corps solides rigides 273

Y. L. GUERONIMUS, On some methods of construction of Burmester curves and points (II) 275

JOHANNES VOLMER, Sonderfälle der Alt-schen R_M - Kurve . . 291

D. S. TAVKHÉLIDZÉ et D. MANGERON, Sur le problème de l'existence des manivelles pour les mécanismes articulés composés (I) . 297

V. I. BELEZKI, Calcolo di otto parametri dei meccanismi biella-manivella spaziale di transmissione 301

KARL-HEINZ SIEKER, Extremwerte der Winkelgeschwindigkeiten symmetrischen Doppelkurbeln 309

JOSEPH STILES BEGGS, The screw matrix 315

AL ROR, CRISTIAN LINDE et C. APOSTOLIDE, Une nouvelle variante de fonctionnement des convoyeurs à organe flexible et au mouvement de vas-et-vient 323

GÉRARD d'ALBON and DAN URSESCU, The characteristic power coefficient of a turbine (I) 335

VITALIE BELOUS, Frein centrifugal autoréglable 345

N. IRIMICIUC, La détermination graphique des réactions d'un solide en mouvement spatial 351

K. K. PONOMAREV, Calculation of continuous beams by the matrix method 355

ANTON ŞESAN, SILVIA COVALI, N. GHEORGHIU et ADRIAN VULPE, Problèmes de probabilité dans le calcul aux états limites (I) . . 375

EMANOIL MUNTEANU-ADĂSCĂLIŢEI, I. DUMITRESCU et ADRIAN RADU, Contributions à l'étude des éléments des poutres triangulées . 381

VLADIMIR BOGHIAN, VIRGIL FOCŞA, ANATOLIE MIHUL und LUIZA TANASACHE, Studium des gebrannten Haldenmaterials aus Comăneşti als Betonzuschlagstoff 385

AL. CHELĂRESCU, OREST NICHITA, EUGEN FLOREA et FLORIN CONSTANTINESCU, Étude des sables aux alentours de Jassy . 393

D. ATANASIU, VICTOR CIUBOTARU et LEON VASILESCU, Quelques observations concernant l'action des charges mobiles répétées sur des systèmes routiers souples 399

V. V. VAĬNAOUSKAS, Sur le problème d'équilibrage dans la polygonométrie 409

IOSIF IONESCU-MUSCEL, ELENA STANCIU-STOIAN, E. WAGNER, I. GĂINARU and M. GĂINARU, A method using radioactive isotopes for determining washing fastness of a permanent finish based on methylcellulose 413

MIŞILIM GRINDEA et FLORIN VĂLU, Influence d'un champ vibrateur sur la vitesse de teinture des tissus à fibres cellulosiques avec des colorants directs 423

Pag.

N. BĂDAN, MIŞU ZEIDMAN, MIRCEA NETEA and OLIMPIA TALAŞMAN, Deformations of the component elements of plied yarns (I, II) 429

MIŞU ZEIDMAN, On the component of some structural properties of textile fibres blends 437

IOSIF IONESCU-MUSCEL, D. RUSU, I. VLAD et GH. TOMA, Le problème de la soie dans la R. P. R. 443

P. MÎLCOMETE, M. BOŢA, C. NICOLICIOIU, MARIA POPA et C. ZLOTEA, Quelques aspects de la politique des prix pendant la période de transition du capitalisme au socialisme 449

D. RUSU, Traditions progrésistes dans la pensée économique de la Moldavie dans le XIX-ième siècle 453

BOOKS REVIEWS 465

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

REDACŢIONALE [1]) ОТ РЕДАКЦИИ [2])
EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENT [3])

Articole ale colaboratorilor străini primite la redacţia *Buletinului Institutului politehnic din Iaşi*

Статьи иностранных сотрудников полученные редакцией *Известий Ясского политехнического института*

Papers received from abroad by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy*

АНАНЬЕВ В. П., (Ростовский инженерно-строительный институт, Р/Д, СССР), *Свойства лёссовых грунтов и их минералы.*

RAMAKANTH J., (Osmania University, Hyderabad, India), *Orthotropic solids under radial body forces.*

РЫЖАНОВ С. Г., (Кишиневский государственный университет, СССР), *Пересечение уровенных энергетических поверхностей в тяжелых ядрах и сильнозатрудненные альфа-переходы.*

МАНЬКОВСКИЙ Г. И., МУРАВЬЕВ Д. С., (Академия Наук СССР, Москва), *Теоретические основы конструирования расширителей для бурения стволов шахт.*

KAMOGAWA H., SEKIYA T., (The Textile Research Institute of Japanese Government, Kanagawa, Yokohama, Japan), *Graft-polimerization of acrylamide onto cotton fabric for further treatments.*

ZEMAN J, (Akademie der Wissenschaften, S. R. Tschechoslovakei), *Information und Entropie in der Erkentniss.*

БАТУЕВ М. И., АХРЕМ А. А., МАТВЕЕВА А. Д., (Академия Наук СССР, Москва), *Исследование конформаций 2-метил-1-оксициклогексилэтилен-оксидов комбинационым рассеянием света.*

GOLECKI J., (Academy of Mines and Metallurgy, Cracow, P. R. Poland), *Statics of an isotropic incompressible elastic solid.*

SCHEIDEGGER A., (Producing Department, Western Regional Offices, Calgary, Alberta, Canada), *Note on fundamental operations.*

СТРЕЛЕЦКИЙ Н. К., (Академия Наук СССР, Москва), *Компоновка конструктивной формы.*

---

[1]) Lista cărţilor şi noilor articole originale primite la redacţia *Buletinului Institutului politehnic din Iaşi*, precum şi noile serii de recenzii, vor fi publicate în fasciculele imediat următoare ale revistei.

[2]) Список книг и новых оригинальных статей поступивших в редакцию *Известий Ясского политехнического института*, а также и рецензии на полученные книги, будут помещены в следующем выпуске нашего журнала.

[3]) List of books and original articles just received by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy* as well as a new series of book reviews, will be published in the next issues of our periodical.

DINGLE R. B., (University of Western Australia, Nedlands, Australia), *Remarks on a paper by Jeffreys.*

MILTZLAFF G., (Hochschule für Schwermaschinenbau, Magdeburg, DDR), *Zur Lösung der Aufgabe von Cauchy für eine Klasse regulärer Systeme von partiellen Differentialgleichungen.*

VALENTA J., (Staatliches Forschungsinstitut für Wärmetechnik, Prag, S. R. Tschechoslowakei), *Teoretische Lösung der dünnwandigen Zylinderschale veränderlicher Dicke.*

КЕЛЬЗОН А. С., (Ленинградское высшее инженерно-морское училище им. адм. С. О. Макарова, СССР), *Исследование влияния вязкого трения на колебания и устойчивость жесткого ротора, вращающегося в шарнирной и упругой опорах.*

БРАУДЕ З. И., (ГПН Проектстальконструкция, Москва, СССР), *Расчёт стальных конструкций при воздействии на них коррозии.*

ЧЕРКАСОВ И. Д., (Мурманский государственный педагогический институт, СССР), *К теории одномерных ветвящихся случайных процессов с непрерывным временем.*

МИТЮК И. П., (Киевский политехнический институт, СССР), *Некоторые применения принципа симметризации.*

НЕЛЕПИН Р. А., (Научно-техническое общество судостроительной промышленности, Ленинград, СССР), *Влияние сухого трения на динамику некоторых систем автоматического регулирования непрямого действия.*

ИВАХНЕНКО А Г., (Академия Наук УССР, Киев, СССР), *Стабилизация характеристики измерительного магнитного усилителя при помощи двух дифференциальных обратных связей.*

БЕЛЕЦКИЙ В. Я., (Одесский технологический институт им. В. И. Сталина, СССР), *Вычисление пяти параметров плоского шарнирного четырехзвенного передаточного механизма с учётом угла передачи.*

РЫЖАНОВ С. Г., (Кишиневский государственный университет, СССР), *Внутреннее вращение в тяжелых ядрах.*

КЕМНИЦ Ю. В., (Московский институт инженеров землеустройства, СССР), *Искажение направления планового аэроснимка за угол α.*

САПА В. А., (Казахский государственный университет им. С. М. Кирова, Алма-Ата, СССР), *Некоторые задачи механики переменной массы.*

КРИВОШЕИН Л. Е., (Киргизский государственный университет, Фрунзе, СССР), МАНЖЕРОН Д., (Ясский политехнический институт, РНР), *Об одном классе интегро-дифференциальных уравнений в полных производных.*

ДАМАКИ Е., (Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова—Ленина), *Об оценке влияния объектива передающей камеры на качество телевизионного изображения (I).*

ПОЗИН М. Е., КОПЫЛЕВ Б. А., (Ленинградский технологический институт им. Ленсовета, СССР), *О скорости и механизме разложения фосфатов серной и фосфорной кислотами.*

SASTRY U. A., (Regional Engineering College, Warangal Andhra Pradesh, India), *Torsion of a hollow cylinder of epitrochoidal cross-section.*

ATLAS S., MARK H. F., (Polytechnic Institute of Brooklyn, Polymer Research Institute, New York, USA), *High temperature and thermal degradation of polymers.*

ТАВХЕЛИДЗЕ Д. С., (Грузинская с/х Академия Наук, Тбилиси, СССР), МАНЖЕРОН Д. (Ясский политехнический институт, РНР), *Некоторые теоремы касающиеся теории приведенных ускорении.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

CENTENARUL UNIVERSITĂŢII DIN IAŞI

La 26 octombrie 1960 Universitatea din Iași a împlinit un veac de existență. Ea a fost înființată prin stăruința oamenilor luminați din sec. XIX și în special din inițiativa lui Mihai Kogălniceanu, marele om de cultură și om de stat, ministrul Învățământului în acea vreme.

Decretul înființării a fost semnat de Alexandru Ioan Cuza, primul domnitor al Principatelor Unite — domnitor progresist care a vrut să facă unele reforme pentru ridicarea poporului din întunericul în care a fost ținut de veacuri sub orînduirea feudală.

Universitatea din Iași s-a născut din necesități istorice într-o perioadă de prefaceri politice și sociale. Revoluția din anul 1848, cu toate că a fost înăbușită de către imperiile feudale, idealurile ei au continuat

să frăminte poporul. Atunci lupta pentru eliberarea de sub jugul imperiului otoman se apropia de sfîrșit; burghezia din țară, în ascensiune, căuta să-și întărească pozițiile; se ducea lupta pentru înființarea unui stat național independent și unitar. In anul 1859 se realizează Unirea Țărilor Romîne, veche năzuință a poporului nostru, înfăptuită prin avîntul revoluționar al maselor populare, alături de intelectualii progresiști care au militat pentru realizarea ei.

Noul aparat de stat — statul național — care reprezenta pe atunci trecerea de la orînduirea feudală la orînduirea capitalistă, avea nevoie de instituții noi și pentru aceasta, de cadre cu pregătire superioară.

Plasarea primei Universități din țară în Iași se datorește unei puternice tradiții culturale din acest vechi oraș. Fostă capitală a țării Moldovei din timpul lui Alexandru Lăpușneanu (sec. XVI) pînă la Unirea Țărilor Romîne, Iașul a jucat un rol de seamă în viața politică și culturală. Aici au fost începuturi de învățămînt și preocupări de cultură înaintată încă din secolele XVII și XVIII.

Începutul secolului al XIX-lea este dominat de mișcarea pentru înființarea de școli cu limba de predare romînă; Gheorghe Asachi a fost exponentul acestei mișcări în Moldova și el este organizatorul primului învățămînt în limba romînă cu caracter practic și tehnic, încă din anul 1813.

In anul 1835 a luat ființă Academia Mihăileană, care a constituit un început de învățămînt superior. Ceva mai tîrziu Academia Mihăileană se transformă în colegiu și apoi iau ființă facultăți, chiar înainte de anul 1860. In formarea unui climat prielnic începuturilor învățămîntului superior din Iași și-au dat contribuții importante scriitorii Moldovei din acele vremuri (Costache Negruzzi, Alecu Russo, Vasile Alecsandri etc.), apoi Societatea de medici și naturaliști înființată în anul 1834 de dr. Cihac și dr. M. Zotta; mișcarea culturală și artistică concentrată în jurul teatrului din Iași etc.

La inaugurarea Universității din Iași, de la 26 octombrie 1860, care s-a făcut printr-o mare ceremonie, a luat parte un numeros public din Iași și din județele Moldovei. „Simțise poporul atît prin instinct cît și prin convingere că prin deschiderea acestei înalte școli, se îndeplinea un mare eveniment din istoria neamului: încordarea puterilor lui spre lumile gîndirii" spune istoricul A. D. Xenopol.

* * *

Universitatea din Iași a trecut, în cursul celor 100 de ani de existență, diverse etape de dezvoltare legate de condițiile istorice, politice și economice.

După plecarea domnitorului Alexandru Ion Cuza — alungat de monstruoasa coaliție a burgheziei și moșierimii — Universitatea din Iași a avut de întîmpinat neînțelegeri și mari greutăți din partea acelor clase dominante.

Cu toată vitregia timpurilor apuse, Universitatea din Iași a luptat mereu să țină drumul spre lumină și progres. Din ea s-au ridicat cărtu-

rari și oameni de știință, inițiatori de școli și curente, pe care istoria științei romînești îi reține la loc de frunte în dezvoltarea culturii din Patria noastră.

Încă din perioada de la începuturile Universității (1860—1890) s-a afirmat o pleiadă de entuziaști profesori și remarcabili oameni de cultură, ca istoricul A. D. Xenopol, care pentru acele vremuri se plasa pe poziții înaintate în interpretarea faptelor istorice, geologul Gr. Cobîlcescu, fondatorul studiilor de geologie din țara noastră, chimistul Petru Poni, întemeietorul școlii științifice de chimie, filozoful cu concepții științifice materialiste V. Conta, precum și cărturarii veniți din Transilvania: Simion Bărnuțiu, Ștefan Micle, Ioan Popp, Ștefan Emilian, Petru Suciu, Papiu Ilarion.

După 1890 (între 1890—1911), Universitatea din Iași atrage elemente noi cu pregătire înaintată și cu studii moderne. Astfel au ocupat catedrele Universității personalități ca: N. Leon, Al. Philippide, Paul Bujor, Dragomir Hurmuzescu, Ion Simionescu, N. Hortolomei, D. Pompeiu, Traian Bratu, Garabet Ibrăileanu, Alexandru Myller, Vera Myller, Ștefan Procopiu, Constantin I. Parhon, S. Sanielevici, Petru Bogdan și mulți alții.

Această perioadă este marcată și de începuturile de studii originale, cu răsunet în lumea științifică internațională. În anul 1900 ia naștere revista științifică a Universității din Iași: „Analele Științifice", revistă care și-a cîștigat curînd renume mondial.

Razele dătătoare de viață ale Marii Revoluții Socialiste din Octombrie 1917 au pătruns și la Universitatea din Iași. Unii dintre profesorii progresiști s-au apropiat de lupta proletariatului de la noi și au militat pentru a insufla tineretului o linie justă de gîndire, împotriva mișcării fasciste și legionare și pentru apropierea de Marea Uniune Sovietică. În mod concret ei au stabilit legături științifice cu oamenii de știință din țara socialismului. Astfel au acționat în primul rînd profesorii Petre Constantinescu-Iași, Constantin I. Parhon, Alexandru Myller, Iorgu Iordan, Radu Cernătescu.

Între 1914—1944 Universitatea din Iași a fost o arenă de luptă între ideile progresiste ale noii lumi, născută de Marea Revoluție Socialistă din Octombrie și ideile retrograde, șovine, apanajul lumii vechi, capitaliste. Profesorii progresiști au luat atitudine contra curentelor de fascizare a țării și unii dintre ei, atașați clasei muncitoare, au avut de suferit din partea fostului stat polițist al burgheziei și moșierimii. Alături de profesorii progresiști care au fost creatori și continuatori de mari școli științifice, au activat pe tărîmul științei cu rezultate importante prof. A. Obregia, prof. Ioan Borcea, prof. N. Costăchescu, prof. C. V. Gheorghiu, prof. Mircea Savul și alții. Perioada neagră a dictaturii legionaro-fasciste a adus Universitatea, ca și întreaga țară, în pragul prăpastiei și a prăbușirii. În ciuda teroarei fasciste, Universitatea din Iași a decernat în anul 1939 diploma de doctor „honoris causa", marelui nostru scriitor Mihail Sadoveanu, care prin operele sale profund umane își arăta dragostea și atașamentul pentru poporul muncitor și obidit și care, din această cauză, era urmărit de semănătorii de ură de rasă, care cereau ca operele sale să fie arse în piețe

publice. Astăzi marele nostru scriitor a primit cea mai mare distincție: Premiul internațional pentru pace V. I. Lenin, pentru ideile care se degajă din operele sale, pe linia luptei pentru pace și a unui profund umanitarism. Lupta clasei muncitoare sub conducerea P.C.R., împotriva regimului antonescian și a ocupantului hitlerist, pentru eliberarea țării de sub jugul fascist a avut un puternic ecou și în Universitatea din Iași.

Eliberarea țării și salvarea Patriei, înfăptuită prin lupta revoluționară a clasei muncitoare, condusă de Partid, în împrejurările istorice ale sfărîmării pe toate fronturile a mașinii infernale hitleriste de război de către eroica și glorioasa armată roșie, a deschis drumul pentru construirea unei vieți noi, lipsite de oprimare și exploatare.

În timpul războiului de jaf și cotropire hitlerist, Universitatea din Iași a fost forțată să părăsească Iașul și să înceteze cea mai mare parte din activitate. Marea zi de eliberare de la 23 august 1944 a adus și salvarea Universității ieșene. Curînd după eliberare s-a reîntors în vechiul ei oraș, renăscînd sub semnul vremurilor noi.

În perioada anilor 1945—1960, o dată cu epocalele și profundele transformări revoluționare politice, sociale și economice din țara noastră, făurite sub conducerea încercatului și călitului Partid al clasei muncitoare, la lumina nestinsă a înflăcăratelor și creatoarelor idei ale lui Marx, Engels, Lenin, cultura, știința, arta cunosc o dezvoltare și o înflorire, niciodată atinsă în trecutul întunecat. Grija deosebită acordată de Partid și de Guvern în anii de democrație populară, pentru transformarea și îmbunătățirea continuă a învățămîntului superior, s-a răsfrînt în mare măsură și asupra vechiului centru universitar din Iași.

Revoluția socialistă, realizată în Patria noastră, cuprinde, ca parte integrantă, o largă și cuprinzătoare revoluție culturală. Răsturnînd vechile concepții neștiințifice, retrograde, idealiste de care era infectat învățămîntul și cercetarea științifică, revoluția culturală a făcut loc concepției celei mai avansate, celei mai creatoare: concepția marxist-leninistă despre lume și societate; s-a introdus singura metodă științifică de cercetare: metoda materialismului dialectic și istoric.

În anii de democrație populară învățămîntul superior ia o continuă dezvoltare pentru pregătirea specialiștilor de înaltă calificare, chemați să răspundă marilor cerințe ale construcției vieții noi. Tot ceea ce este mai nou și mai înaintat în știință, în tehnică, în artă și literatură, alături de tradițiile progresiste de cercetare, constituie astăzi obiectul activității instituțiilor de învățămînt superior din țara noastră. Centrul Iași poate ilustra, concret, o parte a tabloului dezvoltării din acest domeniu. Dacă la înființarea Universității, în 1860, erau 106 studenți, iar în 1938, 2 500 studenți, astăzi centrul Iași numără 10 000 de studenți. Dacă Universitatea a început în 1860 cu trei facultăți, (științe, filozofie și litere, drept), ca în 1938, Universitatea să crească numai cu două facultăți (medicină, agronomie), și în Iași se mai înființează un institut de învățămînt superior: Institutul politehnic, astăzi în Iași sînt șase institute de învățămînt superior puternic dezvoltate: Universitatea, Institutul politehnic, Institutul de medicină, Institutul de agronomie, Institutul pedagogic superior, Conservatorul.

Condițiile de viață și de studiu se deosebesc fundamental de condițiile grele în care lucrau studenții în fostul regim. În centrul universitar Iași, în anul centenarului, locuiau în cămine 65% din numărul studenților și luau masa la cantine peste 80% din numărul total de studenți. Peste 60% din studenți primesc burse de stat sau burse ale sfaturilor populare. Afară de acestea există încă burse speciale, de merit, pentru cei mai buni studenți.

S-au creat condiții bune de lucru pentru cadrele didactice și grija pentru a proteja munca științifică și a feri oamenii de știință de greutăți ale vieții materiale de zi cu zi, sînt pe primul plan.

Sărbătorirea centenarului Universității ieșene a ilustrat importanța de care se bucură vechile așezăminte de cultură și știință din Patria noastră, în regimul de democrație populară.

Pregătirea centenarului Universității a început cu cîțiva ani în urmă și Universității i s-au alocat fonduri sporite pentru a pune la punct clădirea Universității, pentru a dota laboratoarele cu aparatură modernă, pentru a repara fostul local al Universității din 1860.

Sărbătorirea centenarului s-a bucurat de onoarea participării unor conducători de Partid și de Guvern din țara noastră. Sărbătorirea centenarului a fost onorată de prezența tov. Ion Gheorghe Maurer, președintele Prezidiului Marii Adunări Naționale, de prezența tov. Ilie Murgulescu, ministrul Învățămîntului și Culturii și de multe alte personalități, care dețin roluri și funcții înalte în statul democrat popular.

De asemenea, la sărbătorirea centenarului au participat 43 invitați de peste granițe, rectori sau conducători de Universități și institute de învățămînt superior. Au participat reprezentanți din Uniunea Sovietică, Statele Unite ale Americii, Anglia, Franța, Republica Democrată Germană, Republica Federală Germană, Italia, Republica Populară Chineză, Republica Populară Polonă, Austria, Republica Socialistă Cehoslovacă, Grecia, Turcia, Danemarca, Republica Populară Bulgară, Belgia, Finlanda, Republica Populară Ungară, Irak, Republica Populară Federativă Iugoslavă, Indonezia.

Din țară au participat patru sute de oaspeți, distinși profesori și savanți din toate domeniile de activitate.

Cu prilejul sărbătoririi centenarului a avut loc o sesiune științifică solemnă la care s-au prezentat 393 de comunicări științifice, organizate în 9 secții de specialitate. Sesiunea a durat trei zile; comunicările au arătat înaltele preocupări științifice ale cercetătorilor din diversele ramuri, în legătură cu marile probleme actuale ale științei și ale construcției vieții noi.

În timpul sărbătoririi centenarului au fost multiple manifestări culturale și sportive, date de artiștii din Iași și artiștii oaspeți din țară și de studenți. Festivitățile au durat cinci zile, după care a urmat o excursie organizată pentru oaspeții străini pentru a vedea realizările din țară ale regimului de democrație populară. În cinstea centenarului s-a scos un volum de prezentare a Universității (care a fost tipărit în șapte

limbi) și au apărut două volume festive, care cuprind istoricul Universității. De asemenea, s-a tipărit anuarul Universității din Iași între anii 1939—1959.

Sărbătorirea centenarului a fost un prilej de a trece în revistă realizările Universității din Iași, într-un veac de existență. Aceste realizări au fost la înălțimea acestui for de înaltă cultură și educație. Pentru aceste merite, Universitatea a primit cea mai înaltă apreciere și distincție din partea Prezidiului Marii Adunări Naționale — ordinul Steaua Republicii Populare Romîne, clasa I.

De asemenea, multe cadre didactice din centrul Iași au fost distinse cu ordine și medalii.

Sărbătorirea centenarului a dat imbold și impuls cadrelor didactice din Iași și tuturor celor care lucrează în institute de învățămînt superior pentru a-și multiplica eforturile și a se angaja în îndeplinirea tuturor sarcinilor de răspundere și onoare, ce le revin, în măreața operă ce se efectuează astăzi în Patria noastră, desăvîrșirea construcției socialismului, și în pregătirea trecerii la treapta superioară : comunismul.

In aceste mărețe perspective, Universitatea din Iași pășește în cel de-al doilea veac al existenței sale.

ION CREANGĂ
Rectorul Universității „Al. I. Cuza", Iași

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C.Z. 512.8

UNE DÉFINITION UNITAIRE DES ALGÈBRES À OPÉRATIONS FINITAIRES

PAR

AL. CLIMESCU

Note présentée à la session scientifique jubiliare de l'Université „Al. I. Cuza" de Jassy, 28-30 Octobre 1960

1. En logique mathématique il est quelquefois utile de réduire le nombre des opérations primitives. Par exemple le calcul des propositions peut être construit en prenant la disjonction et la négation comme opérations primitives et, même, le connectif de Sheffer suffit seul à cette construction. En logique combinatoire la méthode de Schönfinkel permet de réduire un système formel quelconque à un système avec une seule opération binaire mais au prix de l'introduction de nouveaux atomes (cf. [3, p. 30]).

Nous voulons montrer qu'au niveau d'abstraction de l'algèbre, c'est à-dire sans logique formalisée, n'importe quelle algèbre à opérations finitaires, même multiformes ou partiellement définies, peut être réduite à une algèbre à opérations binaires (pour la définition des algèbres générales, qui remonte à Garrett Birkhoff, v. par. ex. [2, p. 21]).

2. Proposons-nous d'abord de déterminer les groupoïdes G dont le treillis des sous-groupoïdes est isomorphe à l'ensemble $P(G)$ des parties non-vides de G. En notant multiplicativement l'opération de G il est clair que la condition nécessaire et suffisante est la suivante :

$$(C) \qquad (ab = a) \vee (ab = b),$$

donc $aa = a$, $\vee$ étant le symbole de la disjonction.

En appelant schèse réflexive un tel groupoïde, on a donc la

Proposition I. *Les groupoïdes dont le treillis des sous-groupoïdes est isomorphe à* P(G) *sont les schèses réflexives.*

Le terme „schèse", que nous introduisons ici, est un néologisme forgé d'après le mot grec qui signifie relation.

Il est nécessaire d'élargir un peu la classe des groupoïdes considérés ce que nous faisons par la définition suivante :

On appelle schèse tout groupoïde S qui satisfait aux axiomes suivantes :

1. Il existe un élément et un seul, appelé élément neutre et noté 0, qui possède la propriété $0a = a0 = 0$ pour tout $a \in S$.

2. Si $a \neq 0$, $b \neq 0$, alors $(ab = 0) \vee (ab = a) \vee (ab = b)$, $a, b \in S$.

L'ensemble S est supposé non-vide et est appelé le support de la schèse.

Il y a évidemment correspondance biunivoque entre la classe des schèses réflexives et la classe des schèses dont les éléments $\neq 0$ satisfont à la condition (C) et nous identifierons les éléments correspondants des deux classes.

3. Proposition II. *Il y a correspondance biunivoque entre l'ensemble des schèses réflexives à support* $M \cup \{0\}$ *et l'ensemble des relations binaires réflexives qu'on peut définir sur* M.

Cette correspondance s'établit de la façon suivante : si R est une relation binaire définie sur M, on fait correspondre à R la schèse réflexive $a0 = 0a = 0$, $aa = a$, $ab = b$ si aRb, $ab = a$ si $\overline{aRb}$, la barre signifiant la négation, et réciproquement.

On a de même la

Proposition III. *Il y a correspondance biunivoque entre l'ensemble des relations binaires qu'on peut définir sur* M *et*

a) *la classe des schèses à support* $M \cup \{0\}$ *et satisfaisant à*

$$(xy = y) \vee (xy = 0), \quad (x, y \in M, \text{ distincts ou non});$$

b) *la classe des schèses à support* $M \cup \{0\}$ *et satisfaisant à*

$$(xy = x) \vee (xy = 0), \quad (x, y \in M, \text{ distincts ou non}).$$

On pose par exemple $xy = y$ si xRy, $xy = 0$ si $\overline{xRy}$ et réciproquement.

Une opération unaire, même multiforme, peut être interprétée comme une relation binaire, donc comme une schèse.

4. Nous allons maintenant exécuter la réduction annoncée. Soit M_1 un ensemble non-vide et A une algèbre définie sur M_1, à opérations partout définies et finitaires.

Soit M_2 l'ensemble des couples ordonnés de M_1, M_3 l'ensemble des triples ordonnés de M_1,..., M_n l'ensemble des n-uples ordonnés de M_1 ; ces ensembles peuvent être considérés comme ayant une existence intuitivement justifiée, ou ils peuvent être construits d'une manière récurrente par le procédé de Wiener-Kuratowski (cf. par. ex. [1, p. 66]).

Soit enfin $M = \bigcup_n M_n \cup \{0\}$, où 0 est un symbole nouveau.

Si $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ est une opération de A, on lui fait correspondre la schèse à support M, définie de la manière suivante, x, y, étant des éléments $\in M$:

a) $x0 = 0x = 0$ pour tout $x \in M$;

b) $x \in M_k$, $k \neq n$ implique $xy = 0$ quel que soit $y \in M$;

c) $x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in M_n$ implique $xy = 0$ si $y \in M_k$, $k \neq 1$;

d) $x \in M_n$, $y \in M_1$, implique $xy = y$ si $f(x_1, x_2, ..., x_n) = y$, $xy = 0$ si $f(x_1, x_2, ..., x_n) \neq y$.

Si pour $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$, $f(x)$ n'est pas définie, on pose $xy = 0$ quel que soit $y \in M$. Réciproquement une telle schèse détermine f et la

correspondance est évidemment biunivoque ; f est uniforme et partout définie si et seulement si la propriété d) est remplacée par

d') Si $x \in M_n$ il existe un élément $y \in M_1$ et un seul pour lequel $xy = y$.

En exécutant la même réduction pour chaque opération de A on arrive à la

Proposition IV. *Il y a correspondance biunivoque entre la classe des algèbres définies sur* M_1 *et à opérations finitaires et la classe des algèbres de schèses définies sur* M, *chaque schèse satisfaisant aux propriétés a)...d) ci-dessus indiquées.*

Les propriétés des opérations de A se transposent sans difficulté aux opérations correspondantes de M. Par exemple si A est un groupoïde à opération associative, notée $f(x, y)$, l'associativité $f(x, f(y, z)) = f(f(x, y), z)$ revient à $((a, b)\, x = x \neq 0) \wedge ((b, c)\, y = y \neq 0)$ implique $(x, c)z = (a, y)\, z$ pour tout $z \in M$; $\wedge$ est le symbole de la conjonction, $a, b, x, y, z \in M_1$; (a, b), $(b, c) \in M_2$.

En effet $f(a, b) = x, f(b, c) = y$, $f(a, y) = f(x, c) = u$ implique $(a, y)\, u = (x, c)\, u = u$, $(a, y)\, z = (x, c)\, z = 0$ si $z \neq u$.

5. Observations.

a) La classe des algèbres de schèses sur M est plus générale que la classe des algèbres sur M_1 ; elle contient en particulier des schèses qui correspondent aux opérations qu'on pourrait définir sur M_k et dont les valeurs appartiendraient à M_l.

b) En élargissant M_1 d'une manière convenable on peut faire rentrer dans le même schéma les algèbres à opérateurs.

c) Comme il a été déjà dit, les opérations partiellement définies, ou multiformes, se représentent de la même manière, ce qui les met sur un pied d'égalité avec les opérations habituelles.

De même les relations n-aires rentrent dans le même cadre. Par conséquent il est possible qu'après un développement autonome assez poussé, la théorie des algèbres de schèses puisse jouer dans l'algèbre générale un rôle analogue au rôle des treillis. La première chose à faire est de traduire les propriétés usuelles des relations et des opérations dans le langage des schèses, ce qui est une affaire de routine.

d) L'ensemble M joue en algèbre, par rapport à M_1, un rôle qui n'est pas dépourvu d'analogie avec le rôle de l'ensemble des parties en topologie.

e) Nous indiquons deux classes d'algèbres de schèses qui semblent intéressantes à des titres divers :

I. Les schèses involutives caractérisées par les implications :

$$ab = 0 \to ba = 0, \quad ab = b \to ba = a, \quad ab = a \to ba = b.$$

II. Les algèbres de contiguïté, à deux opérations de schèse, la somme et le produit, avec les propriétés :

1. Le produit est involutif ;
2. $(a + b = 0) \vee (a + b = b)$;

3. $a + b = b \to b + a = a$;
4. $ab = 0$ sauf, pour a donné, pour un seul c avec $ac = c$;
5. $(ac = c) \wedge (bd = d) \wedge (a + b = b) \to (d + c = c)$.

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Mathématiques

BIBLIOGRAPHIE

1. Bernays D., Fraenkel A. A., *Axiomatic set theory*, Amsterdam, 1958, VIII+226 pp
2. Bruck R. H., *A survey of binary systems*, Erg. der Math. und ihrer Grenzgebiete Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1958, VIII+185 pp.
3. Curry H. B., Feys R., *Combinatory logic*, vol. I, Amsterdam, 1958, XVI+417 pp.

УНИТАРНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЛГЕБР С ФИНИТАРНЫМИ ОПЕРАЦИЯМИ

(Резюме)

Вводится понятие „схеза" которое, по определению, — группоид со следующими свойствами:

1. Существует единственный элемент, названный нейтральным элементом, и обозначенный через 0, для которого $a0 = 0a = 0$ для любого элемента a.
2. Если $a \neq 0$, $b \neq 0$, то $(ab = 0) \vee (ab = a) \vee (ab = b)$.

Указывается, что любая алгебра, имеющая финитарные операции, определенная множеством M_1, эквивалентна одной алгебре схез определенных множеством

$$\bigcup_n M_n \cup \{0\},$$

где M_n — множество упорядоченных рядов n-элементов из множеств M_1, а 0 — новый символ.

O DEFINIŢIE UNITARĂ A ALGEBRELOR CU OPERAŢII FINITARE

(Rezumat)

Se introduce noţiunea de „schezã" care, prin definiţie, este un grupoid ce posedă următoarele proprietăţi:

1. Există un element şi unul singur, numit element neutru şi notat 0, pentru care $a0 = 0a = 0$ pentru orice element a.
2. Dacă $a \neq 0$, $b \neq 0$, atunci $(ab = 0) \vee (ab = a) \vee (ab = b)$.

Se arată că orice algebră cu operaţii finitare, definită pe o mulţime M_1, este echivalentă cu o algebră de scheze definite pe mulţimea

$$\bigcup_n M_n \cup \{0\},$$

unde M_n este mulţimea n-uplelor ordonate de elemente din M_1, iar 0 este un simbol nou.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C.Z 513.732

CURBA CENTRELOR RAZELOR UNUI CILINDRU APARŢINÎND UNUI COMPLEX DE DREPTE DIN SPAŢIUL EUCLIDIAN

DE

ADRIAN ROMAN

1. În lucrarea [1] se studiază diferite congruenţe de curbe asociate unui complex de drepte în scopul de a da interpretări invarianţilor complexului. În prezenta Notă vom considera cilindrul complexului şi vom studia curba descrisă de centrul razei atunci cînd ea descrie cilindrul. O problemă analogă a fost considerată de Gh. Gheorghiev pentru conurile complexului [3]. Vom folosi metoda triedrului mobil a lui E. Cartan.

2. Notînd cu C centrul razei complexului şi cu I_1, I_2, I_3 versorii triedrului triortogonal avînd vîrful în punctul C, ecuaţiile de mişcare sînt

$$\mathrm{d}C = \omega^k I_k, \quad \mathrm{d}I_j = \omega_j^k I_k. \tag{1}$$

Presupunînd că acest reper este canonic, ecuaţia complexului este

$$\omega^2 = A\omega_1^3, \tag{2}$$

iar ecuaţiile ce rezultă din aceasta prin diferenţiere exterioară şi aplicarea lemei lui Cartan sînt

$$\begin{aligned} &\omega^3 = (x_2 - Ax_3)\,\omega_1^3 + (x_4 - Ax_5)\,\omega_2^3 + (x_5 - Ax_6)\,\omega^1, \\ &\omega_1^2 = x_3\,\omega_1^3 + x_5\,\omega_2^3 + x_6\,\omega^1, \qquad \mathrm{d}A = x_1\,\omega_1^3 + x_2\,\omega_2^3 + x_3\,\omega^1. \end{aligned} \tag{3}$$

Ecuaţiile cilindrilor complexului sînt

$$\omega_1^3 = \omega_2^3 = 0. \tag{4}$$

Pentru deplasările ce verifică ecuaţiile (4) forma ω^1 este o diferenţială exactă pe care o notăm cu $\mathrm{d}t$. Ţinînd seama de ecuaţiile (2), (3), (4), prima ecuaţie (1) se scrie

$$\dot{C} = I_1 + (x_5 - Ax_6)\,I_3. \tag{5}$$

Elementul de arc $\mathrm{d}s$ al acestei curbe este

$$\mathrm{d}s = [1 + (x_5 - Ax_6)^2]^{1/2}\,\mathrm{d}t.$$

Parametrul t este chiar lungimea de arc dacă

$$x_5 - Ax_6 = 0. \tag{6}$$

Avînd în vedere expresia torsiunii $1/\tau_1$ a curbelor centrale ale complexului conjugat complexului dat [1], rezultă imediat că dacă avem îndeplinită condiţia (6) atunci $1/\tau_1 = 0$ şi reciproc. Deci, ω^1 *este elementul de arc al curbei considerate dacă şi numai dacă curbele centrale ale complexului conjugat complexului dat sînt curbe plane.*

Curbura $1/\varrho$ şi torsiunea $1/\tau$ ale acestei curbe au respectiv expresiile:

$$(7)\quad \begin{cases} \dfrac{1}{\varrho} = \dfrac{\{x_6^2[1+(x_5-Ax_6)]^2+(x_5-Ax_6)'^2\}^{1/2}}{[1+(x_5-Ax_6)^2]^{3/2}}, \\ \dfrac{1}{\tau} = \dfrac{x_6(x_5-Ax_6)''-x_6'(x_5-Ax_6)'+x_6^3(x_5-Ax_6)}{x_6^2[1+(x_5-Ax_6)^2]+(x_5-Ax_6)'^2}, \end{cases}$$

accentele însemnînd derivarea în raport cu t.

În cazul particular (6) avem $1/\varrho = x_6$, $1/\tau = 0$.

Pe de altă parte în [2] s-a dovedit că invariantul x_6 este curbura secţiunii drepte a cilindrului. Avînd în vedere că torsiunea este nulă, rezultă că în cazul complexului (6) curba considerată este o secţiune dreaptă a cilindrului. Acelaşi rezultat se poate obţine din (5). Mai general, în loc de a considera complexele (6), considerăm acelea pentru care

$$(8)\quad x_5 - Ax_6 = \text{const.}$$

În acest caz avem $\varrho/\tau = \text{const.}$, adică elice. Cu aceasta complexul (6) apare cazu particular al complexului (8) atunci cînd elicea se reduce la o secţiune dreaptă a cilindrului. Problema generală a determinării complexelor pentru care curba considerată este o elice nu este simplă, după cum se vede din relaţiile (7).

Curba va fi plană pentru complexele ai căror invarianţi verifică relaţia

$$(9)\quad x_6(x_5-Ax_6)''-x_6'(x_5-Ax_6)'+x_6^3(x_5-Ax_6)=0.$$

Aici intră complexele studiate de Finikov, cînd cilindrii sînt plane ($x_6=0$). Dacă ecuaţiei (9) adăugăm $x_6=k$, ($k=\text{const.}$), adică considerăm complexele ai căror cilindri sînt circulari, atunci se poate găsi cu uşurinţă expresia finită a invariantului $x_5 - Ax_6$ din ecuaţia diferenţială

$$(x_5-Ax_6)'+k^2(x_5-Ax_6)=0.$$

Primit la 1 III 1960

Universitatea „Al. I. Cuza", Iaşi,
Seminarul matematic „Al. Myller"

BIBLIOGRAFIE

1. Кованцов Н. И., ДАН СССР, 1953, **90**, стр. 125—128.
2. Roman A., An. şt. Univ. „Al. I. Cuza" (s. n.), s. I, 1958, **IV**, *1*, pp. 61—66.
3. Gheorghiev Gh., St. şi cerc. şt., Acad. R. P R., filiala Iaşi, Matematica, 1960, **XI**, *1*, pp. 137-141.

КРИВАЯ ЦЕНТРОВ ЛУЧЕЙ ЦИЛИНДРА КОМПЛЕКСА ПРЯМЫХ В ЭВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

(Резюме)

В данной заметке рассматривается цилиндр комплекса и изучается кривая описанная центром луча.

LA COURBE DES CENTRES DES RAYONS D'UN CYLINDRE APPARTENANT À UN COMPLEXE DE DROITES DE L'ESPACE EUCLIDIEN

(Résumé)

Dans cette Note on considère le cylindre du complexe et on étudie la courbe décrite par la centre de la droite.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C.Z. 517.934

К ВОПРОСУ О ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С НЕДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫМИ ПРАВЫМИ ЧАСТЯМИ

Ю. А. МИТРОПОЛЬСКИЙ и О. Б. ЛЫКОВА

В общем случае задача о нахождении периодических решений для систем нелинейных дифференциальных уравнений, содержащих малый параметр

$$dx/dt = X(t, x, \varepsilon) \tag{1}$$

была подробно изучена А. Пуанкаре, однако в предположении, что правые части системы (1) — аналитические функции переменных $x(x_1, \ldots, x_n)$ в некоторой области G и параметра ε при достаточно малых его численных значениях. Поэтому, несмотря на математическую строгость и наличие удобного алгоритма, метод А. Пуанкаре не может быть применен для ряда важных задач механики, в частности, ряда задач теории автоматического регулирования.

В дальнейшем задача о нахождении периодических решений уравнений типа (1) при менее жестких условиях, накладываемых на правые части, была предметом исследований многих авторов, в том числе В. В. Булгакова [2], И. Г. Малкина [3], Н. М. Крылова и Н. Н. Боголюбова [4], Н. А. Айзермана [5] и др.

Однако полученные ими результаты, хотя и дают хорошие приближенные формулы, оставляют, вместе с тем, открытым вопрос о существовании точных периодических решений, соответствующих определяемым приближенным.

Вопрос о существовании и единственности периодического решения для уравнений в стандартной форме в случае, когда правые части системы и их частные производные по x ограничены и равномерно непрерывны, рассматривался Н. Н. Боголюбовым [1].

В настоящей заметке мы остановимся на некоторых результатах, полученных авторами заметки, дающих строгое решение вопроса о существовании и единственности периодического решения для систем нелинейных дифференциальных уравнений, содержащих малый параметр ε, с недифференцируемыми правыми частями.

Рассмотрим систему нелинейных дифференциальных уравнений, приведенных к стандартной форме:

$$dx/dt = \varepsilon X(t, x). \tag{2}$$

Предположим, что относительно системы (2) выполняются следующие условия:

1. Функции $X(t, x)$ — периодические по t с периодом 2π.
2. Для уравнений

(2′) $$d\xi/dt = \varepsilon \bar{X}(\xi),$$

где $\bar{X}(\xi) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} X(t,\xi)\,dt$, выполняются следующие условия:

а) функции $\bar{X}(\xi)$ допускают существование ограниченных частных производных по ξ до третьего порядка включительно;

б) среди решений уравнений (2), $\xi = \xi(t)$, имеется изолированное статическое решение $\xi = \xi_0$, для которого $\bar{X}(\xi_0) = 0$; $\| \partial \bar{X}(\xi)/\partial\xi \|_{\xi=\xi_0} \neq 0$.

3. Существует некоторая выпуклая окрестность $U_\varrho, (U_\varrho \in E_n)$, решений $\xi = \xi(t)$, в которой функции $X(t,x)$ удовлетворяют неравенствам:

(3) $$|X(t,x)| \leqslant M, \quad |X(t,x') - X(t,x'')| \leqslant \eta\,|x' - x''|,$$

для $x, x', x'' \in U_\varrho$ и всех вещественных t, где M и η — некоторые положительные постоянные.

При этих предположениях, как это показано в работе [6], не представляет затруднений доказать существование периодического (с периодом 2π) решения $x = x(t)$ системы (2).

Для этого система уравнений (2) в результате ряда преобразований сводится к системе уравнений относительно новых переменных h:

(4) $$dh/dt = \varepsilon H h + \varepsilon F(t,h,\varepsilon),$$

где H — постоянная, n-мерная ограниченная вместе с H^{-1} матрица, определяемая выражением $H = D^{-1} X'_\xi(\xi_0) D$, ($D$ — постоянная матрица), а функции $F(t,h,\varepsilon)$ удовлетворяют неравенствам $|F(t,h,\varepsilon)| \leqslant K_2[K_1\delta^2 + 2\eta\alpha + \bar{\eta}(\varepsilon)\varepsilon]$, и вместо уравнений (4) рассматриваются следующие уравнения:

(5) $$h(t) = h(0) + \varepsilon H \int_0^t h(\tau)\,d\tau + \varepsilon \int_0^t F(\tau, h(\tau), \varepsilon)\,d\tau$$

или

(6) $$h(t) = h(0) + \varepsilon H h(0)\,t + \varepsilon^2 H^2 \int_0^t \int_0^{t_1} h(t)\,d\tau\,dt_1 + \varepsilon^2 H \int_0^t \int_0^{t_2} F(\tau, h(\tau), \varepsilon)\,d\tau\,dt_1 + \varepsilon^2 \int_0^t F(\tau, h(\tau), \varepsilon)\,d\tau.$$

Воспользовавшись условием периодичности $h(t)$ по t с периодом 2π:

(7) $$h(2\pi) = h(0),$$

находим:

$$\varepsilon H h(0) 2\pi + \varepsilon^2 H^2 \int_0^{2\pi}\int_0^{t_1} h(\tau)\,d\tau\,dt_1 + \varepsilon^2 H \int_0^{2\pi}\int_0^{t_1} F(\tau, h(\tau), \varepsilon)\,d\tau\,dt_1 + \tag{8}$$
$$+ \varepsilon \int_0^{2\pi} F(\tau, h(\tau), \varepsilon)\,d\tau = 0.$$

Определяя отсюда $h(0)$ и подставляя его в уравнения (5), получаем следующую систему уравнений для определения $h(t)$, удовлетворяющую условию (7):

$$h(t) = \varepsilon H \int_0^t h(\tau)\,d\tau + \varepsilon \int_0^t F(\tau, h(\tau), \varepsilon)\,d\tau - \frac{1}{2\pi}\left\{ \varepsilon H \int_0^{2\pi}\int_0^{t_1} h(\tau)\,d\tau\,dt_1 + \right. \tag{9}$$
$$\left. + \varepsilon \int_0^{2\pi}\int_0^{t_1} F(\tau, h(\tau), \varepsilon)\,d\tau\,dt_1 + H^{-1} \int_0^{2\pi} F(\tau, h(\tau), \varepsilon)\,d\tau \right\}.$$

Обозначая правую часть уравнений (9) через $S_t(h)$, запишем их в виде:

$$h = S_t(h), \tag{10}$$

где S_t — оператор, для которого в области $|Dh| < \delta$ справедлива оценка: $|S_t(h)| \leqslant 3\varepsilon\pi [M_1\delta + K_2(K_1\delta^2 + 2\eta\alpha + \bar{\eta}(\varepsilon)\varepsilon)] + M_2 K_2 [K_1\delta^2 + 2\eta\alpha + \bar{\eta}(\varepsilon)\varepsilon]$.

Выбирая такие достаточно малые положительные $\alpha_0 < \varrho, \varepsilon_0, \delta_0$, чтобы для любых положительных $\varepsilon < \varepsilon_0, \delta < \delta_0$ выполнялось условие: $3\varepsilon\pi [M_1\delta + K_2(K_1\delta^2 + 2\eta\alpha + \bar{\eta}(\varepsilon)\varepsilon)] + M_2 K_2 [K_1\delta^2 + 2\eta\alpha + \bar{\eta}(\varepsilon)\varepsilon] < \delta$, имеем:

$$|S_t(h)| < \delta. \tag{11}$$

Определенный таким образом оператор $S_t(h)$ удовлетворяет условиям теоремы Шаудера [7] о неподвижной точке и, следовательно, уравнение (10) имеет в области U_{δ_0} решение $h = h(t)$, которое будет периодическим по t с периодом 2π.

Из существования периодического решения $h(t)$ вытекает (согласно формулам преобразования) существование решения $x = x(t)$ системы (2), также периодического с тем же периодом 2π.

Единственность решения $x(t)$ имеет место при некоторых дополнительных ограничениях, а именно:

1. Статическое решение $\xi = \xi_0$ системы (2) асимптотически устойчиво.

2. Правые части уравнений (2) кроме неравенств (3) удовлетворяют в области U_ϱ также следующему неравенству: $|X(t, x') - X(t, x'')| < \varphi(t)|x' - x''|$, при этом $\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \varphi(t)\,dt < \varkappa$, где $\varkappa$ — достаточно малая положительная постоянная.

Тогда, принимая во внимание результаты И. Г. Малкина [8] и В. Е. Гермаидзе [9], можно показать, что „существуют такие достаточно малые постоянные α^*, δ^* и ε^*, для которых $h = h(t)$ будет в области U_{δ^*} единственным периодическим, с периодом 2π, решением системы уравнений (4)".

Из единственности решения $h(t)$ вытекает единственность решения $x(t)$ системы (2).

Изложенный результат представляет собой обоснование законности построения с помощью метода осреднения приближенных периодических решений для уравнений типа (2), правые части которых не дифференцируемы.

С помощью метода, изложенного в работе [6], могут быть получены более сильные результаты для уравнения типа

$$dx/dt = X(x) + \varepsilon Y(t, x), \tag{12}$$

(x, X, Y — n-мерные векторы пространства E_n, ε — малый положительный параметр, t — время), при следующих предположениях:

1. Функции $Y(t,x)$ — непрерывные, периодические функции t периода 2π.

2. Уравнения

$$dx/dt = X(x) + \varepsilon \overline{Y}(x) = \Phi(x), \tag{13}$$

где

$$\overline{Y}(x) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} Y(t,x)\,dt,$$

среди своих решений $x^* = x^*(t)$ имеют изолированное статическое решение $x^* = x_0^*$, для которого характеристическое уравнение $|I_n z - \Phi_x'(x_0^*)| = 0$, соответствующее системе уравнений в вариациях, составленной для решения $x^* = x_0^*$, имеет все корни с отрицательными вещественными частями.

3. Существует выпуклая окрестность U_ϱ решения $x^* = x^*(t)$, системы (13), в которой функции $\Phi(x)$ обладают непрерывными частными производными по x до второго порядка включительно, а функции $Y(t,x)$ ограничены и удовлетворяют условию Липшица:

$$|Y(t,x)| \leqslant M, \tag{14}$$

$$|Y(t,x') - Y(t,x'')| \leqslant \eta\,|x' - x''|, \tag{15}$$

для $x, x', x'' \in U_\varrho$ и всех вещественных t, где M и η — положительные постоянные.

При этих предположениях доказывается:

Теорема 1. *Если для системы уравнений (12) выполняются условия 1 ... 3, то всегда можно подобрать такие достаточно малые положительные постоянные ϵ^*, δ^*, что для любых положительных $\epsilon < \epsilon^*$ в ρ-окрестности статического решения $x^* = x_0^*$ системы (13) существует един-*

ственное устойчивое, периодическое с периодом 2π *решение* $\mathbf{x}=\mathbf{x}(t)$ *системы (12). Можно указать также такое достаточно малое* $\alpha<\rho$, *что для решения* $\mathbf{x}=\mathbf{x}(t)$ *системы (2) имеет место неравенство* $|\mathbf{x}(t)-\mathbf{x}_1(t)|\leqslant \bar{c}\,\sigma^2$, *где* $\mathbf{x}_1(t)$ *— первое приближение решения* $\mathbf{x}(t)$, $\bar{c}$ *— постоянное,* $\sigma=\max\{\epsilon, \delta, \alpha\}$.

Для доказательства теоремы исходная система уравнений в результате ряда преобразований сводится к системе вида

$$dh/dt = Hh + F(t, h, \varepsilon), \tag{16}$$

более удобной для исследования.

По аналогии с [1] и [6], вводится в рассмотрение оператор $S_t(h)$. Рассматривается уравнение

$$h = S_t h, \tag{17}$$

решение которого h является решением уравнений (16).

Следует отметить, что, в отличие от работы [6], к уравнению (17) удается применить теорему Каччополи — Банаха о неподвижной точке, на основании которой доказывается существование и единственность периодического решения $h(t)$ системы (16). Из существования и единственности решения $h(t)$ системы (13) следует существование и единственность решения $x=x(t)$ системы (12).

Применяя этот же метод исследования, нам удалось обобщить полученный результат на случай неавтономных систем

$$dx/dt = X(t, x) + \varepsilon Y(t, x), \tag{18}$$

для которых доказана:

Теорема 2. *Пусть относительно рассматриваемой системы уравнений (18) выполняются следующие условия:*

1. $\mathbf{X}(t, \mathbf{x})$, $\mathbf{Y}(t, \mathbf{x})$ — *периодические функции* t *периода* 2π.

2. *Невозмущенная система уравнений*

$$dx/dt = X(t, x) \tag{19}$$

имеет изолированное, устойчивое, периодические, с периодом 2π, *решение*

$$x^* = x^*(t), \tag{20}$$

что означает, что для системы уравнений в вариациях

$$d\delta x^*/dt = X'_x(t, x^*(t))\,\delta x^*, \tag{21}$$

составленной для решения (19), действительные части всех характеристических показателей отрицательны.

3. *Существует выпуклая окрестность* U_ϱ *решения* $\mathbf{x}=\mathbf{x}^*(t)$, $(U_\varrho \subset E_n)$, *в которой функции* $\mathbf{X}(t, \mathbf{x})$ *имеют непрерывные частные производные по* $\mathbf{x}$ *до третьего порядка включительно, а функции* $\mathbf{Y}(t, \mathbf{x})$ *ограничены и удовлетворяют условию Липшица:*

$$|Y(t, x)| \leqslant M, \tag{22}$$

$$|Y(t, x') - Y(t, x'')| \leqslant \eta\,|x' - x''|, \tag{23}$$

для $\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}'' \in U_\rho$ *и для всех действительных* t, *где* M *и* η — *положительные постоянные.*

Кроме того, функции $\overline{Y}(\mathbf{x})$ *допускают существование непрерывных частных производных по* x *до третьего порядка включительно.*

Тогда можно указать такие достаточно малые положительные постоянные ϵ^* *и* δ^*, *что для любых положительных* $\epsilon < \epsilon^*$ *в* ρ - *окрестности периодического решения* $\mathbf{x}^* = \mathbf{x}^*(t)$ *системы (19) существует единственное периодическое, с периодом* 2π, *решение системы (18), которое будет асимптотически устойчивым.*

Можно также указать такое достаточно малое положительное $a < \rho$, что для разности между точным периодическим решением системы (18) и его первым приближением $x_1(t)$ имеет место оценка $|x(t) - x_1(t)| \leqslant \bar{c}\sigma^2$, где $\bar{c}$ — постоянная, $\sigma = \max\{\varepsilon, a, \delta\}$.

Поступила 21 IV 1960 г.

Академия Наук УССР,
Киев, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н. Н., *О некоторых статистических методах в математической физике,* Изд-во АН УССР, Киев, 1945.
2. Булгаков Б. В., ПММ, 1942, **VI**, *4.*
3. Малкин И. Г., Ibid., 1950, **XIV**, *1.*
4. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А., *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний,* Физматгиз, М., 1958.
5. Айзерман Н. А., Гантмахер Ф. Р., ПММ, 1956, **XV**, *5.*
6. Митропольский Ю. А., УМЖ, 1959, **XI**, *5.*
7. Schauder E., Studia Math., 1930, **II.**
8. Малкин И. Г., Сб. тр. Казанского авиац. ин-та, 1934, *2.*
9. Гермаидзе В. Е., ПММ, 1957, **XXI**, *1.*
10. Мітропольський Ю. О., Лыкова О. Б., Доповіді АН УРСР, 1959, *11.*
11. — Ibid., 1960, *1.*

SUR LE PROBLÈME DE DÉTERMINATION DES SOLUTIONS PÉRIODIQUES DES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES NON LINÉAIRES À MEMBRES DROITES NON DIFFÉRENTIABLES

(Résumé)

On expose quelques résultats acquis par les Auteurs dans l'ordre d'idées exposé dans [10], [11], concernant la solution rigoureuse du problème de l'existence et de l'unicité des solutions périodiques pour les systèmes d'équations différentielles non linéaires contenant un petit paramètre ε, à membres droites non différentiables.

ASUPRA PROBLEMEI DE DETERMINARE A SOLUŢIILOR PERIODICE ALE SISTEMELOR DE ECUAŢII DIFERENŢIALE NELINIARE CU MEMBRII DIN DREAPTA NEDIFERENŢIABILI

(Rezumat)

Se expun unele rezultate obţinute de autori în ordinea de idei a lucrărilor [10], [11], relative la soluţionarea riguroasă a problemei de existenţă şi unicitate a soluţiilor periodice pentru sisteme de ecuaţii diferenţiale neliniare, conţinînd un mic parametru ε, cu membrii din dreapta nediferenţiabili.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C Z. 517 941.92

ON LINEAR CONTROL SYSTEMS

BY

J. KURZWEIL and Z. VOREL

1. Suppose that the system is described by the equation

$$dx/dt = Ax + Bu(t). \tag{1}$$

Here $x(t)$ is an n-vector $(x(t) \in E_n)$ which represents the state of the control system; $u(t)$ is an r-vector, usually called steering; A is a constant $n \times n$-matrix, B is a constant $n \times r$-matrix.

The following problem will be considered: The initial state x_0 of the system being given, such a steering $u(t) = (u_1(t), \ldots, u_r(t))$ is to be found that the following conditions are fulfilled:

(i) $u(t)$ is defined for $0 \leqslant t \leqslant T$, ($T$ arbitrary), the components $u_i(t)$ are measurable and $|u_i(t)| \leqslant 1, (i = 1, 2, \ldots, r)$.

(ii) Let $x(t) = x(t; x_0, u)$ be the solution of equation (1) with this particular steering $u(t)$, satisfying the initial condition $x(0) = x_0$; then $x(T) = 0$ (cfr. [1] ... [6]) [1].

The initial value x_0 is called admissible (steerable), if there exists a steering $u(t)$ satisfying both (i) and (ii). Let us denote by S the set of all admissible x_0. As $x(t) = \exp(At)\left[x_0 + \int_0^t \exp(-A\tau) B u(\tau)\, d\tau\right]$, S is the set of such x_0 that admit the representation

$$x_0 = -\int_0^T \exp(-A\tau) B u(\tau)\, d\tau, \tag{2}$$

with some steering $u(t)$ satisfying (i) (functions $u(t)$ satisfying (i) will be called allowable). S is obviously convex.

The system (1) is called proper if S contains an open neighbourhood of the origin. We shall always suppose that the system under consideration is proper.

---

[1] The paper [1] has not been available for the authors of this paper.

Theorem 1. *If the real parts of the characteristic numbers of the matrix* A *are nonpositive, then* $S = E_n$.

Theorem 2. *If the real parts of the characteristic numbers of the matrix* A *are zero, then to arbitrary* $x_0, x_1 \in E_n$ *there exists such an allowable steering* $u(t), t \in \langle 0, T \rangle$ *that* $x(0, x_0, u) = 0$, $x(T, x_0, u) = x_1$.

If we apply a nonsingular linear transformation with constant coefficients to a proper system, we obtain a proper system again. Therefore we may suppose that the system (1) is transformed to the canonical form

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u, \quad \dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 u, \tag{3}$$

where x_1 is an n_1-vector, $x_1 \in E_{n_1}$, x_2 is an n_2-vector, $x_2 \in E_{n_2}$, $n_1 + n_2 = n$, A_1 is an $n_1 \times n_1$-matrix, etc.

As the system (3) is supposed to be proper, the system

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u \tag{4}$$

is proper too. Let us denote by S_1 the set of all initial values $x_1^{(0)} \in E_{n_1}$ which are admissible with respect to the system (4) and S be the set of $x_0 \in E_n$ which are admissible with respect to the system (3).

Theorem 3. *If the real parts of the characteristic numbers of the matrix* A_2 *are nonpositive, then* $S = S_1 \times E_{n_2}$.

Note 1. Let us denote by $b^{(j)}, (j = 1, \ldots, r)$, the jth column of the matrix B. The system (1) is proper if and only if

(*) the set of vectors $A^i b^{(j)}$, $(i = 0, 1, \ldots, n-1; j = 1, 2, \ldots, r)$, contains a set of n linearly independent vectors.

In this case the set of values of the integral $\int_0^a \exp(-A\tau) B u(\tau)\, d\tau$, ($a > 0$, fixed, u allowable) contains a neighbourhood of the origin.

Let us indicate the proof. It follows from the representation (2) and from the fact that the matrix A satisfies its characteristic equation, that the set S is contained in the subspace of E_n spanned over the vectors $A^i b^{(j)}$. Hence the system (1) cannot be proper, if (*) is not fulfilled. On the other hand suppose that the system (1) is not proper. As S is convex, there exists a vector $\eta \neq 0$ orthogonal to all vectors of S. Hence $\int_0^T (\eta, \exp(-At) B u(t))\, dt = 0$ for every allowable u. Put $u_i(t) = 0$ for $i \neq j$ $u_j(t) = 1$. Consequently $\int_0^T (\eta, \exp(-At) b^{(j)})\, dt = 0$. As T is arbitrary, we have $(\eta, \exp(-At) b^{(j)}) = 0$; differentiating we obtain $(\eta, \exp(-At) A^i b^{(j)}) = 0$ and $(\eta, A_i b^{(j)}) = 0$. It follows that (*) cannot hold.

2. Let D be a real $n \times n$-matrix,

$$D = \begin{Vmatrix} D_1 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ 0 & D_2 & 0 \dots 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 \dots 0 & D_n \end{Vmatrix}, \tag{5}$$

the D_j being real $s_j \times s_j$-matrices either of the form

$$D_j = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix}, \tag{6}$$

or of the form

$$D_j = \begin{Vmatrix} S_j & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ E_2 & S_j & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & S_j & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & E_2 & S_j \end{Vmatrix}, \tag{7}$$

where

$$S_j = \begin{Vmatrix} 0 & -\beta_j \\ \beta_j & 0 \end{Vmatrix}, \quad E_2 = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix}.$$

The matrix (6) is evidently associated with characteristic roots $\lambda_j = 0$, while (7) is associated with the conjugate characteristic roots $\pm i\,\beta_j$.

Lemma 1. *Let be given a real* n*-vector* $\xi \in \mathrm{E}_n$ *and a positive number* $\epsilon > 0$. *Then there exists at least one set of vectors* $\xi_k \in \mathrm{E}_n$, $\|\xi_k\| < \epsilon$, $(k = 1, \dots, l)$, *such that*

$$\xi = -\sum_{k=0}^{l} \exp\,(-kD)\,\xi_k \tag{8}$$

Proof. Since

$$\exp(-kD) = \begin{Vmatrix} \exp(-kD_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \exp(-kD_2) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \exp(-kD_m) \end{Vmatrix},$$

the equation (8) can be decomposed into m independent groups

$$\xi_j = -\sum_{k=0}^{l} \exp\,(-kD_j)\,\xi_{kj}\,,\quad (j=1,\dots,m;\ \xi_j,\xi_{kj}\in E_{s_j})\,. \tag{9}$$

Let for some j, D_j be of the type (6). Then

$$\exp\,(-kD_j) = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\dots 0 & 0 \\ -k & 1 & 0 & 0\dots 0 & 0 \\ k^2/2 & -k & 1 & 0\dots 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (-1)_{s_j} k_{s_j}/s_j! & 0 & 0 & 0 & -k \quad 1 \end{Vmatrix},$$

and we have to find a natural nuber l_j such that the equations

$$\begin{cases} (\xi_j)_1 = -\sum_{k=0}^{l_j} (\xi_{kj})_1\,, \\ (\xi_j)_2 = -\sum_{k=0}^{l_j} [-k(\xi_{kj})_1 + (\xi_{kj})_2]\,, \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ (\xi_j)_{s_j} = -\sum \frac{(-1)^{s_j} k^{s_j}}{s_j!}(\xi_{kj})_1 + \dots - k(\xi_{kj})_{s_j-1} + (\xi_{kj})_{s_j} \end{cases} \tag{10}$$

are satisfied for some $\|\xi_{kj}\| < \varepsilon, (k=1,\dots,l_j)$, (by $(\eta)_i$ we denote the ith component of $\eta\in E_{s_j}$). But this can be obviously accomplished by solving the equations (9) successively, as each of them (say the ith) contains the only set of unknown values $(\xi_{kj})_i, (k=0,1,\dots,l_j)$, the remaining $(\xi_{kj})_p, (p=1,\dots,i-1)$, having been obtained from the preceding equations.

Now let D_j be of the type (7). Then

$$\exp(-kD_j) = \begin{Vmatrix} \exp(-kS_j) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -k\exp(-kS_j) & \exp(-kS_j) & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{(-1)^{s_j/2} k^{s_j/2}}{(s_j/2)!} & \exp(-kS_j) & 0 & \dots & \exp(-kS_j) \end{Vmatrix},$$

where

$$\exp(-kS_j) = \begin{Vmatrix} \cos\beta_j k & \sin\beta_j k \\ -\sin\beta_j k & \cos\beta_j k \end{Vmatrix}.$$

In this case instead of equation (10) we have the system

$$
(11)\quad
\begin{cases}
(\xi_j)_1 = -\sum_{k=0}^{l_j} [(\xi_{kj})_1 \cos \beta_j k + (\xi_{kj})_2 \sin \beta_j k], \\
(\xi_j)_2 = -\sum_{k=0}^{l_j} [-(\xi_{kj})_1 \sin \beta_j k + (\xi_{kj})_2 \cos \beta_j k], \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
(\xi_j)_{s_j-1} = -\sum_{k=0}^{l_j} \frac{(-1)^{s_j/2} k^{s_j/2}}{(s_j/2)!} [(\xi_{kj})_1 \cos \beta_j k + (\xi_{kj})_2 \sin \beta_j k] + \\
\quad + \frac{(-1)^{s_j/2-1} k^{s_j/2-1}}{(s_j/2-1)!} [(\xi_{kj})_3 \cos \beta_j k + (\xi_{kj})_4 \sin \beta_j k] + \\
\quad + \dots + (\xi_{kj})_{s_j-1} \cos \beta_j k + (\xi_{kj})_{s_j} \sin \beta_j k, \\
(\xi_j)_{s_j} = -\sum_{k=0}^{l_j} \frac{(-1)^{s_j/2} k^{s_j/2}}{(s_j/2)!} [-(\xi_{kj})_1 \sin \beta_j k + (\xi_{kj})_2 \cos \beta_j k] + \\
\quad + \frac{(-1)^{s_j/2-1} k^{s_j/2-1}}{(s_j/2-1)!} [-(\xi_{kj})_3 \sin \beta_j k + (\xi_{kj})_4 \cos \beta_j k] + \\
\quad + \dots - (\xi_{kj})_{s_j-1} \sin \beta_j k + (\xi_{kj})_{s_j} \cos \beta_j k,
\end{cases}
$$

which may be solved analogically as in the previous case, since $\mathrm{Det}\,[\exp(-kS_j)] = 1$ for each k, j.

If we now put $\max_{1 \leq j \leq m} l_j = l$, $\xi_{kj} = 0$ for $l_j < k \leqslant l$, the equations (9) are solved and Lemma 1 is proved.

Lemma 2. *Let* $A_i, (i = 1, 2)$, *be* $n_i \times n_i$ *real constant matrices,* A_1 *with vanishing real parts of ist characteristic roots,* A_2 *arbitrary (we suppose* $n_1 \geqslant 1$ *and admit* $n_2 = 0$ *too). Let the system*

$$
(12)\qquad \dot{y}_1 = A_1 y_1 + B_1 u, \quad \dot{y}_2 = A_2 y_2 + B_2 u
$$

be proper, y_i *being an* n_i*-vector,* B_i *an* $n_i \times r$ *constant matrix,* $u(t)$ *an* r*-vector steering function. Let* $y(t) = \left\| \begin{matrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{matrix} \right\|$, $y_i(t) \in E_{n_i}$, *be the solution of (12),* $y(t_0) = \left\| \begin{matrix} y_{10} \\ 0 \end{matrix} \right\|$.

Then there exists a natural number 1 *and an allowable steering function* $u(t), t \in < t_0, t_0 + 1 >$ *such that* $y(t_0 + 1) = 0$.

Proof. Without loss on generality we may assume that A_1 is of the form (5) ($A_1 = D$). Since

BIBLIOTECA POLITEHNICA BUCUREŞTI

$$(13)\qquad \begin{cases} y_1(t) = \exp\left[A_1(t)\, y_{10} + \int_0^t \exp(-A_1\tau)\, B_1\, u(\tau)\, d\tau \right], \\ y_2(t) = \exp(A_2 t) \int_0^t \exp(-A_2\tau)\, B_2\, u(\tau)\, d\tau, \end{cases}$$

it is sufficient to prove that there exists a natural number l and an allowable function $u(t)$ such that

$$(14)\qquad y_{10} + \int_0^l \exp(-A_1\tau)\, B_1\, u(\tau)\, d\tau = 0, \quad \int_0^l \exp(-A_2\tau)\, B_2\, u(\tau)\, d\tau = 0.$$

Since the system (12) is proper, there exists such an $\varepsilon > 0$ that for every vector $\eta = \begin{vmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{vmatrix}$, $\|\eta\| < \varepsilon$, there exists an allowable $u(t)$, $t \in \langle 0,1 \rangle$,

$$(15)\qquad \eta_i = \int_0^1 \exp(-A_i\tau)\, B_i\, u(\tau)\, dt$$

(cfr. Note 1).

According to Lemma there exist such vectors $\xi_{k1} \in E_{n_1}$, $(k = 0,1,\ldots,l-1)$, that

$$(16)\qquad y_{10} = -\sum_{k=0}^{l-1} \exp(-A_1 k)\, \xi_{k1}, \quad \|\xi_{k1}\| < \varepsilon, \quad (k = 0, 1, \ldots, l-1).$$

To the given ξ_{k1} there exists such an allowable function $u_k(t)$, $t \in \langle 0, l \rangle$, that $u_k(t) = 0$ for $0 \leqslant t \leqslant k$, $k+1 \leqslant t \leqslant l$,

$$(17)\qquad \xi_{k1} = \int_0^1 \exp(-A_1\tau)\, B_1\, u_k(k+\tau)\, d\tau,$$

$$(18)\qquad 0 = \int_0^1 \exp(-A_2\tau)\, B_2 u_k(k+\tau)\, d\tau,$$

(cfr. (15)).

Let us put $u(t) = \sum_{k=0}^{l-1} u_k(t)$. From (16), (17) and (18) we obtain

$$y_{10} = -\sum_{k=0}^{l-1} \int_0^1 \exp[-A_1(k+\tau)]\, B_1\, u_k(k+\tau)\, d\tau = -\int_0^l \exp(-A_1 t)\, B_1 u(t)\, dt,$$

$$0 = -\sum_{k=0}^{l-1} \int_0^1 \exp[-A_2(k+\tau)]\, B_2\, u_k(k+\tau)\, d\tau = -\int_0^l \exp(-A_2 t)\, B_2 u(t)\, dt.$$

The system (14) is satisfied and Lemma 2 is proved.

3. This paragraph contains the proofs of Theorems 1, 2 and 3. Theorem 1 immediately follows from Lemma 2 where we put $n_2 = 0$.

Theorem 2 is a consequence of Theorem 1. According to Theorem 1 there exists such an allowable $u_1(t)$, $t \in <0, T_1>$, that $x(T_1, x_0, u_1) = 0$ and such an allowable $u_2(t)$, $t \in <0, T_2>$, that the solution $y(t)$ of $dy/dt = -Ay - Bu_2(t)$, $y(0) = x_2$, satisfies $y(T_2) = 0$. Put $u(t) = u_1(t)$ for $0 \leqslant t \leqslant T_1$, $u(t) = u_2(T_1 + T_2 - t)$ for $T_1 < t \leqslant T_1 + T_2$; $u(t)$ obviously satisfies the conditions of Theorem 2.

To prove Theorem 3 let the matrix A_2 be transformed to the semi-canonical form $\left\| \begin{matrix} A_3 & 0 \\ 0 & A_4 \end{matrix} \right\|$, $n_3 \times n_3$-matrix A_3 having all characteristic numbers with vanishing real parts, $n_4 \times n_4$-matrix A_4 with negative real parts and the matrix B_2 being of the form $\left\| \begin{matrix} B_3 \\ B_4 \end{matrix} \right\|$.

As the system

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u, \quad \dot{x}_3 = A_3 x_3 + B_3 u, \quad \dot{x}_4 = A_4 x_4 + B_4 u \tag{19}$$

is proper, the system

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u, \quad \dot{x}_4 = A_4 x_4 + B_4 u \tag{20}$$

is proper too; let $U \subset E_{n_1} \times E_{n_4}$ be the set of all admissible points with respect to (20). U is an open set containing the origin.

Let $x^{(0)} = \left\| \begin{matrix} x_1^{(0)} \\ x_3^{(0)} \\ x_4^{(0)} \end{matrix} \right\| \in S_1 \times E_{n_2}$. We shall show that $x^{(0)} \in S$.

We shall gradually find the number $t_1, t_2, t_3, t_4, 0 < t_1 < t_2 < t_3 < t_4$, and define the steering function $u(t)$ on the intervals $(0, t_1)$, (t_1, t_2) (t_2, t_3) (t_3, t_4).

As $x_1^{(0)} \in S_1$, there exists such a $t_1 > 0$ and such an allowable $u(t)$, $t \in (0, t_1)$ that $x_1^{(0)} + \int_0^{t_1} \exp(-A_1 t) B_1 u(t)\, dt = 0$, i. e. $x_1(t_1; x_1^{(0)}, u) = 0$.

On the interval (t_1, t_2) let us put $u(t) = 0$ and let us denote $x_i^{(2)} = x_i(t_2; x_i^{(0)}, u)$. Obviously $x_1^{(2)} = 0$ and if t_2 is large enough, then $(0, x_4^{(2)}) \in U$ (as the real parts of the characteristic numbers of the matrix A_4 are negative). Hence such an allowable steering function $u(t)$, $t \in (t_2, t_3)$ may be found that $x_1(t_3; x_1^{(0)}, u) = 0$, $x_4(t_3; x_4^{(0)}, u) = 0$.

According to Lemma 2 there exists such and allowable steering $u(t)$ on (t_3, t_4) that $x_i(t_4; x_i^{(0)}, u) = 0$, $(i = 1, 3, 4)$.

Thus we proved that $S_1 \times E_{n_2} \subset S$. As the converse inclusion is obvious, the proof is complete.

Received the 23 VIII 1960

Academy of Sciences, Prague,
Socialist Republic Czechoslovakia

REFERENCES

1. La Salle J. P., *The Time Optimal Control Problem, Contributions to the Theory of Nonlinear Oscillations*, **V**, Princeton, 1959.
2. Красовский Н. Н., А. и Т., 1957, **XVIII**, стр. 959—970.
3. Понтрягин Л. С., УМН, 1959, **XIV**, *1*, стр. 1—20.
4. Гамкрелидзе Р. В., Изв. АН СССР, Сер. Матем., 1958, **22**, стр. 449 - 474.
5. Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Понтрягин Л. С., Ibid., 1960, **24**, стр. 3—42.
6. La Salle J. P., *The Bang-Bang Principle*, RIAS Publications, Technical Report, TR 59—5.

О ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ РЕГУЛИРОВАНИЯ

(Резюме)

Рассматривается векторное уравнение (1), где $x \in E_n$, $u \in E_r$, A — постоянная матрица $n \times n$, B — постоянная матрица $n \times r$. К начальному состоянию x_0 требуется найти $u(t)$ и $T > 0$ так, что: а) $u(t)$ определена на $< 0, T >$, слагаемые $u_i(t)$ измеримы и $|u_i(t)| \leqslant 1$, $(i = 1, 2, \ldots, r)$; б) если $x(t) = x(t; x_0, u)$ решение системы (1) для данного управления $u(t)$ с начальным условием $x(0) = x_0$, то $x(T) = 0$.

Начальное значение x_0 называется допустимым, если существует $u(t)$ удовлетворяющие условиям а) и б).

Обозначим через S множество всех допустимых x_0. Будем предполагать, что S содержит некоторую окрестность начала.

Теорема 1. *Если вещественные части всех характеристических чисел матрицы* A *не положительны, то* $S = E_n$.

Теорема 2. *Если вещественные части всех характеристических чисел матрицы* A *равны нулю, то к любым* $x_0, x_1 \in E_n$ *существует* u(t) *удовлетворяющее условию* а) *так, что* $x(0; x_0, u) = x_0$, $x(T; x_0, u) = x_1$.

Пусть система (1) приведена к виду (3), где $x_1 \in E_{n_1}$, $x_2 \in E_{n_2}$, $n_1 + n_2 = n$, A_1 — матрица $n_1 \times n_1$ и. т. д. Обозначим через S_1 множество всех начальных значений $x_1^{(0)}$ допустимых по отношению к (4).

Теорема 3. *Если вещественные части всех характеристических чисел матрицы* A_2 *не положительны, то* $S = S_1 \times E_{n_2}$.

ASUPRA SISTEMELOR LINIARE DE REGLAJ

(Rezumat)

Se consideră ecuaţia vectorială (1), în care $x \in E_n$, $u \in E_r$, A — o matrice constantă $n \times n$ şi B — o matrice constantă $n \times r$. În corespondenţă cu starea iniţială x_0 se cere a se găsi $u(t)$ şi $T > 0$ în aşa fel ca: a) $u(t)$ să fie determinată în $< 0, T >$, componentele $u_i(t)$ să fie măsurabile şi $|u_i(t)| \leqslant 1$, $(i = 1, 2, \ldots, r)$; b) dacă $x(t) = x(t; x_0, u)$ este soluţia sistemului (1) pentru o ghidare dată $u(t)$ cu condiţia iniţială $x(0) = x_0$, atunci $x(T) = 0$. Se demonstrează, în particular, teoremele 1, 2, 3, din textul original.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 517.948.32

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Д. МАНЖЕРОН и Л. Е. КРИВОШЕИН

1. Проблема интегрирования краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений (и.-д. у.) возникает при изучении различных процессов в которых учитывается гистерезис и другие явления, влияющие на последующие события. Но построение точного решения удается выполнить лишь для небольшого класса таких задач. В связи с этим возникает необходимость в качественном и приближенном решении краевых задач для и.-д. у.

В работах Н. М. Крылова [3], Л. Коллатца [1] и других математиков приближенно решаются краевые задачи для обыкновенных и.-д. у. методом вариационного функционала. Сущность этого метода состоит в том, что краевая задача для данного и.-д. у. рассматривается как вариационная задача на экстремум функционала. Затем по краевым условиям и уравнению Эйлера–Лагранжа восстанавливается функционал и в дальнейшем прямыми методами разыскивается отрезок соответствующего минимизирующего ряда.

В статье автора [2] приближенно решаются краевые задачи для линейных и.-д. у. путем использования методов возмущения, механических квадратур и других невариационных методов.

Настоящая статья примыкает к работе авторов [4] и посвящена приближенному решению краевых задач для обыкновенных и.-д. у. несколько иными методами, чем это сделано в работах [1]...[3].

2. Пусть требуется приближенно решить краевую задачу

$$(1) \qquad R_j[y] \equiv \sum_{i=0}^{n-1} [a_{ij} y^{(i)}(c) + b_{ij} y^{(i)}(d)] = \gamma_j, \quad (j = 1, 2, \ldots, n),$$

для и.-д. у. типа Фредгольма

$$(2) \qquad L[y] = f(x) + \lambda \int_a^b \sum_0^m K_j(x, t)\, y^{(i)}(t)\, dt,$$

где a_{ij}, b_{ij}, γ_j, $(i + 1, j = 1, \ldots, n)$, — известные числа; $L[y] \equiv y^{(n)}(x) + \sum_1^n a_i(x)\, y^{(n-i)}(x)$; известные функции, входящие в (2), кусочно непрерывны при $n \geqslant m$ и $p = m - n$ раз дифференцируемы (по x) в $[a, b]$ при $m > n$; λ — параметр; $[c, d] \subseteq [a, b]$. При этом, конечно, предполагается, что задача (1), (2) имеет решение в рассматриваемой области $[a, b]$; $|\lambda| < |\lambda_1|$.

Приближенное решение нашей задачи при $n \geqslant m$ будем строить в форме

$$y_k(x) = \varphi_0(x) + \sum_1^k a_s \varphi_s(x) , \tag{3}$$

где известные линейно независимые функции $\varphi_0(x), \varphi_1(x), \ldots, \varphi_k(x)$, n раз непрерывно дифференцируемы[1] и удовлетворяют следующим краевым условиям:

$$R_j[\varphi_0] = \gamma_j , \quad R_j[\varphi_s] = 0 , \quad (j = 1, \ldots, n ; \ s = 1, \ldots, k) . \tag{4}$$

Неизвестные коэффициенты $a_1, \ldots, a_k$ будем определять, исходя из методов Б. Г. Галеркина [5], наименьшего квадрата погрешности и коллокации [6]. С этой целью введем функцию

$$\gamma(x, \lambda, a_1, \ldots, a_k) \equiv L[y_k] - f(x) - \lambda \int_a^b \sum_0^m K_i(x, t)\, y_k^{(i)}(t)\, \mathrm{d}t . \tag{5}$$

Тогда согласно метода Б. Г. Галеркина для определения $a_1, \ldots, a_k$ получаем систему уравнений

$$\int_a^b \gamma(x, \lambda, a_1, \ldots, a_k)\, v_i(x)\, \mathrm{d}x \equiv \sum_{j=1}^k \tau_{ij}(\lambda)\, a_j - \xi_i(\lambda) = 0 , \quad (i = 1, \ldots, k), \tag{6}$$

где $v_1(x), \ldots, v_k(x)$ — наперед заданная линейно независимая система кусочно непрерывных функций, выбор которой определяется конкретными физическими условиями задачи.

Пользуясь методом наименьшего квадрата погрешности, приходим к системе

$$\int_a^b \gamma(x, \lambda, a_1, \ldots, a_k) \frac{\partial \gamma}{\partial a_i} \mathrm{d}x \equiv \sum_{j=1}^k l_{ij}(\lambda)\, a_j - \eta_i(\lambda) = 0 , \quad (i = 1, \ldots, k). \tag{7}$$

Согласно метода коллокации имеем следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\gamma(x_i, \lambda, a_1, \ldots, a_k) \equiv \sum_{j=1}^k \varrho_{ij}(\lambda)\, a_j - h_i(\lambda) = 0 , \quad (i = 1, \ldots, k), \tag{8}$$

при этом будем считать, например, что точки $x_i \in [a, b]$ не совпадают с точками разрывов функций $a_i(x), f(x), K_j(x,t)$, $(i = 1, \ldots, n ; \ j = 0, 1, \ldots, m)$.

Пусть системы (6), (7), (8) однозначно разрешимы. Тогда (3) — известная функция. Оценим величину уклонения функции (3) от точного решения задачи (1), (2). С этой целью воспользуемся формулой

[1]) Обладающие, например, свойством относительной полноты или принадлежащие пространству $C^n[a, b]$.

$$(9)\qquad V_0(x) \equiv y_k(x) - y(x) = \sum_0^{n-1} V_i(c)\frac{(x-c)^i}{i!} + \int_c^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!} V_n(t)\,dt,$$

где $V_i(\tau) \equiv y_k^{(i)}(\tau) - y^{(i)}(\tau)$. Согласно выбора функции (3) имеем $R_j[V_0(x)] = 0$, $(j = 1, \ldots, n)$. Поэтому для определения неизвестных величин $V_0(c), \ldots, V_{n-1}(c)$ получаем систему

$$(10)\qquad \sum_{i=0}^{n-1} V_i(c) R_j\left[\frac{(x-c)^i}{i!}\right] = -\int_c^d \sum_{i=0}^{n-1} b_{ij}\frac{(d-t)^{n-i-1}}{(n-i-1)!} V_n(t)\,dt, \quad (j = 1, \ldots, n).$$

Пусть линейные формы, стоящие в левых частях системы (10), линейно независимы. Тогда отсюда находим

$$(11)\qquad V_i(c) = \int_c^d \zeta_i(t) V_n(t)\,dt, \quad (i = 0,1, \ldots, n-1).$$

Кроме того

$$(12)\qquad L[V_0(x)] - \lambda\int_a^b \sum_0^m K_i(x,t)\,[V_0(t)]^{(i)}\,dt = \gamma(x, \lambda, \alpha_1, \ldots, \alpha_k) \equiv \gamma(x, \lambda).$$

Вставляя (9) в (12) и учитывая (11), приходим к следующему смешанному интегральному уравнению относительно неизвестной функции $V_n(x)$:

$$(13)\qquad \begin{aligned} V_n(x) &- \int_c^x E_1(x,t) V_n(t)\,dt - \lambda\int_a^b E_2(x,t) V_n(t)\,dt - \\ &- \int_c^d [E_3(x,t) + \lambda E_4(x,t)]\, V_n(t)\,dt = \gamma(x,\lambda), \end{aligned}$$

или вводя объединяющее ядро $E(x,t,\lambda)$, запишем последнее уравнение в виде

$$(14)\qquad V_n(x) - \int_a^b E(x,t,\lambda) V_n(t)\,dt = \gamma(x,\lambda).$$

Пусть, например, имеет место неравенство

$$(15)\qquad l = 1 - \max_g \left|\int_a^b |E(x,t,\lambda)|\,dt\right| > 0,$$

где $g = \{a \leqslant x \leqslant b,\ |\lambda| < |\lambda_1|\}$. Тогда из (14) получаем

$$\max_{[a,b]} |V_n(x)| \leqslant \max_g |\gamma(x,\lambda)| : l = q.$$

Поэтому согласно (9) приходим к следующей оценке погрешности:

$$|y(x)-y_k(x)|\leqslant\left[\sum_0^{n-1}\frac{|x-c|^i}{i!}\int_c^d|\zeta_i(t)|\,dt+\frac{|x-c|^n}{n!}\right]q. \tag{16}$$

Сходным образом решается краевая задача (1) и для и.-д. у. типа Вольтерра

$$L[y]=f(x)+\lambda\int_a^x\sum_0^m K_i(x,t)\,y^{(i)}(t)\,dt, \tag{17}$$

где $L[y]\equiv y^{(n)}(x)+\sum_1^n a_i(x)y^{(n-1)}(x)$, $x\in[a,d]$.

Действительно, пусть на сегменте $[a,d]$ построено приближенное решение краевой задачи (1), (17) в форме (3)[2]. Тогда

$$L[y_k-y]-\lambda\int_a^x\sum_0^m K_i(x,t)\,[y_k(t)-y(t)]^{(i)}\,dt=\gamma(x,\lambda) \tag{18}$$

и подстановка (9) в (18), с учетом (11), приводит к интегральному уравнению

$$V_n(x)-\lambda\int_a^x D_1(x,t)V_n(t)\,dt-\int_c^x D_2(x,t)V_n(t)\,dt-\int_c^d[D_3(x,t)+\lambda D_4(x,t)]V_n(t)dt-$$

$$-\lambda\int_a^c D_5(x,t)V_n(t)\,dt=\gamma(x,\lambda),$$

или более компактно

$$V_n(x)-\int_a^d D(x,t,\lambda)V_n(t)\,dt=\gamma(x,\lambda). \tag{19}$$

Следовательно, если, например,

$$\mu=1-\max_r\left|\int_a^d|D(x,t,\lambda)|\,dt\right|>0,\quad r=\{a\leqslant x\leqslant d;\ |\lambda|<|\lambda_1|\}, \tag{20}$$

то

$$\max_{[a,d]}|V_n(x)|\leqslant\max_r|\gamma(x,\lambda)|:\mu=\beta.$$

Поэтому оценку погрешности получим из неравенства

---

[2] При этом, конечно, предполагается, что решение задачи (1), (17) существует для $x\in[a,d]$; $|\lambda|<|\lambda_1|$.

$$(21)\quad |y_k(x)-y(x)| \leqslant \left[\sum_0^{n-1}\frac{|x-c|^i}{i!}\int_c^d |\xi_i(t)|\,dt + \frac{|x-c|^n}{n!}\right]\beta,\ x\in[a,d],$$

Замечание. Для приближенного решения интегральной краевой задачи

$$(22)\quad V_j[y]\equiv\int_c^d\sum_{i=0}^n \xi_{ij}(x,\lambda)\,y^{(i)}(x)\,dx = \gamma_j(\lambda),\ (j=1,\ldots,n),$$

где $\xi_{ij}(x,\lambda)$, $\gamma_j(\lambda)$ — аналитические функции параметра λ, для и.-д. у. (2) и (17) подбираем в (3) функции $\varphi_0(x)$ и $\varphi_1(x),\ldots,\varphi_k(x)$ так, чтобы имели место равенства

$$V_j[\varphi_0]=\gamma_j(\lambda),\ V_j[\varphi_s]=0,\ (j=1,\ldots,n;\ s=1,\ldots,k),$$

а в остальном выкладки можно проводить как и в случае задач (1), (2); (1), (17).

3. Изложенные в п. **2** приближенные методы можно применять не непосредственно к рассматриваемым задачам, а к специально построенным интегральным уравнениям. С этой целью применим к задаче (1), (2) интегральное преобразование ($n\geqslant m$)

$$(23)\quad y(x)=\sum_1^n c_i z_i(x)+\int_c^x H(x,t)\,z(t)\,dt,$$

где $z_1(x),\ldots,z_n(x)$ — линейно независимая n раз дифференцируемая система функций, вронскиан которой $\neq 0$ для всех $x\in[a,b]$;

$$\left[\frac{\partial^i}{\partial x^i}H(x,t)\right]_{t=x}\equiv\begin{cases}0,\ i=0,1,\ldots,n-2,\\ p(x)\neq 0,\ i=n-1,\ x\in[a,b].\end{cases}$$

Пусть

$$(24)\quad c_i=\beta_i+\int_c^d \sigma_i(t)\,z(t)\,dt,\ (i=1,\ldots,n),$$

решение системы

$$(25)\quad \sum_{i=1}^n c_i R_j[z_i]=\gamma_j-R_j\left[\int_c^x H(x,t)\,z(t)\,dt\right],\ (j=1,\ldots,n).$$

Тогда подставляя (23) в (2) и учитывая (24), придем к следующему интегральному уравнению:

$$(26)\quad z(x)-\int_c^x A_1(x,t)\,z(t)\,dt-\int_a^b [A_2(x,t)+\lambda A_3(x,t)]\,z(t)\,dt=F(x,\lambda).$$

Приближенное решение уравнения (26) строим в форме

$$\bar{z}(x) = \sum_1^k a_s \varphi_s(x), \tag{27}$$

где $\varphi_1(x), \ldots, \varphi_k(x)$ — линейно независимая система кусочно непрерывных функций, принадлежащая, например, пространству $C[a, b]$, или обладающая свойством относительной полноты на $[a, b]$.

Пусть

$$\bar{z}(x) - \int_c^x A_1(x, t)\bar{z}(t)\,dt - \int_a^b [A_2(x, t) + \lambda A_3(x, t)]\,\bar{z}(t)\,dt - F(x, \lambda) \equiv \equiv \Delta(x, \lambda, a_1, \ldots, a_k). \tag{28}$$

Неизвестные коэффициенты $a_1, \ldots, a_k$ определим каким-либо из способов, изложенных в п. 2[3]. В таком случае (27) — известная функция. Из (26), (28) получаем

$$z(x) - \bar{z}(x) - \int_a^b A(x, t, \lambda)\,[z(t) - \bar{z}(t)]\,dt = \omega(x, \lambda), \tag{29}$$

где

$$\int_a^b A(x, t, \lambda)u(t)\,dt \equiv \int_c^x A_1(x, t)u(t)\,dt + \int_a^b [A_2(x, t) + \lambda A_3(x, t)]\,u(t)\,dt,$$

$$\omega(x, \lambda) \equiv F(x, \lambda) - \Delta(x, \lambda, a_1, \ldots, a_k), \quad u(t) \equiv z(t) - \bar{z}(t).$$

Пусть из (29) найдено

$$\max_{[a, b]} |z(x) - \bar{z}(\ )| \leqslant \varepsilon.$$

Тогда согласно (23) получаем оценку погрешности

$$|y(x) - y_k(x)| \leqslant \left[\sum_1^n |z_i(x)| \int_c^d |\sigma_i(t)|\,dt| + |\int_c^x |H(x, t)|\,dt|\right]\varepsilon, \quad x \in [a, b], \tag{30}$$

где

$$y_k(x) = \sum_1^n z_i(x)\left[\beta_i + \int_c^d \sigma_i(t)\,\bar{z}(t)\,dt\right] + \int_c^x H(x, t)\,\bar{z}(t)\,dt$$

— приближенное решение задачи (1), (2).

---

[3]) При этом в случае метода коллокации в качестве точек $x_i \in [a, b]$ возьмем точки, не совпадающие с точками разрыва функции $\Delta(x, \lambda, a_1, \ldots, a_k)$.

Если $n < m$, то для построения разрешающего интегрального уравнения используем преобразование

$$y(x) = \sum_1^m c_i z_i(x) + \int_c^x K(x,t) z(t)\,dt, \tag{31}$$

где $z_1(x), \ldots, z_m(x)$ — линейно независимая m раз дифференцируемая система функций, вронскиан которой $\neq 0$ на $[a,b]$;

$$\left[\frac{\partial^i}{\partial x^i} K(x,t)\right]_{t=x} \equiv \begin{cases} 0, & i = 0,1,\ldots,m-2. \\ p_1(x) \neq 0, & i = m-1,\ x \in [a,b]. \end{cases}$$

Подстановка (31) в (2) приводит к уравнению

$$\int_c^x M_1(x,t) z(t)\,dt = f(x) - \sum_1^m c_i \delta_i(x,\lambda) + \lambda \int_a^b M_2(x,t) z(t)\,dt. \tag{32}$$

Отсюда, учитывая свойства ядра $M_1(x,t)$, получаем

$$\sum_{i=1}^m c_i \frac{\partial^j \delta_i(c,\lambda)}{\partial c^j} = \frac{\partial^j}{\partial x^j}\left[f(x) + \lambda \int_a^b M_2(x,t) z(t)\,dt\right]_{x=c}, \quad (j = 0,1,\ldots,p-1). \tag{33}$$

Кроме того, применяя оператор $R_j[\,.\,]$ к (31), имеем

$$\sum_{i=1}^m R_j[z_i(x)]\, c_i = \gamma_j - R_j\left[\int_c^x K(x,t) z(t)\,dt\right], \quad (j = 1,\ldots,n). \tag{34}$$

Пусть

$$c_i = h_i(\lambda) + \int_a^b \eta_i(t,\lambda) z(t)\,dt, \quad (i = 1,\ldots,m), \tag{35}$$

решение системы (33), (34). Тогда продифференцировав (32) p раз и учитывая (35), придем к уравнению

$$z(x) - \int_a^b M(x,t,\lambda) z(t)\,dt = \Phi(x,\lambda). \tag{36}$$

Приближенное решение уравнения (36) строим по формуле (27), а неизвестные коэффициенты $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ определяем как и выше. Пусть, например, согласно (36) найдена оценка $|z(x) - \bar{z}(x)| \leqslant \theta, x \in [a,b]$, $\bar{z}(x)$—приближенное решение уравнения (36). Тогда погрешность приближенного решения нашей задачи можно оценить из неравенства

$$(37)\quad |y(x)-y_k(x)| \leqslant \left[\sum_1^m |z_i(x)| \int_a^b |\eta_i(t,\lambda)|\,dt + \left|\int_c^x H(x,t)\,dt\right|\right]\theta,\ x\in[a,b],$$

где

$$y_k(x)=\sum_1^m z_i(x)\left[h_i(\lambda)+\int_a^b \eta_i(t,\lambda)\bar{z}(t)\,dt\right]+\int_c^x H(x,t)\,\bar{z}(t)\,dt,$$

—приближенное решение задачи (1),(2).

Если таким же путем решать задачу (1),(17), $(n\geqslant m)$, то подстановка (23) в (17), с учетом (24), приводит к интегральному уравнению вида

$$(38)\quad \begin{aligned} &z(x)-\int_c^x B_1(x,t)z(t)\,dt-\lambda\int_a^x B_2(x,t)z(t)\,dt-\\ &\int_c^d [B_3(x,t)+\lambda B_4(x,t)]z(t)\,dt=P(x,\lambda). \end{aligned}$$

Вводя объединяющее ядро $B(x,t,\lambda)$, придадим (38) более компактную форму:

$$(39)\quad z(x)-\int_a^d B(x,t,\lambda)z(t)\,dt=P(x,\lambda).$$

Приближенное решение уравнения (39) строим в форме (27), а неизвестные коэффициенты $\alpha_1,\ldots,\alpha_k$ определяем одним из способов, изложенных в п. **2**. В качестве приближенного решения задачи (1), (17) возьмем функцию

$$(40)\quad y_k(x)=\sum_{i=1}^n z_i(x)\left[\beta_i+\int_c^d \sigma_i(t)\sum_{s=1}^k \alpha_s\varphi_s(t)\,dt\right]+\int_c^x H(x,t)\sum_1^k \alpha_s\varphi_s(t)\,dt.$$

Введем невязку $\nu(x,\lambda)$, образующуюся в результате подстановки (27) в (39). Тогда

$$(41)\quad \bar{z}(x)-z(x)-\int_a^d B(x,t,\lambda)[\bar{z}(t)-z(t)]\,dt=\nu(x,\lambda).$$

Если, например, из (41) найдено

$$(42)\quad |\bar{z}(x)-z(x)|\leqslant\varrho,\ x\in[a,d],$$

то величину уклонения приближенного решения (40) от точного решения (23) нашей задачи можно оценить из неравенства

$$|y_k(x)-y(x)| \leqslant \left[\sum_1^n |z_i(x)| \int_c^d |\sigma_i(t)|\,dt| + \left|\int_c^x |H(x,t)|\,dt|\right|\right] Q, \quad x \in [a,d].$$

Случай $p=m-n=1$ рассматривается аналогично. При этом для определения постоянных $c_1, \ldots, c_m$ имеем систему

$$(43)\quad \begin{cases} R_j\left[\sum_{i=1}^m c_i z_i(x)\right] = \gamma_j - R_j\left[\int_c^x K(x,t)z(t)\,dt\right], \ (j=1,\ldots,n), \\ \lambda \int_a^c \sum_{i=0}^m K_i(c,t) \sum_{j=1}^m c_j z_j^{(i)}(t)\,dt = -f(c) - \\ \qquad -\lambda \int_a^c \sum_{i=0}^m K_i(c,t) \left[\int_c^t K(t,\tau)z(\tau)\,d\tau\right]^{(i)} dt. \end{cases}$$

Следовательно, если

$$(44)\quad c_i = s_i(\lambda) + \int_a^c \pi_i(t,\lambda)z(t)\,dt, \quad (i=1,\ldots,m),$$

—решение системы (43), то продифференцировав (17) и предполагая выполненным неравенство $1-\lambda K_m(x,x)\neq 0$, для всех $x\in[a,d]$, $|\lambda|<|\lambda_1|$, придем к интегральному уравнению вида (39), а поэтому последующие выкладки можно выполнить тем же путем, что и в случае $n \geqslant m$.

Если $p=m-n>1$ и $K_m(x,x)\neq 0$; ...; $[\partial^{p-2}K_m(x,t)/\partial x^{p-2}]_{t=x}\neq 0$, $x\in[a,d]$, то применение интегро-дифференциальной операции, отвечающей уравнению (17), к (31) приводит к интегральному уравнению, содержащему $p-1$ неизвестных постоянных c_i. По этой причине мы такой случай, при наших краевых условиях, не рассматриваем. Если, однако, выполняются условия $K_m(x,x)\equiv \ldots \equiv [\partial^{p-2}K_m(x,t)/\partial x^{p-2}]_{t=x} \equiv 0$, $x\in[a,d]$, то для определения постоянных $c_1, \ldots, c_m$ получаем систему

$$(45)\quad \begin{cases} R_j\left[\sum_{i=1}^m c_i z_i(x)\right] = \gamma_j - R_j\left[\int_c^x K(x,t)z(t)\,dt\right], \quad (j=1,\ldots,n), \\ \int_a^c \sum_{i=0}^m \frac{\partial^j}{\partial c^j}[K_i(c,t)]\left[\sum_{\nu=1}^m c_\nu z_\nu(t) + \int_c^t K(t,\tau)z(\tau)\,d\tau\right]_t^{(i)} dt = -f^{(j)}(c), \\ \qquad (j=0,1,\ldots,p-1). \end{cases}$$

Пусть

$$(46)\quad c_i = \varepsilon_i(\lambda) + \int_a^d \psi_i(t,\lambda)z(t)\,dt, \quad (i=1,\ldots,m).$$

—решение системы (45). Тогда дифференцируя (17) p раз, учитывая (46) и предполагая выполненным неравенство $1-\lambda[\partial^{p-1}K_m(x,t)/\partial x^{p-1}]_{t=x}\neq 0$, для всех $x\in[a,d]$, $|\lambda|<|\lambda_1|$, придем к интегральному уравнению вида (39), а в остальном выкладки можно провести тем же путем, что и в случае $n\geqslant m$.

Примечание. Полученные результаты намечается связать с рядом работ появившихся в последнее время, в которых изучаются краевые задачи для неэллиптических уравнений [7], [8].

Поступила 21 V 1960 г.

Ясский политехнический институт
и
Киргизский государственный университет, Фрунзе, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Коллатц Л., *Численные методы решения дифференциальных уравнений*, ИЛ, М., 1953.
2. Кривошеин Л. Е., Юбилейная научная сессия АН Кирг. ССР, ОТН, 1958, стр. 409—435.
3. Крылов М. М., Тр. Фізично-матем. відділу ВУАН, 1926, **3**, *2*.
4. Манжерон Д. и Кривошеин Л. Е., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *1—2*, pp. 19—30.
5. Галеркин Б. Г., Вест. инж. и техн., 1915, **1**, стр. 897—908.
6. Канторович Л. В., УМН, 1948, **3**, *6*, стр. 89—185.
7. Mangeron D., Rend. Accad. Sci. fis. mat., Napoli, (4), 1932, **11**, pp. 1—11.
8. — Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1949, **4**, pp. 441—445.
9. Березанский Ю. М., ДАН СССР, 1958, **122**, *6*, стр. 959—962.

REZOLVAREA CU APROXIMAŢIE A PROBLEMELOR DE CONTUR PENTRU ECUAŢII INTEGRO-DIFERENŢIALE ORDINARE

(Rezumat)

Autorii, urmînd ordinea de idei conţinută în lucrarea [4], expun unele metode de rezolvare cu aproximaţie a ecuaţiilor integro-diferenţiale ordinare, diferite de cele folosite în [1]...[3].

RÉSOLUTION PAR APPROXIMATION DES PROBLÈMES À LA FRONTIÈRE POUR LES ÉQUATIONS INTEGRO-DIFFÉRENTIELLES ORDINAIRES

(Résumé)

On expose, tout en suivant l'ordre d'idées contenu dans [4], nombre de méthodes de résolution par approximation des équations integro-différentielles ordinaires, différentes de celles utilisées dans [1]...[3].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z 517.948.35

ON THE CONVOLUTION OF FUNCTIONS OF CLASS l_1

BY

JAN MIKUSIŃSKI

We say that a complex valued function $f(t)$, defined for $-\infty < t < \infty$ belong to the class l_1, if its values are 0 except at most a countable set of points and if

$$\sum_t |f(t)| < \infty ,$$

the summation being extended on all the points where $f(t) \neq 0$.

By a convolution of two functions f and g belonging to l_1 we understand the function

$$h(t) = \sum_t f(t-\tau)\, g(\tau) . \tag{1}$$

It is easy to verify that the convolution exists when both functions f and g vanish for $t < 0$. Then the convolution is also a function of class l_1 which vanish for $t < 0$. Moreover, it makes no difference when extending, in that case, the summation in (1) on the finite interval $0 \leqslant \tau \leqslant t$:

$$h(t) = \sum_{0 \leqslant \tau \leqslant t} f(t-\tau)\, g(\tau) . \tag{2}$$

We are going to prove the following theorem, analoguous to the well known Titchmarsh' theorem on the convolution:

Theorem. *If* $h(t) = 0$ *for* $0 \leqslant t < T$, *then there exist numbers* t_1 *and* t_2 *such that* $t_1 + t_2 \geqslant T$, $f(t) = 0$ *for* $0 \leqslant t < t_1$ *and* $g(t) = 0$ *for* $0 \leqslant t < t_2$.

In order to prove this theorem, we first consider the case $f = g$. We have

$$\left[\sum_{0 \leqslant t < T} e^{-st} f(t) \right]^2 = \sum_{\square} e^{-s(u+v)} f(u) f(v) = \sum_{\triangle} + \sum_{\triangledown} , \tag{3}$$

where the symbols under $\sum$ design domains of summation, viz.

$$\square = (0 \leqslant u < T, \quad 0 \leqslant v < T), \quad \triangle = (0 \leqslant u, \quad 0 \leqslant v, \quad u + v < T),$$
$$\triangledown = (T \leqslant u + v, \quad u < T, \quad v < T).$$

We have in particular

$$\sum_{\square} = \sum_{0 \leqq t < T} e^{-st} \sum_{0 \leqq \tau \leqq t} f(t-\tau) f(\tau) = 0$$

and for $s \geqslant 0$

$$\left| \sum_{\square} \right| \leqslant e^{-sT} M,$$

where

$$M = \sum |f(u) f(v)| .$$

Thus, if $s \geqslant 0$, we obtain from (3)

$$\left| \sum_{0 \leqq t < T} e^{-st} f(t) \right| \leqslant e^{-sT/2} \sqrt{M},$$

or

$$\left| \sum_{0 \leqq t < T} e^{s(T/2-t)} f(t) \right| \leqslant \sqrt{M}.$$

Hence

$$|F(s)| \leqslant \sqrt{M} + N,$$

where

$$F(s) = \sum_{0 \leqq t < T/2} e^{s(T/2-t)} f(t), \qquad N = \sum_{T/2 \leqq t < T} |f(t)| .$$

The function $F(s)$ is an entire function of exponential type, bounded on the whole imaginary axis and on the positive part of the real axis. Evidently it is also bounded on the negative part of the real axis. Therefore, by the Fragmén-Lindelöf theorem, it is bounded in the whole complex plane and, consequently, is a constant function. Hence the function $f(t)$ must vanish for $t \neq 0$. But $[f(0)]^2 = h(0) = 0$, thus $f(t)$ vanishes also for $t = 0$.

Now, let us introduce the following notation: the convolution (1) will be written in the following shortened form:

$$h = fg;$$

the ordinary product of f by the variable t will be denoted by f'. Then it is easy to verify that

$$(fg)' = f'g + fg',$$

as for usual differentiation.

In this notation, our previous result can be stated as follows:

(i) *If* $f^2 = 0$ *in* $[0, T)$, *then* $f = 0$ *in* $[0, T/2)$.

We need still the following lemma

(ii) *If* $fg = 0$ *in* $[0, T)$, *then* $fg' = 0$ *in* $[0, T)$.

The last lemma was proved in a slight different interpretation in [1]. Since the proof is not long, it seems convenient to have here its reproduction:

Let α be the greatest number $(0 \leqslant \alpha \leqslant 1)$ such that, for all f and g, the equality

(4) $$fg = 0 \text{ in } [0, T)$$

implies

(5) $$fg' = 0 \text{ in } [0, \alpha T).$$

(Evidently, the number α does not depend on T). Since the convolution is commutative, (5) implies also

(6) $$f'g' = 0 \text{ in } [0, \alpha^2 T).$$

We need also the equality

(7) $$f'g + fg' = 0 \text{ in } [0, T),$$

which is a consequence of (4). The equalities (5) and (7) imply

$$fg'(f'g + fg') = 0 \text{ in } [0, T + \alpha T),$$

i. e.

(8) $$fg.f'g' + (fg')^2 = 0 \text{ in } [0, T + \alpha T).$$

But, by (4) and (6), the first term in (8) vanishes in $[0, T + \alpha^2 T)$. This implies

$$(fg')^2 = 0 \text{ in } [0, T + \alpha^2 T).$$

Hence, in view of (i),

$$fg' = 0 \text{ in } [0, (1+\alpha^2)\, T/2).$$

By the definition of α, we have $(1 + \alpha^2)/2 < \alpha$, and consequently $(1 - \alpha)^2 \leqslant 0$ and $\alpha = 1$.

On applying (ii) to the equality $fg' = 0$ in $[0, T)$, we get $fg'' = 0$ in $[0, T)$ and after n similar steps $fg^{(n)} = 0$ in $[0, T)$, i.e.

(9) $$\sum_{0 \leqq \tau \leqq T} \tau^n f(t - \tau)\, g(\tau) = 0 \text{ for } 0 \leqslant t < T, \ (n = 0, 1, ...).$$

Hence, by the moment theorem:

(10) $$f(t - \tau)\, g(\tau) = 0 \quad \text{for} \quad 0 \leqslant \tau \leqslant t < T.$$

The moment theorem is usually stated for continuous or integrable functions: L e r c h's theorem. *If* $\varphi(\tau)$ *is an integrable function in* $0 \leqslant \tau \leqslant t$ such that

$$\int_0^t \tau^n \varphi(\tau)\, d\tau = 0, \quad (n = 1, 2, ..),$$

then $\varphi(\tau) = 0$ *almost everywhere in* $0 \leqslant \tau < t$.

Put, for any fixed point t, $\varphi(\tau) = \sum_{0 \leqq \tau \leqq t} f(t - \tau)\, g(\tau)$. Then the left side of (9) can be written as the Stieltjes integral

$$\int_0^t \tau^n \, d\varphi(\tau),$$

or, after integration per parts,

$$t^n \varphi(t) - n \int_0^t \tau^{n-1} \varphi(\tau)\, d\tau, \quad (n = 1, 2, ..).$$

But, if $n = 0$, we obtain from (9) $\varphi(t) = 0$, thus

$$\int_0^t \tau^{n-1} \varphi(\tau)\, d\tau = 0, \quad (n = 1, 2, \ldots).$$

Hence by Lerch's theorem $\varphi(\tau) = 0$ almost everywhere in $0 \leqslant \tau \leqslant t$, and this implies (10).

Finally we deduce from (10) that there exist numbers t_1 and t_2 such that $t_1 + t_2 \geqslant T$, $f(t) = 0$ for $0 \leqslant t < t_1$ and $g(t) = 0$ for $0 \leqslant t < t_2$. That last deduction is elementary and quite easy and the reader will not find any difficulty in it.

Received the 27 VIII 1960

Academy of Sciences,
Warszawa, P. R. Poland

REFERENCES

1. Mikusiński J., Bull. Ac. Pol. Sci., 1959, **VII**, *12*. pp. 715—717.

О КОНВОЛЮЦИИ ФУНКЦИЙ КЛАССА l_1

(Резюме)

Пусть $f(t)$ и $g(t)$ — две функции, равные нулю почти всюду кроме перещитываемого множества точек, таких, что

$$\sum_t |f(t)| < \infty \quad \text{и} \quad \sum_t |g(t)| < \infty .$$

Если $\sum_{0 \leqq \tau \leqq t} f(t-\tau)\, g(\tau) = 0$ для $0 \leqslant t < T$, тогда существуют два не отрицательных числа t_1 и t_2 таких, что $t_1 + t_2 \geqslant T$ и $f(t) = 0$ в $0 \leqslant t < t_1$ и $g(t) = 0$ в $0 \leqslant t < t_2$

ASUPRA CONVOLUŢIEI FUNCŢIILOR DE CLASĂ l_1

(Rezumat)

Fie $f(t)$ şi $g(t)$ două funcţii, nule peste tot în afară de un număr numărabil de puncte, astfel ca

$$\sum_t |f(t)| < \infty \quad \text{şi} \quad \sum_t |g(t)| < \infty .$$

Dacă $\sum_{0 \leqq \tau \leqq t} f(t-\tau)\, g(\tau) = 0$ pentru $0 \leqslant t < T$, atunci există două numere nenegative t_1 şi t_2 astfel ca $t_1 + t_2 \geqslant T$ şi $f(t) = 0$ în $0 \leqslant t < t_1$ şi $g(t) = 0$ în $0 \leqslant t < t_2$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 517.948.35

ПОЛУОРТОГОНАЛИЗАЦИЯ И МЕТОД ГАЛЕРКИНА

С. Н. СЛУГИН

Как известно, для приближенного решения уравнения

$$Ax = f \tag{1}$$

в гильбертовом пространстве H с базисом $\varphi_1, \ldots, \varphi_n, \ldots$ можно применять при некоторых условиях (см. например [1]) метод Галёркина, где так же, как в методе Ритца, вместо бесконечной алгебраической системы $(Ax - f, \varphi_i) = 0$, $(i = \overline{1, \infty})$, $x = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \varphi_k$, эквивалентной уравнению (1), решается конечная система

$$(Az - f, \varphi_i) = 0, \ (i = \overline{1,n}), \ z = \sum_{k=1}^{n} b_k \varphi_k. \tag{2}$$

Чтобы избежать трудностей, возникающих при решении этой системы для большого n, укажем один приём, названный нами *полуортогонализацией*. Этот приём, возможный при некоторых условиях, приводит к алгебраической системе с треугольной матрицей, и поэтому процесс её решения чрезвычайно прост.

Пусть H — вещественное гильбертово пространство. Его нуль обозначим ϑ. В дальнейшем A, B — аддитивные и однородные операторы в H, причём B считаем обратимым, а метод Галёркина — сходящимся для уравнения

$$BAx = Bf, \tag{3}$$

эквивалентного уравнению (1). Обозначим

$$(BAx, y) = [x, y]. \tag{4}$$

Подобным образом иногда вводят новое скалярное произведение, но здесь не требуется симметричности выражения (4). Обозначим, далее, $[x, x] = x^2$.

Определение. *Систему элементов* g_k *назовём полуортогональной, если*

$$g_k^2 \neq 0, \quad [g_m, g_i] = 0, \quad (m > i). \tag{*}$$

Если имеется возможность такого выбора оператора B, что при всех $x \neq \vartheta$

$$x^2 = (BAx, x) \neq 0, \tag{5}$$

то линейно-независимую систему элементов φ_i можно подвергнуть процессу полуортогонализации. Полагая

$$\begin{cases} g_m = h_{mm}, \ h_{(i+1)k} = h_{ik} - g_i^{-2} [h_{ik}, g_i] g_i, \\ h_{1m} = \varphi_m, \ i = \overline{1, n-1}, \ k = \overline{i+1, n}, \quad m = \overline{1, n}, \end{cases} \tag{6}$$

получим полуортогональную совокупность элементов $g_1, \ldots, g_n$.

Докажем это индуктивно. Во-первых, нетрудно установить, что элемент g_i является суммой элемента φ_i и линейной комбинации элементов $\varphi_1, \ldots, \varphi_{i-1}$. Т.к. элементы φ_k линейно-независимы, то отсюда следует, что $g_i \neq \vartheta$ и поэтому $g_i^2 \neq 0$ согласно неравенству (5). Итак, $g_i^{-2} = 1 / g_i^2$ имеет смысл. Во-вторых, допустим, что

$$[h_{mk}, g_i] = 0 \tag{7}$$

при $i < m \leqslant p$. Отсюда, в частности, следует $[g_m, g_i] = 0$ при $i < m \leqslant p$. Докажем справедливость равенства (7) при всех $i < m = p + 1$. Согласно формулам (6) $[h_{(p+1)k}, g_i] = [h_{pk}, g_i] - g_p^{-2} [h_{pk}, g_p] [g_p, g_i]$. Правая часть этого равенства равна нулю при $i < p$ по предположению, а при $i = p$ — по смыслу величины g_p^{-2}. Наше допущение справедливо при $i = 1$, $m = p = 2$:

$$h_{22} = h_{12} - g_1^{-2} [h_{12}, g_1] g_1 = \varphi_2 - \varphi_1^{-2} [\varphi_2, \varphi_1] \varphi_1, \; [h_{22}, g_1] = [\varphi_2, \varphi_1] - \varphi_1^{-2} [\varphi_2, \varphi_1] \varphi_1^2 = 0.$$

Итак, равенство (7) верно при любом p.

Если (4) симметрично, то получим процесс ортогонализации.

Будем искать приближённое решение

$$z = \sum_{k=1}^{n} c_k g_k \tag{8}$$

из условия $(BAz - Bf, g_i) = 0$, $(i = \overline{1, n})$, т.е. $\sum_{k=1}^{n} c_k [g_k, g_i] = (Bf, g_i)$, или, в силу полуортогональности элементов g_i

$$\sum_{k=1}^{i} c_k [g_k, g_i] = (Bf, g_i), \quad (i = \overline{1, n}). \tag{9}$$

Система, очевидно, разрешима всегда, причём решается очень просто. Коэффициенты $c_1, \ldots, c_n$ не изменяют (в противоположность обычному методу Галёркина) своих значений при увеличении числа уравнений, поэтому n можно заранее не задавать, а останавливать процесс тогда, когда трудности счёта станут непреодолимыми.

Совокупности $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ и $g_1, \ldots, g_n$ получаются друг из друга линейным преобразованием с треугольной матрицей, полученная система (9) эквивалентна обычно употребляемой системе вида (2), но здесь уже было бы $(BAz - Bf, \varphi_i) = 0$, $(i = \overline{1, n})$. Отсюда следует стремление элемента (8) к решению уравнения (3) в условиях [1]. Стремление решения системы (9) к решению бесконечной системы (с треугольной матрицей) здесь очевидно. Если оператор A^{-1} ограничен, и известна оценка M его нормы, то оценка погрешности может быть найдена обычным способом:

$$A(x - z) = f - Az, \; x - z = A^{-1}(f - Az), \; \|x - z\| \leqslant M \|f - Az\| .$$

Поступила 13 XII 1959 г.

Казанский государственный университет им. В. И. Ульянова-Ленина, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Михлин С. Г., *Вариационные методы в математической физике*, Гостехиздат, М., 1957.

SEMIORTOGONALISATION AND GALERKIN'S METHOD

(Summary)

Equation (3) which is equivalent to given equation (1) is solved approximately by Galerkin's method in the real Hilbert's space H. The transformation (6) of the elements $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$ of the basis H is done before it, which leads to *semiortogonal* aggregate $g_1, \ldots, g_n$ satisfying the correlations (*). In this paper the operation B has the property (5). Thus a simple solved system (9) with the triangular matrix is found for approximation (8) sought for.

SEMIORTOGONALIZAREA ŞI METODA LUI GALERKIN

(Rezumat)

Se rezolvă într-un spaţiu hilbertian real H, prin metoda lui Galerkin, folosind procedeul numit *semiortogonalizare*, ecuaţia (3), echivalentă cu ecuaţia (1).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 517.63

SUR UNE GÉNÉRALISATION DU CALCUL SYMBOLIQUE À L'AIDE DES DISTRIBUTIONS

PAR
JEAN LAVOINE et PAUL DELERUE

1. Introduction

On se propose, dans les pages qui suivent, de développer quelques conséquences pratiques des théorèmes de M. Laurent Schwartz [1] résumés dans l'énoncé suivant:

Toute fonction S(p) *de la variable complexe* p, *holomorphe dans un demi-plan* $\mathcal{R}e\ p > b$ *où elle est majorée par un polynome en* $|p|$, *est la transformée de Laplace d'une distribution unique* S *appartenant à l'espace* $(\mathcal{S}'_+)$.

On montrera grâce à ces théorèmes comment on peut accroître considérablement le champ d'application du calcul symbolique classique a) soit en donnant un sens à la notion de transformée de Laplace de $f(t)$, l'intégrale de Laplace étant divergente, b) soit en inversant toute $F(p)$ holomorphe dans un demi-plan, l'original n'étant plus une fonction, mais une distribution.

2. Caractérisation de $(\mathcal{S}'_+)$

Soit $(\mathcal{S})$ l'espace des fonctions $\varphi(x)$ de variable réelle x qui sont continues et décroissent plus vite que toute puissance de $1/|x|$ quand $|x| \to \infty$, et, dont toutes les dérivées ont aussi cette propriété. $(\mathcal{S}')$ est le dual topologique de $(\mathcal{S})$, c'est l'espace des fonctionnelles linéaires *continues* sur $(\mathcal{S})$. L'application d'une $T \in (\mathcal{S}')$ à une $\varphi \in (\mathcal{S})$ sera notée $< T, \varphi(x) >$. Une $T \in (\mathcal{S}')$ est une distribution tempérée [2].

Le support d'une $\varphi(x)$ est le plus petit ensemble fermé de la droite des x hors duquel $\varphi(x)$ est identiquement nulle.

Une distribution S appartient à l'espace $(\mathcal{S}'_+)$ si $S \in (\mathcal{S}')$ et s'il existe un nombre $c \geqslant 0$ tel que $< S, \varphi(x) > = 0$ pour toute $\varphi(x)$ de $(\mathcal{S})$ dont le support est extérieur à (c, ∞). On dit alors que S est à support (c, ∞) contenu dans $(0, \infty)$.

Exemples. Parmi les éléments de $(\mathcal{S}'_+)$ nous citerons d'abord $\delta(x-c)$ et $\delta^{(n)}(x-c)$, (n entier > 0), définis par

$$< \delta(x-c),\ \varphi(x) > = \varphi(c), \tag{1}$$

$$< \delta^{(n)}(x-c),\ \varphi(x) > = (-1)^n \varphi^{(n)}(c). \tag{2}$$

Ensuite, soit $Y(x-c)\,g(x)$ la fonction égale à $g(x)$ si $x>c$, mais nulle si $x<c$, $g(x)$ étant telle que la *partie finie d'intégrale* au sens d'Hadamard-Schwartz ([2], t. I, pp. 39-42 ; [5])[1])

$$\text{Pf}\int_c^\infty g(x)\,\varphi(x)\,\mathrm{d}x = I(\varphi), \tag{3}$$

existe quelle que soit $\varphi(x)\in(\mathbb{S})$. On appelle *pseudo-fonction* et on note $\text{Pf}\,Y(x-c)\,g(x)$ l'élément de $(\mathbb{S}'_+)$ défini par

$$<\text{Pf}\,Y(x-c)\,g(x),\ \varphi(x)> = I(\varphi). \tag{3'}$$

(Si $g(x)$ est localement sommable, on supprime Pf et pseudo).

On remarque que $\delta(x)$ est la mesure de Dirac et $Y(x)$ la fonction échelon-unité de Heaviside.

a) *Dérivation.* Dénotons par l'opérateur $\partial/\partial x$ la dérivée *ordinaire* des fonctions. La dérivée d'ordre m d'une distribution S est une distribution notée $(\mathrm{d}^m/\mathrm{d}x^m)\,S$ et définie par

$$<(\mathrm{d}^m/\mathrm{d}x^m)\,S,\ \varphi(x)> = (-1)^m <S,\ (\partial^m/\partial x^m)\,\varphi(x)> \tag{4}$$

quelle que soit $\varphi(x)\in(\mathbb{S})$.

En particulier, toujours avec $c\geqslant 0$,

$$(\mathrm{d}/\mathrm{d}x)\,\delta^{(n)}(x-c) = \delta^{(n+1)}(x-c), \tag{5}$$

$$(\mathrm{d}/\mathrm{d}x)\,\text{Pf}\,Y(x-c)\,(x-c)^{-\nu} = -\nu\,\text{Pf}\,Y(x-c)\,(x-c)^{-\nu-1},\ \nu\neq 0,1,2,\ldots, \tag{6}$$

$$\begin{aligned}(\mathrm{d}/\mathrm{d}x)\,\text{Pf}\,Y(x-c)\,(x-c)^{-n} &= -n\,\text{Pf}\,Y(x-c)\,(x-c)^{-n-1}+\\ &+[(-1)^n/n!]\,\delta^{(n)}(x-c),\end{aligned} \tag{7}$$

$$(\mathrm{d}/\mathrm{d}x)\,Y(x-c)\log(x-c) = \text{Pf}\,Y(x-c)\,(x-c)^{-1}, \tag{8}$$

$$(\mathrm{d}/\mathrm{d}x)\,Y(x-c)\,h(x) = Y(x-c)\,(\partial/\partial x)\,h(x) + h(c+)\,\delta(x-c) \tag{9}$$

la fonction $h(x)$ étant *continue* et dérivable au moins pour $x>c$ et bornée pour $x=c$. Des combinaisons de ces formules permettent de calculer $(\mathrm{d}/\mathrm{d}x)\,\text{Pf}\,Y(x-c)\,g(x)$ dans de nombreux cas.

b) *Produit* d'une S par une fonction continue $\alpha(x)$ telle que $\alpha(x)\,\varphi(x)\in(\mathbb{S})$: c'est la distribution notée $\alpha(x)\,S$ définie par

$$<\alpha(x)\,S,\ \varphi(x)> = <S,\ \alpha(x)\,\varphi(x)>,\ \forall\,\varphi\in(\mathbb{S}). \tag{10}$$

c) *Convolution* de S et S_1, appartenant *toutes deux* à $(\mathbb{S}'_+)$, c'est la distribution notée $S \mathrel{\rotatebox{-90}{$\geqslant$}\!\!\leqslant} S_1$ ou $S_1 \mathrel{\rotatebox{-90}{$\geqslant$}\!\!\leqslant} S$ telle que

---

[1]) Indiquons simplement la base de la notion de la partie finie d'intégrale:

$$\text{Pf}\int_0^a g_1(x)\mathrm{d}x = \lim_{\varepsilon\to 0}\left\{\int_\varepsilon^a g_1(x)\,\mathrm{d}x - \beta_1\log\varepsilon + \sum_2^J \frac{\beta_j}{j-1}\,\varepsilon^{-j+1} + \sum_1^K \frac{\alpha_k}{\nu_k-1}\,\varepsilon^{-\nu_k+1}\right\}$$

si $g_1(x)$ est sommable sur $0\,(x\leqslant a$, et si sur $0<x\leqslant\varepsilon$, $g_1(x)=f(x)+\sum_1^J\beta_j x^{-j}+\sum_1^K\alpha_k x^{-\nu_k}$, $f(x)$ étant sommable sur $0\leqslant x\leqslant\varepsilon$, $\nu_k>1$ mais $\neq j$ entier.

(11) $< S \Rightarrow\!\!|\!\Leftarrow S_1, \varphi(x) > = < S^u, [< S_1^v, \varphi(u+v) >] >, \forall \varphi \in (\mathcal{S})$.

En particulier, si $h(x)$ et $h_1(x)$ sont des fonctions localement sommables,

(12) $$Y(x)\,h(x) \Rightarrow\!\!|\!\Leftarrow Y(x)\,h_1(x) = Y(x)\int_0^x h(x-t)\,h_1(t)\,\mathrm{d}t\,;$$

on retombe sur le produit de convolution classique dont on a isi une généralisation.

Notons que $(\mathrm{d}^m/\mathrm{d}x^m)\,S = \delta^{(m)}(x) \Rightarrow\!\!|\!\Leftarrow S$.

3. Transformation de Laplace des distributions

p étant une variable complexe et S une distribution de $(\mathcal{S}'_+)$, on montre que $< S, \exp(-px) > = S(p)$ existe et est une fonction holomorphe de p dans un demi-plan $\mathcal{R}e\, p > b$. $S(p)$ est la transformée de Laplace de S; S est l'original de $S(p)$. On note $S(p) \sqsubset S$ ou $S \sqsupset S(p)$.

Moyenant les formules ci-dessus, on a les règles:

(13) $$(\partial/\partial p)\,S(p) \sqsubset -x\,S,$$

(14) $$S(p)\,S_1(p) \sqsubset S \Rightarrow\!\!|\!\Leftarrow S_1,$$

(15) $$p^n\,S(p) \sqsubset (\mathrm{d}^n/\mathrm{d}x^n)\,S,$$

(16) $$\exp(-cp)\,S(p) \sqsubset t_c\,S,$$

(17) $$S(p+\xi) \sqsubset \exp(-\xi x)\,S,$$

$t_c S$ est une translatée de S, définie par $< t_c S, \varphi(x) > = < S, \varphi(x-c) >$, $\forall \varphi(x) \in (\mathcal{S})$; $t_c S = \delta(x-c) \Rightarrow\!\!|\!\Leftarrow S$ et si $S = Y(x)\,h(x)$, $t_c S = Y(x-c)\,h(x-c)$. (15) est un cas particulier de (14), car

(18) $$1 \sqsubset \delta(x), \quad p^n \sqsubset \delta^{(n)}(x), \quad n \text{ entier}.$$

Si $S = Y(x-c)\,h(x)$, $h(x)$ étant localement sommable et à croissance lente,

$$S(p) = \int_c^\infty h(x)\exp(-px)\,dx,$$

ce qui montre que la transformation de Laplace des distributions prolonge la conception classique de cette transformation. De même, les règles (13)...(17) sont à la base d'un *Calcul Symbolique* qui prolonge aux distributions le Calcul Symbolique classique.

Exemple. Imposons à la fonction $h(x)$ ci-dessus d'être continue et dérivable pour $x \geqslant 0$, et posons $H(p) \sqsubset Y(x)\,h(x)$. Alors, d'après (15) et (9),

$$pH(p) \sqsubset (\mathrm{d}/\mathrm{d}x)\,Y(x)\,h(x) = Y(x)\,h'(x) + h(0)\,\delta(x),$$

ou encore, d'après (18),

$$Y(x)\,h'(x) \sqsupset pH(p) - h(0),$$

relation bien connue du Calcul Symbolique classique.

4. Inversion de la transformation de Laplace

Dans la conception classique de cette transformation une fonction $F(p)$ donnée n'est la transformée d'une fonction $f(x)$ à support sur $(0, \infty)$ que si elle est holomorphe dans un demi-plan $\mathcal{R}e\, p > b$ et décroissante d'une certaine manière [3] quand $|p| \to \infty$. D'après le théorème de L. Schwartz rappelé au début, les transformées des distributions sont moins exigeantes.

Nous allons indiquer comment on peut obtenir l'original S d'une $S(p)$ satisfaisant au théorème.

Si, quand $|p| \to \infty$, $|S(p)| < A/|p|$, (A nombre), son cas relève de la transformation classique.

Le cas qui nous intéresse est donc celui où $|S(p)|$ est majoré par un polynome en $|p|$ de degré N. Alors, $S(p)/p^{N+2}$, dont le module admet une majoration $A/|p|^2$, a, d'après la théorie classique, un origina unique, la fonction *continue* $k(x)$, support contenu dans $(0, \infty)$, donnée par l'intégrale de Bromwich-Wagner:

$$k(x) = \frac{1}{2i\pi} \int_{\xi - i\infty}^{\xi + i\infty} \frac{S(p)}{p^{N+2}} \exp(xp)\, dp, \quad \xi > b. \tag{19}$$

Et d'après (15)

$$S(p) \sqsubset (d^{N+2}/dx^{N+2})\, k(x) = S. \tag{20}$$

La solution générale de notre problème est donc donnée par une dérivée au *sens des distributions.*

$k(x)$ pouvant s'écrire (en précisant son support) $Y(x-c)\, g(x)$, $c \geqq 0$, on obtiendra, dans de nombreux cas, grâce aux formules (5)...(9), S sous forme d'une somme de pseudo-fonctions et de distributions ponctuelles, par exemple:

$$S = \mathrm{Pf}\ Y(x-c)\, g_1(x) + \sum_{j,k} a_{jk}\, \delta^{(k)}(x - c_j),$$

$g_1(x)$ continue presque-partout.

Il arrive souvent que l'original de $S(p)/p^{N+2}$ (ou même de $S(p)/p^{N+1}$) est connu ou donné dans des tables; alors S est donnée par (20) sans recours à l'intégrale (19).

Exemples.

a) $$p^{n-\alpha} \sqsubset \mathrm{Pf}\ Y(x)\, x^{-n-1+\alpha}/\Gamma(-n-\alpha), \quad n \text{ entier} > 0, \quad 0 < \mathcal{R}e\, \alpha < 1,$$

résultat obtenu en appliquant (15) et (6) à

$$p^{-\alpha} \sqsubset Y(x)\, x^{\alpha-1}/\Gamma(\alpha).$$

b) Les formules (18) résultent de l'application de (15) et (5) à la correspondance bien connue $1/p \sqsubset Y(x)$.

c) En appliquant (15), (9) et (5) à

$$1/(p + \xi) \sqsubset Y(x) \exp(-\xi x),$$

on obtient

$p/(p+\xi) \sqsubset -\xi\, Y(x) \exp(-\xi x) + \delta(x)$, $p^2/(p+\xi) \sqsubset \xi^2\, Y(x) \exp(-\xi x) - \xi\delta(x) + \delta'(x)$.

d) $$\log Cp \sqsubset -\mathrm{Pf}\; Y(x)\, 1/x\,,$$

$$(-p)^n \log Cp \sqsubset -\mathrm{Pf}\; Y(x)\, n!/x^{n+1} + (-1)^n \Big[\sum_1^n (1/j)\Big]\, \delta^{(n)}(x)\,,$$

C étant la constante d'Euler ($= 0{,}577...$). Ces résultats sont obtenus au moyen de $\dfrac{\log Cp}{p} \sqsubset -Y(x) \log x$ et de (8).

e) En posant $r = \sqrt{p^2+1}$ et en désignant par $\mathrm{N}(x)$ la fonction de Bessel de 2me espèce, on trouve

$$(p/r) \log(p+r) \sqsubset (\pi/2)\; \mathrm{Pf}\; Y(x)\, \mathrm{N}_1(x) - [\log(C/2)]\, \delta(x)$$

en opérant sur

$$(1/r) \log(p+r) \sqsubset -(\pi/2)\, Y(x)\, \mathrm{N}_0(x)\,.$$

f) $$\log Cr \sqsubset -\mathrm{Pf}\; Y(x)\, \frac{\cos x}{x}\,.$$

Pour l'établir, il suffit de remarquer que $\log Cr = [\log C(p+\mathrm{i}) + \log C(p-\mathrm{i})]/2$, e qu'en joignant la règle (17) à l'exemple d) on obtient $\log C(p \pm \mathrm{i}) \sqsubset -\mathrm{Pf}\; Y(x)\, \dfrac{\exp(\pm \mathrm{i}x)}{x}$.

On remarquera en outre que, d'après (13),

$$(\partial/\partial p) \log Cr = [p/(p^2+1)] \sqsubset -Y(x) \cos x\,,$$

relation bien connue en Calcul Symbolique.

5. Applications

a) n étant un entier > 0 et $0 < \mathcal{R}e\, \alpha < 1$, posons $n - \alpha = \nu$ et cherchons $S_\nu \in (\mathcal{S}'_+)$ telle que

(21) $$Y(x)\, x^{\nu-1}/\Gamma(\nu) \gtrless S_\nu = \delta(x)\,.$$

La transformée $S_\nu(p)$ satisfait donc à l'équation $p^{-\nu} S_\nu(p) = 1$, d'où

$$S_\nu(p) = p^\nu \sqsubset \mathrm{Pf}\; Y(x)\, x^{-\nu-1}/\Gamma(-\nu) = S_\nu\,.$$

On va mettre S_ν sous une forme plus intéressante ; en effet, en tenant compte de (14)

$$S_\nu(p) = p^{-\alpha} p^n \sqsubset Y(x)\, x^{\alpha-1}/\Gamma(\alpha) \gtrless \delta^{(n)}(x) = S_\nu\,.$$

Soit alors $\Phi(x)$ une fonction continue partout et nulle pour $x \leqslant 0$, dotée en outre de dérivées jusqu'à l'ordre n ayant aussi cette propriété :

$$X_\nu(x) = S_\nu \gtrless \Phi(x)\, x^{\alpha-1}/\Gamma(\alpha) \gtrless \Phi^{(n)}(x) = Y(x) \int_0^x \frac{u^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}\, \Phi^{(n)}(x-u)\, du\,.$$

Or, d'après (21),

$$Y(x)\, x^{\nu-1}/\Gamma(\nu) \gtrless X_\nu(x) = Y(x)\, x^{\nu-1}/\Gamma(\nu) \gtrless S_\nu \gtrless \Phi(x) = \delta(x) \gtrless \Phi(x) = \Phi(x)\,,$$

donc $X_\nu(x)$ est solution de l'équation intégrale

$$\int_0^x \frac{u^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)}\, X_\nu(x-u)\, du = \Phi(x).$$

Le premier membre est l'intégrale de Riemann-Liouville qui définit une primitive d'ordre ν de $X_\nu(x)$. Par conséquent, $X_\nu(x)$ apparaît comme la dérivée d'ordre ν de $\Phi(x)$ (cf. [2], t. **II**, p. 30 ; [4]).

b) Cherchons maintenant la distributions S solution de

$$22) \qquad Y(x)(1+\xi x) \gtrless S = \delta(x).$$

Sa transformée est solution de $(1/p+\xi/p^2)\,S(p)=1$, d'où $S(p)=p^2/(p+\xi)=-\xi p'(p+\xi)+p$.
Puis, d'après l'exemple c), $S=\xi^2\,Y(x)\exp(-\xi x)-\xi\delta(x)+\delta'(x)$.
D'après (22), si $T\in(\mathcal{S}'_+)$, $U=S\gtrless T$ est solution de $Y(x)(1+\xi x)\gtrless U=T$.
Si $h(x)$ est une fonction continue dérivable telle que $T=Y(x)\,h(x)\in(\mathcal{S}'_+)$, alors

$$U=Y(x)\left\{\xi^2\int_0^x \exp[-\xi(x-u)]\,h(u)\,du-\xi h(x)+h'(x)\right\}+h(0)\delta(x)$$

est la solution de $Y(x)(1+\xi x)\gtrless U=Y(x)\,h(x)$. On en déduit facilement que la *fonction* $j(x)=\xi^2\int_0^x \exp[-\xi(x-u)]\,h(u)\,du-\xi h(x)+h'(x)$ est *une solution particulière* de l'équation $\int_0^x (1+\xi x-\xi u)\,j(u)\,du=h(x)$, avec $h(0)=0$, $x\geqslant 0$, où il n'intervient que des *fonctions*.

6. Conclusions

Nous avons essayé ici de dégager l'intérêt du Calcul Symbolique des distributions, en nous bornant à l'espace $(\mathcal{S}'_+)$. On trouvera une étude plus générale et plus détaillée dans le livre de Jean Lavoine [5]. On y trouvera aussi une table de transformées de Laplace renfermant plusieurs centaines de correspondances.

Centre National des Recherches Scientifiques, Paris,
Faculté libre des Sciences, Lille,
France

BIBLIOGRAPHIE

1. Schwartz L., Communic. du Sém. math. de l'Univ. de Lund, 1952, pp. 196—206.
2. — *Théorie des distributions*, t. **I**, 1950 ; t. **II**, 1951, Hermann, Paris.
3. Parodi M., *Applications physiques de la transformée de Laplace*, CNRS, Paris, 1948, pp. 7—8.
4. Riesz M., Acta math., 1949, **81**, pp. 1—223.
5. Lavoine J., *Calcul symbolique, distributions et pseudofonctions*, CNRS, 1958, Paris.

ОБ ОДНОМ ОБОБЩЕНИИ СИМВОЛИЧЕСКОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

(Резюме)

Указываются некоторые практические следствия теорем Л. Шварца [1], состоящие в частности в распространении символического исчисления на распределения, например в $(\mathcal{S}'_+)$.

ASUPRA UNEI GENERALIZĂRI A CALCULULUI SIMBOLIC CU AJUTORUL DISTRIBUŢIILOR

(Rezumat)

Se indică unele consecinţe ale teoremelor lui L. Schwartz [1] constînd, în particular, în extinderea calculului simbolic la distribuţii, de exemplu în $(\mathcal{S}'_+)$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUA
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 517.948.33

ASUPRA ECUAŢIEI FUNCŢIONALE $f(x+y)=f(x)f(y)$ ÎN CALCULUL MATRICIAL

DE

ARSENIE OPREA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. I se datoreşte lui G. Polya [1] studiul ecuaţiei funcţionale:

$$f(x+y)=f(x)f(y) \tag{1}$$

unde $f(x)$ este o matrice pătrată, funcţie de variabila reală x. În ipoteza diferenţiabilităţii funcţiei $f(x)$, cel puţin într-un punct, elementele lui $f(x)$ sînt de forma $\sum_i P_i(x)\,e^{a_i x}$, unde a_i sînt constante iar $P_i(x)$ polinoame.

În cele ce urmează vom stabili unele rezultate relative la soluţiile aceleiaşi ecuaţii (1) considerînd însă că x este de asemenea o matrice variabilă.

2. Vom utiliza următoarele notaţii. Prin x înţelegem matricea pătrată (n, n): $x=(x_{ij})$, $(i, j=1, 2, \ldots, n)$, unde x_{ij} sînt variabile complexe. $f(x)$ reprezintă o funcţie matrice de tipul (ν, ν) de variabilă matricială x, adică cele ν^2 elemente ale ei; f_{ij} sînt funcţii scalare de x. Restul notaţiilor vor fi cele obişnuite din calculul matricial.

3. Să considerăm ecuaţia funcţională (1) în sensul specificat mai sus. Se obţin, fără dificultate, următoarele rezultate:

a) $f(x)f(y)=f(y)f(x)$;

b) fie $f(x)$ o soluţie a ecuaţiei (1), nesingulară pentru o valoare x^* a lui x. Atunci $f(x)$ este mereu nesingulară.

În adevăr, fie $|f(x^*)|\neq 0$. Din ecuaţia (1) avem $|f(x^*)|=|f(x)|\times|f(x^*-x)|$. Cum membrul din stînga este $\neq 0$, urmează că ambii factori din membrul drept nu sînt nuli şi, în consecinţă, $|f(x)|\neq 0$ pentru orice x.

c) Făcînd în ecuaţia (1) $y=0$ rezultă $f(x)=f(x)f(0)$ şi dacă presupunem că $|f(x)|\neq 0$ măcar pentru o valoare a lui x, atunci, ţinînd seama de proprietatea b), rezultă obligator că $f(0)=E$, unde E este matricea unitate.

d) Ecuaţia (1) are, între altele, soluţia constantă $f(x)=E$.

e) Dacă $f(x)$ este o soluţie a ecuaţiei (1) şi A o matrice nesingulară atunci $\Phi(x)=A^{-1}f(x)A$ este de asemenea o soluţie a aceleiaşi ecuaţii.

În particular rezultă că dacă în soluţia $f(x)$ se face o permutare de linii sau de coloane, se obţine de asemenea o soluţie, deoarece fiecare atare permutare se poate obţine din $f(x)$ prin înmulţirea la dreapta şi la stînga cu o matrice A, respectiv A^{-1}.

4. În acest paragraf vom determina soluţiile analitice ale ecuaţiei (1).

Prin $\partial f(x)/\partial x_{ij}$ înţelegem matricea obţinută din $f(x)$ prin derivarea tuturor elementelor sale în raport cu variabila x_{ij}. De asemenea să notăm $x+y=z$; de unde $x_{ij}+y_{ij}=z_{ij}$.

Derivînd ecuaţia (1) în raport cu y_{pq} obţinem:

$$\frac{\partial f(z)}{\partial z_{pq}} = \frac{\partial f(y)}{\partial y_{pq}} f(x).$$

Făcînd $y=0$ şi introducînd notaţia $[\partial f(x)/\partial x_{pq}]_{x=0} = M^{pq}$ se obţine

$$\partial f(x)/\partial x_{pq} = M^{pq} f(x), \quad (p, q = 1, 2, \ldots, n). \tag{2}$$

De aici rezultă:

Teorema 1. *Orice soluţie a ecuaţiei (1), analitică în vecinătatea* $x=0$, *satisface sistemul de ecuaţii cu derivate parţiale liniare de ordinul întîi (2), cu* M^{pq} — *matrice constantă.*

Observaţie. Este clar că diferenţiabilitatea de ordinul unu, în sensul de mai sus, atrage după sine, pe baza ecuaţiilor (2), diferenţiabilitatea de orice ordin.

Sistemul (2) este un sistem de n^2 ecuaţii cu derivate parţiale pentru matricea $f(x)$ şi, în consecinţă, un sistem de $n^2\nu^2$ ecuaţii cu derivate parţiale pentru cele ν^2 funcţii f_{ij}, elemente ale matricii $f(x)$.

Este evident că, în general vorbind, sistemul (2) nu este integrabil. Pentru a fi integrabil este necesar ca coeficienţii matriciali să satisfacă la anumite condiţii. Înainte de a stabili aceste condiţii vom demonstra şi reciproca teoremei 1 şi anume:

Teorema 2. *Dacă* $f(x)$ *este o soluţie a sistemului (2), analitică în vecinătatea matricii nule şi astfel că* $f(0)=E$, *atunci* $f(x)$ *este o soluţie şi a ecuaţiei funcţionale (1).*

Din (2), prin derivări succesive se obţine:

$$\frac{\partial^k f(x)}{\partial x_{p_1 q_1} \partial x_{p_2 q_2} \ldots \partial x_{p_k q_k}} = M^{p_1 q_1} M^{p_2 q_2} \ldots M^{p_k q_k} f(x),$$

pe baza căreia putem scrie:

$$\frac{\partial^k [f(x)f(y) - f(x+y)]}{\partial x_{p_1 q_1} \ldots \partial x_{p_k q_k}} = M^{p_1 q_1} \ldots M^{p_k q_k} [f(x)f(y) - f(x+y)].$$

Dar pentru $x=0$, admiţînd că $f(0)=E$, avem $f(x)f(y) - f(x+y) = f(y)f(0) - f(y)$. Urmează, în consecinţă, că funcţia $f(x)f(y) - f(x+y)$ are, pentru orice y, derivate de orice ordin, nule în $x=0$. Deci:

$f(x+y)-f(x)f(y)\equiv 0$, deoarece dezvoltarea taylorianã a acestei funcții după puterile celor n^2 variabile y_{ij} are toți coeficienți egali cu matricea nulă și, în consecință, teorema este stabilită.

În ce privește condițiile pe care trebuie să le satisfacă matricile constante M^{pq} pentru ca să fie asigurată integrabilitatea sistemului (2), acestea decurg fără nici o dificultate din condițiile de integrabilitate ale ecuațiilor cu derivate parțiale de ordinul întîi.

Cum sistemul (2) este un sistem normal, condițiile de integrabilitate sînt tocmai:

$$\partial^2 f(x)/\partial x_{p_1 q_1}\partial x_{p_2 q_2} = \partial^2 f(x)/\partial x_{p_2 q_2}\partial x_{p_1 q_1}$$

ceea ce, în baza notațiilor noastre, se reduce la:

$$M^{p_1 q_1} M^{p_2 q_2} = M^{p_2 q_2} M^{p_1 q_1}, (p_1, q_1; p_2, q_2 = 1,2,3,\ldots,n). \tag{3}$$

Cu alte cuvinte avem:

Teorema 3. *Condițiile de integrabilitate ale sistemului (2) se exprimă prin comutativitatea matricilor* M^{pq}.

Soluția $f(x)$ a sistemului (2) cu $f(0)=E$, și în consecință și a ecuației (1), poate fi prezentată deci prin seria Taylor:

$$f(x) = E + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!}\left[\sum_{\substack{p_1,\ldots,p_k \\ q_1,\ldots,q_k}} \frac{\partial^k f(x)}{\partial x_{p_1 q_1}\ldots\partial x_{p_k q_k}} x_{p_1 q_1} x_{p_2 q_2}\ldots x_{p_k q_k}\right]. \tag{4}$$

Problema convergenței acestei serii este extrem de simplă și ea este garantată într-o vecinătate a matricii nule.

În cele de mai sus am presupus faptul că $f(x)$ este nesingulară pentru cel puțin o valoare a lui x, ceea ce a atras după sine faptul că $f(x)$ era nesingulară permanent, iar $f(0)=E$. Soluția analitică găsită în acest caz și a cărei dezvoltare tayloriană este dată de formula (4), nu este altceva decît funcția matricială e^{ax} unde a este o matrice constantă nesingulară. Așadar va prezenta interes studiul soluțiilor analitice ale ecuației (1), unde soluția $f(x)$ este singulară cel puțin pentru o valoare a lui x. Studiul acestui caz va face obiectul unei Note viitoare.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de matematici

BIBLIOGRAFIE

1. Polya G., Sitzungsber. der Preuss. Akad. d. Wiss., 1928, **X**, *22*, S. 96—99.

О ФУНКЦИОНАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ $f(x+y)=f(x)f(y)$ В МАТРИЧНОМ ИСЧИСЛЕНИИ

(Резюме)

Устанавливаются следующие теоремы:

Теорема 1. *Любое решение уравнения (1) аналитическое в окрестности* $x=0$ *удовлетворяет системе линейных с частными производными, уравнений первого порядка (2) с* M^{pq} *— постоянная матрица.*

Теорема 2. *Если* $f(x)$ *есть решение системы (2), аналитическое в окрестности нулевой матрицы и таким образом, что* $f(0)=E$, *то* $f(x)$ *будет решением и функционального уравнения (1).*

Теорема 3. *Условия интегрирования системы (2) выражаются коммутативностью матриц* M^{pq}.

SUR L'ÉQUATION FONCTIONELLE $f(x,y)=f(x)f(y)$ DANS LE CALCUL MATRICIEL

(Résumé)

On établit les théorèmes suivants:

Théorème 1. *Toute solution de l'équation (1), analytique dans le voisinage* $x=0$, *satisfait le système d'équations linéaires à dérivées partielles du premier ordre (2) avec* M^{pq} *— matrice constante.*

Théorème 2. *Si* $f(x)$ *est une solution du système (2), analytique dans le voisinage de la matrice nulle et telle que* $f(0)=E$, *alors* $f(x)$ *est toutefois une solution de l'équation fonctionelle (1).*

Théorème 3. *Les conditions d'integrabilité du système (2) s'expriment par la commutativité des matrices* M^{pq}.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 531.011

О РЕАКЦИЯХ СВЯЗЕЙ В МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

А. И. ЛУРЬЕ

1. Рассматривается материальная система, подчиненная голономным, стационарным связям и имеющая n степеней свободы. Ее конфигурация задается обобщенными координатами q^α. Мысленно отбросим те связи, реакции которых подлежат определению. Число степеней свободы системы станет равным $n+m$ и для задания конфигурации потребуется ввести еще m параметров q^{n+s}. Выбор этих параметров подчиним условию, чтобы их фиксированным значениям

$$q^{n+s} = q_0^{n+s}, \tag{1.1}$$

соответствовало возвращение к первоначальной системе, называемой далее для краткости системой M_0; система M_0, освобожденная от m связей, обозначается M.

Кинетическая энергия системы M определяется выражением

$$T = \frac{1}{2}\left(g_{\alpha\beta}\dot{q}^\alpha\dot{q}^\beta + 2\,g_{\alpha,\,n+s}\dot{q}^\alpha\dot{q}^{n+s} + g_{n+s,\,n+t}\dot{q}^{n+s}\dot{q}^{n+t}\right), \tag{1.2}$$

где g_{ks} зависят от $q^1, \ldots, q^n, \ldots, q^{n+m}$. Здесь и далее опускаются знаки сумм, суммирование по греческим индексам производится от 1 до n (если не оговорено противное), по латинским — от 1 до m.

Кинетическая энергия системы M_0 по (1.1) равна:

$$T_0 = \frac{1}{2}a_{\alpha\beta}\dot{q}^\alpha\dot{q}^\beta, \tag{1.3}$$

причем

$$a_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta}(q^1, \ldots, q^n,\ q_0^{n+1}, \ldots, q_0^{n+m}). \tag{1.4}$$

Известно, что движение системы M можно трактовать как движение „изображающей точки“ в Римановом многообразии S_{n+m}, с квадратом элемента дуги $T\,dt^2$, причем g_{sk}, $(s, k = 1, 2, \ldots, n+m)$ являются ковариантными составляющими метрического тензора этого многообразия. Изображающая точка системы M_0 движется в многообразии S_n, погруженном в S_{n+m}.

Движение изображающей точки определяется законом „ускорение“ равно „силе“ [1]

(1.5) $$\mathbf{w} = \mathbf{F} = \mathbf{Q} + \mathbf{R}.$$

Вектор $\mathbf{w}$ называется ускорением, $\mathbf{F}$ — силой. Ковариантные составляющие силы Q_α и $Q_{n+s} + R_{n+s}$ определяются по выражению элементарной работы активных сил

(1.6) $$Q_\alpha \delta q^\alpha + Q_{n+s}\, \delta q^{n+s}$$

на виртуальном перемещении системы M и элементарной работы реакций связей

(1.7) $$R_{n+s}\, \delta q^{n+s}.$$

Задача, которая рассматривается далее, заключается в составлении уравнений движения системы M в точках S_{n+m}, принадлежащих S_n

2. Вектор $\mathbf{b}$ в S_{n+m} может быть представлен в одном из двух видов

(2.1) $$\mathbf{b} = b^\alpha \mathbf{r}_\alpha + b^{n+s} \mathbf{r}_{n+s} = b_\alpha \mathbf{r}^\alpha + b_{n+s} \mathbf{r}^{n+s},$$

причем индексами сверху обозначаются, как всегда, контравариантные, снизу — ковариантные составляющие этого вектора; $\mathbf{r}_\alpha, \mathbf{r}_{n+s}$ — базисные векторы, касательные к соответствующим координатным линиям, а $\mathbf{r}^\alpha$ и $\mathbf{r}^{n+s}$ — векторы взаимного базиса

(2.2) $$\mathbf{r}^\alpha = g^{\alpha\beta} \mathbf{r}_\beta + g^{\alpha, n+s} \mathbf{r}_{n+s}, \quad \mathbf{r}^{n+s} = g^{n+s, \beta} \mathbf{r}_\beta + g^{n+s, n+t} \mathbf{r}_{n+t}.$$

Заметим еще, что ковариантные составляющие метрического тензора определяются скалярными произведениями

(2.3) $$g_{sk} = \mathbf{r}_s \mathbf{r}_k, \quad (s, k = 1, 2, \ldots, n+s),$$

а его контравариантные составляющие g^{sk} — элементами обратной матрицы.

Векторы основного и взаимного базиса ортогональны

(2.4) $$\mathbf{r}^s \mathbf{r}_k = g^{sr} \mathbf{r}_r \mathbf{r}_k = g^{sr} g_{rk} = g^s_k = \begin{cases} 0, & s \neq k, \\ 1, & s = k, \end{cases} \quad (s, k = 1, 2, \ldots, n+m),$$

как следует из определения обратной матрицы.

Вспомнив это, представим вектор $\mathbf{b}$ в виде:

(2.5) $$\mathbf{b} = \tilde{b}^\alpha \mathbf{r}_\alpha + \tilde{b}_{n+t} \mathbf{r}^{n+t}.$$

Тогда по (2.1) и (2.4) найдем

(2.6) $$b_\beta = \mathbf{b}\, \mathbf{r}_\beta = \tilde{b}^\alpha g_{\alpha\beta}, \quad b^{n+q} = \mathbf{b}\, \mathbf{r}^{n+q} = \tilde{b}_{n+t} g^{n+t, n+q}.$$

Переходя в первой группе этих формул к точкам S_{n+m}, принадлежащим S_n, получим соотношения

(2.7) $$(b_\beta)_0 = (\tilde{b}^\alpha g_{\alpha\beta})_0 = (\tilde{b}^\alpha)_0 a_{\alpha\beta}, \quad (\tilde{b}^\alpha)_0 = (b_\beta)_0 a^{\beta\alpha} = (b^\alpha) a,$$

показывающие, что величины $(\tilde{b}^\alpha)_0$ являются контравариантными составляющими вектора $\mathbf{b}$ в метрике S_n. Сложнее обстоит дело со второй группой соотношений (2.6). Имеем, по определению контравариантных составляющих вектора

$$b^{n+q} = g^{n+q,\,\alpha} b_\alpha + g^{n+q,\,n+t} b_{n+t} \tag{2.8}$$

и указанные соотношения переписываются в виде

$$g^{n+t,\,n+q} x_{n+t} = g^{n+q,\,\alpha} b_\alpha\,,\quad x_{n+t} = \tilde{b}_{n+t} - b_{n+t}\,. \tag{2.9}$$

Квадратичная форма $\sum_{s=1}^{n+m}\sum_{k=1}^{n+m} g^{sk} P_s P_k$ является союзной с формой (1.2) и поэтому знакоопределенной; из теоремы Сильвестра отсюда следует положительность определителя системы уравнений (2.9). Следовательно, эта система имеет решение и оно единственное. Будем искать его в виде

$$x_{n+t} = g_{n+t,\,\alpha} y^\alpha\,. \tag{2.10}$$

Тогда заметив, что $g^{n+s}_\alpha = g_{n+t,\,\alpha} g^{n+t,\,n+s} + g_{\gamma\alpha} g^{\gamma,\,n+s} = 0$ получим, вместо (2.9), $g^{n+t,\,n+q} g_{n+t,\,\alpha} y^\alpha = -g_{\gamma\alpha} g^{\gamma,n+s} y^\alpha = g^{n+s,\,\gamma} b_\gamma$ или $g^{n+s,\,\gamma}(b_\gamma + g_{\gamma\alpha} y^\alpha) = 0$. Этой системе можно удовлетворить, полагая $b_\gamma = -g_{\gamma\alpha} y^\alpha$ и в точках S_{n+m}, принадлежащих S_n, имеем $(b_\gamma)_0 = -a_{\gamma\alpha}(y^\alpha)_0$, $(y^\alpha)_0 = -a^{\alpha\gamma}(b_\gamma)_0$. Теперь по (2.9) и (2.10) находим

$$(\tilde{b}_{n+t})_0 = (b_{n+t})_0 - a^{\alpha\gamma}(g_{n+t,\,\alpha})_0 (b_\gamma)_0\,. \tag{2.11}$$

Величины

$$M^\gamma_{n+t} = a^{\alpha\gamma}(g_{n+t,\,\alpha})_0\,, \tag{2.12}$$

как видно из их структуры, вычисляются так: в определителе коэффициентов квадратичной формы T_0

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = |a| \tag{2.13}$$

строка $a_{\gamma 1}, \dots, a_{\gamma n}$ должна быть заменена строкой величин

$$(g_{n+t,1})_0, \dots, (g_{n+t,n})_0\,.$$

Отношение получающегося определителя к $|a|$ равно M^γ_{n+t}. Возвращаясь к (2.5) и (2.7), получаем следующее представление вектора $\mathbf{b}$, заданного S_{n+m}:

$$(\mathbf{b})_0 = (\mathbf{b}^\alpha)_a (r_\alpha)_0 + [(b_{n+t})_0 - M^\alpha_{n+t}(b_\alpha)_a](\mathbf{r}^{n+t})_0 \tag{2.14}$$

в точках S_n. Здесь $(b^\alpha)_a$, $(b_\alpha)_a$ — контра- и ковариантные составляющие вектора $(\mathbf{b})_0$ в метрике S_n, $(b_{n+t})_0$ — его ковариантные составля-

ющие в метрике S_{n+m} в точках S_n. Векторы $(\mathbf{r}_\alpha)_0$ являются базисными векторами многообразия S_n; $(\mathbf{r}^{n+t})_0$ — ортогональная многообразию S_n система m векторов, принадлежащих S_{n+m} и рассматриваемых в точках S_n. Формула (2.13) дает представление в S_{n+m} вектора $(\mathbf{b})_0$ в виде геометрической суммы вектора $(b^\alpha)_a(\mathbf{r}_\alpha)_0$ принадлежащего многообразию S_n и непринадлежащего ему ортогонального вектора

$$[(b_{n+t})_0 - M^\alpha_{n+t}(b_\alpha)_a](\mathbf{r}^{n+t})_0.$$

Например, при $n=2$ и $n+m=3$ это выражение дает представление трехмерного вектора в форме слагаемого в касательной плоскости поверхности S_2 и ортогонального к ней вектора.

3. Вернемся теперь к нашей задаче. Применив (2.14) к вектору силы, получим

$$\mathbf{F} = \mathbf{Q} + \mathbf{R} = (Q^\alpha)_a(\mathbf{r}_\alpha)_0 + [(Q_{n+t})_0 - M^\alpha_{n+t}(Q_\alpha)_a](\mathbf{r}^{n+t})_0 + (R_{n+t})_0(\mathbf{r}^{n+t})_0. \tag{3.1}$$

Вспоминая еще известные выражения ковариантных и контравариантных составляющих вектора ускорения $\mathbf{w}$ и учитывая (1.1), имеем

$$(w^\alpha)_a = \ddot{q}^\alpha + \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta\gamma \end{matrix} \right\}_a \dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma, \quad (w_\alpha)_a = a_{\alpha\beta}\ddot{q}^\beta + [\beta,\gamma;\alpha]_a \dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma, \tag{3.2}$$

$$(w_{n+t})_0 = (g_{n+t,\beta})_0 \ddot{q}^\beta + [\beta,\gamma;n+t]_0 \dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma. \tag{3.3}$$

Здесь

$$[\beta,\gamma;r]_0 = \frac{1}{2}(\partial g_{\beta r}/\partial q^\gamma + \partial g_{\gamma,r}/\partial q^\beta - \partial g_{\beta\gamma}/\partial q^r)_0 \tag{3.4}$$

— символы Кристоффеля первого рода, а

$$\left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta\gamma \end{matrix} \right\}_a = a^{\delta\alpha}[\beta,\gamma;\delta]_a \tag{3.5}$$

— второго рода.

Выражение вектора ускорения системы M в точках S_n по (2.14) теперь записывается в виде

$$(\mathbf{w})_0 = \left[\ddot{q}^\alpha + \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta\gamma \end{matrix} \right\}_a \dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma\right](\mathbf{r}_\alpha)_0 + \{(g_{n+t,\beta})_0 \ddot{q}^\beta + [\beta,\gamma;n+t]_0 \dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma - M^\alpha_{n+t}(a_{\alpha\beta}\ddot{q}^\beta + [\beta,\gamma;\alpha]_a \dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma)\}(\mathbf{r}^{n+t})_0. \tag{3.6}$$

Из формулы (3.1) и (3.6) поуравнению движения (1.5) теперь получаем: во-первых, уравнения движения системы M_0, разрешенные относительно обобщенных ускорений

$$\ddot{q}^\alpha + \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta\gamma \end{matrix} \right\}_a \dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma = (Q^\alpha)_a = a^{\alpha\beta}(Q_\beta)_a \tag{3.7}$$

и, во-вторых, формулы, определяющие искомые реакции

$$(3.8)\qquad (R_{n+t})_0 = \underline{M^a_{n+t}(Q_a)_a} - (Q_{n+t})_0 + \{(g_{n+t,\beta})_0 \ddot{q}^\beta + $$

$$+ [\beta,\gamma;n+t]_0 \dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma - \underline{M^a_{n+t}(a_{a\beta}\ddot{q}^\beta + [\beta,\gamma;\alpha]_a \dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma)}\}, \quad (t = 1,2,\ldots,m).$$

Эти формулы значительно упрощаются. Во-первых, заметим, что уравнения движения (3.7), записанные через контравариантные составляющие ускорения, в ковариантной записи имеют вид

$$(3.9)\qquad a_{a\beta}\ddot{q}^\beta + [\beta,\gamma;\alpha]\dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma = (Q_a)_a$$

и подчеркнутые в (3.8) слагаемые сокращаются. Во-вторых, с помощью (3.7) следует из (3.8) исключить $\ddot{q}^\beta$. Получим

$$(3.10)\qquad (R_{n+t})_0 = -(Q_{n+t})_0 + \left\{[\beta,\gamma;n+t]_0 - \left\{\begin{matrix}\delta\\ \beta\gamma\end{matrix}\right\}_a (g_{n+t,\delta})_0\right\}\dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma + $$
$$+ a^{\delta\beta}(g_{n+t,\delta})_0 (Q_\beta)_a.$$

Воспользовавшись (3.5) и (2.12) можно эти выражения записать также в виде [2]

$$(3.11)\qquad (R_{n+t})_0 = M^a_{n+t}(Q_a)_0 - (Q_{n+t})_0 + ([\beta,\gamma;n+t]_0 - $$
$$- M^a_{n+t}[\beta,\gamma;\alpha]_a)\dot{q}^\beta \dot{q}^\gamma, \quad (t = 1,2,\ldots,m).$$

Вывод этих выражений обобщенных сил реакций связей был целью этой статьи. Нам представляется, что она не лишена значения в двух смыслах. Во-первых, формулы (3.11) практически полезны, так как вычисление по ним несложно, поскольку, как это следует из формул (2.12) и (3.4), не требуется знания полного выражения (1.2) кинетической энергии T. Достаточно определить коэффициенты $g_{a\beta}$ с точностью до первых степеней разностей $q^{n+s} - q_0^{n+s}$

$$(3.12)\qquad g_{a\beta} = a_{a\beta} + (\partial g_{a\beta}/\partial q^{n+s})_0 (q^{n+s} - q_0^{n+s}), \quad (\alpha,\beta = 1,2,\ldots,n)$$

и знать коэффициенты $g_{n+t,a}$ лишь при нулевых значениях этих разностей; знание величин $g_{n+t,\,n+s}$ излишне. Для вычисления $(Q_{n+t})_0$ требуется составить выражение элементарной работы активных сил при освобождении связей. Заметим еще, что реакции можно находить по одиночке, независимо одна от другой (для каждого фиксированного t).

Во-вторых, нам представляется поучительным использование в ходе вывода хотя бы словесно введенных геометрических образов. Движение системы M_0 — это движение изображающей точки в S_n. Чтобы найти реакции, надо ввести в рассмотрение объемлющее многообразие S_{n+m}. Реакции идеальных связей ортогональны S_n; они определяются ортогональной этому многообразию частью вектора ускорения $\mathbf{w}$ в S_{n+m}, тогда как разыскание движения системы M_0 требует знания лишь при-

надлежащей S_n части этого вектора. Материальной точке, движущейся на гладкой поверхности, здесь сопоставлена изображающая точка в S_n, а реакции поверхности — ортогональной этому многообразию вектор **R**, правило вычисления которого даны.

Поступила 20 VI 1960 г.

Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Synge J. L., Phil. Trans. Roy. Soc., London, Ser. A, 1926, **226**, pp. 31-106.
2. Лурье А. И., ПММ, 1957, **21**, 6, стр. 759-768.

ON THE REACTIONS OF CONSTRAINTS IN MECHANICAL SYSTEMS

(Summary)

The motion of a mechanical system M_0 with stationary holonomic constraints is put into conformance with that of a point in Riemannian manifold S_n. m constraints set free correspond to transition to overlapping manifold S_{n+m}. The generalized reactions of constraints are determined by a part of acceleration vector in S_{n+m} orthogonal to S_n and by quantities $(Q_{n+t})_0$, derived from the expression of a virtual work of active forces due to displacements for unchained constraints.

ASUPRA REACŢIILOR DE LEGĂTURĂ A SISTEMELOR MECANICE

(Rezumat)

Mişcarea unui sistem mecanic M_0 cu legături olonome staţionare este pusă în corespondenţă cu mişcarea unui punct într-o varietate riemanniană S_n. Eliberarea de m legături corespunde trecerii la varietatea S_{n+m} care o conţine pe cea precedentă. Reacţiile generalizate ale legăturilor sînt determinate prin componenta vectorului acceleraţie în S_{n+m} ortogonală pe S_n şi prin mărimile $(Q_{n+t})_0$ ce se deduc din expresia lucrului mecanic virtual al forţelor active, corespunzător deplasărilor pentru legăturile înlăturate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 539.413

STRESS DISTRIBUTION AROUND TWO RIGID CIRCULAR INCLUSIONS IN AN INFINITE ELASTIC PLATE UNDER GENERALISED PLANE SHEAR

BY

P. P. CHATTARJI AND S. B. DUTT

1. Introduction

Owing to great practical importance in Engineering application the problems of circular holes in a stressed plate have been discussed by various authors (Jeffery (1921) [1], Weinel (1937) [2], Ghosh (1939) [3], Barjansky (1944) [4], Ling (1948) [5], Sen Gupta (1951) [6]). But corresponding problems of inclusion have not received much attention. Recently Saleme (1958) [7], has studied the stress distribution around a circular inclusion in a semi-infinite elastic plate under tension parallel to the straight edge. In the present paper solutions in bipolar coordinates are given for an infinite plate with two circular rigid inclusions subjected to the action of a uniform shear S at infinity.

2. Mathematical treatment

In this section we recall briefly Jeffery's (*loc. cit.*) general solution of the two-dimensional field equations referred to bipolar coordinates as defined by the transformation

$$\alpha + i\beta = \log\{[x + i(y + a)]/[x + i(y - a)]\}, \tag{1}$$

where x, y are the cartesian coordinates and a is a positive length and is the ordinate of one of the poles. The limits for α are $-\infty < \alpha < \infty$ and those for β are $-\pi \leqslant \beta \leqslant \pi$.

Solving for x and y, we have

$$x = (a \sin\beta)/(\cosh\alpha - \cos\beta), \quad y = (a \sinh\alpha)/(\cosh\alpha - \cos\beta); \tag{2}$$

so that from the relation $1/h^2 = (\partial x/\partial\alpha)^2 + (\partial y/\partial\alpha)^2$, we get

$$h = (\cosh\alpha - \cos\beta)/a, \tag{3}$$

$1/h$ being the „stretch-ratio" of the transformation (1).

The curves $\alpha = \text{const.}$ are a set of coaxial circles having the two poles $A\ (0, a)$ and $B\ (0, -a)$ for limiting points. The circles corresponding to positive values of α lie above the axis of x, while those corresponding to negative values lie below. The axis of x is given by $\alpha = 0$. The radius of the circle α is a cosech α, while the coordinates of its centre are $(0, a \coth \alpha)$.

The curves $\beta = \text{const.}$ are a system of circles passing through the limiting points A, B and intersecting the other set of circles orthogonally. β is positive on the right-hand side of the y-axis and negative on the left-hand side. While on the y-axis $\beta = 0$, except on the segment AB where $\beta = \pm \pi$. At infinity, $\alpha = 0$, $\beta = 0$ and at the limiting points, $\alpha \to \infty$ and $\alpha \to -\infty$ respectively. The two equal circles are given by $\alpha = \pm \alpha_0$.

The stress function χ satisfies the differential equation

$$(4) \qquad [\partial^4/\partial\alpha^4 + 2\,\partial^4/(\partial\alpha^2\,\partial\beta^2) + \partial^4/\partial\beta^4 - 2\,\partial^2/\partial\alpha^2 + 2\,\partial^2/\partial\beta^2 + 1]\ (h\chi) = 0.$$

The stress in terms of the stress function are given by [1],

$$(5) \qquad \begin{cases} a\,\widehat{\alpha\alpha} = [(\cosh\alpha - \cos\beta)\,\partial^2/\partial\beta^2 - \sinh\alpha\,\partial/\partial\alpha - \sin\beta\,\partial/\partial\beta + \cosh\alpha]\ (h\chi), \\ a\,\widehat{\beta\beta} = [(\cosh\alpha - \cos\beta)\,\partial^2/\partial\alpha^2 - \sinh\alpha\,\partial/\partial\alpha - \sin\beta\,\partial/\partial\beta + \cos\beta]\ (h\chi), \\ a\,\widehat{\alpha\beta} = -(\cosh\alpha - \cos\beta)\,[\partial^2/(\partial\alpha\partial\beta)]\ (h\chi). \end{cases}$$

Whence, we get

$$(5\,a) \qquad a\,(\widehat{\alpha\alpha} - \widehat{\beta\beta}) = (\cosh\alpha - \cos\beta)\,[\partial^2/\partial\beta^2 - \partial^2/\partial\alpha^2 + 1]\ (h\chi).$$

The components of displacement are

$$(6) \qquad \begin{cases} Eu_\alpha = (1-\nu)\,[\partial/\partial\alpha - (\sinh\alpha)/(\cosh\alpha - \cos\beta)]\ (h\chi) - \\ \qquad\qquad - [\partial/\partial\beta - (\sin\beta)/(\cosh\alpha - \cos\beta)]\ (hQ), \\ Eu_\beta = (1-\nu)\,[\partial/\partial\beta - (\sin\beta)/(\cosh\alpha - \cos\beta)]\ (h\chi) + \\ \qquad\qquad + [\partial/\partial\alpha - (\sinh\alpha)/(\cosh\alpha - \cos\beta)]\ (hQ), \end{cases}$$

where the associated displacement function (hQ) satisfies the differential equations

$$(7) \qquad \begin{cases} [\partial^2/(\partial\alpha\,\partial\beta)]\ (hQ) = [\partial^2/\partial\alpha^2 - \partial^2/\partial\beta^2 - 1]\ (h\chi), \\ [\partial^2/\partial\alpha^2 - \partial^2/\partial\beta^2 - 1]\ (hQ) = 4\,[\partial^2/(\partial\alpha\,\partial\beta)]\ (h\chi). \end{cases}$$

Since the inclusions are rigid we must have

$$(8) \qquad u_\alpha = u_\beta = 0 \text{ on } \alpha = \pm \alpha_0.$$

3. Infinite plate containing two circular inclusions under the action of a uniform shear at infinity

If S be the applied shear in the plane of the plate, we may take the stress function at a great distance from the inclusion as

$$\chi_0 = -Sxy, \tag{9}$$

so that

$$h\chi_0 = -(aS\sinh\alpha\sin\beta)/(\cosh\alpha - \cos\beta). \tag{10}$$

The cartesian components of displacement corresponding to (9) are

$$\begin{cases} 2\mu u_{0x} = -\partial\chi_0/\partial x = Sy = (aS\sinh\alpha)/(\cosh\alpha - \cos\beta), \\ 2\mu u_{0y} = -\partial\chi_0/\partial y = Sx = (aS\sin\beta)/(\cosh\alpha - \cos\beta), \end{cases} \tag{11}$$

so that the bipolar components of displacement are

$$\begin{cases} Eh u_{0\alpha} = S(1+\nu)\sin\beta(1 - \sinh^2\alpha - \cosh\alpha\cos\beta)/[2(\cosh\alpha - \cos\beta)], \\ Eh u_{0\beta} = S(1+\nu)\sinh\alpha(1 + \sin^2\beta - \cosh\alpha\cos\beta)/[2(\cosh\alpha - \cos\beta)], \end{cases} \tag{12}$$

and these have different expansions on different sides of the line $\alpha = 0$.

Thus for $\alpha > 0$, we have

$$\begin{cases} Eh u_{0\alpha} = S(1+\nu)\left(\cosh\alpha\sin\beta - 4\sinh^2\alpha\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n\alpha}\sin n\beta\right), \\ Eh u_{0\beta} = S(1+\nu)\left(-1 + e^{-2\alpha} - \sinh\alpha\cos\beta + 4\sinh^2\alpha\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n\alpha}\cos n\beta\right), \end{cases} \tag{13}$$

and for $\alpha < 0$,

$$\begin{cases} Eh u_{0\alpha} = S(1+\nu)\left(\cosh\alpha\sin\beta - 4\sinh^2\alpha\sum_{n=1}^{\infty} e^{n\alpha}\sin n\beta\right), \\ Eh u_{0\beta} = S(1+\nu)\left(-1 + e^{2\alpha} + \sinh\alpha\cos\beta + 4\sinh^2\alpha\sum_{n=1}^{\infty} e^{n\alpha}\cos n\beta\right). \end{cases} \tag{14}$$

For complete stress function we have to add to χ_0 a stress function χ_1 which will give no stress at infinity and is such that the complete stress function gives no displacement over the boundaries $\alpha = \pm\alpha_0$.

We assume as a solution of equation (4)

$$h\chi_1 = aS\left\{C_1\sinh 2\alpha\sin\beta + \sum_{n=2}^{\infty}[C_n\sinh(n+1)\alpha + D_n\sinh(n-1)\alpha]\sin n\beta\right\}, \tag{15}$$

so that the stresses calculated from χ_1 at infinity vanish.

The associated displacement function is

$$hQ_1 = -aS\left\{2C_1\cosh 2\alpha\cos\beta + \sum_{n=2}^{\infty} 2\left[C_n\cosh(n+1)\alpha + \right.\right. \tag{16}$$
$$\left.\left. + D_n\cosh(n-1)\alpha\right]\cos n\beta\right\}.$$

Let us write

$$h\chi_1 = Sa\sum_{n=1}^{\infty}\varphi_n(\alpha)\sin n\beta, \tag{15.1}$$

where

$$\varphi_1(\alpha) = C_1\sinh 2\alpha, \tag{15.2}$$

$$\varphi_n(\alpha) = C_n\sinh(n+1)\alpha + D_n\sinh(n-1)\alpha, \quad n \geqslant 2, \tag{15.3}$$

and

$$hQ_1 = -Sa\sum_{n=1}^{\infty}\psi_n(\alpha)\cos n\beta, \tag{16.1}$$

where

$$\psi_1(\alpha) = 2C_1\cosh 2\alpha, \tag{16.2}$$

$$\psi_n(\alpha) = 2\left[C_n\cosh(n+1)\alpha + D_n\cosh(n-1)\alpha\right], \quad n \geqslant 2. \tag{16.3}$$

The required stress function can then be written as

$$h\chi = h\chi_0 + h\chi_1 = -(aS\sinh\alpha\sin\beta)/(\cosh\alpha - \cos\beta) + \tag{17}$$
$$+ aS\sum_{n=1}^{\infty}\varphi_n(\alpha)\sin n\beta.$$

If $u_{1\alpha}$, $u_{1\beta}$ be the displacements calculated from (15.1) and (16.1) with the help of equations (6), the required displacements are given by

$$u_\alpha = u_{0\alpha} + u_{1\alpha} = \frac{S}{Eh}\left\{(1+\nu)\left[\cosh\alpha\sin\beta - 4\sinh^2\alpha\sum_{n=1}^{\infty}e^{-n\alpha}\sin n\beta\right]\right\} +$$
$$+ \frac{S}{Eh}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{(1-\nu)\left[\cosh\alpha\,\varphi_n'(\alpha) - \frac{1}{2}\varphi_{n-1}'(\alpha) - \frac{1}{2}\varphi_{n+1}'(\alpha) - \right.\right. \tag{18}$$
$$\left. - \sinh\alpha\,\varphi_n(\alpha)\right] + \left[-n\cosh\alpha\,\psi_n(\alpha) + \frac{1}{2}(n-2)\,\psi_{n-1}(\alpha) + \right.$$
$$\left.\left. + \frac{1}{2}(n+2)\,\psi_{n+1}(\alpha)\right]\right\}\sin n\beta,$$

$$u_\beta = u_{0\beta} + u_{1\beta} = \frac{S}{Eh}\left\{(1+\nu)\left[-1+e^{-2\alpha}-\sinh\alpha\cos\beta+\right.\right.$$

$$\left.\left.+4\sinh^2\alpha\sum_{n=1}^{\infty}e^{-n\alpha}\cos n\beta\right]\right\}+\frac{S}{Eh}\left[\frac{1}{2}\psi_1'(\alpha)-(1-\nu)\varphi_1(\alpha)\right]+$$

$$+\frac{S}{Eh}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{(1-\nu)\left[n\cosh\alpha\,\varphi_n(\alpha)-\frac{1}{2}(n-2)\varphi_{n-1}(\alpha)-\right.\right. \tag{19}$$

$$\left.-\frac{1}{2}(n+2)\varphi_{n+1}(\alpha)\right]+\left[-\cosh\alpha\,\psi_n'(\alpha)+\frac{1}{2}\psi_{n-1}'(\alpha)+\frac{1}{2}\psi_{n+1}'(\alpha)+\right.$$

$$\left.\left.+\sinh\alpha\,\psi_n(\alpha)\right]\right\}\cos n\beta.$$

From (18) and (19), the boundary conditions (8) will be satisfied if

$$(1-\nu)\left[\cosh\alpha_0\varphi_1'(\alpha_0)-\frac{1}{2}\varphi_2'(\alpha_0)-\sinh\alpha_0\varphi_1(\alpha_0)\right]-\cosh\alpha_0\psi_1(\alpha_0)+$$

$$+\frac{3}{2}\psi_2(\alpha_0)+(1+\nu)[\cosh\alpha_0-4\sinh^2\alpha_0\exp(-\alpha_0)]=0, \tag{18.1}$$

$$(1-\nu)\left[\cosh\alpha_0\varphi_n'(\alpha_0)-\frac{1}{2}\varphi_{n-1}'(\alpha_0)-\sinh\alpha_0\varphi_n(\alpha_0)-\frac{1}{2}\varphi_{n+1}'(\alpha_0)\right]-$$

$$-n\cosh\alpha_0\psi_n(\alpha_0)+\frac{1}{2}n-2)\psi_{n-1}(\alpha_0)+\frac{1}{2}(n+2)\psi_{n+1}(\alpha_0)- \tag{18.2}$$

$$-4(1+\nu)\sinh^2\alpha_0\exp(-n\alpha_0)=0,\quad n\geqslant 2,$$

$$-(1-\nu)\varphi_1(\alpha_0)+\frac{1}{2}\psi_1'(\alpha_0)+(1+\nu)[\exp(-2\alpha_0)-1]=0, \tag{19.1}$$

$$(1-\nu)\left[\cosh\alpha_0\varphi_1(\alpha_0)-\frac{3}{2}\varphi_2(\alpha_0)\right]-\cosh\alpha_0\psi_1'(\alpha_0)+\frac{1}{2}\psi_2'(\alpha_0)+ \tag{19.2}$$

$$+\sinh\alpha_0\psi_1(\alpha_0)+(1+\nu)[4\sinh^2\alpha_0\exp(-\alpha_0)-\sinh\alpha_0]=0,$$

$$(1-\nu)\left[n\cosh\alpha_0\varphi_n(\alpha_0)-\frac{1}{2}(n-2)\varphi_{n-1}(\alpha_0)-\frac{1}{2}(n+2)\varphi_{n+1}(\alpha_0)\right]-$$

$$-\cosh\alpha_0\psi_n'(\alpha_0)+\frac{1}{2}\psi_{n-1}'(\alpha_0)+\frac{1}{2}\psi_{n+1}'(\alpha_0)+\sinh\alpha_0\psi_n(\alpha_0)+ \tag{19.3}$$

$$+4(1+\nu)\sinh^2\alpha_0\exp(-n\alpha_0)=0,\quad n\geqslant 2.$$

Solving the equations (18.1), (19.1), (19.2), we get

(20) $$C_1 = \operatorname{sech} \alpha_0 \exp(-\alpha_0),$$

(21) $$\begin{aligned} 3C_2[(3\nu-1)\sinh\alpha_0\cosh 3\alpha_0 - (5+\nu)\cosh\alpha_0\sinh 3\alpha_0] = \\ = C_1[(\nu-3)\sinh 4\alpha_0 + 2(\nu-7)\sinh 2\alpha_0] + \\ + 4\{2\exp(-\alpha_0)\sinh^2\alpha_0[(3\nu-1)\sinh\alpha_0 + (5+\nu)\cosh\alpha_0] - \\ - (1+\nu)\sinh 2\alpha_0\}, \end{aligned}$$

(22) $$\begin{aligned} D_2[(5+\nu)\cosh\alpha_0\sinh 3\alpha_0 - (3\nu-1)\sinh\alpha_0\cosh 3\alpha_0] = \\ = C_1[(\nu-3)\sinh 4\alpha_0 + 2(\nu+1)\sinh 2\alpha_0] + \\ + 2(1+\nu)[1+\cosh 4\alpha_0 - 2\cosh 2\alpha_0 - 2\sinh 2\alpha_0]. \end{aligned}$$

From (18.2), (19.3), we have for $n \geqslant 2$

(23) $$\begin{aligned} C_{n+1}\left\{\frac{1}{2}(1+\nu)(n+2)\cosh[(n+2)\alpha_0]\right\} + \\ + D_{n+1}\left\{\frac{1}{2}[n(1+\nu)+4]\cosh n\alpha_0\right\} + C_n\{(1-\nu)\cosh n\alpha_0 - \\ - (1+\nu)n\cosh\alpha_0\cosh[(n+1)\alpha_0]\} + D_n\{-(1-\nu)\cosh n\alpha_0 - \\ - (1+\nu)n\cosh\alpha_0\cosh[(n-1)\alpha_0]\} + \\ + C_{n-1}\left\{\left[\frac{1}{2}(1+\nu)n - 2\right]\cosh n\alpha_0\right\} + \\ + D_{n-1}\left\{\frac{1}{2}(1+\nu)(n-2)\cosh[(n-2)\alpha_0]\right\} - \\ - 4(1+\nu)\sinh^2\alpha_0\exp(-n\alpha_0) = 0, \end{aligned}$$

and

(24) $$\begin{aligned} C_{n+1}\left[\frac{1}{2}(1+\nu)(n+2)\sinh(n+2)\alpha_0\right] + D_{n+1}\left\{\left[\frac{1}{2}(1+\nu)n - \right.\right. \\ \left.\left. - (1-\nu)\right]\sinh n\alpha_0\right\} - C_n\{2\sinh n\alpha_0 + n(1+\nu)\sinh[(n+1)\alpha_0]\cosh\alpha_0\} + \\ + D_n\{2\sinh n\alpha_0 - n(1+\nu)\sinh[(n-1)\alpha_0]\cosh\alpha_0\} + \\ + C_{n-1}\left\{\left[\frac{1}{2}(1+\nu)n + (1-\nu)\right]\sinh n\alpha_0\right\} + \\ + D_{n-1}\left[\frac{1}{2}(n-2)(1+\nu)\sinh(n-2)\alpha_0\right] + \\ + 4(1+\nu)\sinh^2\alpha_0\exp(-n\alpha_0) = 0. \end{aligned}$$

The constants $C_n, D_n, (n \geqslant 2)$, are calculated from equations (23) and (24).

4. Calculation of stresses

From equations (17), (5) and (5a), we have

$$\frac{\widehat{\alpha\alpha}}{S} = \frac{2 \sinh \alpha \sin \beta (\cosh \alpha \cos \beta - 1)}{(\cosh \alpha - \cos \beta)^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \Big[(1 - n^2) \cosh \alpha \, \varphi_n(\alpha) +$$

$$+ \frac{1}{2}(n-1)(n-2)\varphi_{n-1}(\alpha) + \frac{1}{2}(n+1)(n+2)\varphi_{n+1}(\alpha) - \tag{25}$$

$$- \sinh \alpha \, \varphi_n'(\alpha) \Big] \sin n\beta,$$

$$\frac{\widehat{\beta\beta}}{S} = \frac{2 \sinh \alpha \sin \beta}{(\cosh \alpha - \cos \beta)^2}(1 - \cosh \alpha \cos \beta) + \sum_{n=1}^{\infty} \Big[\cosh \alpha \, \varphi_n''(\alpha) -$$

$$- \frac{1}{2}\varphi_{n-1}''(\alpha) - \frac{1}{2}\varphi_{n+1}''(\alpha) - \sinh \alpha \, \varphi_n'(\alpha) - \frac{1}{2}(n-2)\varphi_{n-1}(\alpha) + \tag{26}$$

$$+ \frac{1}{2}(n+2)\varphi_{n+1}(\alpha) \Big] \sin n\beta,$$

$$\frac{\widehat{\alpha\beta}}{S} = \frac{\sinh^2 \alpha \sin^2 \beta - (1 - \cosh \alpha \cos \beta)^2}{(\cosh \alpha - \cos \beta)^2} + \frac{1}{2}\varphi_1'(\alpha) +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \Big[\frac{1}{2}(n+1)\varphi_{n+1}'(\alpha) + \frac{1}{2}(n-1)\varphi_{n-1}'(\alpha) - n \cosh \alpha \, \varphi_n(\alpha) \Big] \cos n\beta, \tag{27}$$

$$\frac{\widehat{\alpha\alpha} - \widehat{\beta\beta}}{S} = \frac{4 \sinh \alpha \sin \beta (\cosh \alpha \cos \beta - 1)}{(\cosh \alpha - \cos \beta)^2} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \Big\{ [(1 - n^2)\varphi_n(\alpha) - \varphi_n''(\alpha)] \cosh \alpha + \frac{1}{2} n (n-2) \varphi_{n-1}(\alpha) + \tag{28}$$

$$+ \frac{1}{2} n (n+2) \varphi_{n+1}(\alpha) + \frac{1}{2}\varphi_{n-1}''(\alpha) + \frac{1}{2}\varphi_{n+1}''(\alpha) \Big\} \sin n\beta.$$

5. Numerical Calculations

Numerical results have been obtained for the stress components

$\widehat{\alpha\alpha} - \widehat{\beta\beta}$ for different values of β assuming $a = 0.8$ and $\nu = 0.3$. The stress distribution as indicated in the accompanying diagram (Fig. 1) gives zero stress at $\beta = 0, 2\pi/3, \pi$, with maximum values at $\beta = \pi/6$ and $\pi/2$.

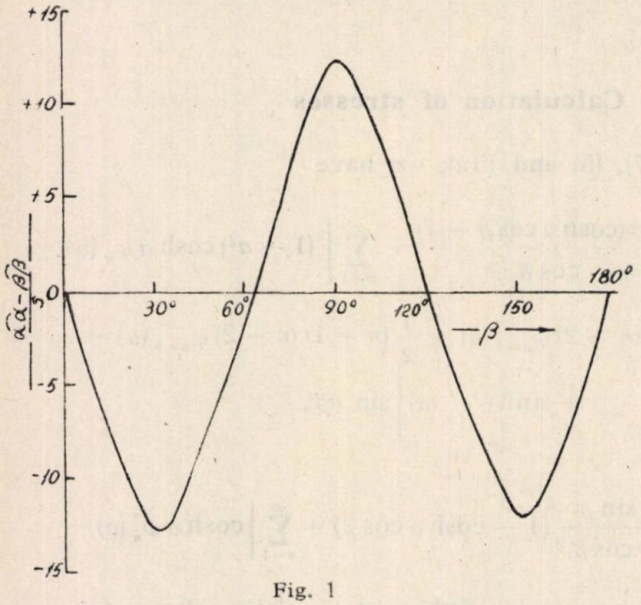


Fig. 1

The authors express their sincere thanks to Prof. B. Sen, D. Sc., F. N. I., of Jadavpur University for his kind help in the preparation of this paper.

Received the 14 V 1960

Calcutta Technical School, India

REFERENCES

1. Jeffery G. B., Phil. Trans. Roy. Soc., (London), Sr. A, 1921, **221**. p. 265.
2. Weinel, ZAMM, 1937, **17**, S. 285.
3. Ghosh S. C., Bull. Calcutta Math. Soc., 1939, **31**, p. 149.
4. Barjansky A., Quart. Appl. Math., 1944, **II**, p. 16.
5. Ling C. B., J. Appl. Phys., 1948, **19**, p. 77; Ibid., 1948, **19**, p. 405.
6. Sen Gupta A. M., Bull. Calcutta Math. Soc., 1951, **43**, p. 27.
7. Saleme E. M., J. Appl Phys. Mech., 1958, **25**, pp. 129—135.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ВОКРУГ ДВУХ РАВНЫХ ЖЕСТКИХ КРУГЛЫХ ОТВЕРСТИЙ НА ГИБКОЙ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНКЕ, ПОДВЕРЖЕННОЙ ПЛОСКОМУ ОБОБЩЕННОМУ СКАЛЫВАНИЮ

(Резюме)

Получаются решения в биполярных координатах задачи относящейся к бесконечной упругой пластинке с двумя равными жесткими круглыми отверстиями подверженной действию скалывания равномерного сжатию на бесконечности.

DISTRIBUŢIA TENSIUNILOR ÎN JURUL A DOUĂ ORIFICII RIGIDE CIRCULARE EGALE, ÎNTR-O PLACĂ ELASTICĂ INFINITĂ, SUPUSĂ LA FORFECARE GENERALIZATĂ PLANĂ

(Rezumat)

Se obţin soluţii în coordonate bipolare ale problemei relative la o placă elastică infinită prevăzută cu două orificii rigide circulare egale, supusă la forfecare uniformă la infinit.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 531.15 ; 512.94

ASUPRA REPREZENTĂRII ROTAŢIILOR PRIN SPINORI

DE

I. ENESCU şi ALFRED BRAIER

Comunicare prezentată la sesiunea ştiinţifică jubiliară a Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi, din 28—30 octombrie 1960

1. Cu prilejul cercetărilor asupra teoriei giroscopului, F. Klein a utilizat pentru studiul rotaţiilor rigidului în spaţiul tridimensional, în locul unghiurilor lui Euler, anumiţi parametri [1], introduşi mai înainte de Cayley şi cunoscuţi sub numele de parametrii lui Cayley-Klein [2], [3]. În prezent aceste mărimi prezintă interes atît pentru studiul dispozitivelor giroscopice [4], cît şi pentru faptul că sînt strîns legate de problema rotaţiei spaţiale în mecanica cuantică [2].

Parametrii lui Cayley-Klein se introduc în diferite moduri. De pildă, plecînd fie de la legătura existentă între rotaţii şi transformarea omografică [3], [5], fie de la faptul că în urma rotaţiei rigidului conul minimal se transformă în el însuşi [6], fie de la considerarea transformărilor unitare într-un spaţiu bidimensional complex [2]. Ei sînt legaţi în mod esenţial de reprezentarea liniară ireductibilă, de ordinul doi [5], adică de pondere 1/2 [7], a grupului rotaţiilor, intervenind drept coeficienţi ai matricii complexe unitare de ordinul doi, corespunzătoare unei rotaţii în spaţiul tridimensional [2], [5], [7].

Dacă se notează unghiurile lui Euler (v. fig. 1), prin φ (rotaţie proprie), ψ (precesie) şi θ (nutaţie) [8], atunci parametrii α, β, γ şi δ ai lui Cayley-Klein sînt daţi de următoarele numere complexe (de exemplu [2] [1])):

$$(1) \qquad \alpha = \cos(\theta/2)\, e^{[(\varphi+\psi)/2]i} \quad , \quad \beta = i \sin(\theta/2)\, e^{[(\varphi-\psi)/2]i} \quad , \quad \gamma = -\overset{*}{\beta} \quad , \quad \delta = \overset{*}{\alpha} \, ,$$

în care $i^2 = -1$ şi prin steluţă s-a notat mărimea complex conjugată. Evident că cele patru mărimi (1) verifică relaţia

$$(2) \qquad \alpha\delta - \beta\gamma = 1 \, .$$

2. În lucrarea de faţă se arată că, plecînd de la reprezentarea cuaternionică a rotaţiei în spaţiul tridimensional, se pot introduce cu uşurinţă parametrii lui Cayley-Klein, ajungîndu-se la o exprimare simplă a rotaţiilor prin anumite numere hipercomplexe şi anume, numere bicomplexe, izomorfe cu cuaternionii şi capabile să reprezinte vectori complecşi bidimensionali (spinori). Utilizarea acestor numere implică, în fond, numai operaţii cu mărimi complexe obişnuite şi permite, printre altele, obţinerea unei interpretări geometrice, într-un spaţiu cuadridimensional, a unghiurilor lui Euler şi a parametrilor lui Cayley-Klein.

3. După cum se ştie [6], [9], rotaţia generală a unui rigid cu punct fix, de unghi Φ, în jurul unei axe avînd cosinusurile directoare λ, μ şi ν, se poate exprima compact, în limbaj cuaternionic, prin

[1]) În [2] se notează prin ψ unghiul de rotaţie proprie şi prin φ unghiul de precesie.

(3) $$\hat{r}^0 = q\,\hat{r}\,\hat{q}^*.$$

Aici [10], [11]

(4) $$q = e^{(\Phi/2)\,\hat{u}} = \cos(\Phi/2) + \sin(\Phi/2)\,\hat{u} = \cos(\Phi/2) + (\sin(\Phi/2)(\lambda i + \mu j + \nu k)\,,\quad \hat{q}^* = e^{-(\Phi/2)\,\hat{u}},$$

iar $\hat{r}$ şi $\hat{r}^0$ constituie reprezentarea cuaternionică (de pildă $\hat{r} = xi + yj + zk$) a vectorului de poziţie al unui punct al rigidului înainte şi după efectuarea rotaţiei menţionate; de asemenea

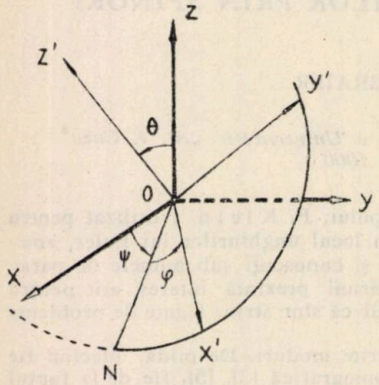


Fig. 1

(5) $$\begin{cases} i^2 = j^2 = k^2 = -1, & ij = -ji = k, \\ jk = -kj = i, & ki = -ik = j \end{cases}$$

şi evident $|q| = 1$. Cele patru cantităţi reale care intervin în (4) constituie parametrii lui Euler-Olinde Rodrigues [12].

Rotaţia unică, dată aici de q, este [8] rezultatul suprapunerii a trei rotaţii, respectiv de unghi φ în jurul lui Oz', de unghi θ în jurul liniei nodurilor ON şi de unghi ψ în jurul lui Oz [2]). Ţinînd seama că înaintea efectuării nutaţiei de unghi θ axele Oz' şi Oz coincid, rotaţia proprie şi precesia pot fi privite ca o rotaţie unică de unghi $\varphi + \psi$ în jurul lui Oz, urmată de rotaţia de unghi θ în jurul lui ON. Deci [11]

$$q = e^{(\theta/2)\,\hat{n}}\, e^{[(\varphi+\psi)/2]\,k} = \cos(\theta/2)\, e^{(\varphi+\psi)/2} + \sin(\theta/2)\,\hat{n}\, e^{[(\varphi+\psi)/2]\,k},$$

în care $\hat{n}$ este reprezentarea cuaternionică a vectorului unitar al liniei nodurilor ON [3]). În [10] s-a arătat că dacă $\hat{u}_1$ şi $\hat{u}_2$ sînt reprezentările cuaternionice a doi versori perpendiculari, înmulţirea cuaternionică a lui $\hat{u}_2$ la stînga cu $e^{\Theta\hat{u}_1}$, sau la dreapta cu $e^{-\Theta\hat{u}_1}$, corespunde rotaţiei sale în sens pozitiv, de unghi Θ, în jurul lui $\hat{u}_1$. Atunci (fig. 1), $\hat{n} = ie^{-\psi k}$ şi deci

(6) $$q = \cos(\theta/2)\, e^{[(\varphi+\psi)/2]\,k} + \sin(\theta/2)\, i\, e^{[(\varphi-\psi)/2]\,k} = \{\cos(\theta/2)\, e^{[(\varphi+\psi)/2]\,k}\} + j\{k \sin(\theta/2)\, e^{[(\varphi-\psi)/2]\,k}\},$$

în care s-a ţinut seama că (5) $i = jk$.

Astfel, în expresia operatorului de rotaţie (6) apar două numere complexe ($k^2 = -1$), specifice rotaţiei rigidului, ce pot înlocui unghiurile

[2]) Sistemul de axe $Oxyz$ este fix, iar sistemul $Ox'y'z'$ este solidar legat de corp.

[3]) Este evident că i, j, k constituie reprezentarea cuaternionică a vectorilor unitari ai axelor de coordonate; aici s-a renunţat însă la scrierea lor sub forma $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$, utilizată în [10] şi [11]

lui Euler. Ele sînt parametrii lui Cayley-Klein (1). Trebuie de observat că grupînd termenii lui q, exprimat în raport cu sistemul de axe mobile $Ox'y'z'$, care s-au obținut în [11], se ajunge cu ușurință la

$$q = \{\cos(\theta/2)\, e^{[(\varphi+\psi)/2]\, k'}\} + j'\{k' \sin(\theta/2)\, e^{[(\varphi-\psi)/2]\, k'}\}, \tag{6'}$$

în care i', j', k' sînt reprezentările cuaternionice ale vectorilor unitari ai axelor mobile, ce satisfac relații de tipul (5).

4. Relațiile (6) și (6′) conduc la reprezentarea cuaternionului unitar q, ce joacă rol de operator de rotație a rigidului, printr-o pereche de numere complexe, sub forma

$$s = \alpha + j\beta, \tag{7}$$

cu $j^2 = -1$; (în cele ce urmează se va folosi ca notație unică simbolul i în locul lui k ce intervine direct în (6)). Relația (7) exprimă izomorfismul cunoscut dintre cuaternioni și perechi de numere complexe. Cuaternionul $Q = x_1 i + x_2 j + x_3 k + x_4$ se va înlocui mai departe prin numărul hipercomplex (bicomplex)

$$S = (x_4 + x_3 i) + j(x_2 + x_1 i) = u + jv, \tag{8}$$

cu

$$j^2 = -1 \quad \text{și} \quad jw = \overset{*}{w} j\ ^{4}), \tag{9}$$

u, v, w fiind numere complexe obișnuite. În baza lui (9) se obține pentru produsul $S_{12} = S_1 S_2$ a două numere $S_1 = u_1 + jv_1$ și $S_2 = u_2 + j v_2$

$$S_{12} = u_{12} + jv_{12} = (u_1 u_2 - \overset{*}{v}_1 v_2) + j(\overset{*}{u}_1 v_2 + v_1 u_2). \tag{10}$$

În particular, pentru $S_1 = s = \alpha + j\beta$, $S_2 = u + jv$ și ținînd seama de notațiile indicate în (1), se obține pentru $S_{12} = u' + jv'$

$$u' = \alpha u + \gamma v, \quad v' = \beta u + \delta v, \tag{11}$$

în care, evident, mărimile α, β, γ, δ verifică relația (2). Astfel, în urma rotației spațiului, vectorul complex bidimensional exprimat de (8), se transformă liniar și anume, după reprezentarea ireductibilă de pondere 1/2 a grupului rotațiilor, fiind deci un spinor [2], [7], [12]. Vom numi spinor și numărul hipercomplex (8), corespunzător.

Ținînd seama că cuaternionul conjugat lui Q este $\overset{*}{Q} = -x_1 i - x_2 j - x_3 k + x_4$, trebuie numit spinor conjugat lui S numărul

$$\overset{*}{S} = \overset{*}{u} - jv. \tag{8'}$$

Utilizînd (10) se obține cu ușurință

$$S\overset{*}{S} = \overset{*}{S}S = u\overset{*}{u} + v\overset{*}{v} = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2\,. \tag{12}$$

5. În baza celor de mai sus rezultă că rotația generală (3) a rigidului se exprimă în limbaj spinorial prin

---

[4]) Deoarece $ji = -ij$.

$$\check{r}^0 = \check{s}\,\check{r}\,\check{s}^*, \tag{13}$$

în care $\check{r}$ constituie reprezentarea printr-un spinor a vectorului de poziţie al punctului de coordonate x, y, z, care în urma rotaţiei rigidului ajunge în poziţia x^0, y^0, z^0. Avînd în vedere (8)

$$\check{r} = z\mathrm{i} + \mathrm{j}(y + x\mathrm{i}). \tag{14}$$

Utilizarea lui (10) permite exprimarea parametrilor (1) ai mişcării rezultate prin compunerea a două rotaţii α', β', γ', δ' şi α'', β'', γ'', δ'' (ultima fiind raportată la poziţia sistemului după prima rotaţie). Avînd în vedere (13) şi scriind că $s = s''s'$, se obţine

$$\alpha = \alpha'\alpha'' + \beta'\gamma'', \quad \beta = \alpha'\beta'' + \beta'\delta'', \quad \gamma = -\overset{*}{\beta}, \quad \delta = \overset{*}{\alpha}. \tag{15}$$

Deoarece $s'\overset{*}{s}' = 1$, după înmulţire la dreapta cu $\overset{*}{s}'$ se ajunge la $s'' = s\overset{*}{s}'$ şi utilizarea lui (10) conduce la

$$\alpha'' = \delta'\alpha - \beta'\gamma, \quad \beta'' = \delta'\beta - \beta'\delta, \quad \gamma'' = -\overset{*}{\beta}'', \quad \delta'' = \overset{*}{\alpha}''. \tag{16}$$

Privind pe α', β',... drept parametri ai poziţiei rigidului corespunzătoare valorilor φ, ψ şi θ ale unghiurilor lui Euler, iar pe α'', β'',... drept parametri corespunzători poziţiei fixată prin $\varphi + \Delta\varphi$, $\psi + \Delta\psi$ şi $\theta + \Delta\theta$, utilizarea lui (16) şi (1) permite determinarea expresiilor parametrilor lui Cayley-Klein corespunzători rotaţiei rigidului, care-l duce din prima poziţie în cealaltă. Se obţine

$$\begin{cases} \alpha'' = e^{(\Delta\psi/2)\mathrm{i}}\,[\cos(\Delta\varphi/2)\cos(\Delta\theta/2) + \mathrm{i}\sin(\Delta\varphi/2)\cos(\theta + \Delta\theta/2)], \\ \beta'' = \mathrm{i}e^{-(\psi+\Delta\psi/2)}\,[\cos(\Delta\varphi/2)\sin(\Delta\theta/2) + \mathrm{i}\sin(\Delta\varphi/2)\sin(\theta + \Delta\theta/2)]. \end{cases} \tag{17}$$

6. Avînd în vedere că (7) constituie reprezentarea printr-un spinor a cuaternionului (6), se obţin imediat relaţiile dintre parametrii lui Cayley-Klein şi cei ai lui Euler-Olinde Rodrigues

$$\alpha = \cos(\Phi/2) + \mathrm{i}\nu\sin(\Phi/2), \quad \beta = \sin(\Phi/2)(\mu + \mathrm{i}\lambda). \tag{18}$$

Evident că unghiul de rotaţie Φ este dat de relaţia

$$\cos(\Phi/2) = \mathcal{R}e\,\alpha, \tag{19}$$

în care $\mathcal{R}e\,\alpha$ reprezintă partea reală a numărului complex α.

În particular, aplicînd (19) lui α'' dat de (17), se obţine mărimea unghiului de rotaţie $\Delta\Phi$ care transportă rigidul din poziţia fixată prin φ, ψ, θ într-o poziţie vecină, definită prin $\varphi + \Delta\varphi$, $\psi + \Delta\psi$ şi $\theta + \Delta\theta$. Rezultă

$$\cos(\Delta\Phi/2) = \cos(\Delta\varphi/2)\cos(\Delta\psi/2)\cos(\Delta\theta/2) - \sin(\Delta\varphi/2)\sin(\Delta\psi/2)\cos(\theta + \Delta\theta/2). \tag{20}$$

Pe o cale la fel de simplă se obţin şi parametrii directori ai dreptei în jurul căreia are loc respectiva rotaţie finită [11].

Deoarece în baza lui (1) se poate deduce că

$$\cos\theta = \alpha\overset{*}{\alpha} - \beta\overset{*}{\beta}, \quad \mathrm{tg}\,\varphi = -\mathcal{I}m(\alpha\beta)/\mathcal{R}e(\alpha\beta), \quad \mathrm{tg}\,\psi = \mathcal{I}m(\overset{*}{\alpha}\beta)/\mathcal{R}e(\overset{*}{\alpha}\beta), \tag{21}$$

utilizarea expresiilor (18) permite să se obţină relaţiile dintre unghiurile lui Euler şi parametrii lui Euler-Olinde Rodrigues şi anume

$$\cos\theta = \cos\Phi + \nu^2(1-\cos\Phi),\quad \operatorname{tg}\varphi = [\lambda + \mu\nu\operatorname{tg}(\Phi/2)]/[\lambda\nu\operatorname{tg}(\Phi/2) - \mu],$$
$$\operatorname{tg}\psi = [\lambda - \mu\nu\operatorname{tg}(\Phi/2)]/[\lambda\nu\operatorname{tg}(\Phi/2) + \mu]. \tag{22}$$

7. Relația (13), privită pînă acum ca descriind rotația spațiului, este capabilă, evident, să descrie și rotația sistemului de coordonate. Cele două rotații diferă numai prin sens. Atunci

$$\overset{\smile}{r}' = \overset{*}{s}\,\overset{\smile}{r}\,s, \tag{23}$$

în care $\overset{\smile}{r}'$ este reprezentarea printr-un spinor a vectorului de poziție al unui punct al rigidului, raportat la sistemul de axe solidar legat de rigid, în timp ce $\overset{\smile}{r}$ este raportat la sistemul de axe fixe. Rezultă

$$\overset{\smile}{r} = s\overset{\smile}{r}'\overset{*}{s}. \tag{23'}$$

Să aplicăm relația (23') unui spinor r ce corespunde unui cuaternion complet (avînd și parte reală), scriind $r = sr'\overset{*}{s}$, în care

$$r' = u' + jv' = (x_4' + x_3'\mathrm{i}) + \mathrm{j}(x_2' + x_1'\mathrm{i}),\quad r = u + jv = (x_4 + x_3\mathrm{i}) + \mathrm{j}(x_2 + x_1\mathrm{i}). \tag{8}$$

După înmulțirea spinorilor din membrul doi, care (v. (10)) implică numai operații cu numere complexe, se obține

$$u = \alpha\delta u' - \beta\gamma\overset{*}{u}' + \gamma\delta v' + \alpha\beta\overset{*}{v}',\quad v = \beta\delta u' - \beta\delta\overset{*}{u}' + \delta^2 v + \beta^2\overset{*}{v}. \tag{24}$$

Separînd părțile reală și imaginară se ajunge la următorul tabel

	x_1'	x_2'	x_3'	x_4'
x_1	$(\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2 + \delta^2)/2$	$\mathrm{i}(\alpha^2 - \beta^2 + \gamma^2 - \delta^2)/2$	$-\alpha\gamma + \beta\delta$	0
x_2	$\mathrm{i}(-\alpha^2 - \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2)/2$	$(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2)/2$	$\mathrm{i}(\alpha\gamma + \beta\delta)$	0
x_3	$-\alpha\beta + \gamma\delta$	$-\mathrm{i}(\alpha\beta + \gamma\delta)$	$\alpha\delta + \beta\gamma$	0
x_4	0	0	0	1

(25)

Rezultă că $\mathcal{R}eu' = \mathcal{R}eu$. Celelalte trei cantități reale, capabile să reprezinte coordonatele unui punct al rigidului (v. (14)) se transformă cu ajutorul matricii conținută în (25). Ea coincide cu cea calculată, în alt mod, în [2].

Înlocuind relațiile (18) în (25) se pot calcula cu ușurință elementele matricii, adică cosinusurile directoare ale axelor mobile, funcție de parametrii lui Euler-Olinde Rodrigues. Se regăsesc expresiile obținute pe altă cale în [8] [5].

8. Numerelor complexe u și v, care intervin în expresia spinorului (8), le corespund vectori în respectivele plane complexe perpendiculare (x_4Ox_3) și (x_2Ox_1), determinate de axele de coordonate ale spațiului cua-

[5] În [8, p. 575], s-a notat prin ε unghiul Φ de rotație și prin u_1, u_2, u_3 cosinusurile directoare λ, u, ν.

dridimensional. Suma lor geometrică conduce la vectorul cuadridimensional, exprimat prin (8). Operatorul j aplicat la stînga lui $x_4+x_3\mathrm{i}$, transportă vectorul corespunzător în planul (x_2Ox_1).

Să notăm prin Ω unghiul format de vectorul cuadridimensional reprezentat prin (8), cu planul (x_4Ox_3). Atunci

$$|u| = |S|\cos\Omega \text{ şi } |v| = |S|\sin\Omega, \tag{26}$$

în care, evident, $u^2 = x_4^2 + x_3^2$, $v^2 = x_2^2 + x_1^2$ şi $S^2 = u^2 + v^2$. De asemenea,

$$u = |u|\,e^{i\delta}, \quad v = |v|\,e^{i\varepsilon}, \tag{27}$$

în care δ este unghiul format de vectorul reprezentat prin u, cu axa Ox_4, iar ε, unghiul format de vectorul reprezentat prin v, cu axa Ox_2. Atunci

$$S = |S|(\cos\Omega\, e^{i\delta} + \mathrm{j}\sin\Omega\, e^{i\varepsilon}), \tag{28}$$

expresie care conduce la o interpretare geometrică simplă a elementelor ce intervin în expresia operatorului de rotaţie s, dat de (7).

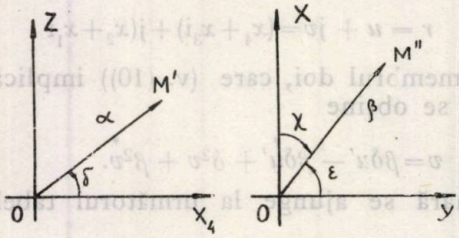


Fig. 2.

În acest caz (v. (14)), $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$. Comparînd pe (28) cu (7) se deduce, în primul rînd, că parametrii a şi β ai lui Cayley-Klein reprezintă, sub formă de numere complexe, proiecţiile pe planele x_4Oz şi yOx ale vectorului cuadridimensional exprimat prin cuaternionul (4) (sau spinorul (7)) legat de rotaţie.

Apoi, ţinînd seama de expresiile (1), se mai poate scrie

$$\Omega = \theta/2, \quad \delta = (\varphi + \psi)/2, \quad \varepsilon = (\varphi - \psi)/2 + \pi/2. \tag{29}$$

Introducînd unghiul χ (fig. 2) format cu axa Ox de vectorul reprezentat prin β, $(\varepsilon = \chi + \pi/2)$, rezultă

$$\theta = 2\Omega, \quad \varphi = \delta + \chi, \quad \psi = \delta - \chi, \tag{29'}$$

ceea ce conduce la o interpretare geometrică simplă şi imediată a unghiurilor lui Euler ce fixează poziţia rigidului în spaţiul fizic tridimensional (fig. 1).

9. Folosind rezultatele menţionate se pot studia cu uşurinţă diverse alte sisteme de unghiuri ale lui Euler, obţinîndu-se relaţiile care le leagă de unghiurile uzuale (fig. 1) precum şi de parametrii din (4). Aceasta înseamnă a proiecta vectorul exprimat prin (8) pe altă pereche de plane perpendiculare, considerate de asemenea ca plane complexe. De pildă, proiectîndu-l pe x_4Oy şi xOz se obţin vectorii reprezentaţi prin numerele complexe α_1 şi β_1. Ele corespund, evident, sistemului de unghiuri Euler din fig. 3.

Pentru parametrii α_1 şi β_1 se pot scrie relaţii de tipul (1), care, introduse în tabelul (25), permit calculul cosinusurilor directoare ale axelor

mobile; trebuie numai ținut seama că acum $x_3=y$, $x_2=x$, $x_1=z$, $x_3'=y'$ etc. Operația de proiectare revine la a grupa în alt mod mărimile care intervin în (4) și respectiv (6).

Să scriem parametrii (1) sub forma $\alpha=a+bi$ și $\beta=c+di$. Atunci α_1 și β_1 corespunzători unghiurilor φ_1, ψ_1, θ_1 au expresiile $\alpha_1=a+ci$ și $\beta_1=d+bi$. Unghiurile din fig. 3 se calculează deci cu formule de tipul (21). De pildă, $\cos\theta_1=\alpha_1\overset{*}{\alpha}_1-\beta_1\overset{*}{\beta}_1=a^2+c^2-d^2-b^2$. Exprimînd rezultatele în funcție de parametrii lui Cayley-Klein se ajunge la

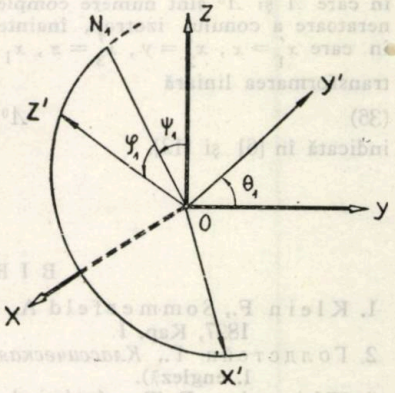


Fig. 3

$$(30)\quad \begin{cases} \cos\theta_1=\mathcal{R}e\,(\alpha^2+\beta^2), \\ \operatorname{tg}\varphi_1=-\mathcal{I}m\,(\alpha^2+\beta^2)/[2\,\mathcal{I}m\,(\overset{*}{\alpha}\beta)], \\ \operatorname{tg}\psi_1=\mathcal{I}m\,(\alpha^2-\beta^2)/[2\,\mathcal{I}m\,(\alpha\beta)]. \end{cases}$$

Făcînd uz de (1) se obțin relațiile dintre φ_1, ψ_1, θ_1 și unghiurile lui Euler din fig. 1; de asemenea utilizarea lui (19) permite exprimarea lor în funcție de parametrii lui Euler-Olinde Rodrigues.

10. În încheiere să menționăm că relațiile (11) legate de înmulțirea spinorială, împreună cu conjugatele lor ($\overset{*}{u}'=\overset{*}{\delta}u-\overset{*}{\beta}v$, $\overset{*}{v}'=-\overset{*}{\gamma}u+\overset{*}{\alpha}v$) se pot scrie sub formă matricială

$$(31)\quad \begin{Vmatrix} u' & -\overset{*}{v}' \\ v' & \overset{*}{u}' \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \alpha & \gamma \\ \beta & \delta \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} u & -\overset{*}{v} \\ v & \overset{*}{u} \end{Vmatrix}.$$

Rezultă că spinorului (8) și deci cuaternionului $Q=x_1\,\mathrm{i}+x_2\,\mathrm{j}+x_3\,\mathrm{k}+x_4$ îi este asociată aici matricea

$$(32)\quad \begin{Vmatrix} x_4+x_3\,\mathrm{i} & -x_2+x_1\,\mathrm{i} \\ x_2+x_1\,\mathrm{i} & x_4-x_3\,\mathrm{i} \end{Vmatrix}.$$

În particular, vectorului tridimensional $\mathbf{r}'=x\mathbf{i}'+y\mathbf{j}'+z\mathbf{k}'$, $(x_4=0)$, îi este asociată matricea

$$(32')\quad \begin{Vmatrix} z\mathrm{i} & -y+x\mathrm{i} \\ y+x\mathrm{i} & -z\mathrm{i} \end{Vmatrix}, \qquad \det R=x^2+y^2+z^2,$$

de formă deosebită celei studiate în [12] și indicată de asemenea în [2]. Spre deosebire de aceasta, matricea (32′) nu este hermitică. Este evidentă însă relația $R=\mathrm{i}\tilde{P}$, în care $\tilde{P}$ reprezintă transpusa matricii P din [12] și [2].

Din (32′) rezultă că vectorilor unitari ai axelor de coordonate le sînt asociate aici matricile

$$(33)\quad h_x \begin{Vmatrix} 0 & \mathrm{i} \\ \mathrm{i} & 0 \end{Vmatrix}, \quad h_y = \begin{Vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{Vmatrix}, \quad h_z = \begin{Vmatrix} \mathrm{i} & 0 \\ 0 & -\mathrm{i} \end{Vmatrix}.$$

Ele sînt legate de cunoscutele matrici ale lui Pauli [2], [13] σ_x, σ_y și σ_z, prin următoarele relații

$$(34)\quad \sigma_x=\mathrm{i}\tilde{h}_x, \quad \sigma_y=\mathrm{i}\tilde{h}_y \quad \text{și} \quad \sigma_z=\mathrm{i}\tilde{h}_z.$$

11. Pentru un vector izotrop determinantul matricii (32') este nul; de asemenea şi cel al matricii asociate vectorului izotrop obţinut în urma rotaţiei (13). Deci

$$(35) \qquad z\mathrm{i}/(y+x\mathrm{i}) = (y-x\mathrm{i})/(z\mathrm{i}) = \Lambda \text{ şi } z^0\mathrm{i}/(y^0+x^0\mathrm{i}) = (y^0-x^0\mathrm{i})/(z_0\mathrm{i}) = \Lambda^0,$$

în care Λ şi Λ^0 sînt numere complexe ce joacă, respectiv, rol de parametru al unei generatoare a conului izotrop, înainte şi după rotaţia (14) a spaţiului. Utilizînd (25), în în care $x'_1 = x$, $x'_2 = y$, $x'_3 = z$, $x_1 = x^0$, $x_2 = y^0$ şi $x_3 = z^0$, se ajunge cu uşurinţă la transformarea liniară

$$(36) \qquad \Lambda^0 = (\alpha\Lambda + \gamma)/(\beta\Lambda + \delta),$$

indicată în [6] şi [12].

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de matematici,
Catedra de mecanică şi organe de maşini

BIBLIOGRAFIE

1. Klein F., Sommerfeld A., *Über die Theorie des Kreisels,* B. G. Teubner, Leipzig, 1897, Kap. I.
2. Голдстейн Г., *Классическая механика,* ГИТТЛ, М., 1957, гл. IV, (trad. din l. engleză).
3. Whittaker E. T., *Analytical Dynamics,* fourth ed., Cambridge, University Press, 1937, ch. I.
4. Граммель Р., *Гироскоп, его теория и применения,* т. I, ИЛ, М., 1952, прил. 2, (trad. din l. germană).
5. Smirnov V. I., *Curs de matematici superioare,* vol. III, 1, Ed. Tehn., Buc., 1956, cap. III, (trad din l. rusă).
6. Sommerfeld A., *Atombau und Spektrallinien,* Bd. II, Friedr. Vieweg & Söhne, Braunschweig, 1951, Anh. 13 und 17.
7. Любарский Г. Я., *Теория групп и её применение в физике,* ГИТТЛ, М., 1957, гл. X.
8. Vâlcovici V., Bălan Şt., Voinea R., *Mecanică teoretică,* Ed. Tehn., Buc., 1959, cap. XXVIII, A.
9. Морс Ф. М., Фешбах Г., *Методы теоретическои физики,* I, ИЛ, М., 1958, гл. I, 6, (trad. din l. engleză).
10. Braier A., Enescu I., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1960, VI (X), *1—2,* pp. 61—84.
11. — *Aplicarea cuaternionilor la studiul deplasărilor finite ale solidului rigid,* comunicare prezentată la ses. ştiinţ. jubil. a Inst. Mec. Apl. „Traian Vuia", Acad. R. P. R., Buc., 4—8 iulie 1960.
12. Cartan É., *Leçons sur la théorie des spineurs,* t. I, Hermann & Cie, Paris, 1938, ch. III.
13. Blohinţev D. I., *Bazele mecanicii cuantice,* Ed. Tehn., Buc. 1954, cap. X, § 58, (trad. din l. rusă.

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ ВРАЩЕНИЯ СПИНОРАМИ

(Резюме)

Пользуя кватернионные представления конечного вращения твердого тела получается его представление спинором (двухмерный комплексный вектор), приходя таким образом к параметрам Кели-Клейн. Используя простой алгоритм расчета легко устанавливаются различные отношения по кинематике твердого тела. Получается также геометрическая интерпретация в четырехмерном пространстве углов Эйлера и параметров Кели-Клейн.

SUR LA REPRÉSENTATION DES ROTATIONS PAR DES SPINEURS

(Résumé)

Utilisant la représentation quaternionique des rotations finies d'un solide indéformable on obtient leur représentation par un spineur (vecteur complexe bidimensionel) ce qui permet à introduire d'une manière naturelle les paramètres de Cayley-Klein. À l'aide d'un algorithme simple on établit aisément nombre de relations concernant la cinématique du solide indéformable. Toutefois on aboutit à une interprétation géométrique, dans un espace quadridimensionel, des angles d'Euler et des paramètres de Cayley-Klein.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 534.1 ; 531.6

ASUPRA BILANŢULUI ENERGETIC ÎN CAZUL OSCILATORILOR LINIARI PERTURBAŢI PERIODIC

DE
ALFRED BRAIER şi HUGO ROSMAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Aspectul energetic al fenomenelor oscilatorii este relativ puţin studiat în literatură [1] deşi prezintă o importanţă evidentă din punct de vedere tehnico-economic. Mai amănunţit este studiat aspectul energetic al oscilaţiilor în circuitele electrice de curent alternativ, cu parametri constanţi, funcţionînd în regim permanent periodic. Cu prilejul acestor studii s-au introdus noţiunile de putere reactivă şi deformantă.

În lucrarea de faţă se examinează aspectul energetic al oscilaţiilor forţate ale oscilatorilor liniari amortizaţi şi perturbaţi de forţe exterioare periodice. Se pune în evidenţă, pe cale directă, faptul că noţiunile de putere reactivă şi deformantă au un caracter general, fiind valabile în orice bilanţ energetic de acest fel. Ele nu sînt legate de forma concretă sub care circulă energia între elementele oscilatorului (energie mecanică, electromagnetică etc.) ci caracterizează circulaţia de energie, ca atare. Analiza directă a schimbului energetic conduce la noţiunea de putere deformantă în mod natural şi totodată mai direct decît folosind procedeul uzual utilizat în electrotehnică, unde ea a fost introdusă de acad. C. Budeanu.

De obicei analiza aspectului energetic al oscilaţiilor forţate se referă la perturbaţie (de exemplu tensiunea electrică aplicată circuitului). Punînd însă accentul discuţiei pe analiza comportării fiecărui element în parte ce intră în structura oscilatorului liniar, se obţine o imagine mai clar conturată a particularităţilor schimbului de energie dintre sursa perturbatoare şi sistemul oscilant.

2. Fie [2]

$$a\ddot{x} + b\dot{x} + cx = F(t) \tag{1}$$

ecuaţia care descrie oscilaţiile forţate ale unui sistem liniar cu un grad de libertate, în care a, b, c sînt, respectiv, coeficienţii inerţial, de rezistenţă şi cuasielastic, x este coordonata generalizată, iar $F(t)$ — forţa generalizată perturbatoare.

În cazul unei perturbaţii armonice, adică

$$F(t) = F_{\max} \sin(\omega t + \alpha), \tag{2}$$

în care: $F_{\max}$ – amplitudinea, ω — pulsaţia, iar α — faza iniţială a forţei perturbatoare, oscilaţiile în regim permanent decurg cu viteza

$$v = \dot{x} = v_{\max} \sin(\omega t + \alpha - \varphi), \tag{3}$$

în care

$$v_{\max} = F_{\max} / \sqrt{b^2 + (a\omega - c/\omega)^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = (a\omega - c/\omega)/b. \tag{4}$$

Se stabilesc cu uşurinţă relaţiile

$$F_{\max}\cos\varphi = bv_{\max}, \quad F_{\max}\sin\varphi = (a\omega - c/\omega)\,v_{\max}. \tag{5}$$

Dacă $E = av^2/2$ reprezintă energia cinetică pe care o posedă la un moment dat elementul inerţial al sistemului oscilant, iar $V = cx^2/2$ — energia potenţială înmagazinată în elementul elastic, atunci puterile corespunzătoare ce intră în joc $P_{\text{in}} + P_{\text{el}} = \dot{E} + \dot{V}$ se exprimă prin

$$P_{\text{in}} + P_{\text{el}} = \frac{1}{2}(a\omega - c/\omega)\,v^2_{\max}\sin 2(\omega t + a - \varphi). \tag{6}$$

Puterea disipată în elementul rezistent este $P_{\text{dis}} = \beta v^2$, adică

$$P_{\text{dis}} = \frac{1}{2}\beta v^2_{\max} - \frac{1}{2}\beta v^2_{\max}\sin 2(\omega t + \alpha - \varphi), \tag{7}$$

în timp ce puterea ce caracterizează perturbaţia, $P_{\text{per}} = Fv$, este

$$P_{\text{per}} = \frac{1}{2}F_{\max}v_{\max}\cos\varphi - \frac{1}{2}F_{\max}v_{\max}\cos[2(\omega t + \alpha) - \varphi]. \tag{8}$$

Este evident că valoarea medie pe o perioadă a lui $P_{\text{in}} + P_{\text{el}}$ este nulă, în timp ce valorile medii ale lui P_{dis} şi P_{per} sînt egale între ele şi anume (v. (5)) cu $\frac{1}{2}F_{\max}v_{\max}\cos\varphi$. Puterea P_{per} posedă un termen oscilant, avînd drept componente termenul oscilant din expresia puterii disipate precum şi puterea compartimentului inerto-elastic (6).

Dacă $E_{\max}$ şi $V_{\max}$ sînt valorile maxime ale energiilor cinetică şi potenţială, atunci ţinînd seama de (3) se obţine [3] $V_{\max}/E_{\max} = (\omega_0/\omega)^2$, în care $\omega_0 = \sqrt{c/a}$ reprezintă pulsaţia proprie a sistemului oscilant.

Cînd $\omega < \omega_0$, energia maximă pe care o necesită întreţinerea mişcării elementului inerţial depăşeşte capacitatea de înmagazinare a elementului elastic. În unele intervale de timp, după ce a absorbit energia înmagazinată în elementul elastic, elementul inerţial mai necesită energie, care îi este suplimentată de sursa perturbatoare. În alte intervale, cînd energia trece din forma cinetică în potenţială, se ajunge la saturaţia elementului elastic, suplimentul de energie fiind restituit sursei de forţă perturbatoare, de unde este ulterior din nou absorbit şi apoi restituit, în mod periodic.

Dimpotrivă, atunci cînd $\omega > \omega_0$, capacitatea energetică a elementului elastic depăşeşte energia maximă necesară întreţinerii mişcării elementului inerţial. După acoperirea acesteia, surplusul este momentan cedat sursei perturbatoare, de unde este retrimis elementului elastic îndată ce întreaga energie cinetică a trecut în potenţială.

În amîndouă cazurile, o anumită cantitate de energie (care se denumeşte reactivă) circulă periodic între ansamblul inerto-elastic şi sursa pertubatoare, în afara aceleia (activă) pe care elementul rezistent o disipă continuu, trecînd-o în energie calorică. Numai la rezonanţă ($\omega = \omega_0$) ansamblul inerto-elastic funcţionează din punct de vedere energetic independent de sursa perturbatoare, trecîndu-şi periodic energia de la un element la celălalt. De data aceasta capacitatea energetică a sursei este folosită exclusiv pentru alimentarea elementului rezistent

3. Revenind la expresiile (6), (7) şi (8) ale puterilor şi ţinînd seama de (5), se poate scrie relaţia dintre puterile oscilante.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}F_{\max}v_{\max}\cos[2(\omega t + \alpha) - \varphi] &= \frac{1}{2}F_{\max}v_{\max}\cos\varphi\cos 2(\omega t + \alpha - \varphi) - \\ &- \frac{1}{2}F_{\max}v_{\max}\sin\varphi\,\sin 2(\omega t + \alpha - \varphi).\end{aligned} \tag{9}$$

Din punctul de vedere al bilanţului energetic este natural de caracterizat capacităţile energetice corespunzătoare prin amplitudinile termenilor din expresia (9), care au dimensiunile unor puteri, şi anume

$$S = \frac{1}{2}F_{\max}v_{\max}, \quad P = \frac{1}{2}F_{\max}v_{\max}\cos\varphi \quad \text{şi} \quad Q = \frac{1}{2}F_{\max}v_{\max}\sin\varphi. \tag{10}$$

Ele reprezintă, pe rînd (cu terminologia și notațiile din electrotehnică), puterile aparentă, activă și reactivă. Mărimea S caracterizează performanța energetică globală a sursei de energie, în timp ce P (egală de altfel cu valoarea medie pe o perioadă a puterii disipate) caracterizează cota parte din aportul sursei pe care o consumă ireversibil elementul rezistent. În sfîrșit, Q constituie măsura fracțiunii din energia sursei care circulă continuu și reversibil între sursă și compartimentul inerto-elastic și fără de care nu este posibilă funcționarea sistemului oscilant. Ținînd seama de cele observate la pct. 2, $Q > 0$ (după rezonanță) indică faptul că energia reactivă este furnizată la începutul mișcării de regim permanent de către sursa perturbatoare, adică sistemul oscilant este „consumator" de energie reactivă, în timp ce dacă $Q < 0$ (înainte de rezonanță), el este „producător".

Dacă se observă că în calculul valorilor medii, pe o perioadă, ale mărimilor ce intervin direct în bilanțul energetic se pun în evidență valorile eficace (de pildă $E_{med} = (1/T)\int_0^T E\,dt =$ $= (1/2)\,a\,[(1/T)\int_0^T v^2 dt] = (1/2)\,a v_{ef}^2$, în care (3) $v_{ef} = v_{max}/\sqrt{2}$) se mai poate scrie și

$$S = F_{ef}\,v_{ef}, \quad P = F_{ef}\,v_{ef}\cos\varphi, \quad Q = F_{ef}\,v_{ef}\sin\varphi. \tag{10'}$$

Este evident că

$$S^2 = P^2 + Q^2. \tag{11}$$

4. În cazul sistemelor oscilante complexe, formate dintr-un număr de elemente inerțiale, elastice și rezistente, acționate de o forță perturbatoare armonică, se utilizează curent metoda reprezentării prin numere complexe [4]. Impendanța, care în cazul sistemului (1) este $Z = b + i\,(a\omega - c/\omega)$, cu $i = \sqrt{-1}$, devine $\underline{Z} = R + i\,X$, (în care, în general, $R = R(\omega)$ și $X = X(\omega)$). Relațiile corespunzătoare lui (4) și (5) devin atunci

$$v_{max} = F_{max}/\sqrt{R^2 + X^2}, \quad \operatorname{tg}\varphi = X/R, \quad F_{max}\cos\varphi = Rv_{max}, \quad F_{max}\sin\varphi = Xv_{max}. \tag{12}$$

Trebuie subliniat că în acest caz nu se mai pot individualiza elementele inerțial și elastic ale ansamblului oscilant, putîndu-se identifica numai un compartiment inerto-elastic. Între acesta și sursa de energie are loc schimbul periodic de energie, cu excepția cazului de rezonanță, care are loc pentru pulsații ce verifică ecuația $X(\omega) = 0$.

5. Să examinăm cazul unei perturbații compusă din suprapunerea a două perturbații armonice

$$F_{12} = F_{1\,max}\sin(\omega_1 t + \alpha_1) + F_{2\,max}\sin(\omega_2 t + \alpha_2). \tag{13}$$

Perturbația se prezintă deci [5] ca o oscilație modulată, cu perioada $4\pi/(\omega_1 + \omega_2)$, avînd amplitudinea și faza — funcții periodice de timp, cu perioada $4\pi/(\omega_1 - \omega_2)$. Mărginindu-ne, pentru bilanțul energetic, la o perturbație periodică, presupunem că pulsațiile ω_1 și ω_2 sînt comensurabile ($\omega_1/\omega_2 = n_1/n_2$, în care n_1/n_2 este fracție rațională nedivizibilă). Perioada perturbației este atunci $T = 2\pi n_1/\omega_1 = 2\pi n_2/\omega_2$, iar valoarea eficace a lui F_{12} pe această durată rezultă $F_{12\,ef}^2 = F_{1\,ef}^2 + F_{2\,ef}^2$. Mișcarea de regim permanent a sistemului oscilant (1) se prezintă atunci ca o oscilație modulată, la rîndul său, în amplitudine și fază, de aceeași perioadă, ce decurge cu viteza

$$v_{12} = v_{1max}\sin(\omega_1 t + \alpha_1 - \varphi_1) + v_{2\,max}\sin(\omega_2 t + \alpha_2 - \varphi_2), \tag{14}$$

în care $v_{1\,max}$, $v_{2\,max}$, φ_1 și φ_2 se exprimă prin relații de tipul (4). În cazul sistemelor oscilante complexe, ultimele două relații (12) devin

$$F_{1max}\cos\varphi_1 = R(\omega_1)\,v_{1max}, \quad F_{1max}\sin\varphi_1 = X(\omega_1)v_{1max} \text{ etc.} \tag{15}$$

Efectuînd calculele se obține pentru puterea ce caracterizează perturbația

$$P_{12\,per} = P_1 + P_2 - S_1 \cos[2(\omega_1 t + \alpha_1) - \varphi_1] - S_2 \cos[2(\omega_2 t + \alpha_2) - \varphi_2] +$$
$$+ F_{1\max} v_{2\max} \sin(\omega_1 t + \alpha_1) \sin(\omega_2 t + \alpha_2 \quad \varphi_2) + \tag{16}$$
$$+ F_{2\max} v_{1\max} \sin(\omega_2 t + \alpha_2) \sin(\omega_1 t + \alpha_1 - \varphi_1),$$

în care s-au folosit şi notaţiile (10). Pentru puterile compartimentului inerto-elastic şi cea disipată, rezultă, respectiv

$$P_{12\,in,el} = Q_1 \sin 2(\omega_1 t + \alpha_1 - \varphi_1) + Q_2 \sin 2(\omega_2 t + \alpha_2 - \varphi_2) +$$
$$+ X(\omega_2) v_{1\max} v_{2\max} \sin(\omega_1 t + \alpha_1 - \varphi_1) \cos(\omega_2 t + \alpha_2 - \varphi_2) + \tag{17}$$
$$+ X(\omega_1) v_{2\max} v_{1\max} \sin(\omega_2 t + \alpha_2 - \varphi_1) \cos(\omega_1 t + \alpha_1 - \varphi_1),$$

$$P_{12\,dis} = P_1 + P_2 - P_1 \cos 2(\omega_1 t + \alpha_1 - \varphi_1) - P_2 \cos 2(\omega_2 t + \alpha_2 - \varphi_2) +$$
$$+ R(\omega_2) v_{1\max} v_{2\max} \sin(\omega_1 t + \alpha_1 - \varphi_1) \sin(\omega_2 t + \alpha_2 - \varphi_2) + \tag{18}$$
$$+ R(\omega_1) v_{2\max} v_{1\max} \sin(\omega_2 t + \alpha_2 - \varphi_2) \sin(\omega_1 t + \alpha_1 - \varphi_1).$$

Comparaţia cu (8), (6) şi (7) indică apariţia unor termeni suplimentari, care denotă existenţa unei circulaţii suplimentare, reversibilă, de energie, între sistemul oscilant şi sursa perturbatoare.

Caracterizînd prin valoarea medie pe perioada perturbaţiei (13) cota parte din aportul energetic al sursei ce se consumă continuu pe elementul rezistent, se poate scrie pentru puterea activă

$$P_{12} = P_1 + P_2 = R(\omega_1) v_{1\,ef}^2 + R(\omega_2) v_{2\,ef}^2 = F_{1\,ef} v_{1\,ef} \cos\varphi_1 + F_{2\,ef} v_{2\,ef} \cos\varphi_2. \tag{19}$$

Fracţiunea din energia sursei care circulă între sursă şi sistemul oscilant conţine un grup de termeni analogi cu (6), ce intervin în bilanţul energetic individual al componentelor armonice ale perturbaţiei (13). Suma amplitudinilor lor se poate denumi putere reactivă

$$Q_{12} = Q_1 + Q_2 = X(\omega_1) v_{1\,ef}^2 + X(\omega_2) v_{2\,ef}^2 = F_{1\,ef} v_{1\,ef} \sin\varphi_1 + F_{2\,ef} v_{2\,ef} \sin\varphi_2. \tag{20}$$

Pentru măsurarea circulaţiei suplimentare de energie, condiţionată de interacţiunea dintre termeni de pulsaţii diferite, trebuie observat că deşi această energie este apropiată de cea reactivă, se deosebeşte calitativ de ea. În procesul de transfer periodic suplimentar de energie între sursă şi sistemul oscilant, o porţiune este „dirijată" spre compartimentul inerto-elastic (v. (17)), în timp ce alta revine elementului disipativ (v. (18)). Este natural să se măsoare respectivele porţiuni prin semidiferenţele [1]) amplitudinilor corespunzătoare ale termenilor din (17) şi (18). Aceste diferenţe sînt simultan nule numai dacă $\omega_1 = \omega_2$, cînd circulaţia suplimentară încetează, porţiunile respective devenind energii reactivă şi activă. Numind putere deformantă măsura globală a circulaţiei suplimentare de energie, se poate atunci scrie

$$D_{12} = \sqrt{[R(\omega_2) - R(\omega_1)]^2 + [X(\omega_2) - X(\omega_1)]^2}\, v_{1\,ef} v_{2\,ef} = \tag{21}$$
$$= \sqrt{(F_{2\,ef} v_{1\,ef} \cos\varphi_2 - F_{1\,ef} v_{2\,ef} \cos\varphi_1) + (F_{2\,ef} v_{1\,ef} \sin\varphi_2 - F_{1\,ef} v_{2\,ef} \sin\varphi_1)^2}.$$

Pentru caracterizarea performanţei energetice globale se constată că suma puterilor aparente individuale, ce intervin în (16), nu este suficientă, căci nu ar include circulaţia suplimentară. Dacă se înţelege însă prin putere aparentă globală produsul valorilor eficace $S_{12} = F_{12\,ef} v_{12\,ef}$, se obţine extinderea lui (11) sub forma

1) Pentru că în (17) şi (18) intervin valorile maxime şi nu cele eficace.

(22) $$S_{12}^2 = P_{12}^2 + Q_{12}^2 + D_{12}^2 .$$

6. Cînd perturbația aplicată sistemului oscilant (1) este periodică, $F(t+T) = F(t)$, ea se descompune [1] într-o serie trigometrică de forma $F(t) = \sum_{k=1}^{\infty} F_{k\max} \sin(k\omega t + \alpha_k)$, care conduce la o mișcare de regim permanent cu viteza $v = \sum_{k=1}^{\infty} v_{k\max} \sin(k\omega t + \alpha_k - \varphi_k)$, în care $\omega = 2\pi/T$, iar semnificația și expresiile celorlalte mărimi sînt evidente dacă se reamintește (4). Folosind rezultatele de la pct. **5** se poate scrie pentru puterile activă, reactivă, aparentă și deformantă

(23) $$P = \sum_{k=1}^{\infty} F_{k\,ef} v_{k\,ef} \cos\varphi_k , \quad Q = \sum_{k=1}^{\infty} F_{k\,ef} v_{k\,ef} \sin\varphi_k , \quad S^2 = \left(\sum_{k=1}^{\infty} F_{k\,ef}^2\right)\left(\sum_{k=1}^{\infty} v_{k\,ef}^2\right),$$

(24)
$$D^2 = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty}\{[R(k\omega) - R(l\omega)]^2 + [X(k\omega) - X(l\omega)]^2 v_{k\,ef}^2 v_{l\,ef}^2\} =$$
$$= \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty}[(F_{k\,ef} v_{l\,ef}\cos\varphi_k - F_{l\,ef} v_{k\,ef}\cos\varphi_l)^2 + (F_{k\,ef} v_{l\,ef}\sin\varphi_k - F_{l\,ef} v_{k\,ef}\sin\varphi_l)^2],$$

între ele avînd loc relația $S^2 = P^2 + Q^2 + D^2$.

Efectuînd transformări elementare se mai poate pune expresia puterii deformante și sub altă formă, de pildă

(24′) $$D^2 = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty}[F_{k\,ef}^2 v_{l\,ef}^2 + F_{l\,ef}^2 v_{k\,ef}^2 - 2F_{k\,ef}F_{l\,ef} v_{k\,ef} v_{l\,ef}\cos(\varphi_k - \varphi_l)].$$

În cazul particular al sistemelor la care R nu depinde e pulsație, expresia puterii deformante se simplifică devenind

(25) $$D^2 = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty}(F_{k\,ef} v_{l\,ef}\sin\varphi_k - F_{l\,ef} v_{k\,ef}\sin\varphi_l)^2 .$$

7. Noțiunea de putere deformantă a fost introdusă în Electrotehnică de acad. C. Budeanu [6] și teoria sa figurează în literatura de specialitate (v. [7]). Ea se introduce acolo plecînd de la bilanțul energetic global, scriind $D^2 = S^2 - P^2 - Q^2$ și obținîndu-se după unele artificii de calcul o expresie echivalentă cu (24), care apoi se aduce la forma (24′) sau „forma clasică a acestei puteri" [7] [2]) (ținînd, evident, seama de corespondențele $F \leftrightarrow U$ și $v \leftrightarrow I$, în care U și I reprezintă tensiunea și intensitatea curentului).

Analiza expusă mai sus pune în evidență faptul că puterea deformantă este o noțiune generală, care caracterizează circulația suplimentară periodică de energie între sursă și sistemul oscilant liniar, în afara celei măsurate prin puterea reactivă. Circulația suplimentară de energie are loc ori de cîte ori perturbația periodică este o sumă de perturbații armonice de pulsații diferite.

Pentru cazul particular al regimului deformant din electrotehnică, se mai pot da următoarele expresii. În cazul cînd $R = R(\omega)$

(26) $$D^2 = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty}[U_k I_l \cos\varphi_k - U_l I_k \cos\varphi_l)^2 + (U_k I_l \sin\varphi_k - U_l I_k \sin\varphi_l)^2],$$

iar cînd R se prezintă ca independent de ω,

---

2) în [7] nu a fost scris factorul 1/2.

$$(26') \qquad D^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} (U_k I_l \sin \varphi_k - U_l I_k \sin \varphi_l)^2,$$

în care mărimile scrise reprezintă valori eficace. Prima expresie este echivalentă cu cele date în literatura electrotehnică, însă cazul particular descris de (26') nu se găseşte menţionat.

Catedra de mecanică şi organe de maşini,
Catedra de electrotehnică şi maşini electrice

BIBLIOGRAFIE

1. den Hartog J. P., *Mechanical Vibrations*, Mc-Graw Hill, N. Y.-Toronto-London, 1956, § **1.6.**
2. Бабаков І. М., *Теория колебаний*, ГИТТЛ, М, 1958, гл. **I.**
3. Hamburger L., Buzdugan Gh., *Teoria vibraţiilor şi aplicaţiile ei în construcţia de maşini*, Ed. tehn., Buc., 1958, Cap. **III**, § **7.**
4. Теумин И. И., *Ультразвуковые колебательные системы*, Машгиз, М., 1959, Гл. **I**, §§ **3**, **4.**
5. Пановко Я. Г., *Основы прикладнои теорий упругих колебаний*, Машгиз, М., 1957, гл. **II**, § **5.**
6. Budeanu C., *Puissances réactives et fictives*, IRE, Buc., 1927.
7. Antoniu I. S., *Chestiuni speciale de electrotehnică*, Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1956, Cap. **VII**, § **5.**

ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ БАЛАНСЕ ЛИНЕЙНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С ПЕРИОДИЧЕСКИМ ВОЗМУЩЕНИЕМ

(Резюме)

Рассматривается энергетический вид принудительных колебаний затухающих и возмущенных, периодическими наружными силами осцилляторов. Доказывается прямым путем, тот факт, что понятие реактивная (23_2) и искажающая (24') мощности носят общий характер, учавствуя в любом энергетическом балансе подобного типа. Эти мощности не зависят от конкретной формы в которой движется энергия между элементами осциллятора (механическая, электромагнитная и др. энергии), а характеризуют движение энергии как оно самое. Прямой анализ энергетического обмена ведет, естественным образом, к понятию искажающие мощности, позволяя получение и других, кроме известных в электротехнике, выражений для этой мощности (напр. (24)).

SUR LE BILAN ÉNERGÉTIQUE DES OSCILLATEURS LINÉAIRES SOUMS À DES PERTURBATIONS PÉRIODIQUES

(Résumé)

On examine l'aspect énergétique concernant les oscillations forcées des oscillateurs linéaires amortis, soumis à des perturbations extérieures périodiques. On met en évidence, par voie directe, le fait que les notions de puissance réactive (23_2) et déformante (24') ont un caractère tout-à-fait général, en y intervenant dans tout bilan énergétique de ce type-là. Ces puissances ne dépendent pas de la forme concrète sous la quelle l'énergie circule entre les éléments de l'oscillateur (énergie mécanique, électromagnétique, etc.); elle caractérisent la circulation d'energie telle qu'elle est.

L'analyse directe de l'échange énergetique conduit à la notion de puissance déformante dans une manière tout-à-fait naturelle, en obtenant, toutefois, et d'autres expressions pour cette puissance (par ex. (24)), que celles données dans la littérature.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 535 22 ; 530.1

EFFET DOPPLER ET ABERRATION. THÉORIE ET OBSERVATION

PAR

OLIVIER COSTA DE BEAUREGARD

1. Théorie classique dans le vide

Elle conduit aux formules bien connues que l'expérience vérifie. Il faut remarquer que les soi-disant vitesses absolues, ou „vitesses par rapport à l'éther", s'éliminent, pour ne laisser subsister que la vitesse relative source-observateur. En fin de compte, bien que la théorie classique se trouve ici réussir, l'aberration et l'effet Doppler dans le vide parlent *pour* et non *contre* le principe de relativité restreinte.

L'aberration et l'effet Doppler semblent bien fournir les seules méthodes permettant la mesure de c sur un parcours aller simple de la lumière. En contrepartie, le récepteur ou la source doivent occuper successivement au moins deux repères galiléens différents. Historiquement, les deux premières mesures de c sont celle de Roemer (1676) basée sur un phénomène formellement identique à un effet Doppler (la fréquence d'occultation des satellites de Jupiter y joue le même rôle que la fréquence d'émission d'un train d'ondes) et celle de Bradley (1828) basée sur l'aberration.

Aujourd'hui, les astronomes ont retourné les termes du problème. Ils partent de la valeur de c mesurée au laboratoire et de mesures astronomiques d'effet Doppler pour évaluer la „constante de l'aberration", c'est-à-dire la vitesse de la Terre sur l'écliptique, puis les dimensions de l'écliptique en termes de mètre étalon.

2. Introduction des milieux transparents. Formule de Fresnel. Théorème d'Abelé et Malvaux ([1], [7]).

L'expérience d'Arago (1818) ayant révélé l'absence de l'effet de „vent d'éther" attendu, Fresnel riposte par sa formule universelle „d'entraînement des ondes par les milieux transparents". Bien que Fresnel mentionne explicitement que la compensation des effets observables du vent d'éther soit faite au premier ordre en $\beta = v/c$, la portée de cette remarque n'est comprise qu'en 1873...1874, après une incroyable accumulation d'expériences du premier ordre, toutes négatives (théorème

général de Veltmann-Potier, montrant que la formule d'entraînement de Fresnel annule identiquement tout effet du „vent d'éther" au premier ordre en β).

L'expérience d'Arago et la formule de Fresnel sont à l'effet du premier ordre ce que l'expérience de Michelson et la formule de contraction des longueurs de Fitzgerald-Lorentz sont à l'expérience du second ordre. Dans les deux cas, la formule (affublée vaille que vaille d'un discours interprétatif) est taillée sur mesure pour escamoter tout effet observable du soi-disant „vent d'éther".

Mais, alors que Poincaré, imposant une structure de groupe aux formules de Lorentz, établit ainsi la base de la cinématique relativiste à partir de l'effet du second ordre, c'est tout récemment seulement (Abelé et Malvaux, 1952) qu'on s'est posé la même question à propos de l'effet du premier ordre. Jusque-là, l'opinion s'accrédite d'une soi-disante „équivalence des cinématiques classique et relativiste au premier ordre en β". Or, la vérité est que *cette équivalence n'a lieu que pour autant qu'on n'exige pas une structure de groupe de l'optique cinématique*. Si l'on exige une structure de groupe, avec la formule de Fresnel comme formule génératrice, la cinématique relativiste seule résout le problème, ainsi que l'ont montré MM. Abelé et Malvaux ([1], [7]). Rappelons leur démonstration.

Postulons

a) que la formule de Fresnel

$$w = u + v(1 - u^2), \tag{1}$$

où v est petit devant u, w et $(1 - u)$, (v — vitesse du milieu transparent, u — vitesse de la lumière par rapport à ce milieu, w — vitesse résultante de la lumière), représente la forme infinitésimale en v d'une loi universelle de composition des vitesses;

b) que cette loi s'exprime dans une formule caractérisant un groupe;

c) que ce groupe est continu et connexe;

d) que l'ensemble des vitesses est ordonné.

Il résulte alors de la théorie des groupes à un paramètre que le groupe cherché est isomorphe au groupe additif des nombres réels (voir par exemple [3] chapitre V, paragraphe 3, exercice 2), c'est-à-dire que la loi de composition cherchée a la forme

$$F(w) = F(u) + F(v) \tag{2}$$

avec, puisque $w = u$ pour $v = 0$,

$$F(0) = 0. \tag{3}$$

En vertu du postulat a), la formule (1) représente le début d'un développement de Taylor en les puissances de v, et l'on a donc

$$1 - u^2 = \frac{\partial w(u, 0)}{\partial v} = \left\{ \frac{F'(v)}{F'(w)} \right\}_{v=0} = \frac{F'(0)}{F'(u)} \tag{4}$$

et par conséquent, A désignant une constante,

(5) $$F'(u) = A/(1-u^2), \quad F(u) = (A/2)\,\mathrm{Log}\,[(1+u)/(1-u)],$$

d'où, en portant dans (2),

(6) $$(1+w)/(1-w) = [(1+u)/(1-u)].[(1+v)/(1-v)], \quad w = (u+v)/(1+uv),$$

c'est la loi relativiste de composition des vitesses (écrite avec des unités telles que $c = 1$).

En 1907, M. von Laue avait remarqué que la formule de Fresnel est directement conséquence de la loi relativiste de composition des vitesses. En 1952, MM. Abelé et Malvaux établissent la réciproque, en s'appuyant en outre sur le postulat d'une structure de groupe isomorphe au groupe additif des nombres réels.

Il est aisé de remonter de la formule (6_2) de composition des vitesses à celles de Lorentz-Poincaré. Le plus simple est pour cela de remarquer que cette formule n'est autre que celle de la composition additive des tangentes hyperboliques:

(7) $$\mathrm{th}\,W = (\mathrm{th}\,U + \mathrm{th}\,V)/(1 + \mathrm{th}\,U\,\mathrm{th}\,V), \quad W = U + V.$$

Postulons donc encore, avec MM. Abelé et Malvaux,

e) la loi d'inertie de Galilée, c'est-à-dire le mouvement rectiligne uniforme d'un point matériel libre dans une certaine famille „galiléenne" de repères spatio-temporels;

f) que les trois mobiles impliqués dans la formule (6_2) ou (7_1) sont des repères galiléens.

Si les trois tangentes hyperboliques impliquées dans la formule (7) doivent s'interpréter comme des rapports x/t attachés à trois repères galiléens, il faut nécessairement que les formules de changement de repère galiléen puissent être figurées comme une rotation d'axes x, t „pseudo-orthogonaux", suivant les formules de Lorentz-Poincaré

(8) $$\begin{cases} x' = x\,\mathrm{ch}\,U + t\,\mathrm{sh}\,U, \\ t' = t\,\mathrm{sh}\,U + x\,\mathrm{ch}\,U, \end{cases} \quad \begin{cases} x = x'\,\mathrm{ch}\,U - t'\,\mathrm{sh}\,U, \\ t = -t'\,\mathrm{sh}\,U + x\,\mathrm{ch}\,U, \end{cases}$$

ou

(9) $$\begin{cases} \alpha x' = x + vt, \\ \alpha t' = t + vx, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha x = x' - vt', \\ \alpha t = t' - vx', \end{cases}$$

(10) $$\alpha \equiv \sqrt{1 - v^2}, \quad (c = 1).$$

L'écart cinématique de MM. Abelé et Malvaux est le correspondant de la classique *vitesse relative* $v = w - u$. Il s'écrit

(11) $$v = (w - u)/(1 - uw)$$

ou, si v est infiniment petit,

(12) $$Du = du/(1 - u^2).$$

Il est remarquable que la substitution (12) portée dans la formule de l'accélération longitudinale d'un point matériel soit justement celle qui fait disparaître le „scandale" de la „masse longitudinale non maupertuisienne". En bref, on a, pour l'accélération totale,

(13) $$\vec{d}(m\vec{v}) = m\vec{Dv},$$

ou m est la masse maupertuisienne.

La formule (6_1) se récrit sous forme d'un rapport anharmonique

(14) $$(1 + v)/(1 - v) = [(1 + w)/(1 - w)].[(1 - u)/(1 + u)] = (-1, +1, w, u)$$

avec nécessairement, du fait de (5_2),

(15) $$-1 < w, u < +1;$$

la loi relativiste de composition des vitesses apparaît ainsi comme la loi la plus simple compatible avec l'existence d'une vitesse limite (± 1). Notons aussi, avec MM. Abelé et Malvaux, la forme anharmonique de la loi de composition

(16) $$(-1, +1, u, w) = (-1, +1, u, v).(-1, +1, v, w).$$

3. Les formules relativistes de l'aberration et de l'effet Doppler

Elles sont directement contenues dans celles de la transformation du quadrivecteur fréquence lors d'un changement de repère galiléen ou, disons mieux, lorentzien.

L'équation de Gordon

(17) $$(\partial_\lambda^\lambda - k^2)\,\psi(x) = 0,$$

$(\lambda, \mu, \ldots = 1, 2, 3, 4;\ x_4 = ict)$ des ondes de la mécanique ondulatoire admet des solutions planes monochromatiques

(18) $$\psi(x) = \zeta(k) \exp(ik^\lambda x_\lambda)$$

telles que

(19) $$k_\lambda k^\lambda + k^2 = 0;$$

la *fréquence propre* k des ondes matérielles étant réelle, la *quadrifréquence* k_λ est du genre temps;

(20) $$\vec{f} = \vec{k}/(2\pi) \text{ et } \nu = ck_4/(2\pi i)$$

sont le *vecteur nombre d'ondes* et la *fréquence* classiques.

Vitesse de groupe d'un petit faisceau d'ondes planes. Postulons une dispersion δk_λ sur la quadrifréquence respectant la fréquence propre k, c'est-à-dire telle que

$$k_\lambda \, \delta k^\lambda = 0 . \tag{21}$$

À un petit vecteur dx_λ correspond un déphasage

$$d\varphi = k^\lambda \, dx_\lambda \tag{22}$$

et donc, dx_λ étant supposé fixe, un

$$\delta d\varphi = \delta k^\lambda \, dx_\lambda . \tag{23}$$

La vitesse de groupe s'obtient en écrivant la condition

$$\delta d\varphi \equiv 0 , \tag{24}$$

c'est-à-dire, d'après (21) et (22),

$$k^\lambda = A \, dx^\lambda , \tag{25}$$

l'énergie de l'onde plane chemine le long de ses rayons (du genre temps). C'est le théorème de la vitesse de groupe de Louis de Broglie [4] qui n'est autre, on le voit, que l'extension quadridimensionnelle d'un théorème classique de Fresnel („argument des zones de Fresnel"); l'éclairement d'une source S en un point R est dû principalement au petit paquet d'ondes planes dont les vecteurs de propagation ont des directions voisines de $R - S$.

Ceci étant, les formules relativistes de l'aberration et de l'effet Doppler, en général, ne sont autres que les formules de Lorentz appliquées à la quadrifréquence

$$f_1' = (f_1 + c^{-2} v\nu) / \sqrt{1 - \beta^2} , \quad \nu' = (\nu + v f_1) / \sqrt{1 - \beta^2} . \tag{26}$$

Cas particuliers

1° *Cas transversal pur* (onde matérielle quelconque): $f_1 = 0$,

$$\operatorname{tg} \alpha = f_1' / (c\nu') = v / c , \quad \nu' = \nu / \sqrt{1 - \beta^2} . \tag{27}$$

D'après le théorème de la vitesse de groupe, α est l'angle suivant lequel est reçue l'énergie des ondes; (27_1) est la formule de Bradley bien connue. La formule (27_2), du second ordre en β et inconnue de la théorie classique, est celle de „l'effet Doppler transversal", vérifié au laboratoire par Ives et Stilwell (1941).

2° *Lumière dans le cas longitudinal :*

$$f_1 = \nu / c , \quad \nu' = \sqrt{(1 + \beta) / (1 - \beta)} = 1 + \beta + \cdots ; \tag{28}$$

(28_2) est la formule bien connue pour l'effet Doppler pur dans le cas de la lumière.

À cause du caractère „rigide et objectif", *pseudo-euclidien*, de l'espace de Minkowski, le v des formules précédentes s'interprète directement comme la vitesse relative de la source et du récepteur. Il n'en sera plus de même en relativité générale où la notion de parallélisme absolu disparaît. Toutefois, pourvu que la courbure soit localement assez faible pour qu'on ait le droit de raisonner dans l'espace minkowskien tangent (et de continuer d'y parler d'ondes planes monochromatiques) les précédentes formules subsistent avec une interprétation purement locale: elles correspondent à l'effet d'une rotation locale des axes lorentziens. En ce sens (et à cette approximation) l'effet Doppler et l'aberration liés à la circulation de la Terre sur l'écliptique restent expliqués [1]).

4. Expressions covariantes de la transformation de Fourier, etc. ([5, pp. 49–61] et [8])

Nous les donnons pour rendre manifeste l'harmonie profonde entre la relativité restreinte et la mécanique ondulatoire ou quantique (deux théories nées l'une et l'autre de la physique des ondes: leur propagation d'une part, leur émission — absorption de l'autre).

a) *Formule de Fourier directe pour les solutions de l'équation de Gordon (17)*

$$\psi(x) = (2\pi)^{-3/2} \iiint_{\eta} \exp(i k^\lambda x_\lambda)\, \zeta(k)\, \varepsilon(k)\, d\eta; \tag{29}$$

η désigne l'hyperboloïde d'équation (19); la considération des deux nappes η_+ et η_- est indispensable pour qu'on ait en général une orthobase complète dans l'espace de Hilbert; $\psi(x)$ et $\zeta(k)$ sont deux spineurs ou tenseurs de même variance; $d\eta$ est le module du quadrivecteur élément de volume $d\eta_\lambda$ sur η (colinéaire à k_λ); $\varepsilon(k) = +1$ sur η_+, -1 sur η_- s'introduit inévitablement dans la formule soit directe, soit réciproque.

b) *Formule de Fourier réciproque*:

$$\zeta(k) = -\frac{i}{2k}(2\pi)^{-3/2} \iiint_{\sigma} \exp(-i k^\lambda x_\lambda)\, [\partial^\mu]\, \psi(x)\, d\sigma_\mu; \tag{30}$$

k^λ satisfaisant par hypothèse à (30), $\exp(-ik^\lambda x_\lambda)$ et $\psi(x)$ sont deux solutions de l'équation de Gordon;

$$[\partial^\mu] = \overrightarrow{\partial^\mu} - \overleftarrow{\partial^\mu} \tag{31}$$

est „l'opérateur du courant de Gordon"; pour deux solutions de l'équations de Gordon, on a identiquement

$$\partial_\mu \{\bar{\psi}^a [\partial^\mu] \psi^b\} = 0, \tag{32}$$

[1]) Cette remarque a été faite indépendamment par M. A. Metz.

en sorte que l'intégrale (30), étendue à une hypersurface arbitraire du genre espace, est indépendante de σ pourvu que ψ décroisse suffisamment vite à l'infini spatial.

c) *Egalité de Parseval*:

$$(33) \qquad -\frac{i}{2k}\int_{\alpha}\int\int\int \bar{\psi}^a\,[\partial^\mu]\,\psi^b\,d\sigma_\mu = \int_{\eta}\int\int\int \bar{\zeta}^a\,\zeta^b\,\varepsilon(k)\,d\eta\,.$$

Posons trois définitions:

$$(34) \qquad e(kx) = \bar{e}(-kx) = \begin{cases} (2\pi)^{-3/2}\exp(ik^\lambda x_\lambda) & \text{si} \quad k^\lambda k_\lambda + k^2 = 0, \\ 0 & \text{si} \quad k^\lambda k_\lambda + k^2 \neq 0; \end{cases}$$

c'est une solution de l'équation de Gordon sous ses deux formes (17) et

$$(35) \qquad (k_\lambda k^\lambda + k^2)\,\zeta(k) = 0\,.$$

d) *Définitions du produit scalaire hermitien de deux solutions de l'équation de Gordon :*

$$(36) \qquad <\psi^a \mid \psi^b>_\sigma = \overline{<\psi^b \mid \psi^a>_\sigma} = -\frac{i}{2k}\int_{\sigma}\int\int\int \bar{\psi}^a\,[\partial^\mu]\,\psi^b\,d\sigma_\eta\,,$$

$$(37) \qquad <\zeta^a \mid \zeta^b>_\eta = \overline{<\zeta^b \mid \zeta^a>_\eta} = \int_{\eta}\int\int\int \bar{\zeta}^a\,\zeta^b\,\varepsilon(k)\,d\eta;$$

les formules (29), (30), (33) se récrivent

$$(38) \qquad \psi(x) = <e(-kx) \mid \zeta(k)>_\eta\,,$$

$$(39) \qquad \zeta(k) = <e(kx) \mid \psi(x)>_\sigma\,,$$

$$(40) \qquad <\psi^a \mid \psi^b>_\sigma = <\zeta^a \mid \zeta^b>_\eta\,.$$

e) *Définition du propagateur de Jordan-Pauli :*

$$(41) \qquad D(x) = -(2\pi)^{-3}\int_{\eta}\int\int\int \exp(ik^\lambda x_\lambda)\,\varepsilon(k)\,d\eta\,;$$

c'est une fonction impropre, solution de l'équation de Gordon pour tout x (y compris $x = 0$), paire en $\vec{x}$ et impaire en x_4, nulle pour x du genre espace (une rotation de Lorentz peut alors transformer $D(x)$ en $+D(x)$ et $-D(x)$ à la fois).

Il suit de (41), (34) et (40)

$$(42) \qquad D(x'' - x') = <e(-kx') \mid e(-kx'')>_\eta = <D(x - x') \mid D(x - x'')>_\sigma\,;$$

en particulier, deux fonctions de x, $D(x - x')$ et $D(x - x'')$ telles que le vecteur $x' - x''$ soit du genre espace, sont orthogonales au sens impliqué dans (36) et (37).

Substituant (30) dans (29) et tenant compte de (41), l'on résout formellement le problème de Cauchy sous la forme

(43) $$\psi(x) = < D(x - x') \mid \psi(x') >_{\sigma'}$$

(impliquant la connaissance sur σ' du ψ' et de sa dérivée normale). C'est aussi la formule développant le $\psi(x)$ sur le système orthogonal et *complet* des propagateurs $D(x - x')$ attachés à une σ'.

5. Deux applications astronomiques possibles de l'effet Doppler transversal [6]

Il est tentant de chercher à mesurer les vitesses transversales des corps célestes en se servant de l'effet Doppler transversal. Mais celui-ci étant normalement largement dominé par l'effet Doppler ordinaire, l'effet doit être recherché comme un effet différentiel.

Soit ν_0 la fréquence propre d'émission de la source (supposée corrigée de l'effet Doppler de gravitation: nous raisonnons en relativité restreinte). La formule de l'effet Doppler est

(44) $$\nu_0 = (1 + \beta_x) / \sqrt{1 - \beta^2} = \nu \left\{ 1 + \beta_x + \frac{1}{2}(\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2) + \cdots \right\},$$

d'où

(45) $$d\nu_0 / \nu_0 = 0 \cong d\nu / \nu_0 + d\beta_x (1 + \beta_x) + \beta_y d\beta_y + \beta_z d\beta_z + \cdots$$

Nous allons considérer deux cas: a) récepteur décrivant un cercle de grand diamètre (Terre sur son orbite), b) sources décrivant un cercle de grand diamètre (périphérie d'une galaxie). Dans les deux cas, il y a deux points diamétralement opposés où l'effet Doppler longitudinal s'annule: $d\beta_x = 0$. Le trièdre trirectangle $Oxyz$ peut alors être orienté de manière qu'en ces points $d\beta_z = 0$. Il reste donc

(46) $$d\nu / \nu_0 \cong - \beta_y d\beta_y .$$

Premier cas. *Etoile rapide à raies fines observée depuis la Terre en circulation.* Pour la Terre $c\, d\beta_y \cong 2 \cdot 30$ km/sec., $d\beta_y \cong 2 \cdot 10^{-4}$. Pour l'étoile, $\beta_y \leq 10^{-3}$. L'effet serait au plus en 10^{-7}.

Deuxième cas. *Galaxie en rotation.* On peut avoir, aux extrémités du petit axe de son image, $d\beta_y \cong 2 \cdot 10^{-3}$. On n'a encore aucune donnée sur les vitesses transversales des galaxies; admettons à titre d'hypothèse $c\beta_y \cong 3\,000$ km/sec., ou $\beta_y \cong 10^{-2}$: l'effet serait en 10^{-5}. Malheureusement les raies sont ici beaucoup moins fines que dans le cas précédent.

6. Difficultés de la théorie de l'effet Doppler et de l'aberration en relativité générale

1° Il n'y a plus de parallélisme à distance, et la notion de vitesse relative source-récepteur devient très équivoque.

2° Conceptuellement comme observationnellement, l'effet Doppler ordinaire et l'effet Doppler de gravitation deviennent inséparables l'un de l'autre. De droit, il en faudrait dire autant de l'aberration ordinaire et de l'aberration de gravitation (distorsion des rayons lumineux par les masses graves); mais ce dernier problème est en fait académique dans la majorité des cas.

3° Dans un espace-temps riemannien, il n'y a plus ni ondes planes monochromatiques ni transformations de Fourier.

Pour qui veut parler d'effet Doppler et d'aberration il ne reste plus alors... qu'à refermer les coupoles des observatoires. Et pourtant, tous les observatoires font de la spectroscopie et des pointés en direction, bien que leurs instruments soient placés dans le champ de gravitation solaire, terrestre et lunaire... Il y a là une situation de fait qu'il serait intéressant de légitimer.

Le problème impliqué derrière ce modeste cas particulier n'est rien moins que celui d'une théorie synthétique de la relativité générale et des quanta. L'effet Doppler de gravitation implique essentiellement à la fois la relativité générale et les quanta. Il en va de même de l'argument fort intéressant d'Einstein et de Bohr relativement à la quatrième relation d'indétermination [2].

Reçu le 12 XII 1960

Faculté des Sciences,
Université de Paris, France

BIBLIOGRAPHIE

1. Abelé J. et Malvaux P., *Vitesse et univers relativiste*, Paris, SEDES, 1954.
2. Bohr N., *Discussion with Einstein on epistomological problems in atomic physics*, in *Albert Einstein : Philosopher-Scientist*, 2. d edition, N. Y., Tudor Publishing Company, 1951, (The Library of living Philosophers), pp. 199—241.
3. Bourbaki N., *Topologie générale*, Livre **III**, Chap. V—VIII, Paris, Hermann, 1947, (Act. scient. et ind., *1029*; Eléments de Mathématiques, *5*).
4. de Broglie L., Ann. Phys., 1925, **3**, pp. 22—128.
5. Costa de Beauregard O., *Théorie synthétique de la relativité restreinte et des quanta*, Paris, Gauthier-Villars, 1957, (Les grands Problèmes des Sciences, *8*).
6. — Bull. astron., 1957, **21** pp. 49—53.
7. Malvaux P., C. r. Ac. Sci., Paris, 1958, **235**, pp. 1009—1011.
8. Riesz M., C. r. du 10e Congrès des Mathématiciens scandinaves (1946, Copenhague), Köbenhavn, J. Gjellerups, 1947, pp. 123—148.

ЭФФЕКТ ДОППЛЕРА И АББЕРАЦИЯ. ТЕОРИЯ И ЗАМЕЧАНИЯ

(Резюме)

Освещается теория эффекта Допплера и абберации находящиеся в тесной связи с классической кинематикой и с частной или общей теориями относительности. Подчеркиваются некоторые современные прогрессы в этой теории (теорема Абеля и Мальво [1, стр. 147...172], [7]), релятивистская ковариантность в преобразованиях Фурье [5], [8], несколько возможных применений поперечного эффекта Допплера в астрономии [6], а также тот факт, что доныне еще не существует правильного изложения этих двух эффектов в теории общей относительности.

EFECT DOPPLER ŞI ABERAŢIE. TEORIE ŞI OBSERVAŢIE

(Rezumat)

Se arată modul în care se prezintă teoria efectului Doppler şi a aberaţiei, strîns înrudite, în cinematica clasică, în relativitatea restrînsă şi în relativitatea generală. Se scot în evidenţă unele progrese recente ale acestei teorii: teorema lui Abelé şi Malvaux [1, pp. 147..172], [7], covarianţa relativistă în transformarea lui Fourier [5], [8], cîteva aplicaţii astronomice posibile ale efectului Doppler transversal [6], precum şi faptul că nu există încă o expunere corectă a acestor două efecte în relativitatea generală.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 537.228.3

UNELE ASPECTE LEGATE DE BIREFRINGENŢA DE MIŞCARE ŞI BIREFRINGENŢA ELECTRICĂ LA COLOIDUL DE PENTOXID DE VANADIU

DE

V. PETRESCU ŞI SVETLANA DUMITRESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Scopul acestei Note este de a arăta unele proprietăţi optice ale gelului de pentoxid de vanadiu, provenind din soluri îmbătrînite, obţinute în anumite condiţii.

Punctul de plecare în lucrarea noastră îl constituie birefringenţa de mişcare şi cea în cîmp electric a solului cercetat.

Ideia urmărită de noi a fost aceea de a îngheţa (gelifica) solul de V_2O_5 orientat (particule orientate prin mişcare sau cîmp electric), astfel ca birefringenţa dobîndită să se menţină ulterior în starea gelificată, mişcarea sau cîmpul electric fiind suprimate.

Îngheţarea de particule birefringente orientate face parte dintr-o mai veche preocupare a noastră, căutînd a găsi pe această cale un procedeu de a realiza polaroizi care să se substituie cu suficient succes prizmelor cristaline polarizante.

a) *Birefringenţa de mişcare* a solului de V_2O_5, precum şi creşterea accentuată a acesteia cu îmbătrînirea solului este bine cunoscută [1], [2], [3]. Dacă un tub cilindric de sticlă, mărginit la capete cu plăci plane de sticlă lipsită de birefrigenţă, se umple cu sol de V_2O_5 şi se introduce între doi nicoli la extincţie, la agitarea tubului cîmpul lunetei se luminează. Dungi negre, aşezate oricum, ce-şi schimbă forma şi poziţia după modul de agitaţie, brăzdează cîmpul luminos (polarizaţie eliptică). Cînd întreaga masă a cilindrului este antrenată într-o mişcare de rotaţie, cîmpul apare brăzdat de o cruce neagră, analogă celei date de către un cristal uniax în lumină convergentă. Fenomenul devine mai accentuat o dată cu învechirea solului. Accentuarea este mai pronunţată la soluri mai concentrate. O asemenea cruce am obţinut-o cu fundul unor păhăruţe mici de sticlă, comfecţionate prin rotire, la sticlărie.

b) *Birefringenţa electrică* (fenomenul Kerr) la coloidul de V_2O_5 a fost de asemenea cercetată [4], [5], [6]; sub acţiunea cîmpului electric, cîmpul vizual al nicolilor în cruce se luminează. S-a observat puternica creştere a acestei birefringenţe cu învechirea solului. Fenomenul de orientare (dezorientare) la aplicarea (suprimarea) cîmpului electric durează $10^{-9}...10^{-10}$ sec.

Atît în cazul birefringenţei de mişcare cît şi în cazul birefringenţei electrice iluminarea cîmpului se datoreşte polarizării eliptice prin birefringenţă a mediului interpus pe traiect.

Rotirea analizorului nu poate stinge complet lumina, ea trecînd prin maxime şi minime succesive.

Fenomenul este analog celui ce se întîlneşte în cazul unui amestec de lumină polarizată cu lumină naturală ce se trece printr-un nicol analizor.

O manifestare ca aceasta se întîlneşte în cazul fenomenului cunoscut sub denumirea de depolarizarea luminii polarizate.

c) *Depolarizarea luminii polarizate.* Lumina polarizată este parţial depolarizată atunci cînd traversează suspensii cristaline sau coloidale organizate, în diverse medii transparente, astfel că în fasciculul emergent rămîne un amestec de lumină polarizată şi lumină naturală. Rotirea nicolului analizor nu reuşeşte să stingă lumina, ce trece prin maxime şi minime de intensitate.

Interesante cercetări au fost întreprinse în această privinţă de către acad. Şt. Procopiu, V. Petrescu, N. Calinicenco precum şi de către O. Groll, G. F. Prokrovski, Mukhopahyay, Boutaric şi L. Bernard ş. a. [7]. În prezent acest fenomen se cunoaşte în fizică sub denumirea de „efectul Procopiu".

V. Petrescu a întreprins un studiu sistematic asupra depolarizării luminii prin suspensiile de V_2O_5 coloidal, stabilind că starea solului, chiar cu particule anizotrope, nu poate depolariza lumina, căci particulele acestea rămîn mai mici ca lungimea de undă întrebuinţată. Trecerea solului în particule gel şi mai ales flocularea lor, conduc la apariţia depolarizării. Trecerea aceasta s-a făcut pe mai multe căi [3]. Fasciculul emergent conţine în acest caz un amestec de lumină polarizată rămasă nedepolarizată, şi de lumină naturală, rezultat al depolarizării. Rotirea analizorului nu realizează stingerea ci numai trecerea prin maxime şi minime de intensitate luminoasă.

În cercetările noastre procedînd la gelificarea solului (cazul a) şi b)) şi cum practic la rotirea analizorului nu obţinem stingerea completă a luminii ci treceri succesive prin maxime şi minime de intensitate luminoasă, ne putem situa sau în cazul întîi de birefringenţă îngheţată, sau în cazul unei depolarizări. În cele ce urmează vom arăta modul cum putem distinge cele două situaţii.

2. Partea experimentală

Am utilizat în toate încercările o cuvă paralelipipedică de sticlă, practic lipsită de birefringenţă. Cuva era pregătită a primi electrozi de cupru sau aluminiu, pentru aplicarea tensiunii. S-au aplicat tensiuni continue pînă la 1 200 V. Cuva era situată în cîmpul a doi nicoli la extincţie. Secţiunile principale ale nicolilor făceau unghiul de 45° cu direcţia cîmpului electric.

a) *Experienţe în absenţa cîmpului*

Dacă se introduce sol de V_2O_5 în cuvă şi se aşteaptă, solul gelifică în jurul electrozilor. O dată procesul amorsat el continuă, ca în cazul creşterii unui cristal în propria sa soluţie. Gelul (iar nu floconii) ajunge la grosimi notabile şi are o coloraţie în verde. Dacă schimbăm electrozii cu electrozi de platină fenomenul nu mai are loc. Noi n-am cercetat procesul fizico-chimic; fenomenul poate să fie legat de transmiterea de ioni în soluţie, V_2O_5 ar putea să treacă în alte forme de valenţă sau poate avea loc o acţiune a ionilor de clor asupra electrozilor, ce a intervenit la prepararea coloidului (acid clorhidric). Hîrtia de turnesol şi cea pH-metrică pun în evidenţă o soluţie neutră. Fenomenul nu apare în lipsa electrozilor sau în cazul utilizării unor electrozi de platină.

Analiza gelului astfel format, prin introducerea cuvei între nicoli la extincţie, arată că nu se luminează cîmpul dacă solul ce a generat gelul este proaspăt. Dacă solul este vechi (peste două luni şi mai mult) asistăm

chiar din momentul turnării la producerea unei gelificări fine, de culoare galbenă, mai densă înspre electrozi, care luminează puternic cîmpul vizual. Se formează dungi negre după direcția de turnare (ca în cazul mișcării solului), care se mențin oricît, ca și iluminarea. Dacă agităm, în timpul procesului de gelificare apar și dungi negre, după direcții diferite, care se mențin. Cu timpul, gelul, în absența cîmpului, se strînge între electrozi sau cîmpul poate rămîne iluminat oricît. Totul se prezintă ca în cazul birefringenței de mișcare, dar imobilizată. Rotirea analizorului face ca intensitatea luminoasă să treacă prin maxime și minime. Se produce sau polarizație eliptică sau depolarizare. Aspectele fizice puse în evidență sînt cele corespunzătoare birefringenței imobilizate.

Am remarcat că dacă tragem încet, cu ajutorul unei pipete, mediul de suspensie, o dată cu retragerea lui luminarea dispare, deși masa solidă rămîne pe traiectul fasciculului luminos, și reapare cînd reintroducem mediul (apa). Introducerea altor lichide de suspensie ca : alcoolul, nitrobenzenul, nu refac fenomenul. Sub acest aspect, am încercat soluții cu vechime de la o săptămîna pînă la $1^1/_2$ ani.

b) *Experiențe cu ajutorul cîmpului electric*

Dacă imediat după turnarea solului se aplică cîmpul electric apare iluminarea Kerr. Cînd coloidul este proaspăt, fenomenul nu-i marcant.

După aplicarea cîmpului electric se observă prin nicolul analizor modul cum coloidul inițial se deplasează către electrodul pozitiv unde gelifică. Cîmpul vizual rămas în urmă este întunecat, lichidul rămînînd perfect transparent și incolor. La electrozi se produce o degajare de gaze, mai abundentă la negativ. Gelul nu prezintă proprietăți optice.

Dacă solul este vechi, sub acțiunea cîmpului electric apar două feluri de geluri: unul ce seamănă cu cel produs prin mișcare, cu proprietăți optice analoge, și un altul ce aderă pe electrodul pozitiv, în strat relativ subțire. Ambele luminează cîmpul. Cel de pe electrod prezintă o iluminare intensă și este colorat în roș plăcut (seamănă cu floconii ce se nasc în sol cu timpul). Această culoare persistă și atunci cînd electrodul este scos din apă. Scoaterea apei sau a electrodului din cuvă înlătură iluminarea cîmpului pentru ambele geluri. Reintroducerea apei reface fenomenul, ca în cazul gelului obținut prin mișcare (turnare).

Rotirea analizorului face ca intensitatea luminoasă să treacă prin maxime și minime pentru ambele geluri, fără stingerea luminii.

Dacă în locul cîmpului continuu se aplică un cîmp alternativ, în cuvă se fac depuneri gelificate, roșii pe ambii electrozi, iar gelul galben se separă în două, strîngîndu-se către cei doi electrozi, lăsînd spațiu liber între ei (cîmp întunecat, clar).

Pentru a clarifica, în cele două posibilități fizice, dacă este vorba de o birefringență (polarizație eliptică) sau depolarizare, am analizat lumina emergentă cu ajutorul unei lame sfert de undă.

În supoziția unei lumini polarizate eliptic (deci a unui gel birefringent), dacă sfertul de undă se așează în mod potrivit (secțiunile principale ale lamei în coincidență cu axele elipsei luminii polarizate), nicolul analizor va putea stinge lumina (se va introduce diferența de drum de număr pereche și nepereche de $\lambda/2$).

Dacă lumina în aceste condiţii nu poate fi stinsă sîntem în cazul depolarizării luminii.

3. Concluzii

În condiţiile noastre experimentale, pentru gelul galben provenit din aplicarea cîmpului electric am obţinut stingerea luminii; de asemenea, pentru gelul obţinut prin turnare provenind din sol vechi. El este aşadar birefringent, posedînd birefringenţă imobilizată şi deci reprezentînd un pas înainte în problema noastră. Pentru gelul roşu, depus pe electrod, n-am putut obţine o stingere. Deci este posibilă o eventuală depolarizare. Grosimea mică a acestui strat nu permite o experimentare mai bună. Metoda analizării cu sfertul lungimii de undă nu-i cea mai indicată dar ne-a lipsit un compensator cu care rezultatele noastre ar fi devenit şi mai certe.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Diesselhorst u. Freundlich, Phys. Ztschr., 1915, **16**, S. 419; Ibid., 1916, **17**, S. 117.
2. Freundlich, Stopelfeld u. Zocher, Ztschr. Phys. Chem., 1924, **114**, S. 161.
3. Petrescu V., Ann. Sc. Univ. Jassy, 1931, **17**, p. 26.
4. Procopiu Şt., Ann. de Phys., 1924, **10** (**1**), p. 213.
5. Bergholm C. u. Bjornstahl V., Phys. Ztschr., 1920, **21**, S. 137.
6. Procopiu Şt., Kolloidztschr., 1944, **103**, S. 98.
7. — Ibid., 1941, **97**, S. 1.
8. Landsberg S. G., *Optica*, Ed. Tehn., Buc., 1951, p. 248, (trad. din l. rusă).

О НЕКОТОРЫХ АСПЕКТАХ ДВОЙНОГО ЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЯ (ДВИЖЕНИЯ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО) У КОЛЛОИДА ПЕНТОКСИДА ВАНАДИЯ

(Резюме)

Рассматривается возможность сохранения двойного лучепреломления полученного движением или в электрическом поле (феномен Керра) для постаревших золей коллоида V_2O_5, путем гелификации их (импурификация золя).

Устанавливаются условия успеха — гель сохраняет свойства двойного лучепреломления в состоянии покоя и после прекращения действия электрического поля.

Из двух видов геля созданных при использовании электрического поля — красный, на электроде, дает явление деполяризации света, а желтый, в жидкости, сохраняет двойное лучепреломления. Исключение воды из состава геля уничтожает это явление, а возвращение воды, восстанавливает феномен.

QUELQUES ASPECTS CONCERNANT LA BIRÉFRINGENCE DE MOUVEMENT ET LA BIRÉFRINGENCE ÉLECTRIQUE CHEZ LE COLLOÏDE DE PENTOXIDE DE VANADIUM

(Résumé)

On étudie la possibilité de maintenir la biréfringence obtenue par mouvement ou celle en champ électrique (phénomène Kerr) par la gélification des sols vieillis du colloïde de V_2O_5. On établit les conditions qui assûrent la réussite, le gel conservant les propriétés de biréfringence en repos, même après la suppression du champ électrique.

En analysant les deux sorts de gels formés lorsqu'on applique un champ électrique, celui de couleur rouge déposé sur l'électrode manifeste un phénomène de dépolarisation de la lumière, tandis que celui de couleur jaune, se trouvant dans la solution consevre le phénomène de biréfringence. L'extraction de l'eau de la souspension du gel produit la disparition du phénomène; par contre, sa réintroduction rétablit le phénomène.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 537.523.5

ELECTROEROZIUNEA ANODICĂ LA UNELE METALE ŞI ALIAJE ÎN FUNCŢIE DE MEDIUL GAZOS

DE

N. CALINICENCO, C. RUSCIOR şi CORNELIA CIOBANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Metoda de prelucrare prin scîntei electrice, propusă de mai bine de 15 ani, de către B. R. Lazarenko, se foloseşte astăzi pe scară largă la prelucrarea metalelor. O bogată literatură asupra acestei metode industriale a dus la strîngerea unui material ştiinţific în care s-a arătat influenţa pe care o exercită asupra eroziunii materialului diferiţii parametri ai circuitului de descărcare, forma electrozilor, diferitele medii în care se face descărcarea şi mulţi alţi factori. Cu toată importanţa practică şi interesul fizic pe care îl prezintă fenomenul eroziunii electrice a metalelor în descărcări prin impulsuri, mecanismul fizic al acestui fenomen nu este încă pe deplin lămurit.

Însuşi autorul acestei metode, într-o lucrare recentă [1], caută să construiască un model al procesului de aruncare a metalului prin impulsuri de scîntei a curentului electric, care concordă bine cu datele experimentale.

În acest model se consideră formele nestaţionare a descărcării electrice în gaze şi lichide, în primul rînd descărcarea electrică prin scîntei. În spaţiul dintre electrozi, în urma acestei descărcări, se găsesc vapori ai lichidului în care are loc procesul, diferite gaze formate, plasma şi fasciculul electronic. La această descărcare gradientul de temperatură este ridicat, temperatura fiind de ordinul a 10 000 °C.

2. Scopul lucrării

Presiunile ce apar în lichid, vapori şi gaz, au o direcţie de la axul descărcării, pe cînd pentru plasmă şi fasciculul electronic aceste presiuni au o direcţie contrară, spre axul descărcării.

Procesele considerate se petrec, în spaţiul dintre electrozi, într-o durată de 10^{-7}.. 10^{-8} sec. şi de aceea posedă un caracter exploziv, iar în lichid, în planul perpendicular axului descărcării apare şi începe să se propage unda de şoc.

Impulsul curentului trecînd prin spaţiul dintre electrozi produce apariţia unor cîmpuri magnetice puternice; ca rezultat al acţiunii forţelor electrodinamice ce apar ionii încep să se deplaseze cu o viteză extraordinar de mare, către axa descărcării. În urma acestei mişcări dirijate apare o comprimare a fasciculului electronic, aşa numitul efect *pinch* şi se produce o creştere bruscă a temperaturii canalului conducător, fenomen bine studiat mai ales în ultimul timp, în procesele termonucleare de plasmă, de colectivul condus de acad. L. A. Arţimovici.

Într-o lucrare anterioară [2] noi am calculat o comprimare la o asemenea descărcare, găsind-o în cazul nostru, de ordinul a 30 atm.

Suprafaţa anodului, care primeşte impulsul curentului, suferă o serie de transformări radicale. Şocul fasciculului electronic pe suprafaţa metalică rece provoacă o distru-

gere mecanică a cristalilor metalului. Această distrugere se referă la volume active reduse care datorită undei de şoc se manifestă exploziv, iar porţiunile mici de metal, la temperaturi ridicate, sînt împroşcate de pe suprafaţa anodului.

Prezenţa gazelor O şi N din aer, în zona descărcării, la aceste temperaturi ridicate, determină o acţiune chimică atît asupra electrozilor cît şi asupra masei topite ce trece prin această zonă. Metalele ce se oxidează mai uşor ar trebui să prezinte în aer o eroziune mai puternică. De aceea am căutat să determinăm comportarea unei serii de metale, în ce priveşte eroziunea, cînd mediul gazos era altul decît aerul şi anume, unele gaze ca : oxigenul, azotul, bioxidul de carbon şi vaporii de apă.

Se cunoaşte faptul că rezistenţa canalului de scînteie variază după o lege neliniară, care condiţionează o viteză de creştere a curentului în circuit. Pe de altă parte lărgimea canalului depinde de mediul în care se formează canalul şi de materialul electrozilor. Lărgirea canalului se petrece în mediul iniţial şi apoi intervin vaporii metalului electrozilor, aşa că prezenţa unui gaz ar putea modifica eroziunea electrică a metalului.

În modul acesta s-a căutat să se stabilească influenţa gazelor asupra eroziunii metalului, şi dacă vaporizarea metalului, făcută în chip exploziv, suferă vre-o modificare în prezenţa unui mediu gazos.

În afară de problema sus menţionată am căutat să studiem fenomenul electroeroziunii, la electrozii metalici, în funcţie de temperatura lor. Într-adevăr, dacă în acest proces poate interveni conductibilitatea termică a metalului, o influenţă directă a acestei conductibilităţi ar putea consta în faptul că metalele cu o conductibilitate termică mai mică se încălzesc mai puternic la locul de acţiune a descărcării. Printr-o încălzire exterioară s-ar putea modifica procesul eroziunii într-un sens dorit. Această încălzire se poate face prin trecerea unui curent electric prin electrozi, variaţia intensităţii căruia poate duce la diferite încălziri, în deosebi a anodului.

I. G. Nekraşevici şi S. P. Mitkevici [3] au constatat, într-o serie de determinări, că eroziunea este funcţie de energia termică dezvoltată în metal la descărcare. Din aceste determinări reiese că produsul dintre masa metalului total pulverizat şi mărimea energiei maxime, care se cheltuieşte pentru pulverizarea unităţii de masă a metalului, trebuie să rămînă constant, adică $m\lambda_{total} = \text{const}$. De aici noi am tras concluzia că orice mărire a energiei termice totale, date anodului, ar putea duce la o variaţie a eroziunii.

Acestea sînt cele două probleme puse, a căror urmărire experimentală constituie scopul prezentei lucrări.

3. Metoda de lucru şi rezultatele obţinute

Metoda de lucru a fost cea folosită în [2]. Condensatorul, montat în paralel cu electrozii, avea în cazul de faţă capacitatea de 60 μF, tensiunea aplicată fiind de 120 V. Curentul de scurtcircuit a fost de 1 A. Drept catod s-a folosit în toate determinările noastre cuprul, sub formă cilindrică, de diametru 2 mm şi cu o lungime de 40 mm. Anodul, constituit din metalele de cercetat, avea aceleaşi dimensiuni. Catodul era perpendicular pe anod, descărcarea producîndu-se între baza plană a catodului şi suprafaţa cilindrică a anodului.

Au fost cercetate, dintre metale, următoarele : Fe, Ni, Al, Cu, Zn şi Pb, iar dintre aliaje : oţelul, nicromul, constantanul, manganina şi alama. Atmosfera gazoasă în care a avut loc descărcarea a fost constituită, succesiv, din : aer, azot, oxigen, bioxid de carbon şi vapori de apă, toate la presiunea normală.

În tabelele 1 şi 2 sînt prezentate rezultatele încercărilor experimentale privind eroziunea metalelor şi aliajelor în diverse medii gazoase.

În cele două tabele metalele şi aliajele au fost aşezate în ordinea eroziunii crescînde în aer. În ultima coloană a tabelelor sînt date temperaturile de topire.

Din analiza rezultatelor se desprind următoarele constatări :

a) În aer eroziunea anodică creşte cu cît temperatura de topire a corpului scade. Acest fapt arată importanţa factorilor termici ai anodului în eroziunea dată. Totuşi se observă excepţii de la regula de mai sus. Astfel aluminiul, cu temperatura de topire de 657 °C, manifestă o eroziune mai mică decît cuprul, a cărui temperatură de topire este de 1082°C. Cauza acestei inversiuni se datoreşte structurii suprafeţei anodului ; aluminiul, foarte uşor oxidabil, se acoperă cu o pătură de oxid care micşorează eroziunea.

De asemenea la aliaje, nicromul are o eroziune mai mică decît constantanul, cu toate că al doilea are o temperatură de topire mai mare ca primul. Explicaţia nu poate fi justificată decît tot prin structura suprafeţei.

b) Eroziunea în azot este mai mică decît cea în aer, totuşi există un paralelism între aceste eroziuni, în ce priveşte ordinea corpurilor. Eroziunea mai mică în azot arată rolul important al oxigenului în aer, în acest proces.

c) În oxigen eroziunea este mai mare decît cea în aer sau în azot. Totuşi ordinea eroziunilor crescătoare, stabilită mai sus, nu este respectată. Dintre metale, fierul manifestă o eroziune mai mare ca nichelul, aluminiul şi cuprul, ceea ce se explică uşor prin puterea sa de oxidare. Dintre aliaje, oţelul, cu temperatura de topire cea mai ridicată, are totodată şi cea mai mare eroziune. Evident că nu poate fi dată decît o explicaţie cu totul analogă.

d) Eroziunea în CO_2 este în general mai mare decît cea în aer şi mai mică decît eroziunea în oxigen. La metale ordinea eroziunilor crescătoare coincide cu cea în aer şi azot. La aliaje singurul care face excepţie este oţelul. Desigur că aceste rezultate se datoresc faptului că scînteia electrică disociază bioxidul de carbon în componentele sale

Tabelul 1

Eroziunea anodică la metale

Metalul	Eroziunea mg/wh					Temperatura de topire °C
	aer	N_2	O_2	CO_2	H_2O	
Fe	0,9	0,8	3,0	0,7	1,4	1 500
Ni	1,0	0,8	2,6	1,7	7,2	1 450
Al	1,6	0,9	2,0	2,5	7,7	657
Cu	2,1	1 9	2,3	2,4	17,8	1 082
Zn	8,3	6,1	9,9	6,3	102,2	418
Pb	51,0	49,0	160,0	130,0	184,0	326

Tabelul 2

Eroziunea anodică la aliaje

Aliajul	Eroziunea mg/Wh					Temperatura de topire °C
	aer	N_2	O_2	CO_2	H_2O	
Oţel	1,3	0,8	4,2	1,0	1,7	1 450
Nicrom	1,4	0,9	1,9	0,6	0,9	1 100
Constantan	1,4	1,2	1,9	1,2	1,2	1 290
Manganin	2,2	2,0	2,6	1,7	2,6	1 040
Alamă	2,5	2,1	2,9	1,9	4,6	940

e) Cea mai mare eroziune o prezintă metalele (cu excepţia fierului) în vaporii de apă. Acest fapt se poate pune pe seama disocierii moleculei de H_2O în H şi O. La aliaje numai alama are în acest caz o eroziune mare.

În ce priveşte influenţa factorilor termici asupra eroziunii, am studiat eroziunea în funcţie de temperatura anodului. În acest scop am încălzit anodul în timpul eroziunii pînă la roş, cu ajutorul unui transformator de joasă tensiune. Am putut constata aici o creştere a eroziunii numai în cazul fierului. Acesta prezenta la roş o eroziune de 8,2 mg/wh, pe cînd la rece eroziunea era numai de 0,9 mg/wh.

4. Concluzii

a) În general eroziunea anodică creşte pe măsura scăderii temperaturii de topire a corpurilor. Abaterile observate se pot explica prin comportarea chimică specifică corpului.

b) Eroziunea în oxigen este mai mare decît în aer, fapt observat la toate corpurile studiate; în azot ea este sensibil mai mică.

c) Vaporii de apă măresc eroziunea anodică la materialele studiate, în mod sensibil la metalele pure; această mărire se arată a fi mai mică la aliaje, iar nicromul şi constantanul fac chiar excepţie.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Лазаренко Б. Р., Вест. АН СССР, 1959, **XXIX**, *6*, стр. 49.
2. Calinicenco N., Ruscior C şi Ciobanu C., Bul. Inst. Polit Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *3—4*, p. 123.
3. Некрашевич И. Г. и Миткевич С. П., ЖТФ, 1956, **XXVI**, *1*, стр. 90.

АНОДНАЯ ЭЛЕКТРОЭРОЗИЯ НЕКОТОРЫХ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ГАЗОВОЙ СРЕДЫ

(Резюме)

Изучается эрозия происходящая в аноде, при электрическом разряде конденсатора ёмкости 60 μF под 120 V напряжении, в следующих средах: в воздухе, азоте, кислороде, углекислоте и в водяных парах. Как анод, употреблялись многие металлы (как Fe, Ni, Al, Cu, Zn, Pb) и некоторые сплавы (сталь, нихром, константан, манганин, латунь) а как катод—медь. Полученные эрозии представлены, в (мг/wh), в таблицах 1 и 2, в конце которых указаны также температура плавления исследованных веществ.

Вообще установлено, что анодная эрозия растёт по мере того как уменьшается температура плавления. Исключение показанное алюминием объяснятся структурой его поверхности: окись препятствует эрозии. Такое же объяснение действительно и для нихрома.

Эрозия в азоте меньше чем в воздухе, в то время как в кислороде она на много больше. Для металлов более значительная эрозия получалась в среде водяного пара; она обуславливается разложением водяных молекул.

L'ÉLECTROÉROSION ANODIQUE DE QUELQUES MÉTAUX ET ALLIAGES, FONCTION DU MILIEU GAZEUX

(Résumé)

On a étudié l'érosion produite sur l'anode par la décharge électrique d'un condensateur de 60 μF sous une tension de 120 V, dans les milieux suivants: air, nitrogène, oxygène, bioxyde de carbone et vapeurs d'eau. On a utilisé comme anode plusieurs métaux (Fe, Ni, Al, Cu, Zn, Pb) et quelques alliages (acier, nichrome, constantan, manganine, laiton), pendant que la cathode était en cuivre. Les érosions obtenues sont données (en mg/wh) dans les tableaux 1 et 2, à la fin desquels sont présentées aussi les températures de fusion des corps étudiés.

On constate, généralement, que l'érosion anodique croît au fur et à mésure que la température de fusion décroît. L'exception faite par l'aluminium s'explique par la structure de sa surface: l'oxyde empêche l'érosion. La même explication est valable pour le nichrome. L'érosion dans le nitrogène est moindre que dans l'air, pendant que dans l'oxygène elle est beaucoup plus grande. Pour les métaux l'érosion la plus importante est obtenue dans un milieu de vapeurs d'eau. Elle est déterminée par la dissociation de la molécule d'eau.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
SERIE NOUĂ
DIN IAŞI
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 691

ХИМИЧЕСКАЯ СТОЙКОСТЬ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ ИЗ ГОРЕЛЫХ ПОРОД

Г. И. КНИГИНА

Горелые породы угледобывающих районов СССР как природные, так и отвальные (из перегоревших терриконикoв) являются источником ценного сырья для производства многих строительных материалов.

Доступность и дешевизна горелых пород, простота обработки и надежные физико-механические свойства материалов делают их весьма перспективными в технико-экономическом отношении. Некоторая общность свойств объединяет горелые породы с топливными шлаками и пылевидными золами ТЭЦ [1], но горелые породы, обладая высоким содержанием дегидратированной керамической составляющей почти не имеют стекловидной фазы и содержат значительно менее углистых примесей, что является их преимуществом. Особенно ценное свойство материалов на базе горелых породих химическая устойчивость по отношению к ряду агрессивных сред и реагентов, что делает их незаменимым материалом при повышенной коррозии, например, в условиях подземного шахтного строительства [3]...[8].

Дерево в этих условиях подвержено интенсивному гниению, металл усиленно корродируется, а цементные бетоны постепенно разрушаются за счет выщелачивания свободной извести при обменных реакциях с компонентами шахтных вод.

Известково-глинитные вяжущие, составляющие основу материалов из горелых пород устойчивы по отношению к целому ряду очень сильных химических агрессоров и в частности по отношению к свободной углекислоте, часто имеющейся в шахтных водах. Советские исследователи занимались вопросами применения горелых пород в качестве крепежных материалов. Крепление выработок при этом производится как штучными блоками — бетонитами специальной формы [4], тюбингами [5], так и монолитным бетоном при закладочных работах с применением щитовой системы разработки угля [8].

Данная работа освещает результаты исследования химической стойкости, проведенного для бесцементных материалов из горелых пород Кузбасса с добавками доменных шлаков. Выбор концентраций агрессивных растворов был сделан с учетом того, что они должны значительно превышать концентрации агрессивных ионов в природных шахтных водах (см. таблицу 1).

Природные минерализованные воды обычно имеют солевую концентрацию до 1% как при содержании отдельных солей $CaSO_4$, Na_2SO_4, $MgSO_4$, так и их смесей, например в морской воде [1]. Растворы солей были взяты 0,5% и 1% концентрации при содержании компонентов, определяемом таблицей 2, т. е. значительно превосходящие концентрации агрессивных компонентов в шахтных водах.

Состав строительных растворов из горелых пород представлял собою композиции из молотых горелых пород шахты „Пионерка", молотого гранулированного шлака, гидратированной извести и дробленых горелых пород (до крупности среднезернистого песка).

Доменный шлак, обладающий модулем активности 0,37...0,38 является кислым скрыто-активным, а горелая порода по химическому составу — кремнеземистая, железистая разновидность.

---

[1]) Теплоэлектроцентраль.

Таким образом материалы первого состава содержат вяжущее в виде известково-шлакового цемента, а второго — в виде известково-шлако-глинитного цемента. Заполнитель из дробленой горелой породы назван активным, т. к. его мелкие фракции также содействуют твердению [6].

Таблица 1

Концентрации агрессивных компонентов в шахтных грунтовых водах Кузбасса

Наименование пробы	Содержание мг/л				
	CaO	MgO	SO_3'	Cl′	CO_2 св.
Шахтная вода ш. Зиминка	—	—	44,0	14,0	нет
Шахтная вода ш. им. Сталина	—	—	253,0	31,9	8,8
Ш. Тайбинская	—	—	27,6	10,1	нет
Ш. ш. 9/15 Анжероуголь	—	—	214,8	40,3	22,0
Ш. ш. 5/7 Анжероуголь	—	—	202,1	18,3	26,4
Ш. ш. Восточная	—	—	394,0	67,2	19,8
Ш. ш. Чертинская	—	—	93,4	79,2	22,0
Грунтовая вода ш. 1-2 Томь-Усинская	13,9	3,6	2,26	23,2	88,0
То же, с площадки жилпоселка	18,5	6,12	0,82	28,5	110,0

Таблица 2

Концентрации агрессивных компонентов в исходных растворах солей

Наименование соли	Содержание компонентов мг/л				
	CaO	MgO	SO_3'	Cl′	CO_2 св.
Сернокислый натрий	—	—	5 533	—	—
Сернокислый кальций	953	—	1 364	—	—
Хлористый магний	—	4 235	—	7 450	—
Двуокись углерода	—	—	—	—	100

Таблица 3

Химический состав горелой породы и шлака

Наименование материала	Содержание по весу на сухое в-во %									
	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	CaO	MgO	MnO	P_2O_5	TiO_2	SO_3	п.п.п.
Горелая порода	63,64	19,21	6,99	5,40	2,14	—	—	0,15	0,55	1,75
Шлак доменный гранулированный	38,28	13,80	FeO 0,61	40,39	4,69	0,71	0,03	0,52	S 0,58	—

Таблица 4

Состав материалов для определения солестойкости (в весовых процентах)

Вяжущее			Строительный раствор состава 1:1,5				
			Вяжущее				Активный заполнит. песок из горелых пород
				в том числе			
Горелая порода молотая	Шлак гранул. молотый	Известь	Всего	горелая порода	гранул. шлак	Известь	
—	75	25	40	—	30	10	60
37,5	37,5	25	40	15	15	10	60

Образцы в форме кубиков с ребром 7,07 см [6] изготовленные из пластичного раствора методом вибрирования после 28 суток воздушно-влажного хранения помещались в агрессивную среду и испытывались на сжатие через 15; 30; 60 и 90 суток хранения в ней, при чем концентрация соли изменялась только за счет взаимодействия с материалом образцов. Сроки испытания образцов совмещались со сроками замены раствора соли свежим с первоначальной концентрацией и химического анализа сменяемого раствора с определением в нем содержания агрессивных компонентов для установления характера взаимодействия среды и материала.

Отсутствие разрушения образцов и изменение их механической прочности в агрессивных растворах (рис. 1) свидетельствует о химической стойкости и о благоприятном отношении к солевой обработке. Особенно равномерно возрастает прочность образцов имеющих в составе глинитную составляющую (горелые породы). Ранее установлено [2], что шлаковый и пуццолановые портланд-цементы вполне сульфатостойки. Шестимесячное хранение образцов в агрессивных растворах также показало возрастание механической прочности.

Сульфатостойкость известково-шлако-глинитных вяжущих на базе горелых пород следует приписать благоприятному фазовому состоянию протекающих реакций за счет коллоидно-гидратационных процессов твердения пуццоланов [9].

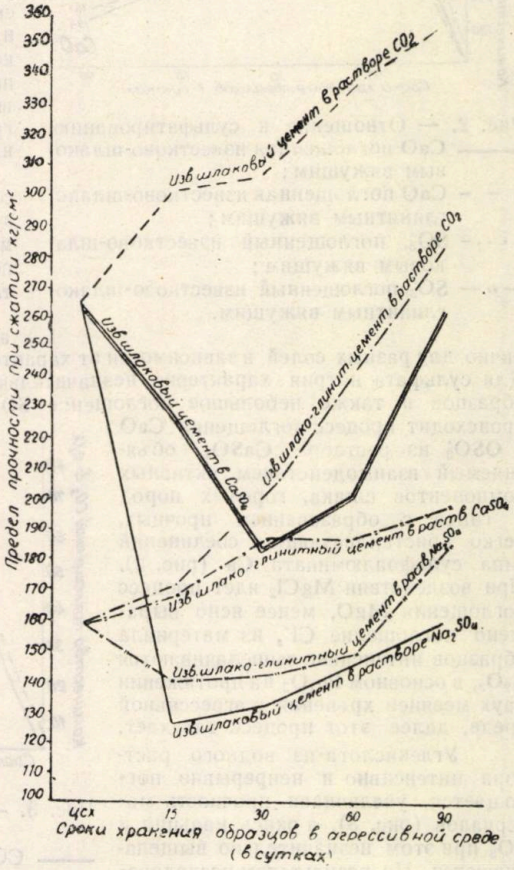


Рис. 1. — Изменение механической прочности образцов в агрессивных растворах

Образующийся в результате обменных реакций сульфоалюминат кальция $3CaO.Al_2O_3.3CaSO_4.aq$ вследствие низких концентраций CaO в растворе [10] остается в жидкой фазе и не разрушает, а упруго раздвигает плоскости раздела цементирующих новообразований, а затем уже участвует вместе с ними в образовании кристаллического сростка, обеспечивающего прочность.

Прочность всех образцов при хранении в углекислой среде возрастает через 3 месяца в 1,5...2 раза по сравнению с исходной, т. е. свободная углекислота, растворенная в воде выступает как активизатор твердения материалов. Среда, которая для портланд-цемента и других клинкерных цементов является сильнейшим агрессором, для рассматриваемых материалов вполне благоприятна.

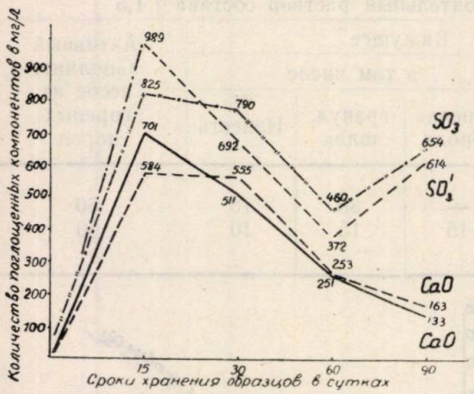


Рис. 2. — Отношение к сульфатированию.
——— CaO поглощенная известково-шлаковым вяжущим;
– – – CaO поглощенная известково-шлакоглинитным вяжущим;
–·–·– SO_3', поглощенный известково-шлаковым вяжущим;
— ··— SO_3', поглощенный известкозо-шлакоглинитным вяжущим.

Как известно, химическая природа углекислой агрессии заключается в переводе нерастворимых углекислых соединений в растворимые двууглекислые и в выщелачивании свободной извести. Аналогичное явление должно происходить и в гидроалюмосиликатных материалах, но растворимые соединения с участием иона здесь в последующем связываются в новообразования, быстро набирающие прочность при переходе от коллоидного к кристаллическому состоянию. Это обеспечивается наличием активной алюминатной части в кислых граншлаках и главным образом в глинитной составляющей горелых пород.

Для подтверждения высказанных соображений следует обратиться к результатам химических исследований изменения содержания агрессивных компонентов в сменяемых растворах (см. таблицу 6).

Процесс изменения концентрации агрессивных компонентов протекает различно для разных солей в зависимости от характера взаимодействия материала и среды. Для сульфата натрия характерно незначительное выщелачивание окиси кальция из образцов и также небольшое поглощение SO_3' из раствора. Наиболее интенсивно происходит процесс поглощения CaO и OSO_3' из раствора $CaSO_4$, объясняемый взаимодействием активных компонентов шлака, горелых пород и гипса с образованием прочных, легко кристаллизующихся соединений типа сульфоалюмината Ca (рис. 2). При воздействии $MgCl_2$ идет процесс поглощения MgO, менее ясно выражено поглощение Cl′, из материала образцов интенсивно выщелачиваются R_2O_3, в основном Fe_2O_3 на протяжении двух месяцев хранения в агрессивной среде, далее этот процесс затухает.

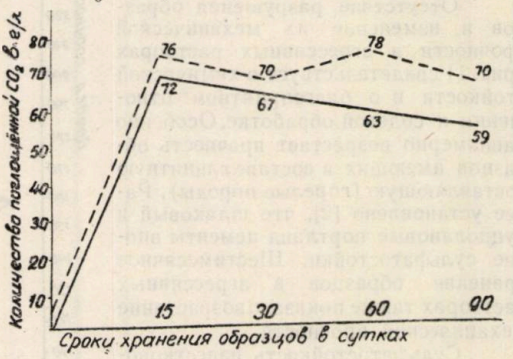


Рис. 3. — Поглощение углекислоты из водного раствора.
——— CO_2 поглощенная известково-шлаковым вяжущим;
– – – CO_2 поглощенная известково-шлакоглинитным вяжущим.

Углекислота из водного раствора интенсивно и непрерывно поглощается, увеличивая прочность материалов (рис. 3), а окись кальция и SO_3' при этом незначительно выщелачиваются. По результатам исследования химической стойкости материалов на базе горелых пород с добавкой доменного шлака возможно сделать некоторые выводы о химической природе их взаимодействия с агрессивными веществами.

Основным выводом является химическая устойчивость материалов на базе горелых пород к воздействию ряда агрессий — сульфатной, магнезиальной, углекислой. Это дает возможность настойчиво рекомендовать и расширять применение гидроалю-

Таблица 6

Изменение содержания агрессивных компонентов в растворах

Растворенная соль	Определяемые компоненты	Исходная концентрация мг/л	Концентрация компонентов мг/л							
			через 15 сут.		через 30 сут.		через 60 сут.		через 90 сут.	
			изв. —шлак вяж.	изв. —шлак —глин. вяж.	изв. —шлак вяж.	изв. —шлак —глин. вяж.	изв. —шлак вяж.	изв. —шлак —глин. вяж.	изв. —шлак вяж.	изв. —шлак —глин. вяж.
Сернокислый натрий	CaO	—	12	19	18	11	—	—	—	—
	SO_3'	5 533	5 324	5 377	5 595	5 524	5 510	5 401	5 500	5 120
Сернокислый кальций	CaO	953	262	379	472	408	712	710	830	800
	SO_3'	1 364	375	839	671	574	992	900	750	710
Хлористый магний	R_2O_3	—	1 256	1 536	1 164	1 188	1 539	1 539	104	100
	MgO	4 235	2 632	2 351	4 200	4 186	2 148	2 140	4 810	4 220
	Cl′	7 450	6 194	6 055	7 400	7 450	6 340	6 603	7 460	7 450
Двуокись углерода	CaO	—	74	46	81	64	18,0	32,0	16,0	30
	SO_3'	—	11,5	5,0	7,0	5,0	7,5	5,0	7,0	5,0
	CO_2	100	24	18	33	30	37	22	41	30

мосиликатных материалов и известково-шлако-глинитных вяжущих, особенно вибропомольного типа в специфических условиях горноугольной промышленности. Сульфатирование благоприятно действует на систему известь-граншлак-горелая порода, т.е. добавки гипса и солевые добавки сульфатов активизируют процесс твердения этих материалов. Наиболее сильным активизатором является углекислота в водном растворе, что следует распространить и на солевые добавки растворимых карбонатов, также значительно активизирующих процесс твердения и позволяющих получить за короткий срок без тепловой обработки строительные материалы с надежными физико-механическими свойствами.

Поступила 23 IV 1960 г.

Новосибирский инженерно-строительный институт им. В. В. Куйбышева, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Будников П. П., Значко-Яворский И. Л., *Гранулированные шлаки и шлаковые цементы*, Промстройиздат, М., 1953.
2. Бутт Ю. М., Круть И. Г., *Коррозия шлаковых цементов*, сборн. *Коррозия бетонов и меры борьбы с ней*, Изд-во АН СССР, М., 1954.
3. Григорьев Г. В., *Об использовании горелых пород шахтных террикоников в качестве строительного материала*, Углетехиздат, М., 1949.
4. Крамарев Б. П., *Бетониты и бетонитовая крепь*, Свердтехиздат, М., 1944.
5. Бондаренко А. И., Бабушкин В. И., Лысых Е. Е., Ельфимов Б. В., *Бесцементная шахтная крепь*, Госгортехиздат, Харьков, 1959.
6. Книгина Г. И., Сб. тр. Новосиб. инж. стр. института, 1955, **V**.
7. — Кузбасс, 1957, *80*.
8. — *Строительные материалы из горелых пород Кузбасса*, Кемеровское областное издательство, 1957.
9. Окороков С. Д., *Зависимость сульфатостойкости цементов от минералогического состава клинкеров и природы пуццоланизирующей добавки*, сборн. *Коррозия бетонов и меры борьбы с ней*, Изд-во АН СССР, М., 1954.
10. Стамбулко В. И., *Исследование некоторых свойств гипсоцементных и гипсошлаковых вяжущих веществ*, автореферат диссертации МИСИ, М., 1959.

CHEMICAL RESISTANCE OF THE BUILDING MATERIALS OF COLLIERY FIRED SHALE

(Summary)

The author establish the fact that the natural and dump colliery fired shale with the admixtures of lime and grained blast-furnace slag makes it possible to obtain the building materials, being chemically resistant to the different kinds of salt aggression

Explanation of the figures

Fig. 1. — Mechanical strength variation of samples immersed into aggressive solutions.
Fig. 2. — Behaviour in relation to sulphuration: —— CaO absorbed by lime and slag cement; – – – CaO absorbed by lime-slag and clay cement; – · – · – SO_3' absorbed by lime and slag cement; – „ – SO_3' absorbed by lime-slag and clay cement.
Fig. 3. — Acid carbonic absorption out of water: —— CO_2 absorbed by lime and slag cement; – – – CO_2 absorbed by lime-slag and clay cement.

REZISTENŢA CHIMICĂ A MATERIALELOR DE CONSTRUCŢII DIN ROCI ARSE

(Rezumat)

Se dovedeşte, pe cale experimentală, că materialele de construcţii din roci arse opun o rezistenţă chimică accentuată la acţiunea unei serii de agenţi agresivi.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Variaţia rezistenţei mecanice a probelor în soluţii agresive.
Fig. 2. — Comportarea la sulfatare: —— CaO absorbit de liantul var-zgură; – – – CaO absorbit de liantul var-zgură-argilă; – · – · – SO_3' absorbit de liantul var-zgură; – „ – SO_3' absorbit de liantul var-zgură-argilă.
Fig. 3. — Absorbţia acidului carbonic din apă: —— CO_2 absorbit de liantul var-zgură; – – – CO_2 absorbit de liantul var-zgură-argilă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 541.133.08

METODĂ CONDUCTOMETRICĂ CANTITATIVĂ PENTRU DETERMINAREA IONULUI BICROMIC ÎN PREZENŢA IONULUI CROMIC

DE

ŞT. IVĂŞCANU, NICOLETA CIUREANU şi I. CIOCHINĂ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

La obţinerea bicromaţilor de sodiu prin metoda electro-chimică, cînd se utilizează mercurul drept catod, este destul de dificil a determina randamentul electrolizei prin dozarea hidroxidului de sodiu format în spaţiul catodic.

Într-o lucrare anterioară [1] s-a arătat că randamentul electrolizei se poate determina cu ajutorul metodei Scigol şi Birnbaum [2] ce constă în titrarea potenţiometrică a bicromatului din amestecul bicromat-cromat, cu hidroxid de sodiu, în prezenţa electrodului de platină platinată.

Literatura de specialitate indică, pentru determinarea bicromaţilor, alături de cromaţi, încă trei metode şi anume : metoda Sconzo şi Marsengo [3] ce se bazează pe precipitarea cantitativă a ionilor $Cr_2O_7^{2-}$ din amestec cu clorură de bariu şi titrarea excesului de hidroxid de sodiu utilizat la neutralizarea acidului clorhidric rezultat din reacţia de precipitare ; metoda indicată de Chromlaboratorium der Farbenfabriken Bayer [4] ce se bazează pe transformarea ionilor bicromici în ioni cromici prin titrare cu hidroxid de sodiu, în prezenţa indicatorului ; metoda propusă de J. Dick [5] care se bazează pe precipitarea ionilor $Cr_2O_7^{2-}$ sub forma unei amine complexe.

Metodele expuse mai sus, în afară de ultima, presupun determinarea, în prealabil, a cromului total din amestec printr-o metodă oarecare, (în general, metoda iodometrică), apoi determinarea cantitativă a bicromatului, folosind una din metodele uzuale, ca prin diferenţă să se poată obţine valoarea cantitativă şi a cromatului.

La obţinerea bicromaţilor de sodiu pe cale electrochimică, cu catodă de mercur, s-a resimţit necesitatea utilizării unei metode rapide pentru determinarea cantitativă a bicromatului de sodiu format în spaţiul anodic respectiv, pentru a determina randamentul electrolizei.

Din punct de vedere al rapidităţii executării lor metodele expuse mai sus prezintă unele dezavantaje. Atît metoda chimică Sconzo şi Marsengo cît şi metoda potenţiometrică Scigol şi Birnbaum necesită, pentru executarea lor, un timp prea mare, care este determinat de numărul de operaţii intermediare ca : încălzire, precipitare, filtrare, trasarea curbelor de titrare potenţiometrică etc. Metoda Chromlaboratorium der Farbenfabriken Bayer deşi este relativ uşoară şi rapidă, nu prezintă însă o precizie suficient de mare.

În lucrarea prezentă se propune, pentru determinarea bicromaţilor, alături de cromaţi, o metodă ce se bazează pe variaţia conductibilităţii specifice a amestecurilor bicromat-cromat.

Conductibilitatea specifică a unui electrolit este determinată de numărul ionilor din soluţie precum şi de mobilitatea lor.

La un şir de amestecuri bicromat-cromat, ambele pure, toate avînd un acelaşi conţinut în crom total, dar cu concentraţii diferite în bicromat, res-

Tabelul 1

Numărul de ioni din amestecuri în funcţie de concentraţia în cromat

Nr. probei	Bicromat %	Cromat %	Cr moli/ml	CrO_4^{2-} ioni/ml	$Cr_2O_7^{2-}$ ioni/ml	Na^+ ioni/ml	Nr. total ioni/ml
1	100	0	*a*	0	0,5*a*	*a*	1,5*a*
2	90	10	*a*	0,1*a*	0,45*a*	1,1*a*	1,65*a*
3	80	20	*a*	0,2*a*	0,40*a*	1,2*a*	1,80*a*
4	70	30	*a*	0,3*a*	0,35*a*	1,3*a*	1,95*a*
5	60	40	*a*	0,4*a*	0,30*a*	1,4*a*	2,10*a*
6	50	50	*a*	0,5*a*	0,25*a*	1,5*a*	2,25*a*
7	40	60	*a*	0,6*a*	0,20*a*	1,6*a*	2,40*a*
8	30	70	*a*	0,7*a*	0,15*a*	1,7*a*	2,55*a*
9	20	80	*a*	0,8*a*	0,10*a*	1,8*a*	2,70*a*
10	10	90	*a*	0,9*a*	0,05*a*	1,9*a*	2,85*a*
11	0	100	*a*	*a*	0	2*a*	3,00*a*

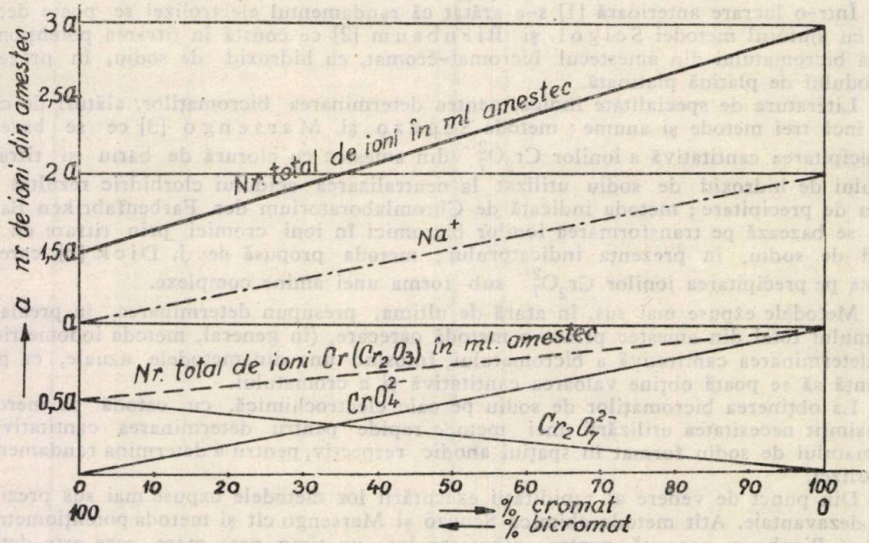


Fig 1

pectiv cromat, numărul ionilor existenţi în soluţie va depinde desigur de concentraţia în bicromat sau cromat. Într-adevăr, la o aceeaşi cantitate de crom total corespund de două ori mai puţini ioni bicromici decît ioni cromici. Aceasta înseamnă că numărul ionilor din soluţie va creşte cu

creşterea conţinutului în cromat şi, ca urmare, amestecurile de bicromat-cromat, cu aceeaşi cantitate totală de crom, vor fi cu atît mai conductibile cu cît concentraţia în cromat va fi mai mare. Pentru a exemplifica aceasta să considerăm 11 amestecuri bicromat-cromat, în care procentul de bicromat, respectiv cromat, să varieze de la 0 pînă la 100%. În toate aceste amestecuri conţinutul total în crom este acelaşi, să-l notăm cu *a*. Deci *a* moli Cr/ml = const. Desigur că *a* moli Cr/ml corespund la *a* ioni g CrO_4^{2-} şi respectiv la *a*/2 ioni g $Cr_2O_7^{2-}$ la ml. Creşterea numărului de ioni din amestecuri în funcţie de creşterea conţinutului în cromat este redată în tabelul 1 şi fig. 1.

Variaţia conductibilităţii specifice a amestecurilor bicromat-cromat, ce conţin aceeaşi cantitate de crom, însă proporţii diferite de cromat şi bicromat, poate fi folosită în scopuri analitice şi anume, la determinarea conţinutului în bicromat sau cromat a amestecurilor necunoscute din substanţe pure. În acest scop trebuie construit graficul variaţiei conductibilităţii specifice în funcţie de compoziţia amestecurilor care însă au toate o aceeaşi cantitate totală de crom. Variaţia conductibilităţii specifice a amestecurilor bicromat-cromat, datorită interacţiunii ionilor existenţi, se înscrie într-un grafic, după o curbă.

2. Partea experimentală

Pentru a putea stabili care dintre amestecurile bicromat-cromat (respectiv la care conţinut total de crom) se pot utiliza ca amestecuri etalon, s-au preparat 4 tipuri de amestecuri pentru fiecare tip, menţinîndu-se constantă cantitatea totală de crom. Din fiecare tip s-au preparat 11 amestecuri, variindu-se procentul de bicromat, respectiv cromat, de la 0 pînă la 100%. Volumul fiecărui amestec a fost de 50 ml. Pentru primul tip de amestec cantitatea totală de crom redată sub formă de Cr_2O_3 a fost de 0,0015 g/ml (0,075 g/50 ml); pentru al doilea tip: 0,00075 g/ml (0,0375 g/50 ml); pentru al treilea tip: 0,000375 g/ml (0,01875 g/50 ml); pentru al patrulea tip: 0,00015 g/ml (0,0075 g/50 ml). Conductibilitatea specifică a acestor 44 amestecuri s-a determinat cu o punte Kohlrausch cu vibrator mecanic, alimentată de o sursă de curent continuu de 4 V. Vasul de conductibilitate avea un volum de cca. 30 ml, doi electrozi de platină platinată, iar constanta, determinată cu o soluţie de KCl *n*/10, la 18°C, avea valoarea de 0,3972 cm^{-1}. Temperatura la care au fost făcute determinările de conductibilitate a fost menţinută constantă la 20°C.

Determinările experimentale obţinute sînt trecute în tabelele 2...5.

Tabelul 2

Concentraţia amestecurilor 0,0015 g Cr_2O_3/ml (0,075 g Cr_2O_3/50 ml)

Nr. probei	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*
Bicromat %	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Cromat %	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Conductib. $10^{-4}\,\Omega^{-1}\,cm^{-1}$	26,5	29,4	31,2	32	32,8	33,4	34,5	36,4	37,1	37,8	38,5

Tabelul 3

Concentraţia amestecurilor 0,00075 g Cr_2O_3/ml (0,0375 g Cr_2O_3/50 ml)

Nr. probei	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Bicromat %	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Cromat %	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Conductib. $10^{-4}\,\Omega^{-1}\,cm^{-1}$	13,0	13,7	15,1	15,7	16,3	17,0	17,4	17,8	18,3	18,6	19

Tabelul 4

Concentraţia amestecurilor 0,000375 g Cr_2O_3/ml (0,01875 g Cr_2O_3/50 ml)

Nr. probei	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Bicromat %	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Cromat %	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Conductib. $10^{-4}\,\Omega^{-1}\,cm^{-1}$	6,8	7,49	7,91	8,22	8,52	8,80	9,08	9,39	9,68	9,93	10,2

Tabelul 5

Concentraţia amestecurilor 0,00015 g Cr_2O_3/ml (0,0075 g Cr_2O_3/50 ml)

Nr. probei	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Bicromat %	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Cromat %	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Conductib. $10^{-4}\,\Omega^{-1}\,cm^{-1}$	2,38	2,52	2,67	2,84	3,05	3,26	3,47	3,70	3,93	4,18	4,41

Din datele experimentale consemnate în tabelele 2...5 se poate remarca creşterea conductibilităţii amestecurilor bicromat-cromat o dată cu creşterea procentului de cromat. Pentru a folosi această variaţie în scopuri analitice se trasează graficul conductibilitate specifică-conţinut în cromat (sau bicromat) la amestecul de 50 ml, pentru temperatura de 20°C, folosind datele din tabelele 2...5. S-au ales pentru trasarea curbei datele din tabelul 5, pe de-o parte pentru motivul că presupunem că nu se lucrează practic cu concentraţii mai mici ca 0,00015 g Cr_2O_3/ml (0,0075 g Cr_2O_3/50 ml), iar pe de altă parte amestecurile cu acest conţinut în crom total au o rezistenţă mare (între 1000 şi 2000 Ω) ceea ce implică o eroare mai mică la determinarea ei. Această curbă poate fi considerată drept curbă etalon, ea putînd fi folosită pentru determinarea conţinutului în cromat (bicromat) din amestecuri de substanţe pure, necunoscute. Pentru aceasta se procedează în modul următor: se determină conţinutul în crom total al amestecului necunoscut, prin metoda iodometrică, redat sub formă de Cr_2O_3. Cunoscînd această valoare se iau din amestec numărul de ml necesari

pentru a prepara o soluţie de 50 ml, la care conţinutul în crom total să fie acelaşi ca şi la amestecurile folosite la trasarea curbei de etalonare adică 0,0075 g Cr_2O_3/50 ml. Se determină conductibilitatea specifică a acestui amestec la temperatura de 20°C. Cu valoarea găsită din grafic,

Tabelul 6

Cantităţile de Cr_2O_3 corespunzătoare conţinutului în cromat şi bicromat

Nr. probei	Bicromat %	Cantit. de Cr_2O_3 coresp. conţ. în bicromat g/ml	Cromat %	Cantit. de Cr_2O_3 coresp. conţ. în cromat g/ml	Amestec g Cr_2O_3/ml
1	100	0,0031	0	0	0,0031
2	90	0,00279	10	0,00031	0,0031
3	80	0,00248	20	0,00062	0,0031
4	70	0,00217	30	0,00093	0,0031
5	60	0,00186	40	0,00124	0,0031
6	50	0,00155	50	0,00155	0,0031
7	40	0,00124	60	0,00186	0,0031
8	30	0,00093	70	0,00217	0,0031
9	20	0,00062	80	0,00248	0,0031
10	10	0,00031	90	0,00279	0,0031
11	0	0	100	0,0031	0,0031

Tabelul 7

Datele experimentale obţinute cu metoda elaborată de Chromlaboratorium der Farbenfabriken Bayer

Nr. probei	NaOH n/10 folosit la titrare ml	Cant. de Cr_2O_3 coresp. bicromatului g/ml	Eroarea %
1	4,35	0,0033	+ 6
2	3,80	0,00288	+ 4
3	3,60	0,00268	+ 8
4	3,11	0,00236	+ 8
5	2,62	0,00199	+ 7
6	2,03	0,00154	— 1
7	1,74	0,00132	+ 6
8	1,35	0,00102	+ 9
9	0,91	0,00069	+11
10	0,47	0,00035	+12

Tabelul 8

Datele experimentale obţinute cu metoda Sconzo şi Marsengo

Nr. probei	NaOH n/10 utilizat la titrare ml	Cant. de Cr_2O_3 coresp. bicromatului g/ml	Eroarea %
1	1,70	0,00312	+ 0,6
2	1,55	0,00276	— 1,1
3	1,40	0,00257	+ 4,5
4	1,23	0,00244	+12
5	1,03	0,00191	+ 2,6
6	0,82	0,00150	+ 3,3
7	0,66	0,00121	— 2,4
8	0,54	0,000993	+ 6,7
9	0,40	0,000735	+11,7
10	0,20	0,00036	+16

prin interpolare, se găseşte conţinutul (în procente) de cromat (respectiv bicromat) din amestecul necunoscut.

Pentru compararea metodelor de determinare a bicromaţilor alături de cromaţi, s-au analizat atît cu metodele existente, mai puţin metoda J. Dick, cît şi cu metoda conductometrică, 11 amestecuri cu un conţinut

Tabelul 9

Datele experimentale obținute cu metoda Scigol și Birnbaum

Nr. probei	$\Delta V_{med.}$ maxim mV	Amestec coresp. $\Delta V_{med.}$ ml	Cant. Cr_2O_3 coresp. bicromatului g/ml	Eroarea %
1	81	1,45	0,00316	+1,9
2	81,5	1,60	0,00287	+6
3	69	1,90	0,00241	−3
4	89	2,10	0,00218	+0,4
5	77	2,41	0,00191	+3,2
6	68	2,90	0,00158	+1,9
7	73	3,51	0,00129	+4
8	79	4,20	0,00109	+6,4
9	66	7,00	0,000656	+5,8
10	78	13,50	0,000339	+7,4

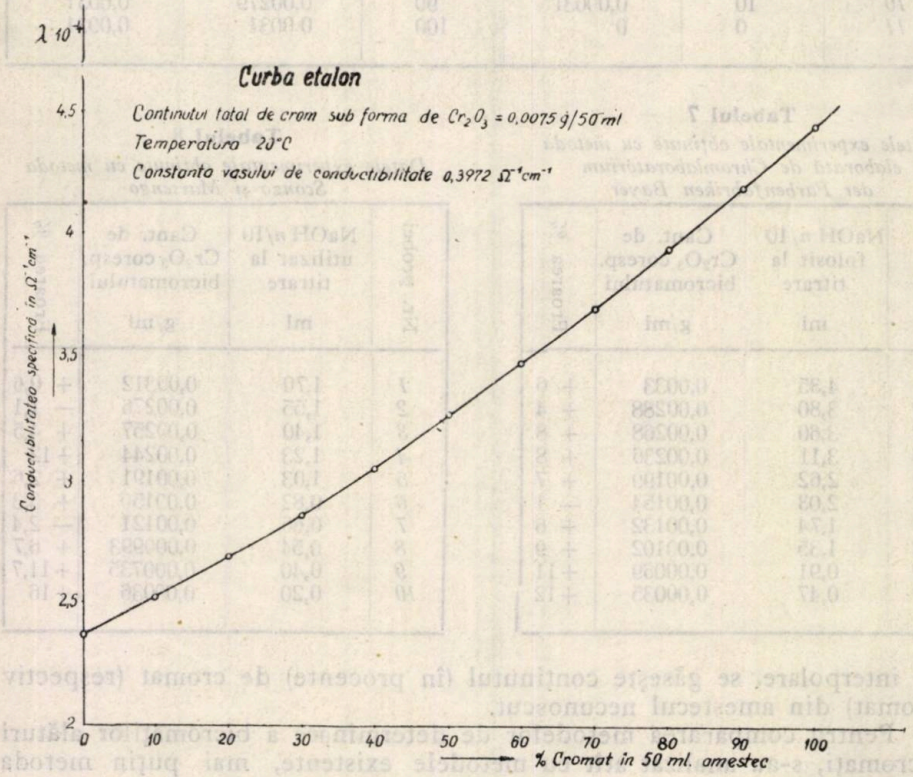


Fig. 2

Tabelul 10

Datele experimentale obținute cu metoda conductometrică

Nr. probei	Temperatura °C	Conductibilitatea $10^{-4}\,\Omega^{-1}\,cm^{-1}$	Cantit. coresp. de bicromat %	Cantit. de Cr_2O_3 coresp. bicromatului %	Eroarea %
1	20	2,38	100	0,00310	0
2	20	2,50	92	0,00285	+2,1
3	20	2,66	82	0,00254	+2,4
4	20	2,86	68	0,00211	−2,8
5	20	3,05	60	0,00186	0
6	20	3,25	50	0,00155	0
7	20	3,48	39	0,00121	−2,5
8	20	3,71	29	0,00090	−3,2
9	20	3,935	19,5	0,000604	−2,5
10	20	4,18	10	0,00031	0
11	20	4,41	0	0,0031	0

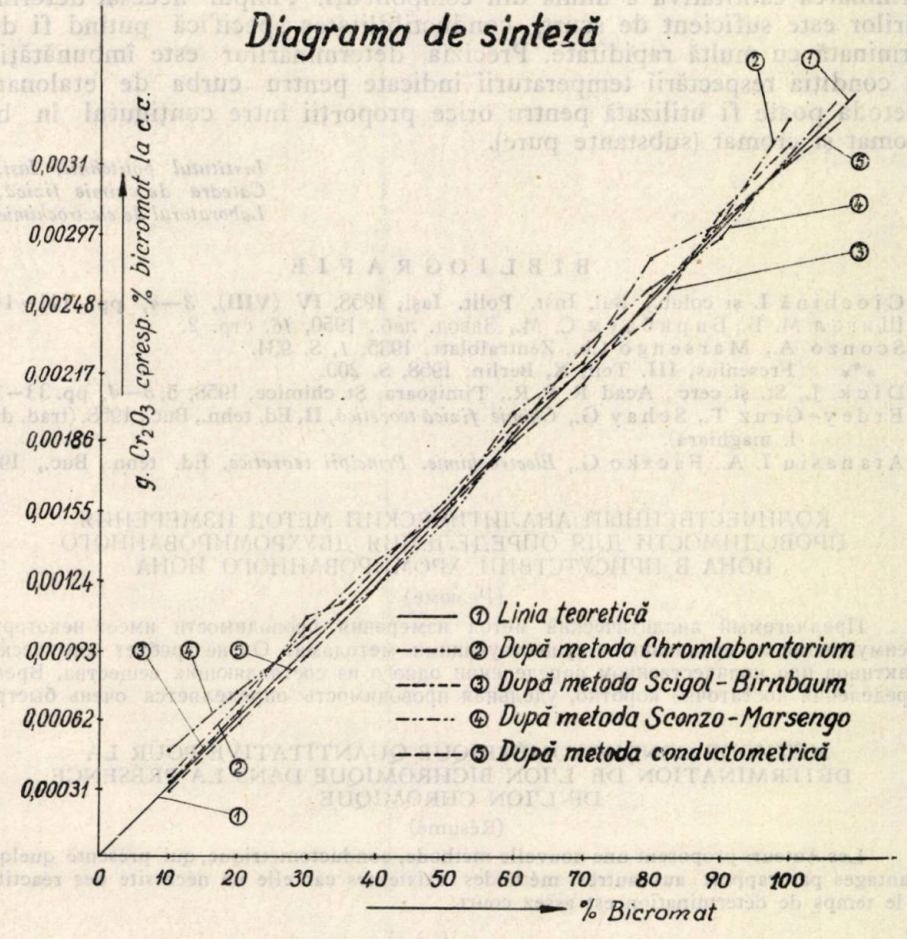


Fig. 3

în crom total de 0,0031 g Cr_2O_3/ml, iar proporţia de cromat, respectiv bicromat, a variat de la 0 la 100%. În tabelul 6 sînt trecute cantităţile de Cr_2O_3 corespunzătoare conţinutului în cromat şi bicromat. În tabelele 7...10 sînt consemnate datele experimentale obţinute. La analiza prin metoda conductometrică s-a folosit curba etalon (fig. 2) construită cu ajutorul datelor din tabelul 5.

Pentru a avea o privire de ansamblu asupra metodelor de determinare a bicromaţilor în prezenţa cromaţilor, datele experimentale obţinute sînt trecute în graficul de sinteză reprezentat în fig. 3; în ordonată este trecută cantitatea de Cr_2O_3 corespunzătoare bicromatului, iar în abscisă — conţinutul de bicromat din amestecuri.

3. Concluzii

Metoda conductometrică ce se propune prezintă unele avantaje faţă de metodele existente, deoarece nu necesită reactivi chimici pentru determinarea cantitativă a unuia din componenţi. Timpul necesar determinărilor este suficient de scurt, conductibilitatea specifică putînd fi determinată cu multă rapiditate. Precizia determinărilor este îmbunătăţită cu condiţia respectării temperaturii indicate pentru curba de etalonare. Metoda poate fi utilizată pentru orice proporţii între conţinutul în bicromat şi cromat (substanţe pure).

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie fizică,
Laboratorul de electrochimie

BIBLIOGRAFIE

1. Ciochină I. şi colab., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *3—4*, pp. 141—146.
2. Щигол М. Б., Бирнбаум С. М., Завод. лаб., 1950, *16*, стр. 2.
3. Sconzo A., Marsengo Ch., Zentralblatt, 1935, *1*, S. 934.
4. *** Fresenius, III. Teil, **X**, Berlin, 1958, S. 200.
5. Dick J., St. şi cerc, Acad. R. P. R., Timişoara, Şt. chimice, 1958, **5**, *3—4*, pp. 33—37.
6. Erdey-Gruz T., Schay G., *Chimie fizică teoretică*, **II**, Ed. tehn., Buc., 1958, (trad. din l. maghiară).
7. Atanasiu I. A., Facsko G., *Electrochimie. Principii teoretice*, Ed. tehn., Buc., 1958

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ПРОВОДИМОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДВУХРОМИРОВАННОГО ИОНА В ПРИСУТСТВИИ ХРОМИРОВАННОГО ИОНА

(Резюме)

Предлагемый аналитический метод измерения проводимости имеет некоторые преимущества по сравнению с существующими методами. Он не требует химических реактивов при количественном определении одного из составляющих вещества. Время определения достаточно коротко, удельная проводимость определяется очень быстро.

MÉTHODE CONDUCTOMÉTRIQUE QUANTITATIVE POUR LA DÉTERMINATION DE L'ION BICHROMIQUE DANS LA PRÉSENCE DE L'ION CHROMIQUE

(Résumé)

Les Auteurs proposent une nouvelle méthode, conductométrique, qui présente quelque avantages par rapport aux autres méthodes existentes car elle ne nécessite des réactifs, et le temps de détermination est assez court.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C.Z. 661.3

CONTRIBUŢII LA DETERMINAREA INFLUENŢEI CALITĂŢII TEMPERATURII ŞI DURATEI DE CALCINARE A PIETREI DE VAR ASUPRA PROCESULUI CAUSTIFICĂRII CARBONATULUI DE SODIU CU VAR

NOTA I

DE

C. CALISTRU şi CORNELIA LEONTE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Hidroxidul de sodiu se obţine, în etapa actuală, prin metoda electrolitică, şi în uzinele de sodă amoniacală, în condiţii economice încă avantajoase, prin caustificarea carbonatului de sodiu în soluţie cu var. Procesul de caustificare se foloseşte de asemenea la obţinerea celulozei sulfat, în industria fenolului etc. În Republica Populară Romînă procesul de caustificare se aplică în uzinele de sodă amoniacală precum şi la obţinerea celulozei sulfat. Folosirea acestui proces impune cercetări în direcţia perfecţionării instalaţiilor de caustificare, a creşterii eficacităţii lor economice. Ca urmare, alături de importanţa teoretică, adîncirea studiului procesului de caustificare şi a celorlalte procese care-l însoţesc are şi o deosebită importanţă practică.

În literatură există astăzi date suficient de concludente asupra echilibrului reacţiei de caustificare [1]...[4]. Problemele importante legate de cinetica reacţiei de caustificare sînt încă puţin studiate. Indicaţii asupra unor factori cinetici se găsesc în unele lucrări consacrate echilibrului reacţiei de caustificare [5], [6] şi vitezei de dizolvare a varului [7, Lief. 1, S. 32].

Primul studiu sistematic al cineticii reacţiei de caustificare a fost efectuat de către I. N. Nepenin, relativ recent [8]. Dintre factorii care influenţează viteza reacţiei de caustificare I. N. Nepenin analizează: temperatura de caustificare concentraţia soluţiei de carbonat de sodiu, excesul de var, mărimea granulelor de var, metoda de stingere a varului şi agitarea [3], [8]. Acelaşi autor studiază de asemenea viteza de sedimentare a carbonatului de calciu format în procesul de caustificare [9]. Studiul ultimei probleme a fost reluat de T. Adamski şi M. Klimek [10], A. Kalman şi M. Man [11].

Alături de lucrările consacrate direct studiului procesului de caustificare, în literatură există numeroase cercetări asupra calităţii varului rezultat prin descompunerea pietrei de var [7, Lief. 2, S. 278], [7, Lief. 1, S. 50]. Calitatea varului este apreciată după diferite proprietăţi fizice, viteza de stingere etc. În aceste din urmă lucrări se subliniază influenţa importantă pe care o exercită temperatura şi durata de calcinare a pietrei de var, asupra calităţii varului obţinut.

T. Adamski şi M. Klimek (*loc. cit.*) stabilesc, cei dintîi, mai amănunţit, influenţa pe care o exercită aceiaşi factori şi asupra vitezei de sedimentare a carbonatului de calciu rezultat în procesul de caustificare; ei nu analizează însă influenţa aceloraşi factori asupra cineticii reacţiei de caustificare. De asemenea I. N. Nepenin nu se ocupă în lucră-

rile sale asupra cineticii caustificării, de influenţa acestor factori. Pînă în prezent nu există în literatură, după informaţiile noastre, nici o lucrare consacrată acestei probleme.

În lucrările menţionate I. N. Nepenin, T. Adamski şi M. Klimek stabilesc pe cale experimentală că şi în cazul vitezei de sedimentare, ca şi în cazul general al calităţii varului [7, Lief. 2, S. 278], [7, Lief. 1, S. 50], [12], [13], determinarea compoziţiei chimice a pietrei de var nu dă indicaţii satisfăcătoare asupra comportării varului obţinut. Pietre de var cu aceeaşi compoziţie chimică pot furniza sorturi de var care să sedimenteze cu viteze foarte diferite. Desigur, prin analiza chimică nu se pot trage concluzii nici asupra vitezei cu care reacţionează varul respectiv cu carbonatul de sodiu. Cunoaşterea prealabilă a comportării unui anumit var în procesul de caustificare prezintă o importanţă tot mai mare în practică, deoarece ea poate permite stabilirea unor condiţii noi care să ducă la o creştere a capacităţii de producţie.

În lucrarea de faţă ne-am propus să găsim o metodă care să permită aprecierea cît mai completă a comportării varului, obţinut în diferite condiţii, în procesul de caustificare. De asemenea am urmărit studierea influenţei pe care o exercită temperatura, durata de calcinare şi sortul de piatră de var, asupra cineticii reacţiei de caustificare.

2. Metodă pentru determinarea oxidului de calciu caustificabil

În literatura de specialitate, pentru a aprecia viteza cu care se stinge varul obţinut pe diferite căi sau viteza cu care el reacţionează cu diferite substanţe, se folosesc termenii de „capacitate de reacţie" sau „reactivitate" a varului. Astfel, T. Adamski şi M. Klimek (*loc. cit.*) consideră că există o legătură strînsă între capacitatea de reacţie a varului şi viteza de sedimentare a carbonatului de calciu obţinut în procesul de caustificare. Pentru determinarea capacităţii de reacţie ei folosesc metoda termometrică, bazată pe măsurarea creşterii temperaturii în timp, la stingerea varului cu apă. Această metodă permite o apreciere cu totul generală a comportării varului, în cazul concret al caustificării, deoarece capacitatea de reacţie raportată la stingerea varului cu apă nu poate fi identică cu aceea referitoare la procesul de caustificare.

În acest paragraf reproducem rezultatele obţinute de noi referitoare la determinarea capacităţii de reacţie a varului utilizînd metoda termometrică la stingerea cu apă şi în condiţii mai apropiate procesului de caustificare, cu o soluţie de carbonat de sodiu. În fig. 1 sînt reprezentate rezultatele obţinute la folosirea varului rezultat la calcinarea aceleiaşi pietre de var, la 900°C şi 1000°C şi la diferite durate de calcinare.

Pe lîngă reconfirmarea calitativă a vitezei mult mai mici a stingerii varului în soluţie de carbonat de sodiu, fapt cercetat încă din 1926 [14], analiza rezultatelor reprezentate în fig. 1 indică o asemănare numai de ordin general între grupele respective de curbe. Capacitatea de reacţie exprimată chiar prin rezultatele obţinute la stingerea cu soluţie de carbonat de sodiu nu poate da decît indicaţii generale asupra vitezei procesului de caustificare. Ca urmare metoda termometrică nu poate constitui o metodă sigură şi cantitativă, de apreciere a comportării varului în procesul de caustificare.

Pentru evaluarea conţinutului în oxid de calciu care poate reacţiona din var se foloseşte în literatură termenul de „CaO activ". Acesta se determină prin metoda cu acid clorhidric sau cu clorură de amoniu. În

calculele stoechiometrice referitoare la stabilirea cantității de oxid de calciu necesar în procesul de caustificare, se ia ca bază conținutul varului în oxid de calciu activ [3], [8]. Determinările preliminare, care s-au efectuat asupra vitezei de caustificare a varului de Turda, ars la 900°C timp de o oră, au arătat că introducînd cantitatea de var calculată pe baza conținutului în oxid de calciu activ, se ajunge la o caustificare incompletă. Ca urmare, într-un var oarecare, conținutul în oxid de calciu care reacționează cu carbonatul de sodiu în procesul de caustificare diferă de conținutul în oxid de calciu care reacționează cu acidul clorhidric. Aceste mărimi pot fi apropiate sau pot chiar coincide numai în cazul

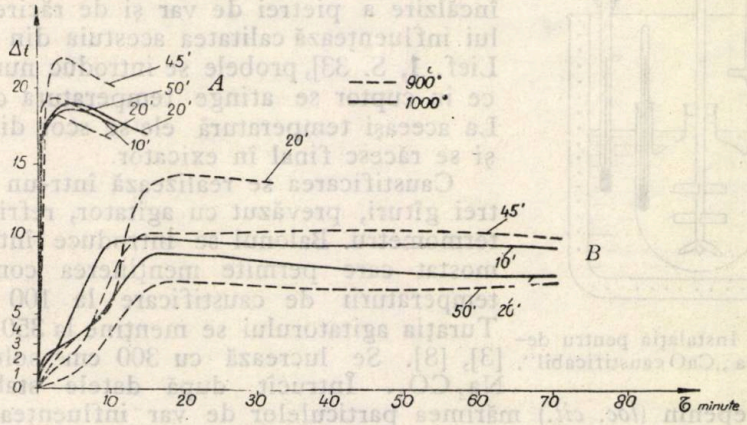


Fig. 1. — Capacitatea de reacție a varului ars la temperatura de 900°C și 1000°C în funcție de durata de ardere la stingerea cu apă (*A*) sau cu soluție de carbonat de sodiu (*B*).

unor sorturi de var cu calități deosebite. Ținînd seama de diferența dintre ele în cazul varului folosit curent în industrie și pentru a preciza conținutul de oxid de calciu care poate reacționa cu carbonatul de sodiu, în condițiile concrete ale procesului de caustificare și într-un anumit interval de timp, se introduce termenul de „CaO caustificabil".

Exprimarea calității varului prin conținutul său în oxid de calciu caustificabil concretizează și unește, în cazul procesului de caustificare, termenii generali, folosiți pînă în prezent, de „capacitate de reacție" și de „CaO activ". Conținutul în „CaO caustificabil" cuprinde atît latura calitativă (exprimă capacitatea de reacție în procesul de caustificare a varului obținut în diverse condiții) cît și latura cantitativă (exprimă cantitatea de oxid de calciu care poate reacționa efectiv în procesul de caustificare). Stabilirea conținutului în „CaO caustificabil" înseamnă, de aceea, găsirea unei metode eficace pentru aprecierea cît mai completă a comportării varului în procesul de caustificare.

În fig. 2 este reprezentată instalația propusă pentru determinarea conținutului de „CaO caustificabil" din var.

La stabilirea conținutului de „CaO caustificabil", cu ajutorul metodei de apreciere a calității varului folosit în procesul de caustificare, se ține

seama de rezultatele cercetărilor cu caracter general referitoare la calitatea varului şi de acelea consacrate studiului echilibrului şi cineticii reacţiei de caustificare.

În scopul asigurării unei durate constante de descompunere a pietrei de var la o anumită temperatură, se introduc, într-un cuptor mufă cu reglare automată a temperaturii, granule de formă sferică cu diametrul de 20 ± 1 mm [15] şi în tot timpul calcinării se menţine o compoziţie a gazelor cît mai apropiată de 100% CO_2 [16]. Compoziţia gazelor se analizează periodic cu un aparat Orsat. Pe baza indicaţiilor existente în literatura referitoare la faptul că modul de încălzire a pietrei de var şi de răcire a varului influenţează calitatea acestuia din urmă [7, Lief. 1, S. 33], probele se introduc numai după ce în cuptor se atinge temperatura de lucru. La aceeaşi temperatură ele se scot din cuptor şi se răcesc final în exicator.

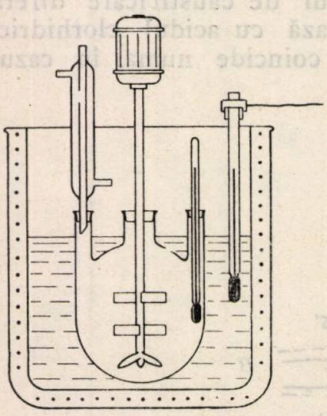


Fig. 2. — Instalaţia pentru determinarea „CaO caustificabil".

Caustificarea se realizează într-un balon cu trei gîturi, prevăzut cu agitator, refrigerent şi termometru. Balonul se introduce într-un termostat care permite menţinerea constantă a temperaturii de caustificare la $100 \pm 0{,}5°$ C. Turaţia agitatorului se menţine la 350 rot./min. [3], [8]. Se lucrează cu 300 cm^3 soluţie 10% Na_2CO_3. Întrucît după datele stabilite de I. N. Nepenin (*loc. cit.*) mărimea particulelor de var influenţează viteza de caustificare şi datorită faptului că în industrie se introduc încă bulgări în aparatul de caustificare, granulele de var nu se macină ci se introduc aşa cum rezultă după calcinare. Nu se ţine seama de variaţiile dimensiunilor granulelor provocate de compactizarea lor la temperaturi înalte. Cantitatea de var introdusă, echivalată cu CaO, este de 30...40% faţă de cantitatea stoechiometrică. Punctul figurativ al sistemului final, reprezentat pe diagrama de echilibru a reacţiei de caustificare, se găseşte la distanţă apreciabilă faţă de curba de echilibru. Astfel se creează condiţiile optime pentru consumul cît mai complet al oxidului de calciu [1]. În acelaşi scop se menţine durata de caustificare de două ore; această valoare coincide cu durata efectivă a procesului de caustificare în instalaţiile industriale.

Probele de soluţie pentru analiză se iau, împreună cu precipitatul, printr-o pipetă largă, se trec printr-un filtru de sticlă G_4 şi se analizează. Conţinutul în carbonat şi hidroxid de sodiu se determină prin titrare cu acid clorhidric, în prezenţa metiloranjului. Pentru determinarea conţinutului în hidroxid se precipită cu o soluţie de 10% clorură de bariu şi se titrează cu acid clorhidric în prezenţa fenolftaleinei. Se consideră „CaO caustificabil" oxidul de calciu corespunzător hidroxidului de sodiu rezultat:

$$\%\,\text{CaO caustificabil} = 2800\, a\, X / b\ ,$$

unde: $X = NaOH + Na_2CO_3$, a — echivalenţi Na_2CO_3 în soluţia iniţială, b — cantitatea de var luată în lucru (g).

Pe baza determinării „CaO caustificabil" se poate preciza termenul de „exces de var" folosit în practică și în lucrările consacrate studiului reacției de caustificare. Se consideră „exces de var" varul corespunzător cantității stoechiometrice de CaO raportat la conținutul de „CaO activ". În realitate cantitatea de oxid de calciu din varul industrial care poate reacționa cu carbonatul de sodiu – „CaO caustificabil" — este mult mai mică decît „CaO activ" și de multe ori „excesul de var" nu asigură nici cantitatea necesară pentru atingerea echilibrului. Datorită interpretării termenului de „exces de var" în sensul sus menționat se vorbește în literatură și de influența pe care o exercită „excesul de var" și asupra echilibrului. Din această cauză, în lumina noțiunii de „CaO caustificabil", este necesar să se revadă unele lucrări consacrate studiului echilibrului și influenței excesului de var asupra cineticii reacției de caustificare și vitezei de sedimentare.

3. Influența temperaturii și a duratei de calcinare asupra conținutului în oxid de calciu caustificabil

Cu ajutorul metodei menționate în paragraful precedent se studiază influența temperaturii și duratei de calcinare asupra conținutului varului în oxid de calciu caustificabil. În acest scop se trasează în prealabil, pentru temperaturile de 900°C, 1000°C și 1100°C, și granule de dimensiunile indicate, curbele pierdere la calcinare—timp, reprezentate în fig. 3.

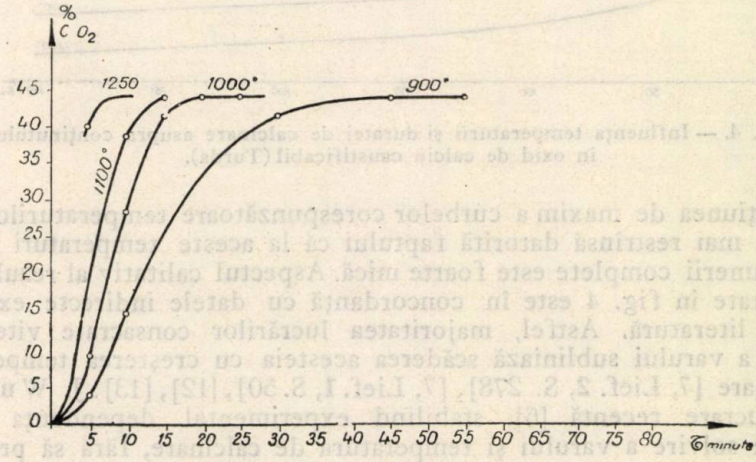


Fig. 3. — Pierdere la calcinare — timp.

Cu ajutorul datelor obținute se determină durata calcinării complete a probelor de piatră de var luate în lucru.

În fig. 4 sînt reprezentate curbele care caracterizează influența temperaturii și duratei de calcinare asupra conținutului varului în oxid de calciu caustificabil. S-a lucrat la 900°C, 1000°C, 1100°C și 1250°C. Durata de calcinare variază între 15 și 360 minute. Punctele inițiale ale curbelor la 900°C și 1000°C sînt cele corespunzătoare calcinării complete

a granulelor de piatră de var. La 1100°C şi 1250°C durata descompunerii complete este sub 15 minute.

Din analiza fig. 4 se constată o strînsă legătură între influenţa temperaturii şi duratei de calcinare asupra conţinutului în oxid de calciu caustificabil. Pentru temperatura cea mai mică cercetată (900°C), la durata descompunerii complete conţinutul în oxid de calciu caustificabil are valoarea cea mai scăzută. Această valoare creşte atingînd un maxim şi apoi scade destul de lent. La temperatura de 1000°C forma curbei este aceeaşi, cu excepţia faptului că la durata descompunerii complete conţinutul în oxid de calciu caustificabil are o valoare mai mare. Pentru temperaturile de 1100°C şi 1250°C conţinutul în oxid de calciu caustificabil, la durate apropiate de cele corespunzătoare calcinării complete, are valori relativ mai mari decît pentru cele două temperaturi mai mici.

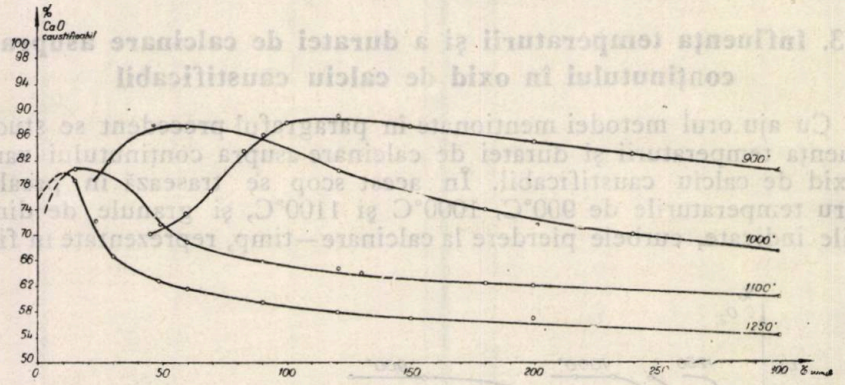


Fig. 4. — Influenţa temperaturii şi duratei de calcinare asupra conţinutului în oxid de calciu caustificabil (Turda).

Porţiunea de maxim a curbelor corespunzătoare temperaturilor ridicate este mai restrînsă datorită faptului că la aceste temperaturi durata descompunerii complete este foarte mică. Aspectul calitativ al rezultatelor reprezentate în fig. 4 este în concordanţă cu datele indirecte existente astăzi în literatură. Astfel, majoritatea lucrărilor consacrate vitezei de stingere a varului subliniază scăderea acesteia cu creşterea temperaturii de calcinare [7, Lief. **2**, S. 278], [7, Lief. **1**, S. 50], [12], [13]. J. Wuhrer, într-o lucrare recentă [6], stabilind experimental dependenţa dintre viteza de solvire a varului şi temperatura de calcinare, fără să precizeze durata, găseşte că varul ars la 900°C se dizolvă aproximativ de 50 ori mai repede decît la 1200°C. În literatura referitoare la viteza de stingere a varului nu se indică existenţa unei creşteri a vitezei de dizolvare cu durata de calcinare, la temperaturi relativ joase. T. Adamski şi M. Klimek (*loc. cit.*) cercetînd viteza de sedimentare a carbonatului de calciu se ocupă şi de studiul influenţei temperaturii şi a duratei de calcinare asupra capacităţii de reacţie, folosind metoda termometrică la stingerea varului cu apă. Ei găsesc, în concordanţă cu rezultatele indicate în fig. 4, că în cazul temperaturilor de calcinare de 800°C şi 900°C prelungirea

duratei de ardere nu înrăutățește capacitatea de reacție a varului, în timp ce la temperaturi înalte creșterea duratei exercită o influență negativă. Ei nu sesizează faptul că există o scădere a capacității de reacție chiar la 900°C, la durate mari de calcinare, deoarece, datorită metodei de cercetare adoptată, n-au putut ajunge la înțelegerea interdependenței între influența temperaturii și duratei de calcinare în procesul de caustificare. În concordanță cu rezultatele reprezentate în fig. 3 este și indicația din literatură că la fiecare temperatură de calcinare există o durată optimă pentru care se obține cea mai mare suprafață activă [7, Lief. **1**, S. 33]. Din fig. 4 rezultă că cel mai mare conținut în oxid de calciu caustificabil corespunde maximului curbei pentru 900°C.

4. Influența tipului de piatră de var asupra conținutului în oxid de calciu caustificabil

Încă din 1926 R. T. Haslam și E. C. Hermann, studiind calitatea varului obținut la descompunerea pietrei de var, indică existența unor temperaturi și durate optime de calcinare pentru fiecare tip de piatră de var [7, Lief. **1**, S. 51]. V. N. Jung [17] subliniază faptul că

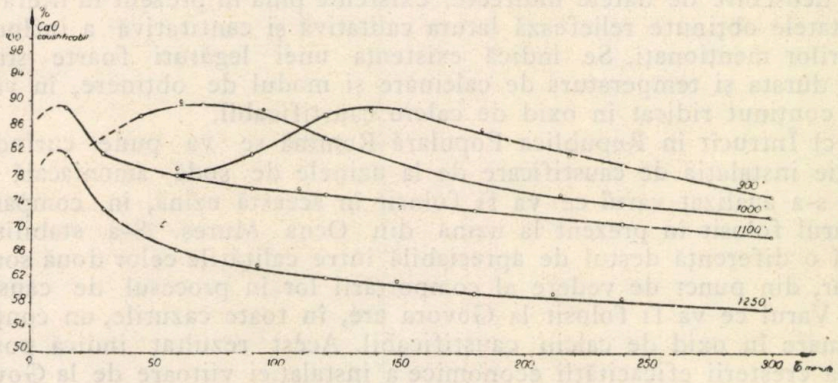


Fig. 5. — Influența sortului de piatră de var asupra conținutului în oxid de calciu caustificabil (Govora).

temperatura maximă de calcinare diferă după tipul de materie primă utilizată și este funcție de cantitatea de impurități și de raportul lor. T. Adamski și M. Klimek (*loc. cit.*) cercetează influența a opt sorturi de piatră de var, cu compoziții chimice apropiate, asupra vitezei de sedimentare a carbonatului de calciu rezultat în procesul de caustificare și constată existența unor diferențe destul de mari.

Am cercetat diferite sorturi de piatră de var din Republica Populară Romînă (Turda, Aleșd, Vadul Crișului și Govora); în fig. 4 și 5 este reprezentată variația conținutului în oxid de calciu caustificabil, funcție de temperatură și durata de calcinare, la piatra de var de Turda și de Govora. Din aceste figuri rezultă că, deși forma curbelor este în esență aceeași, totuși, în concordanță cu datele indirecte existente în literatură

şi menţionate parţial, se pun în evidenţă particularităţi caracteristice fiecărui sort.

Conţinutul în oxid de calciu caustificabil variază destul de mult cu sortul de piatră de var. În toate cazurile conţinutul varului de Govora în oxid de calciu caustificabil este mai ridicat decît în varul de Turda. În varul de Govora însă, scăderea generală a conţinutului de oxid de calciu caustificabil, cu durata de calcinare a pietrei de var, este mai mică.

5. Concluzii

a) Se elaborează o metodă pentru determinarea oxidului de calciu care reacţionează cu carbonatul de sodiu în procesul de caustificare; pentru acest oxid se foloseşte denumirea de „CaO caustificabil". Metoda permite stabilirea unui criteriu de apreciere calitativă şi cantitativă a oricărui var folosit în instalaţiile de caustificare. Se concretizează termenii de „capacitate de reacţie a varului", de „CaO activ" şi de „exces de var".

b) Se studiază, pentru prima dată, influenţa temperaturii şi duratei de calcinare a pietrii de var asupra conţinutului în oxid de calciu caustificabil, respectiv asupra procesului de caustificare în ansamblul său. Spre deosebire de datele indirecte, existente pînă în prezent în literatură, rezultatele obţinute reliefează latura calitativă şi cantitativă a influenţei factorilor menţionaţi. Se indică existenţa unei legături foarte strînse între durata şi temperatura de calcinare şi modul de obţinere, în var, a unui conţinut ridicat în oxid de calciu caustificabil.

c) Întrucît în Republica Populară Romînă se va pune curînd în funcţie instalaţia de caustificare de la uzinele de sodă amoniacală Govora, s-a analizat varul ce va fi folosit în această uzină, în comparaţie cu varul folosit în prezent la uzina din Ocna Mureş. S-a stabilit că există o diferenţă destul de apreciabilă între calităţile celor două sorturi de var, din punct de vedere al comportării lor în procesul de caustificare. Varul ce va fi folosit la Govora are, în toate cazurile, un conţinut mai mare în oxid de calciu caustificabil. Acest rezultat indică posibilitatea creşterii eficacităţii economice a instalaţiei viitoare de la Govora, în comparaţie cu cea existentă.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de industrii anorganice,
Laboratorul de tehnologia substanţelor anorganice

BIBLIOGRAFIE

1. Fedoteev P. P., Ztschr. anorg. Chem., 1913, *3*, S. 341.
2. Littman F., Gaspari H., Ind. Eng. Chem., 1956, *3*, p. 408.
3. Непенин И. Н., Бумаж. пром., 1954, *3*, стр. 5.
4. Hostalek Z., Chem. Listy, 1955, **50**, *5*, p. 716; Ibid., 1957, **51**, *4*.
5. Le Blanc M., Novotny K., Ztschr. anorg. Chem., 1906, *51*, S. 181.
6. Olsen J. C., Direnga O. G., Ind. Eng. Chem, 1941, *2*.
7. Gmelins, *Handbuch der anorganichen Chemie*, 8 Aufl. 28 Ca, Teil B, 1956, 1957.
8. Непенин И. Н., Тутанцева А. М., Мат. ЦНИИБ, 1948, *37*.
9. Непенин И. Н., Бумаж. пром., 1947, *6*, стр. 28.
10. Adamski T., Klimek M., Ind. Chim., Caiet select., 1955, *11*, p. 1.

11. Kalman A., Man M., Rev. Chim., ASIT, 1956, *9*, p. 518.
12. Webb T. L., van der Walz, Nature, 1958, *1814606*, p. 411.
13. Pleva M., Stavivo, 1958, **36**, *12*, p. 465.
14. Haslam R. T., Adams F. W., Kaen R. H., Ind. Eng. Chem., 1926, *1*, p. 19.
15. Furnas C. C., Ibid., 1931, *5*, p. 534.
16. Wuhrer J., Chem. Ing. Techn., 1958, *1*, p. 19.
17. Jung V. N, *Bazele tehnologiei lianților*, ESAC, Buc., 1954, (trad. din l. rusă).

О ВЛИЯНИИ КАЧЕСТВА, ТЕМПЕРАТУРЫ И ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ОБЖИГА ИЗВЕСТНЯКА НА ПРОЦЕСС КАУСТИЗАЦИИ УГЛЕКИСЛОГО НАТРИЯ ИЗВЕСТЬЮ

(Резюме)

Разрабатывается метод определения окиси кальция, реагирующей с углекслым натрием в процессе каустизации; для такой оксид применяется название „каустизируемая CaO". Метод позволяет установить критерий качественной и количественной оценки любого известняка, применяемого в установках каустизации. Уточняются терминологии таких понятий, как „реакционная способность известняка", „активная CaO" и „избыток извести".

Изучены влияние температуры и продолжительность обжига известняка на содержание каустизируемой окиси кальция, соответственно, на общий процесс каустизации. Указано наличие теснейшей связи между продолжительностью и температурой обжига, и способом получения известняка и повышенным содержание каустизируемой окиси кальция.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Реакционная способность обожженной извести при температурах в 900° С и 1000° С в зависимости от времени обжига при тушении водой (*A*) и раствором карбоната натрия (*B*).
Рис. 2. — Установка для определения „каустизируемой CaO".
Рис. 3. — Потери при кальцинация — время.
Рис. 4. — Влияние температур и времени кальцинирования на содержание каустизируемой окиси кальция (залежи Турда).
Рис. 5. — Влияние породы необожженной извести на содержание каустизируемой окиси кальция (залежи Говора).

CONTRIBUTIONS À LA DÉTERMINATION DE L'INFLUENCE DE LA QUALITÉ, DE LA TEMPÉRATURE ET DE LA DURÉE DE CALCINATION DE LA PIERRE À CHAUX SUR LE PROCESSUS DE CAUSTIFICATION DU CARBONATE DE NATRIUM, PAR DE LA CHAUX

(Résumé)

On élabore une méthode pour la détermination de l'oxyde de calcium qui réactionne, dans le processus de caustification avec le carbonate de natrium; pour cet oxide-ci on propose le terme de „CaO caustificable". La méthode proposée permet à établir un critérium d'appréciation qualitative et quantitative de n'importe quelle sorte de chaux utilisée dans les instalations de caustification. On précise la signification des termes: „capacité de réaction de la chaux", „CaO actif" et „excès de chaux".

On étudie l'influence de la température et de la durée de calcination de la pierre à chaux sur le contenu en oxyde de calcium caustificable, respectivement sur le processus de caustification, dans son ensemble On met en évidence l'existence d'une liaison très étroite entre la durée et la température de calcination, et le mode d'obtention d'une chaux ayant un contenu élevé en oxyde de calcium caustificable.

Explication des figures

Fig. 1. — La capacité de réaction de la chaux calcinée aux températures de 900°C et 1000°C en fonction de la durée de calcination lorsqu'on l'éteint avec de l'eau (*A*) ou d'une solution de carbonate de natrium (*B*).
Fig. 2. — Schéma de l'instalation pour la détermination du „CaO caustificable".
Fig. 3. — Perte à la calcination — temps.
Fig. 4. — Influence de la température et de la durée de calcination sur le contenu en oxyde de calcium caustificable (Turda).
Fig. 5. — Influence de la sorte de pierre à chaux sur le contenu en oxyde de calcium caustificable (Govora).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 662.7

SCHIMBĂTORI DE IONI DIN SEMICOCS

DE

M. DIMA, ELEONORA DIACONESCU, IRINA IONESCU şi EUGEN FLOREA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Prin faptul că la semicocsificare structura cărbunilor nu este modificată aşa de profund ca la cocsificare, ceea ce face că faţă de cocs, semicocsul să aibă o mai mare cantitate de materii volatile datorită restului de substanţe bituminoase ce mai conţine, ne-am propus, în lucrarea de faţă, să încercăm măsura în care semicocsul, prin structura şi compoziţia sa, mai poate oferi capacitatea de a fixa şi crea grupe funcţionale de schimb de ioni, ca de exemplu grupe sulfonice şi grupe carboxilice, prin acţiunea acidului sulfuric.

Într-o lucrare anterioară, efectuată în 1956, care însă nu a fost publicată, ca şi în lucrările altor cercetători efectuate cam în acelaşi timp [1], s-a arătat că cocsul provenit de la cracarea petrolului poate fi transformat în cărbune schimbător de cationi prin tratarea lui cu acid sulfuric.

I. V. Nicolescu şi colaboratorii [2] folosesc printre alţi schimbători de cationi şi un sulfocarbon obţinut din semicocs, drept catalizator, la studiul reacţiei de esterificare a acizilor organici cu alcooli alifatici.

În lucrarea de faţă încercările au fost întreprinse asupra unui semicocs provenit de la uzinele Hunedoara. Caracteristicile acestui semicocs sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

Datele analitice ale semicocsului

Umiditate	5,45%
Substanţe volatile	8,34%
Cocs	91,66%
Cenuşă	10,70%
Sulf	4,24%

Supus distilării la 750°C dă 8,85% gudroane + apă.

S-a cercetat totodată şi eventuala capacitate de schimb proprie ce ar putea să o aibă semicocsul. În acest scop semicocsul a fost activat cu o soluţie de HCl 3%, iar după îndepărtarea prin spălare cu apă a acidului clorhidric din masa de semicocs a fost tratat în coloană cu o soluţie 0,5 *N* de acetat de

calciu. Nu s-a constatat decît o neînsemnată capacitate de schimb de ioni, ceea ce înseamnă că semicocsul, ca atare, nu posedă capacitate de schimb.

2. Introducerea de grupe funcţionale de schimb

Introducerea, cum şi crearea de grupe funcţionale de schimb în masa semicocsului, a fost realizată prin tratarea acestuia cu acid sulfuric concentrat, acid sulfuric oleum şi de asemenea cu acid sulfuric concentrat în prezenţa acidului azotic. În cadrul acestor tratamente are loc introducerea de grupe sulfonice şi crearea, prin oxidare, a grupelor carboxilice.

Încercările au fost făcute asupra semicocsului în prealabil sfărîmat şi sortat în granule de 0,75...1,2 mm. Agentul de sulfonare a fost utilizat în proporţie de patru părţi la o parte semicocs.

S-a stabilit temperatura optimă necesară pentru obţinerea de sulfocarboni cu capacitatea de schimb cea mai bună, cu ajutorul acidului sulfuric concentrat, prin încercări de sulfonare la temperaturi diferite şi

Tabelul 2

Caracteristicile fizice ale sulfocarbonilor obţinuţi din semicocs şi condiţiile de sulfonare

Sulfocarboni obţinuţi prin tratare cu	Temperatura de sulfonare °C	Durata tratamentului de sulfonare ore	Caracteristicile produsului finit		
			Umiditate %	Mărimea granulaţiilor mm	Greutatea volumetrică *) kg/l
Acid sulfuric $d = 1,84$	150	3	7,86	0,75...1,00	0,3802
Idem	150	5	9,15	0,75...1,00	0,3731
Idem	150	7	8,75	0,75...1,00	0,3799
Idem	175	3	9,30	0,75...1,00	0,3833
Idem	175	5	8,63	0,75...1,00	0,4064
Idem	175	7	9,31	0,75...1,00	0,4043
Idem	200	3	8,80	0,75...1,00	0,3678
Idem	200	5	8,46	0,75...1,00	0,3659
Idem	200	7	8,80	0,75...1,00	0,3843
Oleum 20 % SO_3	100	3	6,57	0,75...1,00	0,3945
Idem	100	5	8,40	0,75...1,00	0,4077
Idem	100	7	8,69	0,75...1,00	0,4046
Idem	125	3	5,32	0,75...1,00	0,3745
Idem	125	5	8,36	0,75...1,00	0,3637
Idem	125	7	8,00	0,75...1,00	0,3661
Idem	150	3	7,70	0,75...1,00	0,4070
Idem	150	5	7,47	0,75...1,00	0,4030
Idem	150	7	7,60	0,75...1,00	0,3961
Acid sulfuric concentrat ($d = 1,84$) + 5% HNO_3	150	5	8,04	0,75...1,00	0,3789
Acid sulfuric concentrat ($d = 1,84$) + 10% HNO_3	150	5	8,03	0,75...1,00	0,3548
Acid sulfuric concentrat ($d = 1,84$) + 20% HNO_3	150	5	5,75	0,75...1,00	0,4033

*) Greutatea volumetrică a semicocsului de granulaţie 0,75...1,00 mm este 0,3966 kg/l.

anume: 150; 175 şi 200°C, menţinîndu-se constante durata tratamentului şi celelalte condiţii. De asemenea s-a stabilit durata de reacţie între cărbune şi agentul de sulfonare, menţinîndu-se constantă temperatura de reacţie, variindu-se însă durata de contact la 3; 5 şi 7 ore, pentru obţinerea capacităţii de schimb maxime.

Sulfonarea cu ajutorul acidului sulfuric oleum (cu 20% SO_3 liber) s-a făcut în vas închis, la temperatura de 100; 125 şi 150°C şi presiunea corespunzătoare tensiunii de vapori a agentului de sulfonare la această temperatură, durata tratamentului fiind de 3; 5 şi 7 ore.

Tratarea semicocsului cu acid sulfuric în prezenţa de acid azotic s-a făcut cu amestec de acid sulfuric concentrat cu 5; 10 şi 20% acid azotic la temperatura de 150°C, timpul de reacţie fiind 5 ore.

După tratare, cărbunele separat de excesul de agent de sulfonare a fost spălat cu apă de la gheaţă, apoi cu apă distilată la temperatura camerei pînă la completa îndepărtare a agentului de sulfonare.

Excesul de apă reţinut de sulfocarbon a fost îndepărtat prin zvîntare la trompa de apă iar uscarea s-a făcut lăsînd sulfocarbonul în contact cu aerul cîteva zile.

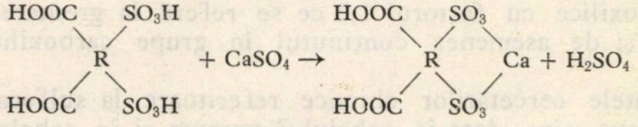
Produsele astfel obţinute au fost sortate în ceea ce priveşte mărimea granulelor. În cercetările care au urmat au fost folosite produsele cu granulaţia de 0,75...1,00 mm.

Caracteristicile sulfocarbonilor astfel pregătiţi sînt date în tabelul 2.

3. Determinarea capacităţii de schimb a sulfocarbonilor obţinuţi

Determinarea capacităţii de schimb a fost efectuată pe cale dinamică. În acest scop schimbătorul de ioni de cercetat a fost adus în coloană pentru efectuarea schimbului, şi activat cu o soluţie de 3% HCl.

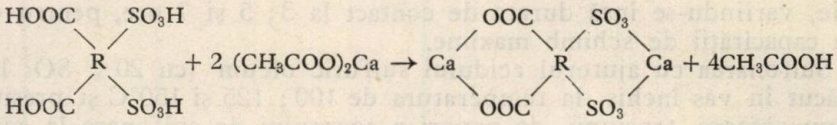
După o spălare sumară cu apă distilată şi zvîntarea timp de 15...20 minute la o trompă de apă s-a trecut o soluţie de $CaSO_4 \cdot 2H_2O$ aproximativ de 0,20%, pînă la completa blocare a grupelor de schimb cu ioni de calciu. În soluţie, după trecere, s-au dozat complexometric ionii de calciu. Din cantitatea de ioni de calciu reţinuţi de către schimbător se calculează capacitatea de schimb a sulfocarbonului, exprimată în mval la 1 g schimbător complet uscat [3]. În acest mod se determină capacitatea de schimb datorită numai grupelor sulfonice din schimbător, deoarece ionii de hidrogen din grupele carboxilice fiind mai puţin disociabili nu pot face schimb cu ionii de calciu din sulfatul de calciu, unde sînt mai puternic reţinuţi de către ionii de SO_4^{2-} din molecula de sulfat de calciu



unde R reprezintă macromolecula schimbătorului.

Pentru a determina capacitatea totală de schimb datorită atît grupelor sulfonice cît şi celor carboxilice, schimbătorul este tratat cu o

soluţie de acetat de calciu 0,2 *N* ai cărei ioni de calciu fac schimb atît cu ionii de hidrogen din grupele sulfonice cît şi cu acei din grupele carboxilice



capacitatea totală de schimb fiind exprimată de asemenea în mvali la 1 g schimbător complet uscat.

Diferenţa dintre capacitatea totală de schimb şi cea datorită grupelor sulfonice reprezintă, în mod aproximativ, capacitatea de schimb corespunzătoare grupelor carboxilice totale.

Tabelul 3

Capacitatea de schimb a sulfocarbonilor obţinuţi din semicocs prin tratare cu acid sulfuric concentrat la temperaturi şi durate de reacţii diferite

Sulfocarboni obţinuţi la		Capacitatea de schimb mval/g			Conţinutul în sulf activ	Conţinutul în grupe sulfonice	Conţinutul în carbon activ	Conţinutul în grupe carboxilice
Temperatura °C	Durata de reacţie ore	Datorită grupelor sulfonice	Datorită grupelor carboxilice	Totală	la 100 g sulfocarbon			
150	3	0,402	0,584	0,986	1,28	3,23	0,700	3,15
150	5	0,534	0,676	1,210	1,71	4,34	0,810	3,65
150	7	0,580	0,830	1,410	1,86	4,70	0,996	4,48
175	3	0,521	0,777	1,298	1,67	4,22	0,932	4,19
175	5	0,550	0,786	1,336	1,76	4,45	0,943	4,24
175	7	0,600	0,861	1,461	1,92	4,85	1,033	4,64
200	3	0,607	0,800	1,407	1,94	4,90	0,960	4,32
200	5	0,621	0,940	1,561	1,99	5,03	1,12	5,07
200	7	0,664	0,973	1,637	2,13	5,38	1,16	5,25

Din capacitatea de schimb, datorită grupelor sulfonice ale sulfocarbonului, s-a calculat conţinutul în sulf activ la 100 g semicocs sulfonat. Calculul sulfului activ s-a făcut prin multiplicarea capacităţii de schimb cu factorul 3,207 (ce se referă la greutatea atomică a sulfului).

În mod analog s-a calculat, din capacitatea de schimb a grupelor carboxilice, conţinutul în carbon activ (prin multiplicarea capacităţii de schimb carboxilice cu factorul 1,2 ce se referă la greutatea atomică a carbonului) şi de asemenea conţinutul în grupe carboxilice la 100 g sulfocarbon.

Rezultatele cercetărilor chimice referitoare la sulfocarbonii obţinuţi ca mai sus sînt date în tabelul 3 precum şi în tabelele 4 şi 5 ce rezultă din datele tabelului 3.

Din analiza datelor cuprinse în tabelele 3, 4 şi 5 se pot face următoarele constatări:

1. Prin tratarea semicocsului cu acid sulfuric concentrat au loc fenomene atît de sulfonare cît şi de oxidare, cu formarea de grupe sulfonice, respectiv de grupe carboxilice.

2. Capacitatea de schimb a schimbătorilor astfel obţinuţi creşte, în general, cu temperatura de sulfonare şi cu durata tratamentului de sulfonare, după cum urmează (v. tabelele 4 şi 5):

a) Pentru o aceeaşi durată, de 3; 5 sau 7 ore a tratamentului cu acid sulfuric, dar la temperaturi diferite (150; 175 şi 200°C), capacitatea de schimb datorită grupelor sulfonice cît şi a grupelor carboxilice, creşte cu temperatura de tratare a semicocsului cu acid sulfuric concentrat (v. tabelul 4). Creşterea capacităţii de schimb se face însă într-o măsură tot mai mică o dată cu creşterea temperaturii şi a duratei tratamentului.

Tabelul 4

Influenţa temperaturii de sulfonare cu acid sulfuric concentrat, asupra capacităţii de schimb

Sulfocarboni obţinuţi la		Capacitatea de schimb mval/g		
Temperatura °C	Durata de reacţie ore	Datorită grupelor sulfonice	Datorită grupelor carboxilice	Totală
150	3	0,402	0,584	0,986
175	3	0,521	0,777	1,298
200	3	0,607	0,800	1,407
150	5	0,534	0,676	1,210
175	5	0,550	0,786	1,336
200	5	0,621	0,940	1,561
150	7	0,580	0,830	1,410
175	7	0,600	0,861	1,461
200	7	0,664	0,973	1,637

În toate cazurile, în afară de acela în care durata tratamentului este de 3 ore, şi unde capacitatea de schimb datorită grupelor sulfonice creşte cu creşterea temperaturii de la 150 la 200°C cu aproximativ 51%, pe cînd aceea datorită grupelor carboxilice creşte numai cu 37%, capacitatea de schimb carboxilică rămîne superioară capacităţii de schimb sulfonice. Astfel, la variaţia temperaturii de la 150 la 200°C şi durata de tratament de 5 ore (v. tabelul 4), capacitatea de schimb sulfonică creşte cu 16,4% pe cînd cea carboxilică creşte cu 39%. La durata de tratament de 7 ore, la o aceeaşi variaţie a temperaturii, de la 150 la 200°C, capacitatea de schimb sulfonică creşte cu 14,4% iar cea carboxilică cu 17,2%. În acelaşi sens variază şi capacitatea totală de schimb şi anume, creşte cu 42,6% pentru durata de tratament de 3 ore, cu 29,0% la tratamentul de 5 ore şi cu 16,1%

Tabelul 5

Influenţa duratei temperaturii de sulfonare cu acid sulfuric concentrat, asupra capacităţii de schimb

Sulfocarboni obţinuţi la		Capacitatea de schimb mval/g		
Temperatura °C	Durata de reacţie ore	Datorită grupelor sulfonice	Datorită grupelor carboxilice	Totală
150	3	0,402	0,584	0,986
150	5	0,534	0,676	1,210
150	7	0,580	0,830	1,410
175	3	0,521	0,777	1,298
175	5	0,550	0,786	1,336
175	7	0,600	0,861	1,461
200	3	0,607	0,800	1,407
200	5	0,621	0,940	1,561
200	7	0,664	0,973	1,637

la durata tratamentului de 7 ore şi la creşterea temperaturii de la 150 la 200°C. Prin urmare, rezultă o scădere a creşterii capacităţii de schimb totale cu creşterea duratei tratamentului de sulfonare (v. tabelul 4).

b) Pentru o aceeaşi temperatură (150; 175 sau 200°C) de tratare cu acid sulfuric concentrat, capacitatea de schimb datorită grupelor sulfonice ca şi grupelor carboxilice, cum şi capacitatea totală de schimb, cresc cu durata tratamentului cu acid sulfuric concentrat, dar această creştere se face de asemenea într-o măsură tot mai mică o dată cu creşterea temperaturii (v. tabelul 5). Astfel, la temperatura de 150°C şi variaţia duratei de sulfonare de la 3 la 7 ore, capacitatea de schimb sulfonică creşte cu 44,27% ; la temperaturile de 175°C şi 200°C şi la aceeaşi variaţie de 3...7 ore a duratei de sulfonare, capacitatea de schimb sulfonică creşte respectiv cu 15,16% şi 9,39%. În aceleaşi condiţii creşterea capacităţii de schimb carboxilică se face cu 42,1% la temperatura de 150°C, cu 10,8% la temperatura de 175°C şi cu 21,6% la temperatura de 200°C.

La fel variază şi capacitatea totală de schimb; ea creşte cu 43% la temperatura de tratare de 150°C, cu 12,5% la temperatura de 175°C şi cu 16,3% la temperatura de 200°C la o variaţie a duratei de tratament de la 3 la 7 ore.

În toate cazurile, atît la variaţia temperaturii cît şi la variaţia duratei tratamentului, capacitatea de schimb carboxilică este superioară celei sulfonice, cu valori cuprinse între 31,7% şi 49,5%.

Nu este recomandabilă sulfonarea cu acid sulfuric concentrat la temperaturi mai mari ca 200°C şi la presiunea ordinară, deoarece în aceste condiţii au loc pierderi de acid sulfuric prin disocierea acestuia în produse volatile (SO_3, SO_2, O_2) care nu mai rămîn în contact cu substanţa de sulfonat.

În ceea ce priveşte sulful activ şi carbonul activ al sulfocarbonilor obţinuţi (corespunzători grupelor sulfonice şi celor carboxilice), aceştia variază în funcţie de temperatură şi durata tratamentului cu acid sulfuric în acelaşi mod ca şi capacitatea de schimb corespunzătoare grupelor sulfonice.

În tabelele 6 şi 7 sînt date caracteristicile chimice ale sulfocarbonilor obţinuţi prin tratarea semicocsului cu acid sulfuric oleum conţinînd 20% SO_3 liber.

Din cercetarea datelor cuprinse în tabelele 6 şi 7 se constată şi în acest caz că, în general, capacitatea de schimb a sulfocarbonilor obţinuţi creşte cu temperatura de sulfonare şi cu durata tratamentului.

Referindu-ne la rezultatele obţinute la o aceeaşi durată a tratamentului cu oleum, dar la temperaturi crescînde, se constată că de la 100 la 150°C capacităţile de schimb totală, sulfonică şi carboxilică întîi scad şi apoi cresc.

Prin trecerea de la temperatura de sulfonare de 100°C la cea de 150°C, la durata de tratare de 3 ore, capacităţile de schimb sulfonică şi carboxilică cresc cu respectiv 4,4% şi 3,1%, pe cînd la o durată a tratamentului de 7 ore creşterile sînt respectiv de 6,4% şi 6,2%. Deci la durate mai mari de sulfonare se obţin sulfocarboni cu capacităţi de schimb mai mari atît la temperatura de 100°C cît şi la temperatura de 150°C (v. ta-

Tabelul 6

Capacitatea de schimb a sulfocarbonilor obţinuţi prin acţiunea acidului sulfuric oleum (cu 20% SO_3 liber) în funcţie de temperatura şi durata tratamentului

Sulfocarboni obţinuţi la			Capacitatea de schimb mval/g			Conţinutul în sulf activ	Conţinutul în grupe sulfonice	Conţinutul în carbon activ	Conţinutul în grupe carboxilice
Temperatura °C	Durata de reacţie ore	Umiditatea %	Datorită grupelor sulfonice	Datorită grupelor carboxilice	Totală	la 100 g sulfocarbon			
100	3	6,57	0,403	0,486	0,889	1,29	3,26	0,583	2,62
100	5	8,40	0,490	0,610	1,100	1,56	3,94	0,937	4,21
100	7	8,69	0,545	0,781	1,326	1,74	4,40	0,540	2,43
125	3	5,32	0,250	0,450	0,700	0,80	2,02	0,300	1,35
125	5	8,36	0,340	0,675	1,015	1,08	2,73	0,408	1,83
125	7	8,00	0,461	0,769	1,230	1,47	3,71	0,553	2,48
150	3	7,70	0,421	0,501	0,922	1,34	3,39	0,601	2,70
150	5	7,47	0,530	0,479	1,009	1,69	4,27	0,574	2,58
150	7	7,60	0,580	0,830	1,410	1,85	4,88	0,996	4,48

belul 6). De asemenea, şi în această situaţie capacitatea de schimb carboxilică este în toate cazurile superioară celei sulfonice.

Comparînd valorile acestor capacităţi de schimb cu acelea ale sulfocarbonilor obţinuţi în aceleaşi condiţii de tratare (150°C şi 3; 5 şi 7 ore), însă cu acid sulfuric concentrat, se constată că nu se obţin sulfocarboni cu capacităţi de schimb mai bune ca la sulfonarea cu acid sulfuric concentrat.

În tabelul 8 se dau rezultatele obţinute la tratarea semicocsului cu acid sulfuric concentrat conţinînd 5...10% acid azotic.

În comparaţie cu datele obţinute în aceleaşi condiţii de temperatură şi durată a tratamentului la sulfonarea numai cu acid sulfuric concentrat, se constată că adăugarea unui conţinut de 5% acid azotic la acidul sulfuric concentrat duce la capacităţi de schimb sulfonice şi carboxilice numai cu puţin mai ridicate decît a sulfocarbonilor din cazul tratării cu acid sulfuric concentrat.

Tabelul 7

Variaţia capacităţii de schimb în funcţie de temperatura de tratare a semicocsului cu acid sulfuric oleum

Sulfocarboni obţinuţi la		Capacitatea de schimb mval/g		
Temperatura °C	Durata de reacţie ore	Datorită grupelor sulfonice	Datorită grupelor carboxilice	Totală
100	3	0,403	0,486	0,889
125	3	0,250	0,450	0,700
150	3	0,421	0,501	0,922
100	5	0,490	0,610	1,100
125	5	0,340	0,675	1,015
150	5	0,530	0,475	1,009
100	7	0,545	0,781	1,326
125	7	0,461	0,769	1,230
150	7	0,580	0,830	1,410

Tabelul 8

Capacitatea de schimb a sulfocarbonilor obţinuţi prin acţiunea acidului sulfuric, în prezenţa acidului azotic, asupra semicocsului

Sulfocarboni obţinuţi la			Capacitatea de schimb mval/g			Conţinutul în sulf activ	Conţinutul în grupe sulfonice	Conţinutul în carbon activ	Conţinutul în grupe carboxilice
Temperatura °C	HNO_3 în acid sulfuric conc. %	Durata de reacţie ore	Datorită grupelor sulfonice	Datorită grupelor carboxilice	Totală	la 100 g sulfocarboni			
150	5	5	0,542	0,688	1,230	1,73	4,37	0,825	3,093
150	10	5	0,569	0,957	1,526	1,82	4,60	1,148	4,30
150	20	5	0,351	0,365	0,715	1,12	2,83	0,438	1,36

La utilizarea unui amestec cu 10% acid azotic se obţine o creştere sensibilă a capacităţii de schimb (1,52 mval/g faţă de 1,21 mval/g), în special a celei datorită grupelor carboxilice, ca urmare a procesului de oxidare.

La un conţinut mai ridicat (20%) de acid azotic, capacitatea de schimb scade cu peste 53%. Scade atît capacitatea de schimb sulfonică cît şi acea carboxilică, probabil ca urmare a unui proces de desulfonare şi decarboxilare.

4. Concluzii

Din analiza rezultatelor încercărilor de sulfonare a semicocsului cu ajutorul acidului sulfuric concentrat, a acidului sulfuric oleum şi a acidului sulfuric concentrat în prezenţa acidului azotic, se pot trage următoarele concluzii :

a) Asupra semicocsului — produs sărac în substanţe bituminoase — acţiunea de sulfonare a acidului sulfuric este în general mai slabă decît asupra cărbunilor, ceea ce are drept efect obţinerea unor sulfocarboni cu o capacitate de schimb mai mică, totuşi suficient de bună.

b) Avîndu-se în vedere acţiunea mai energică a acidului sulfuric oleum, au fost făcute încercări de sulfonare cu acest agent, la temperaturi mai joase (100...150°C). În aceste condiţii de temperatură şi o durată de reacţie de 3...7 ore nu s-a putut atinge eficacitatea de sulfonare a acidului sulfuric concentrat la temperatura de 150...200°C şi o durată de reacţie de 3...7 ore, la presiunea atmosferică.

c) Sulfonarea semicocsului cu acid sulfuric concentrat în prezenţa a 10% acid azotic, la temperatura de 150°C, timp de reacţie 5 ore, a condus la obţinerea unor sulfocarboni cu o mai mare capacitate de schimb decît a sulfocarbonilor obţinuţi la aceeaşi temperatură şi timp de reacţie de 5 ore, cu ajutorul acidului sulfuric concentrat.

Concentraţiile de acid azotic mai mari de 10% dau sulfocarboni cu o capacitate de schimb inferioară.

d) În toate cazurile, atît la temperaturi mai joase cît şi la temperaturi mai ridicate, cum şi la o durată de acţiune mai mică sau mai mare, acţiunea oxidantă a acidului sulfuric este mai accentuată decît acţiunea de sulfonare. În consecinţă, capacitatea de schimb carboxilică este în toate cazurile sulfonării cu acid sulfuric concentrat sau cu oleum, cu 32...49% mai mare decît acea sulfonică. În cazul tratării cu amestec de acid sulfuric şi 10% acid azotic capacitatea de schimb carboxilică este cu peste 68% mai mare ca acea sulfonică.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de industrii anorganice,
Laboratorul de tehnologie chimică generală

BIBLIOGRAFIE

1. Zapan M., Vrăbiescu E., Revista de Chimie, ASIT, 1956, **VII**, *2*, p. 654.
2. Nicolescu I. V., Suceveanu A., Angelescu E., St. şi cerc. Chimie, 1959, **VII**, *4*, pp. 621—630.
3. Dima M, Mavrodin M., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, Chimie, 1959, **X**, *1*, pp. 55—78.

ИОННООБМЕННИКИ ИЗ ПОЛУКОКСА

(Резюме)

В работе даются результаты по определению условий получения катионообменников (сульфоуглей) из полукокса, а также изучение реагентов сульфонирования, температуры и продолжительности реакции ввиду получения сульфоуглей с хорошей обменной способностью. Применяется концентрированная серная кислота, олеум (20% своб. SO_3) и смесь серной и азотной кислот с 5; 10 и 20% HNO_3. Сульфонирование проводится при 150; 175 и 200°С, а продолжительность реакции — 3; 5 и 7 часов для олеума и 125°С и 5 часов для смеси серной и азотной кислот.

Из опытных данных вытекает что :

а) Обменная способность сульфоуглей из полукокса возрастает с температурой и продолжительностью реакции; это выявляется в особенности в случае обработки серной кислотой. Катионообменники с большой обменной способностью получаются из полукокса обработкой с серной кислотой при 200°С (продолжительность 3...5 часов), при 175°С (продолжительность 6...7 часов), при 150°С (продолжительность 7 часов). Оптимальные величины обменной способности, полученные в случае серной кислоты, не достигнуты обработкой, в различных условиях олеумом. Однако эти величины могут быть получены только обработкой смесью азотной и серной кислотами (10% первой).

б) Обменная способность, появившаяся в результате создания COOH — групп обработкой смесью серной и азотной кислот или одной серной кислотой, повышается в результате окисления с температурой и продолжительностью реакции. Во всех случаях карбоксильная обменная способность больше сульфоновой, а именно, на 31,7... 49,5% больше сульфоновой в случае обработки серной кислотой и олеумом и на 68% — в случае смеси серной и азотной кислот.

ÉCHANGEURS D'IONS OBTENUS DU SEMICOKE

(Résumé)

On expose les conditions d'obtention des échangeurs de cations (sulfocarbons) en partant du sémicoke. Les recherches poursuivies concernent les agents de sulfonation, la température et la durée du traitement de sulfonation et ont pour but l'établissement des conditions optimes pour l'obtention des sulfocarbons ayant une bonne capacité d'échange.

On a étudié l'action de l'acide sulfurique concentré, de l'acide sulfurique fumant à 20% SO_3 et de l'acide sulfurique concentré additionné de 5; 10 et 20% d'acide nitrique.

Le traitement de la sulfonation avec de l'acide sulfurique concentré a été conduit aux températures de 150; 175 et 200 °C. Dans le cas de l'acide sulfurique fumant, le traitement a été effectué à 100; 125 et 150°C pendant 3; 5 et 7 heures, tandis que la sulfonation avec de l'acide sulfurique concentré additionné d'acide nitrique a été faite à 125°C pendant 5 heures.

On aboutit aux conclusions suivantes :

a) La capacité d'échange des sulfocarbons obtenus du sémicoke croît, en général, avec la température de la sulfonation ; la valeur de celle-ci croît surtout dans la cas du traitement avec de l'acide sulfurique concentré. Par conséquence les échangeurs d'ions ayant une bonne capacité d'échange sont obtenus en partant du sémicoke, par le traitement avec de l'acide sulfurique concentré à la température de 200°C (pendant 3...5 heures), à la température de 175°C (pendant 5...7 heures) et aussi à 150°C (pendant 7 heures).

Quant à l'utilisation de l'acide sulfurique fumant, on n'arrive pas ni par la variation de la température ni par la variation de la durée de la sulfonation, aux valeurs les plus élevées de la capacité d'échange, qu'on a obtenu avec de l'acide sulfurique concentré.

On peut aussi obtenir des sulfocarbons ayant de bonnes capacités d'échange si l'on traite le sémicoke avec de l'acide sulfurique additionné de 10% d'acide nitrique.

b) La capacité d'échange dûe aux groupements carboxyliques, qui se forment tant sous l'action de l'acide nitrique, que sous l'action de l'acide sulfurique, croît, comme suite aux processus d'oxidation, avec la température et la durée du traitement. Dans tous les cas, la capacité d'échange carboxylique est plus grande que celle sulfonique. Elle dépasse avec 31,7...49,5% la capacité d'échange sulfonique obtenue dans le cas du traitement avec de l'acide sulfurique concentré ou de l'acide sulfurique fumant et dépasse avec 68% la valeur obtenue lors du traitement avec de l'acide sulfurique concentré additionné de 10% d'acide nitrique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 660

EINFLUSS DER RAUHIGKEIT IN DER ABSORBTION

VON
TH. SĂVEANU, I. IBĂNESCU, MARIANA VASILIU und R. TUDOSE

Mitteilung an der wissenschaftlichen Jubiläumstagung der Universität „Al. I. Cuza", Jassy, 28—30 Oktober 1960

1. Einführung

Der Einfluss der Rauhigkeit in der Absorbtion und im allgemeinen in dem Stoffaustausch wurde wenig untersucht. Der Einfluss der Rauhigkeit bei der Absorbtion mit welligen Rieselfilm wurde bis jetzt überhaupt nicht studiert.

Bei der Absorbtion in Füllkörpersaülen stellte M. E. Pozin [1] fest dass die Anwendung von unglasurierten Porzelanringen zu viel grösseren Stoffdurchgangszahlen, als im Falle glasurierten Porzelanringe, führt.

D. W. van Krevelen und P. J. Hoftijzer [2] geben eine Gleichung welche den indirekten Einfluss der Natur und der Form der Füllkörper bei der Absorbtion durch Füllkörpersäulen zeigt. Aber diese Verfasser haben sich nicht speziell mit dem Rauhigkeitseinfluss bei dem Stoffaustausch beschäftigt.

Aus Druckabfallmessungen im Falle der Zweiphasenströmung durch Füllkörpersäulen [3], [4] folgt, dass die Natur und die Rauhigkeit des Stoffes, aus dem die Füllkörper gemacht sind, Einfluss in der Absorbtion haben.

2. Theoretische Betrachtungen

Die Rieselfilmströmung und die Strömung durch eine Füllkörpersäule haben einige gemeinsame Eigenschaften. Bei diesen Strömungen nehmen dieselbe Kräfte teil, unter denen das Gewicht der Flüssigkeit massgebend ist [5]. Aus Versuchen bei einer Rieselfilmströmung auf einer Wand mit künstlicher Rauhigkeit [6] konnten wir feststellen dass die Rauhigkeit nur lokale Veränderungen der Strömung verursacht und dass die Strömung der Flüssigkeit nach einem Hindernis sofort zu der vorhergegangenen Form zurückkehrt. Da die Füllkörperoberfläche ziemlich grosse Aussmasse im Vergleich zur Wellenlänge der Flüssigkeit hat, wird die primäre Naturerscheinung der Strömung auf der Füllkörperoberfläche mit derjenigen der Rieselfilmströmung identisch sein. Qualitative Untersuchungen mit keramischen Ringen von 15 und 25 mm haben bestätigt dass auf der Oberfläche der Ringe eine wellige Rieselfilmströmung erzeugt wird und dass die Wellen im Grossen fast dieselben Eigenschaften wie in der Rieselfilmströmung auf einer Wand aufweisen. Diese Probleme müssen aber noch untersucht werden.

Der Hauptunterschied zwischen der Rieselfilmströmung und der Strömung durch Füllkörper, vom Standpunkt des Stoffaustausches aus-

gesehen, ist die bedeutende Mischung der Flüssigkeit beim Übergehen von einem Element der Füllkörper zum anderen. Aus technologischen Erwägungen ist oft die Strömungsdichte bezogen zu dem Umfang der Oberfläche viel kleiner bei der Füllkörperströmung als bei der Rieselfilmströmung. Bei kleinen Strömungsdichten und da die Flüssigkeit von einem Element zum anderen übergeht, so nimmt im Falle von kleinen Gasgeschwindigkeiten nur ein Teil der Füllkörperoberfläche bei der Flüssigkeitsströmung teil.

Die Gasphase ist der gewöhnlichen Flüssigkeitsströmung durch gerade Rohren im Falle der Rieselfilmströmung unterworfen und erleidet Turbulenz bei der Strömung durch Füllkörper.

Der Unterschied zwischen beiden Strömungen führt zum Schluss dass der Einfluss der Rauhigkeit in der Absorbtion, bei den beiden Absorbtionsmethoden, getrennt betrachtet werden muss.

a) *Einfluss der Rauhigkeit in der Absorbtion bei der welligen Rieselfilmströmung*

Bevor der Einfluss der Rauhigkeit in dem Stoffaustausch untersucht wird, muss man feststellen ob die Natur der Wand und die Rauhigkeit der gewöhnlichen Stoffverarbeitung die Rieselfilmströmung und damit die Absorbtion beeinflusst. Experimentelle Untersuchungen [5]

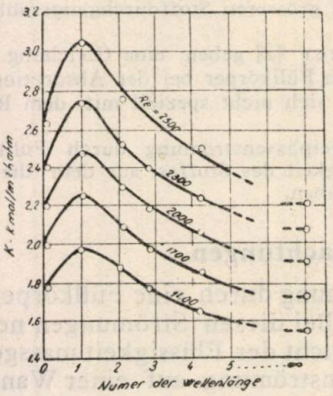


Abb. 1.— Die Veränderung der Stoffdurchgangszahl mit der Wellenlängezahl zwischen den Spiraleschritten.

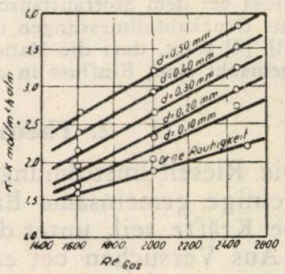


Abb. 2. — Die Veränderung der Stoffdurchgangszahl mit Re_{Gas} bei verschiedenen Werten der Rauhigkeit.

bei der Verwendung von zwei Methoden: Wässerverdunstung und Absorbtion im Wasser von Ammoniak aus einem Luftgemisch, haben einen kleinen Einfluss der Natur der Wand und der Rauhigkeit der gewöhnlichen Stoffverarbeitung gezeigt, gerade so wie im Falle des Einflusses der Oberflächenspannung, den Ternovskaia und Belopolski [7] studierte. Dieser Schluss wurde durch Versuche in denen die Flüssigkeit in Strömung die Oberfläche deckte, bestätigt. Die Natur der Oberfläche wurde durch die Benutzung von Stäben aus Glas, Holz, Stahl und Aluminium verändert.

Weiter [6] hat man den Einfluss der Rauhigkeit in der Absorbtion mit welliger Reiselfilmströmung durch die Methode der Absorbtion im Wasser von Ammoniak aus der Luft untersucht. Die Rauhigkeit wurde durch Spiraleinwickeln eines Drahtes um einen Glasstab geschaffen. Auf dem Glasstab haben wir Wasser strömen lassen. Unter denselben Bedingungen war der Wert der Stoffdurchgangszahl bis zu 70% grösser im Gegenwart der Rauhigkeit als ohne Rauhigkeit. In derselben Arbeit haben wir das Gesetz der Veränderung der Stoffdurchgangszahl mit der Rauhigkeit festgelegt. Dieses Gesetz ist in Abb. 1 und 2 wiedergegeben. Aus den Abb. 1 und 2 folgt offenbar das der Wert der Stoffdurchgangszahl K am grössten ist wenn die Länge des Spiraleschrittes der der Wellenlänge der Flüssigkeit gleich ist. Die Stoffdurchgangszahl nimmt mit der Vergrösserung der Rauhigkeit zu (Abb. 2).

b) *Einfluss der Rauhigkeit in der Absorbtion bei der Füllkörperströmung*

Oben wurde der Unterschied zwischen der Rieselfilmströmung und der Strömung durch Füllkörper besprochen. In der Strömung durch Füllkörpersäulen bei der üblichen Berieselungsdichten und auch in der welligen Rieselfilmströmung bei kleinen Berieselungsdichten, kann das Gewicht der Flüssigkeit die Oberflächenkräfte nicht überwinden und die Flüssigkeit strömt als Schichten und Streifen von verschiedenen Dicken nur auf einem Teil der Oberfläche. Auch hier ist eine Wellenströmung. Beim Übergehen der Flüssigkeit von einem Element zum anderen beobachtet man irgendeinen Einfluss der Fallweite der Flüssigkeit an der Höhe des Wellenberges. Aber im allgemeinen ist die ganze Oberfläche der Füllkörper, der Kapillarkräfte wegen, nicht benetzt. Die Kapillarkräfte offenbaren sich bei den keramischen Ringen, weil diese auf Verarbeitungsgründen grosse Rauhigkeit aufweisen. Unter diesen Bedingungen vollzieht sich die Absorbtion grösstenteils in der Schichten der Flüssigkeit in Strömung und in sehr kleinem Masse in den Flüssigkeitsschichte, die auf der Oberfläche im Ruhe festgehalten wird.

Bei der Rieselfilmströmung wirkt die Rauhigkeit auf die ganze Oberfläche ein und hat als Ergebnis die Intensifizierung des Stoffaustausches durch Vergrösserung der Wellenberge und somit der Flüssigkeitsoberfläche, und auch durch Erzeugen der Turbulenz. Bei der Strömung durch Füllkörper wirkt die Rauhigkeit in derselben Weise, mit dem Unterschied dass ihr Einfluss sich nur auf den Teil der Oberfläche auf dem die Flüssigkeit strömt, zeigt. Man beobachtet dass der Teil der Oberfläche auf dem die Flüssigkeit strömt sich vergrössert wenn man auf den Ringen künstliche Rauhigkeit schafft.

3. Die benützte Methode

Die Rauhigkeit wurde durch Spiraleinwickeln eines Drahtes vom 0,35 mm Durchmesser auf der äusseren und inneren Oberfläche der keramischen Ringen geschafft. Der Schritt hatte 5 mm, welcher der Wellenlänge des Wassers bei der Rieselfilmströmung auf einer Wand entspricht.

Um den Einfluss der Rauhigkeit in der Absorbtion festzustellen, wurde die Bestimmung der Stoffdurchgangszahl K vom Ammoniak im Wasser aus 2% Ammoniakhaltiger Luft durchgeführt. Bei den Versuchen

wurden entwickelten und unentwickelten Raschigringen, die regelmässig und unregelmässig gelegt wurden, verwendet.

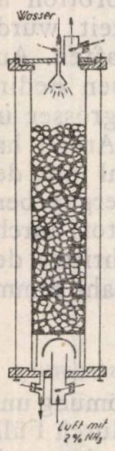


Abb. 3 – Die Absorbtionsfüllkörpersäule.

4. Versuchsanlage

Die benutzte Apparatur wurde früher beschrieben [5]. Bei den beschriebenen Untersuchungen wurde die Absorbtion in einem Glaszilinder von 70 mm Durchmesser und 420 mm Länge (Abb. 3) ausgeführt. In diesem Glaszilinder wurden 56 keramische Ringe von 25 mm bei der unregelmässigen, und 60 Ringe bei der regelmässigen Stellung eingeführt. Die Ringe wurden mit Wasser von oben berieselt. Die ammoniakhaltige Luft strömte durch die Füllkörpersäule von unten nach oben im Gegenstrom dem Wasser gegenüber.

Die Ammoniakkonzentration der Luft wurde aus 5 Liter Luft bestimmt. Die Proben wurden während der ganzen Zeitdauer des Versuches gesammelt. Die Ammoniakkonzentration des Wassers wurde aus der ganzen Wassermenge eines Versuches entnommene Probe festgestellt. Wir arbeiteten mit drei verschiedenen stündlichen Wassermengen. Wir veränderten die Luftmenge von 2,5 bis 4,15 m^3/h.

5. Versuchsergebnisse

Die Ergebnisse dienten zur Berechnung der Stoffdurchgangszahl. In Abb. 4 und 5 wurde die Veränderung der Stoffdurchgangszahl K mit den Werten der Reynoldszahl, mit verschiedenen Berieselungsdichten, bei regelmässigen und unregelmässigen Einlegung der Raschigringen, mit und ohne Rauhigkeit, vorgestellt.

Man beobachtet das die Rauhigkeit im Sinne der Zunahme der Stoffdurchgangszahl, sowohl in der Rieselfilmströmung (Abb. 1) als auch in der Füllkörperströmung (Abb. 4 und 5), wirkt. Diese Zunahme kann Werte über 70% überschreiten. Das erklärt sich einerseits durch Vergrösserung der Wellenberge und somit der Vergrösserung der Flüssigkeitsoberfläche und andererseits durch Erzeugung einer gleichartigen Konzentration in der Flüssigkeitsphase als Folge der durch die Rauhigkeit verursachte Turbulenz.

Der Einfluss der Rauhigkeit auf der Vergrösserung des Stoffaustausches ist verschieden bei der Rieselfilmströmung angesichts der Füllkörperströmung bei der regelmässigen und unregelmässigen Anordnung der Füllringe. Die Versuche haben bei der Rieselfilmströmung eine Vergrösserung von 77%, bei der Füllkörperströmung mit regelmässigangelegten Ringen von 60% und nur 27% bei der unregelmässigangelegten Ringen gezeigt.

Die verschiedene Werte der Vergrösserung erklären sich folgenderweise. Bei der Rieselfilmströmung ist die Verteilung der Flüssigkeit sowie auch die Dicke des Filmes gleichmässig; als Folge vergrössert die Rauhigkeit den Prozess des Stoffaustausches auf der ganzen Oberfläche. Im Falle der Flüssigkeitsströmung durch unregelmässigangelegten Füllkörper ist die Flüssigkeitsverteilung im Säulenquerschnitt und die Dicke des

Filmes nicht mehr gleichmässig. Der Einfluss der Rauhigkeit zeigt sich nur auf dem Teil der Oberfläche auf dem die Flüssigkeit strömt und hat keine Wirkung auf dem Teil der Oberfläche welche nur benetzt ist. Die Verteilung der Flüssigkeit im Säulenquerschnitt und die Dicke der Flüssigkeitsschichte sind gleichmässiger bei regelmässiger als bei unregelmässiger Anordnung der Füllkörper und nähert sich der Rieselfilmströmung. Die erhaltene Ergebnisse zeigen die Möglichkeit der Vergrösserung des Absorbtionsprozesses durch Schaffung künstlicher Rauhigkeit auf den Füllkörper.

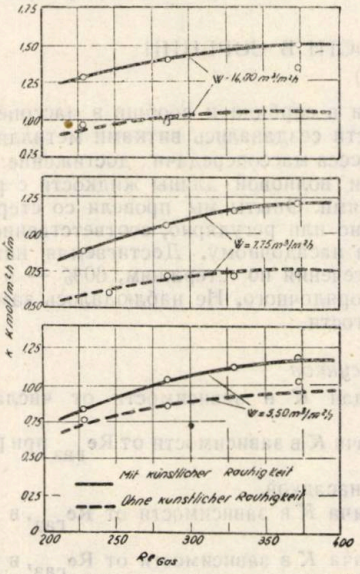


Abb. 4.—Die Veränderung der Stoffdurchgangszahl K als Funktion der Re_{Gas} bei regelmässig angeordneten keramischen Raschigringen.

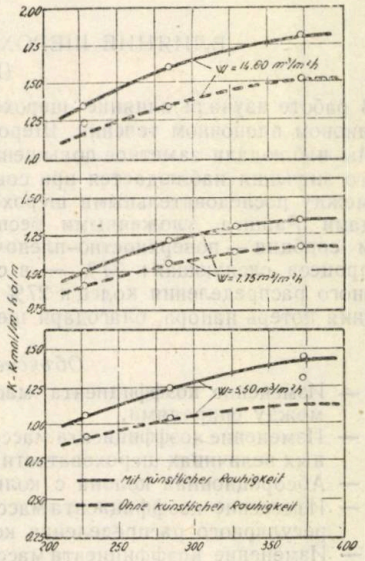


Abb. 5.— Die Veränderung der Stoffdurchgangszahl K als Funktion der Re_{Gas} bei unregelmässigangeordneten Raschigringen.

Um die Wirtschaftlichkeit der Benutzung von Füllkörper mit künstlich ergzeugte Rauhigkeit festzustellen, haben wir den Druckabfall bei Füllkörper mit und ohne Rauhigkeit bestimmt. Wir haben keine deutliche Zunahme des Druckabfalles bei Füllkörpern mit Rauhigkeit gegenüber denen ohne Rauhigkeit bis zur $Re_{Gas} = 375$, bis zu der wir gearbeitet haben, beobachtet.

6. Schlussfolgerungen

a) Wir haben festgestellt dass die künstliche Rauhigkeit im grossen Masse den Stoffaustausch vergrössert sowohl bei der welligen Rieselfilmströmung als auch im Falle der Füllkörperströmung mit einer unbedeutenden Zunahme des Energieverbrauches.

b) Wir haben das Gesetz der Veränderung der Stoffaustauschvergrösserung als Funktion der Rauhigkeit festgelegt.

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für physikalische Chemie,
Laboratorium für Verfahrenstechnik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Pozin M. E., *Metode şi procese în tehnologia chimică. Culegere de referate,* **I**, Ed. Tehn., Buc., 1957, pp. 103—134, (aus russ. übersetzt).
2. van Krevelen D. W., Hoftijer P. J., Rec. trav. chim., 1947, *7—8*, p. 524.
3. Săveanu T., Ibănescu I., Tudose R., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *3—4*, pp. 161—166.
4. Săveanu T., Tudose R., Ibid., 1960, **VI (X)**, *1—2*, pp. 157—170.
5. Săveanu T., Ibănescu I., Vasiliu M., St. şi cerc. şt., Acad. RPR, filiala Iaşi, Chimie, 1960, **XI**, *1*, pp. 139—148.
6. — Ibid., 1960, **XI**, *1*, pp. 149—157.
7. Терновская А. Н., Белопольский А. П., ЖФХ, 1950, **24**, *1*, стр. 47—48.

ВЛИЯНИЕ ШЕРОХОВАТОСТИ В СОРБЦИИ

(Резюме)

В работе изучали влияние шероховатости в сорбции и вообще в массопередаче при волновом пленочном течении. Шероховатости создавались витками металлической нити. Мы наблюдали заметное повышение процесса массопередачи; достижение максимального значения наблюдается при совпадении волновой длины жидкости с расстоянием между последовательными шероховатостями. Опыты мы провели со стержнями и кольцами Рашига, уложенными беспорядочно или регулярно, соответственно двум методам сорбции — поверхностно-пленочному и насадочному. Достигаемая интенсивность процеса следующая: 77% — в случае течения по стержням, 60% — в случае регулярного распределения колец и 27% — беспорядочного. Не наблюдалось заметного повышения потерь напора, благодаря шероховатости.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Изменение коэффициента массопередач K в зависимости от числа волн между спиралями.
Рис. 2. — Изменение коэффициента массопередачи K в зависимости от $Re_{газ}$ при различных величинах шероховатости.
Рис. 3. — Абсорбционная колона с кольцевой насадкой.
Рис. 4. — Изменение коэффициента массопередача K в зависимости от $Re_{газ}$, в случае регулярного распределения колец.
Рис. 5. — Изменение коэффициента массопередача K в зависимости от $Re_{газ}$, в случае нерегулярного распределения колец.

INFLUENŢA RUGOZITĂŢII ÎN ABSORBŢIE

(Rezumat)

În lucrare s-a studiat influenţa rugozităţii în absorbţie şi, mai general, în transferul de masă la curgerea peliculară cu valuri şi prin umplutură. Rugozitatea s-a obţinut prin înfăşurarea unui fir metalic. S-a constatat o intensificare a procesului de transfer de masă, intensificare care prezintă un maxim atunci cînd distanţa între rugozităţi succesive corespunde lungimii de undă a valurilor. S-au făcut încercări cu bare şi cu inele Raschig aşezate regulat şi neregulat, care corespund celor două metode de absorbţie: peliculară de suprafaţă şi cu umplutură. Intensificarea maximă a procesului a fost de 77% la curgerea pe bare, 60% la curgerea pe inele aşezate regulat şi 27% la curgerea pe inele aşezate neregulat. Creşterea căderii de presiune cauzată de rugozitate a fost neesenţială.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Variaţia coeficientului de absorbţie K în funcţie de numărul de unde între spire.
Fig. 2. — Variaţia coeficientului de absorbţie K în funcţie de Re_{gaz}, la diferite valori ale rugozităţii.
Fig. 3. — Coloana de absorbţie cu umplutură.
Fig. 4. — Variaţia coeficientului de absorbţie K în funcţie de Re_{gaz}, la inele ceramice aşezate regulat.
Fig. 5. — Variaţia coeficientului de absorbţie K în funcţie de Re_{gaz}, la inele ceramice aşezate neregulat.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C.Z. 563.4

SULFAMIDELE ACIZILOR FENOXIACETICI

Nota I

DERIVAŢII SULFAMIDAŢI AI ACIDULUI FENOXIACETIC ŞI AI ACIZILOR CREZOXIACETICI

DE

GH. BOTEZ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

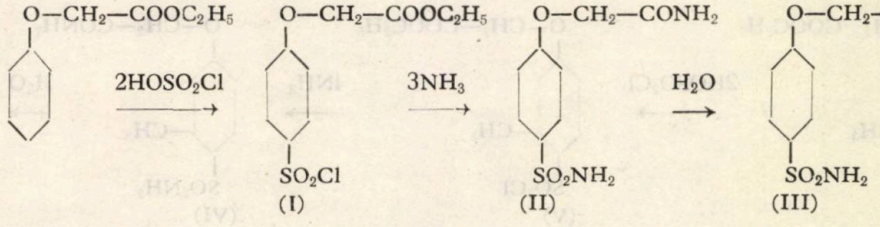
Acizii fenoxiacetici şi derivaţii lor au căpătat în ultimul timp o importanţă deosebită datorită utilizărilor lor multiple; astfel, acidul 2,4-diclorfenoxiacetic (2,4-*D*) este folosit ca ierbicid selectiv în agricultură [1], fenoxiacetamida este întrebuinţată pe scară industrială ca precursor în biosinteza penicilinei V [2], iar acizii fenoxiacetici servesc la identificarea fenolilor [3].

Studiul derivaţilor de substituţie a acizilor fenoxiacetici este deci de actualitate şi preocupă pe mulţi cercetători [4], [5].

Deoarece compuşii sulfamidaţi ai acizilor fenoxiacetici nu au fost sintetizaţi pînă în prezent este important de studiat reacţia de clorosulfonare ce stă la baza preparării lor, precum şi sulfamidele corespunzătoare.

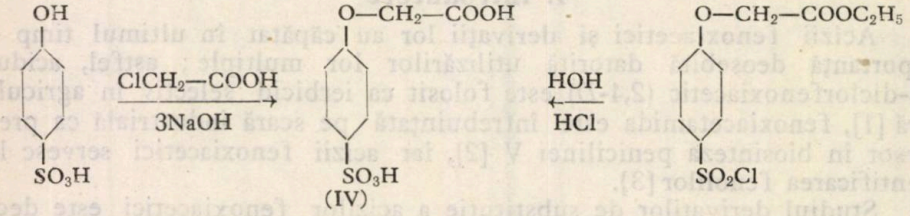
Acizii fenoxiacetici nu se pot sulfoclorura direct. Pentru ca reacţia de clorosulfonare să poată avea loc fără distrugerea moleculei este necesar să se protejeze gruparea carboxilică prin esterificare.

Clorosulfonarea esterului etilic al acidului fenoxiacetic cu acid clorsulfonic decurge în condiţii bune, la rece, rezultînd ca produs al reacţiei 4-sulfoclorura-fenoxiacetatul de etil (I). Acest produs tratat cu exces de amoniac, sub răcire, suferă o dublă amidare, obţinîndu-se 4-sulfonamido-fenoxiacetamida (II), care prin hidroliză conduce la acidul 4-sulfonamido-fenoxiacetic (III).



Clorosulfonarea este reacţia de bază pentru sinteza acestor derivaţi. Pentru a obţine un randament bun în această fază trebuie să se ţină seama de raportul molar dintre reactanţi, de temperatura de reacţie şi de modul de precipitare al sulfoclorurii. Din încercările făcute am constatat că folosind un raport molar, între ester şi acidul clorsulfonic, de 1/7 se poate evita reacţia secundară de sulfonare; la clorosulfonarea acetanilidei acest raport este de 1/5 [6]. Temperatura în timpul reacţiei nu trebuie să depăşească 15°C. Temperaturi mai ridicate favorizează hidroliza sulfoclorurii şi conduc la scăderea randamentului. Executînd reacţia de clorosulfonare a esterului fenoxiacetic în condiţii de temperatură diferite, între 10...60°C, se obţine o singură sulfoclorură cu punctul de topire (p. t.) 39,3°C.

Fiind cunoscut faptul că gruparea carboximetilică ($-O-CH_2-COOH$) orientează diferiţi substituenţi în poziţiile *2* şi *4*, trebuie precizată poziţia grupării $-SO_2Cl$ în molecula sulfoclorurii esterului fenoxiacetic. Pentru stabilirea structurii am plecat de la un compus cunoscut, acidul fenol-4-sulfonic, care se tratează cu acid monocloracetic în mediu alcalin la cald, obţinînd după acidulare acidul fenoxiacetic-4-sulfonic cu p. t. 52,5°C (IV). Pe de altă parte am supus hidrolizei acide fenoxiacetatul de etil-4-sulfoclorura (I) obţinînd şi pe această cale acelaşi produs (IV).

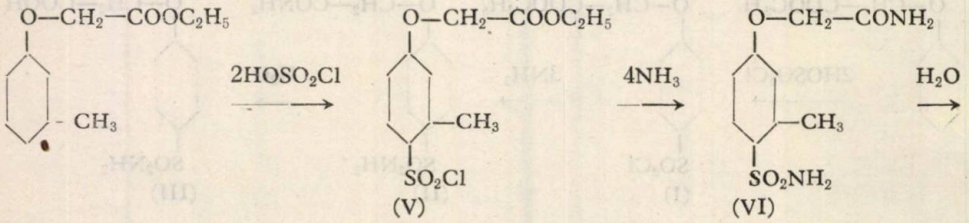


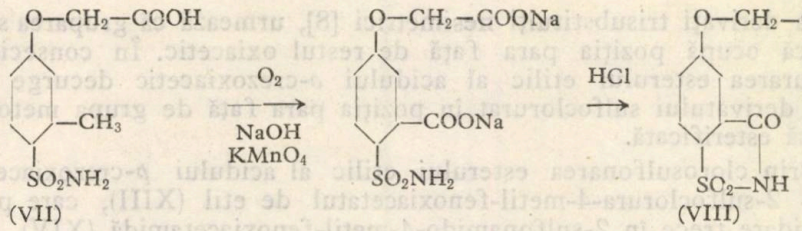
Se poate preciza astfel că prin clorosulfonarea esterului fenoxiacetic se obţine un singur derivat sulfoclorurat şi că gruparea $-SO_2Cl$ substituie hidrogenul din poziţia para faţă de gruparea metoxicarboxilică esterificată ($-O-CH_2-COOR$).

2. Sulfamidele acizilor crezoxiacetici

Esterii etilici ai acizilor crezoxiacetici se pot clorosulfona în aceleaşi condiţii la rece, cu un exces de acid clorsulfonic. Sulfoclorurile rezultate, supuse amidării, apoi hidrolizei, conduc la sulfamidele corespunzătoare.

a) Prin tratarea esterului etilic al acidului *m*-crezoxiacetic cu $HClSO_3$ rezultă 4-sulfoclorura-3-metil-fenoxiacetatul de etil (V), care prin dublă amidare trece în 4-sulfonamido-3-metil-fenoxiacetamidă (VI), din care prin hidroliza grupării acetamidice se obţine acidul 4-sulfonamido-3-metil-fenoxiacetic (VII).





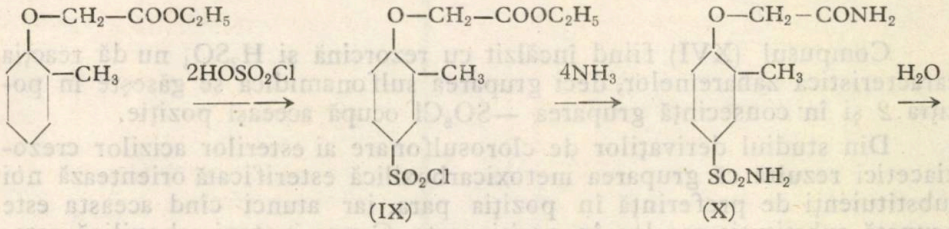
(VII) (VIII)

Structura acestor compuşi s-a precizat prin oxidarea derivaţilor (VI) sau (VII) cu $KMnO_4$ în mediu alcalin la cald, iar după acidulare se obţine imida sulfobenzoică a acidului oxiacetic (VIII).

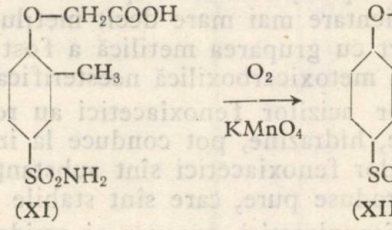
Produsul (VIII) poate fi caracterizat uşor, deoarece prin încălzire cu rezorcină şi acid sulfuric formează un compus de condensare similar zahareinelor [7]. Acesta, prin alcalinizare cu amoniac, dă o soluţie cu fluorescenţă verde, extrem de intensă.

Deoarece imida sulfobenzoică a acidului oxiacetic poate lua naştere prin deshidratare numai în cazul cînd gruparea sulfamidică este în poziţia orto faţă de carboxil, rezultă că structura indicată este cea justă. Astfel se precizează faptul că reacţia dintre esterul etilic al acidului *m*-crezoxiacetic şi acidul clorsulfonic conduce la derivatul sulfoclorurat în poziţia para faţă de gruparea metoxicarboxilică esterificată şi orto faţă de metil (orientare concordantă).

b) La clorosulfonarea esterului etilic al acidului *o*-crezoxiacetic se formează 4-sulfoclorura-2-metil-fenoxiacetatul de etil (IX), care prin amidare se transformă în 4-sulfonamido-2-metil-fenoxiacetamidă (X), iar aceasta, prin hidroliză, conduce la acidul 4-sulfonamido-2-metil-fenoxiacetic (XI). Prin oxidarea ultimului derivat cu $KMnO_4$ se obţine acidul 4-sulfonamido-2-carboxi-fenoxiacetic (XII).



(IX) (X)

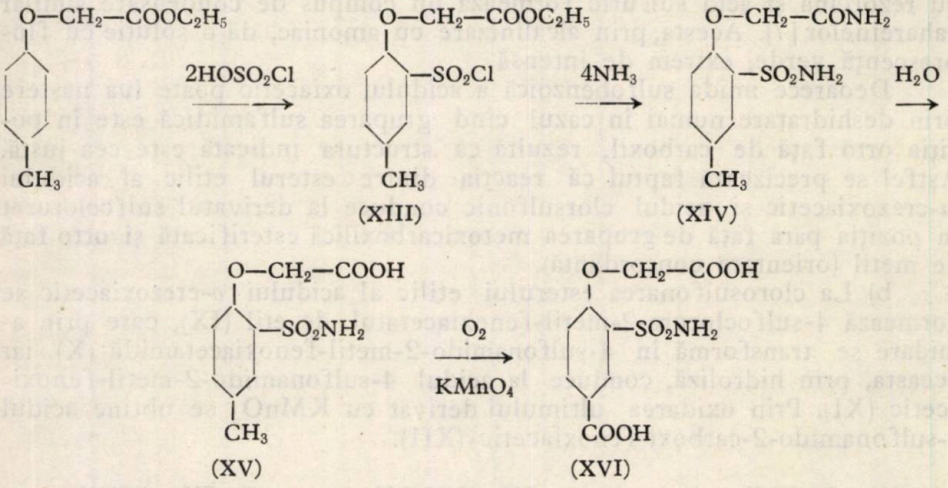


(XI) (XII)

Derivatul (XII) la încălzire cu rezorcină şi H_2SO_4 nu dă fluorescenţa verde caracteristică zahareinelor, deci gruparea sulfonamidică nu este vecină cu carboxilul. Fiind cunoscut faptul că compuşii disubstituiţi

conduc la derivaţi trisubstituiţi nesimetrici [8], urmează că gruparea sulfonamidică ocupă poziţia para faţă de restul oxiacetic. În consecinţă sulfoclorurarea esterului etilic al acidului *o*-crezoxiacetic decurge cu formarea derivatului sulfoclorurat în poziţia para faţă de grupa metoxicarboxilică esterificată.

c) Prin clorosulfonarea esterului etilic al acidului *p*-crezoxiacetic se obţine 2-sulfoclorura-4-metil-fenoxiacetatul de etil (XIII), care prin dublă amidare trece în 2-sulfonamido-4-metil-fenoxiacetamidă (XIV), iar din acest produs, prin hidroliză alcalină şi acidulare, rezultă acidul 2-sulfonamido-4-metil-fenoxiacetic (XV). Ultimul derivat fiind supus oxidării se transformă în acidul 2-sulfonamido-4-carboxi-fenoxiacetic (XVI).



Compusul (XVI) fiind încălzit cu rezorcină şi H_2SO_4 nu dă reacţia caracteristică zahareinelor, deci gruparea sulfonamidică se găseşte în poziţia *2* şi în consecinţă gruparea $—SO_2Cl$ ocupă aceeaşi poziţie.

Din studiul derivaţilor de clorosulfonare ai esterilor acizilor crezoxiacetici rezultă că gruparea metoxicarboxilică esterificată orientează noi substituienţi de preferinţă în poziţia para, iar atunci cînd aceasta este ocupată substituţia are loc în poziţia orto. Grupa metoxicarboxilică esterificată are o putere de orientare mai mare decît metilul. Aceeaşi capacitate de orientare în raport cu gruparea metilică a fost găsită şi de alţi cercetători, pentru gruparea metoxicarboxilică neesterificată [9].

Sulfoclorurile esterilor acizilor fenoxiacetici au reactivitate mare. Ele pot reacţiona cu amine, hidrazine, pot conduce la imine etc. Toate sulfoclorurile esterilor acizilor fenoxiacetici sînt substanţe solide, se pot cristaliza din alcool dînd produse pure, care sînt stabile în stare anhidră.

Sulfamidele acizilor fenoxiacetici precum şi amidele lor sînt substanţe incolore, frumos cristalizate, solubile în apă şi etanol la cald, insolubile în alţi solvenţi organici. Sînt foarte stabile şi au puncte de topire caracteristice.

Nici unul din derivaţii sulfamidaţi sintetizaţi nu are acţiune antibacteriană, dar pot fi susceptibili de a se transforma în produse cu puternice proprietăţi antiseptice, prin clorurare.

Pe lîngă produsele enunţate s-au preparat şi sulfamidele acizilor guaiacoxi- timoxi- şi xilenoxiacetici, care vor face obiectul unei alte lucrări.

3. Partea experimentală

a) *4-sulfoclorura-fenoxiacetatul de etil (I)*

70 g (0,7 moli) acid clorsulfonic, răcit la 2...5°C se tratează cu 18 g (0,1 moli) ester fenoxiacetic sub bună agitare şi răcire. Esterul se adaugă în picături timp de o oră. Se mai agită 20 min. la 15...20°C pentru perfectarea reacţiei şi eliminarea parţială a HCl rezultat. Masa de reacţie se picură apoi sub agitare peste 300 g gheaţă, în vederea descompunerii excesului de acid clorsulfonic şi precipitării sulfoclorurii. Precipitatul filtrat se spală cu apă rece pînă la reacţie neutră; se obţin 25,5 g (91%). Produsul se solvă în 100 ml etanol prin încălzire la 30°C, se filtrează, iar filtratul se răceşte la 0°C, cînd cristalizează sulfoclorura pură. Cristalii separaţi prin filtrare sînt spălaţi cu etanol răcit. Produsul pur se prezintă sub formă de cristali albi, prismatici, cu p. t. 39,3°C.

Tabelul 1

Nr. probelor	Temperatura °C	Randamentul în sulfoclorură %	Punct topire °C
1	10	94	39,3
2	20	91,5	39,3
3	30	85,6	39,3
4	40	77,0	39,3
5	50	67,5	39,3
6	60	60,8	39,3

$C_{10}H_{11}O_5ClS$ (278,5) calculat: Cl % 12,74;
găsit : Cl % 12,89.

Randamentele în sulfoclorură, funcţie de temperatură, sînt date în tabelul 1.

Se poate observa că o dată cu ridicarea temperaturii de reacţie randamentul scade, datorită hidrolizei sulfoclorurii.

b) *4-sulfamido-fenoxiacetamida (II)*

14 g (0,05 moli) din derivatul (I) şi 20 ml amoniac 25 % se amestecă intim, răcind amestecul sub temperatura de 20°C pentru a evita hidroliza. Reacţia este puternic exotermă deoarece are loc o amidare simultană a grupării $—SO_2Cl$ şi a grupării esterice. Pentru a evita reacţiile secundare care pot avea loc în urma hidrolizei trebue să menţinem temperatura în jurul lui 20°C. Se lasă amestecul să stea 24 ore, agitînd din timp în timp. Precipitatul filtrat se spală cu apă pentru îndepărtarea clorurii de amoniu; se obţin 11 g (95 %). Produsul pur se obţine prin recristalizare din apă, sub formă de cristali prismatici, albi, cu p. t. 209°C.

$C_8H_{10}O_4N_2S$ (230,1) calculat: C % 41,74; H % 4,36; N % 12,17;
găsit : C % 41,88; H % 4,30; N % 12,0.
41,91; 4,55;

c) *Acidul 4-sulfonamido-fenoxiacetic (III)*

2,3 g (0,01 moli) din produsul (II) se supun hidrolizei alcaline prin încălzire cu 20 ml soluţie de NaOH 5%, pînă la dispariţia mirosului de amoniac (două ore). După neutralizare cu HCl concentrat se izolează produsul sulfamidat prin filtrare şi se spală cu apă; se obţin 2,2 g (96%). După recristalizare din apă rezultă substanţa pură sub formă de cristali aciculari mari cu p. t. 195,3°C.

$C_8H_9O_5NS$ (231,14) calculat: C % 41,59; H % 3,90; N % 6,06;
găsit : C % 41,61; H % 4,15; N % 6,01.

d) *Acidul fenoxiacetic-4-sulfonic (IV)*

Prepararea prin hidroliza sulfoclorurii. 5 g din substanţa (I) se fierb sub reflux cu 40 ml HCl diluat (5 %) pînă la solubilizare completă. Lichidul se evaporă pe baie de apă iar reziduul se ţine la rece pentru cristalizare. Se purifică din etanol; p. t. 52,5°C.

Prepararea din acid fenol-4-sulfonic. 17,5 g acid fenol-4-sulfonic, în soluţie apoasă de NaOH (40 %), se încălzesc pe baie de apă cu 10 g acid monocloracetic timp de 4 ore. Sarea dublă de sodiu a acidului fenoxiacetic-4-sulfonic formată se separă prin filtrare, apoi se tratează cu 10 ml HCl concentrat. Se îndepărtează NaCl cristalizată iar soluţia apoasă a acidului liber se evaporă pe baie de apă şi se lasă să cristalizeze. Produsul se purifică cu etanol, obţinîndu-se cristali albi, onctuoşi, cu p. t. 52,5°C.

e) *4-sulfoclorura-3-metil-fenoxiacetatul de etil (V)*

Se procedează în mod similar ca la prepararea derivatului (I). Plecînd de la 20 g (0,1 moli) ester *m*-crezoxiacetic şi 80 g (0,7 moli) acid clorsulfonic se obţin 25,5 g sulfoclorură (87 %). Substanţa este foarte uşor solubilă în alcool etilic din care cristalizează la răcire sub forma unei pulberi albe microcristaline ; p. t. 40,8°C.

$C_{11}H_{13}O_5ClS$ (292,67) calculat: Cl % 12,12;
găsit : Cl % 12,44.

f) *4-sulfonamido-3-metil-fenoxiacetamida (VI)*

Prepararea este identică cu cea pentru obţinerea produsului (II). Din 14,7 g sulfoclorură (0,05 moli) şi 35 ml amoniac rezultă 11,5 g produs (93 %). Prin recristalizarea din etanol 50 % se obţin cristale incolore cu p. t. 168,5°C.

$C_9H_{12}O_4N_2S$ (244,15) calculat: C % 44,27; H % 4,91; N % 11,48;
găsit : C % 44,32; H % 5,13; N % 11,33.

g) *Acidul 4-sulfonamido-3-metil-fenoxiacetic (VII)*

Produsul se prepară la fel ca derivatul (III). Din 2,5 g (0,01 moli) derivat (VI) supuse hidrolizei alcaline se obţin 2,2 g substanţă (91 %). După recristalizarea din 100 ml apă se obţin cristali albi, strălucitori, cu p. t. 232,3°C.

$C_9H_{11}O_5NS$ (245,15) calculat: C % 44,08; H % 4,50; N % 5,71;
găsit : C % 44,15; H % 4,73; N % 5,62.

h) *Imida sulfobenzoică a acidului oxiacetic (VIII)*

Se obţine prin oxidarea derivatului (VI) sau (VII) cu $KMnO_4$ în soluţie alcalină diluată, după un procedeu asemănător celui folosit la prepararea zaharinei.

Într-un balon prevăzut cu agitator şi termometru, montat pe baie de apă, se solvă 5 g din derivatul (VI) în 300 ml soluţie de NaOH 1 % prin agitare energică. Se încălzeşte la 38°C, se introduc în timp de o oră 10 g $KMnO_4$ şi se agită încă două ore la 38°C. După 12 ore se filtrează MnO_2 iar soluţia se concentrează pe baie de apă pînă la 1/3 din volum. Prin acidulare cu HCl concentrat pînă la pH=3, imida precipită. Se filtrează spălînd cu apă rece; rezultă 2,5 g (50 %). Prin recristalizare din apă sau alcoo etilic se obţin cristali microcristalini cu p. t. 222,2°C.

$C_9H_7O_6NS$ (257,15) calculat: C % 42,05; H % 2,72; N % 5,44·
găsit : C % 42,13; H % 3,03; N % 5,70.

i) *4-sulfoclorura-2-metil-fenoxiacetatul de etil (IX)*

Se prepară la fel ca derivatul (I). Plecînd de la 20 g ester *o*-crezoxiacetic (0,1 moli) şi 80 g acid clorsulfonic rezultă 26,5 g sulfoclorură (91 %). Substanţa are o solubilitate de 10 % în etanol la temperatura de 30°C şi cristalizează din soluţie prin răcire, în stare pură avînd p. t. 87,4°C.

$C_{11}H_{13}O_5ClS$ (292,61) calculat: Cl % 12,13;
găsit : Cl % 11,86.

j) *4-sulfonamido-2-metil-fenoxiacetamida (X)*

Pentru preparare se procedează similar ca în cazul preparării produsului (II). Din 14,7 g sulfoclorură şi 35 ml amoniac 25 % se separă 11,5 g substanţă. Se purifică din etanol de 50 % ; cristalii albi, prismatici, obţinuţi, au p. t. 199°C.

$C_9H_{12}O_4N_2S$ (244,15) calculat: C % 44,27; H % 4,91; N % 11,48;
găsit : C % 44,36; H % 5,12; N % 11,45.

k) *Acidul 4-sulfonamido-2-metil-fenoxiacetic (XI)*

Se prepară într-un mod similar celui de preparare a derivatului (III). 2,5 g (0,01 moli) din produsul (X) supuse hidrolizei alcaline separă după acidulare 2,3 g substanţă (93 %). Se recristalizează din apă ; are p. t. 181°C.

$C_9H_{11}O_5NS$ (245,15) calculat: C % 44,08; H % 4,50; N % 5,71;
găsit : C % 43,96; H % 4,53; N % 5,59.

l) *Acidul 4-sulfonamido-2-carboxi-fenoxiacetic (XII)*

Se prepară în aceleaşi condiţii ca derivatul (VIII). 5 g din produsul (XI) se oxidează cu 10 g $KMnO_4$ rezultînd final 2,2 g produs (44 %). După purificare din apă substanţa are p. t. 156°C.

$C_9H_9O_7NS$ (275,15) calculat: C % 39,27; H % 3,27; N % 5,08;
găsit : C % 39,45; H % 3,32 N % 5,21.

m) *2-sulfoclorura-4-metil-fenoxiacetatul de etil (XIII)*

Procedeul de preparare este asemănător celui de obţinere a derivatului (I). Plecînd de la 20 g (0,1 moli) ester *p*-crezoxiacetic şi 80 g acid clorsulfonic rezultă 27 g sulfoclorură (91 %). Prin purificare cu etanol se obţin cristali albi, cu aspect de fetru, cu p. t. 64,5°C.

$C_{11}H_{13}O_5ClS$ (292,67) calculat: Cl % 12,13;
găsit : Cl % 12,53.

n) *2-sulfonamido-4-metil-fenoxiacetamida (XIV)*

Procedeul de preparare este similar celui de obţinere a produsului (II). Randament 96 %. După recristalizare din etanol 50 % se obţin cristali prismatici, strălucitori, cu p. t. 197,4°C.

$C_9H_{12}O_4N_2S$ (244,15) calculat: C % 44,27; H % 4,91; N % 11,48,
găsit : C % 44,12; H % 5,20; N % 11,55.

o) *Acidul 2-sulfonamido-4-metil-fenoxiacetic (XV)*

Prepararea este analogă celei a derivatului (III). Randament 84%. Prin recristalizare din apă se obţin cristali prismatici cu p. t. 176,2°C.

$C_9H_{11}O_5NS$ (245,15) calculat: C % 44,08; H % 4,50; N % 5,71;
găsit : C % 44,31; H % 4,56; N % 5,68.

p) *Acidul 2-sulfonamido-4-carboxi-fenoxiacetic (XVI)*

Procedeul de preparare este similar celui de obţinere a produsului (VIII). Prin oxidarea a 5 g din derivatul (XIV) cu $KMnO_4$ rezultă final 4 g produs (70 %). Prin purificare din 200 ml apă se obţin cristali prismatici, strălucitori, cu p. t. 242,6°C.

$C_9H_9O_7NS$ (275,15) calculat: C % 39,27; H % 3,27; N % 5,08;
găsit : C % 39,12; H % 3,35; N % 4,98.

4. Concluzii

Din studiul reacţiei de clorosulfonare a esterilor fenoxiacetici şi ai derivaţilor acestora, se pot trage următoarele concluzii :

a) Toţi esterii acizilor fenoxiacetici se pot clorosulfona la temperatură coborîtă, cu un exces de acid clorsulfonic. Sulfoclorurile rezul-

tate sînt substanţe cristaline destul de stabile şi au puncte de topire caracteristice.

b) Gruparea metoxicarboxilică esterificată orientează restul $—SO_2Cl$ de preferinţă în poziţia para, iar cînd aceasta este ocupată substituţia are loc in poziţia orto.

c) Sulfoclorurile esterilor fenoxiacetici la tratare cu un exces de amoniac suferă o dublă amidare obţinîndu-se sulfamido-fenoxiacetamidele corespunzătoare, care fiind supuse hidrolizei conduc la sulfamidele acizilor fenoxiacetici.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologia substanţelor organice

BIBLIOGRAFIE

1. Shaw W. C., Lovvorn R. L., Agr. Chem., 1953, **8**, *5*, pp. 32—35, 127, (citat după Химия и хим. технол. (переводы из ИЛ), 1954, *6* (*53*), стр. 173).
2. Левитов М. М., Антибиотики, 1957, **2**, *2*, стр. 3.
3. Botez Gh., Marinescu M., Ciochină A., St. şi cerc. şt, Acad. R P.R., filiala Iaşi, 1954, **V**, *1—2*, p. 221.
4. Brown J., Mc. Call E., J. Chem. Soc., 1955, *5*, p. 3681.
5. Arventiev B., Fişel S., Strul M., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, 1954, **V**, *1—2*, p. 197.
6. Northei E. H., *The sulfonamides and allied compunds,* N. Y., 1948, p. 42.
7. Lebeau P., Courtois G., *Traité de Pharmacie chimique,* Paris, 1938, **II**, p. 675.
8. Фирц-Давид Г. Э., Бланже Л., *Основные процессы синтеза красителей,* ИЛ, М., 1957, стр. 53, (перевод с немецкого).
9. Arventiev B., Siminiuc E., An. şt. Univ. „Al. I. Cuza" Iaşi, s. I, 1956, **II**, *1—2*, p. 257.

СУЛЬФАМИДЫ ФЕНОКСИУКСУСНЫХ КИСЛОТ

Заметка I

Сульфамидные производные феноксиуксусной и крезилоксиуксусных кислот

(Резюме)

Синтезировали сульфамидные производные феноксиуксусных кислот, с целью установления их фармакодинамических свойств. Эфиры феноксиуксусных кислот обрабатывают хлорсульфоновой кислотой при низкой температуре (5...10°С) с избытком последней.

Полученные сульфохлориды обработкой избытком 25%-ным аммиаком претерпевают двойное амидирование с получением соответственных сульфамидофеноксиацетамидов, из которых гидролизом получают сульфамидофеноксиуксусные кислоты.

Синтезировали таким путем 16 новых продуктов.

LES SULFAMIDES DES ACIDES PHÉNOXYACÉTIQUES

Note I

Derivés sulfonamidés de l'acide phénoxyacétique et des acides crésoxyacétiques

(Résumé)

En vue d'effectuer une étude pharmacodynamique on a synthétisé les derivés sulfonamidés des acides phénoxyacétiques, en prenant comme point de départ les esters éthyliques de ces acides.

Les esters des acides phénoxyacétiques sont chlorsulfonés à température basse (5...10°C) en utilisant un excès d'acide chlorosulfonique. Les sulfochlorures obtenues traitées avec de l'ammoniaque en excès, souffrent une double amidation, en résultant les sulfamidophénoxyacétamides correspondantes et par hydrolise, les acides sulfonamidophénoxyacétiques.

Par cette voie on a synthétisé 16 produits nouveaux.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C.Z. 563.4

SULFAMIDELE ACIZILOR FENOXIACETICI

Nota II

DERIVAŢI SULFAMIDAŢI PROVENIŢI DIN ACIZII XILENOXIACETICI, TIMOXIACETIC ŞI GUAIACOXIACETIC

DE

GH. BOTEZ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Într-o lucrare anterioară s-a elaborat sinteza derivaţilor sulfamidaţi proveniţi din acidul fenoxiacetic şi din acizii crezoxiacetici [1]. Studiind aplicaţiile practice ale acestor compuşi am constatat că ei pot fi folosiţi ca precursori în domeniul antibioticelor şi că prezintă efecte fiziologice importante.

Introducînd acizii sulfamido-fenoxiacetici sau amidele lor într-un mediu de cultură obişnuit, însămînţat cu spori de *Penicillium crysogenum*, se obţin prin biosinteză noi varietăţi chimice de peniciline, care posedă în moleculă grupări sulfonamidice (sulfamidopeniciline). Din încercările de biosinteză efectuate s-a observat că derivaţii menţionaţi acţionează ca precursori în condiţii remarcabile, favorizînd o dezvoltare deosebit de abundentă a miceliului, iar activitatea soluţiilor native ale penicilinelor sulfamidate obţinute este apropiată de cea a penicilinelor G şi V, luate ca martori [2].

Pe de altă parte cercetîndu-se acţiunea fiziologică a acizilor fenoxiacetici sulfonamidaţi se remarcă lipsa lor de toxicitate, precum şi faptul că sînt dotaţi cu o slabă acţiune diuretică. Cu ocazia acestui studiu s-a constatat că acidul 4-sulfonamido-fenoxiacetic are proprietatea de a accelera timpul de consum al oxigenului la animale, dînd rezultate bune în tratamentul unor anumite forme de afecţiuni nervoase.

Avînd în vedere că aceste produse prezintă o importanţă practică ce poate fi luată în consideraţie, s-a continuat studiul derivaţilor sulfamidaţi ai acizilor fenoxiacetici dialchilaţi şi a eterilor fenolici.

În lucrarea de faţă se cercetează sinteza derivaţilor sulfamidaţi proveniţi din acizii xilenoxiacetici, timoxiacetic şi guaiacoxiacetic.

După cum s-a specificat în lucrarea precedentă [1] acizii fenoxiacetici nu se pot sulfoclorura direct. Pentru ca reacţia de clorosulfonare

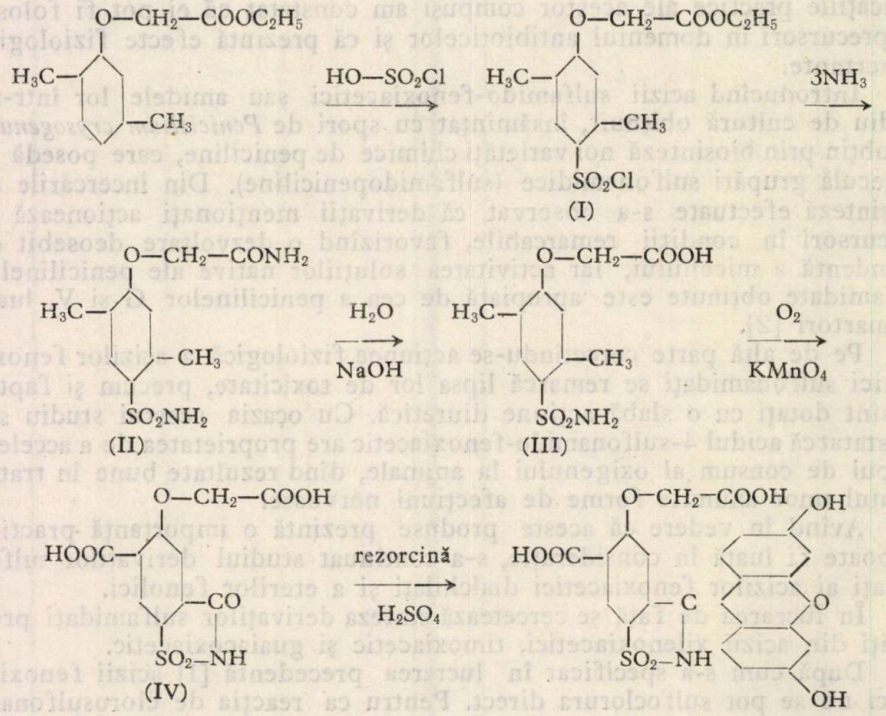
să poată decurge în condiţii normale, fără distrugerea moleculei, este necesar să se protejeze gruparea carboxilică prin esterificare. În acest scop s-au preparat prin metode cunoscute [3], [4] esterii etilici ai acizilor fenoxiacetici indicaţi mai sus.

Clorosulfonarea esterilor etilici ai acizilor fenoxiacetici dialchilaţi se execută în condiţii bune, la rece (10...15°C), utilizînd un exces de 6 moli acid clorsulfonic pentru un mol ester. Esterii sulfocloruraţi obţinuţi sînt trataţi cu amoniac (25%) cînd suferă o dublă amidare, iar sulfonamido-fenoxiacetamidele dialchilate rezultate sînt supuse hidrolizei alcaline, obţinînd în cele din urmă acizii sulfonamido-fenoxiacetici corespunzători.

Aplicînd această metodă generală de sinteză s-a preparat un număr de derivaţi proveniţi din acizii fenoxiacetici dialchilaţi.

2. Derivaţii sulfonamidaţi ai acizilor xilenoxiacetici

a) Esterul etilic al acidului 2,5-dimetil-fenoxiacetic tratat cu acid clorosulfonic la rece (5...10°C) se sulfoclorurează, rezultînd ca produs al reacţiei 4-sulfoclorura-2,5-dimetil-fenoxiacetatul de etil (I). Aceasta reacţionează cu amoniacul (25%) sub răcire, formînd prin dublă amidare 4-sulfonamido-2,5-dimetil-fenoxiacetamida (II), care prin hidroliză alcalină şi acidulare cu HCl (la pH = 3) conduce la acidul 4-sulfonamido-2,5-dimetil-fenoxiacetic (III).



Reacţia de clorosulfonare care stă la baza preparării acestor derivaţi este puternic exotermă. Din încercările făcute se constată că folosind un raport molar 1/6, între ester şi acidul clorsulfonic, iar temperatura fiind menţinută în jur de 10°C, se poate evita hidroliza esterului. Excesul de acid clorsulfonic are rolul de a reţine apa formată în timpul reacţiei.

Perfectarea reacţiei se poate executa prin încălzire la 30...35°C, fără pericol de hidroliză. Acest fapt denotă că sulfoclorurile esterilor acizilor fenoxiacetici dialchilaţi sînt mult mai stabile decît cele ale esterilor monoalchilaţi.

Pentru a preciza faptul că prin clorosulfonare rezultă un produs unitar monosulfoclorurat s-a executat reacţia în condiţii de temperatură diferite, constatînd că între 20 şi 60°C se obţine acelaşi derivat sulfoclorurat cu punctul de topire (p. t.) 70,7°C. Prin dozarea clorului şi sulfului din produsul pur se constată prezenţa unei singure grupări $-SO_2Cl$ în moleculă.

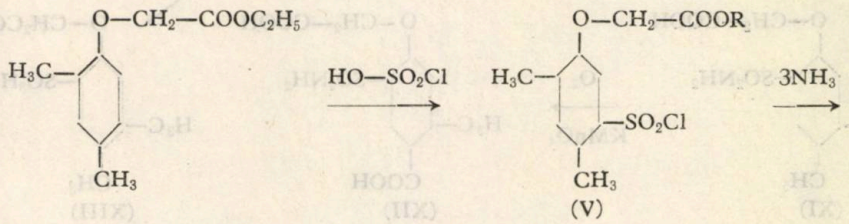
Poziţia ocupată de această grupare în nucleul benzenic poate fi dedusă din efectele electronice asupra structurii compuşilor organici. Reactivitatea mare a nucleului fenolic se datoreşte conjugării electronilor neparticipanţi ai atomului de oxigen cu electronii π ai inelului benzenic [5].

În această reacţie de substituţie, gruparea carboximetoxilică esterificată ($-O-CH_2-COOR$) deşi are un efect $+E$ slăbit parţial de prezenţa grupei carboxilice esterificată, colaborează cu efectul $+I$ al grupei metil din poziţia *5*, orientînd gruparea $-SO_2Cl$ în poziţia *4*. Fiind cunoscut faptul că compuşii trisubstituiţi de acelaşi tip conduc la derivaţi tetrasubstituiţi simetrici [6], urmează că restul $-SO_2Cl$ va ocupa poziţia para faţă de gruparea carboximetoxilică esterificată.

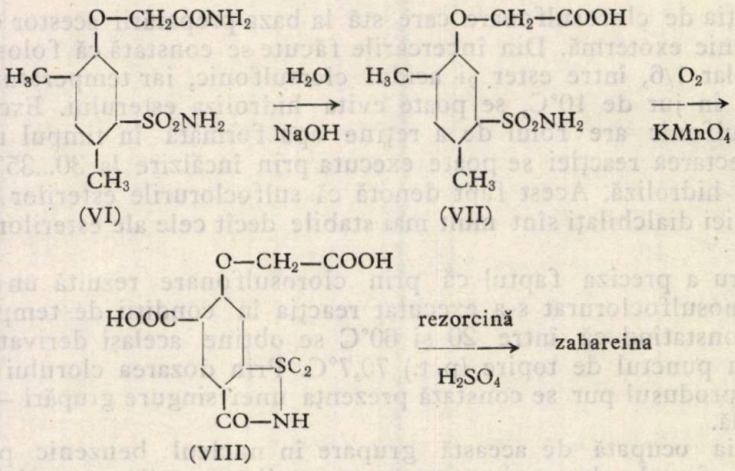
Pentru stabilirea acestei structuri derivatul (III) a fost supus oxidării cu $KMnO_4$, în soluţie alcalină diluată, iar după acidulare s-a separat zaharina corespunzătoare (IV). Compusul (IV) fiind încălzit cu rezorcină în prezenţa H_2SO_4 formează un produs de condensare similar zahareinelor. Acesta, prin alcalinizare cu amoniac, dă o soluţie cu fluorescenţă verde, extrem de intensă.

Reacţia zahareinelor este foarte sensibilă [7], fiind indicată pentru caracterizarea produselor de oxidare a compuşilor ce au în moleculă grupe metil vecine cu grupări sulfonamidice.

b) Reacţia de clorosulfonare a esterului etilic al acidului 2,4-dimetil-fenoxiacetic se execută în condiţiile menţionate mai sus, obţinîndu-se cu randament bun, 5-sulfoclorura-2,4-dimetil-fenoxiacetatul de etil (V). Acest produs prin dublă amidare trece în 5-sulfonamido-2,4-dimetil fenoxiacetamidă (VI), din care prin hidroliză rezultă acidul 5-sulfonamido-2,4-dimetil-fenoxiacetic (VII).



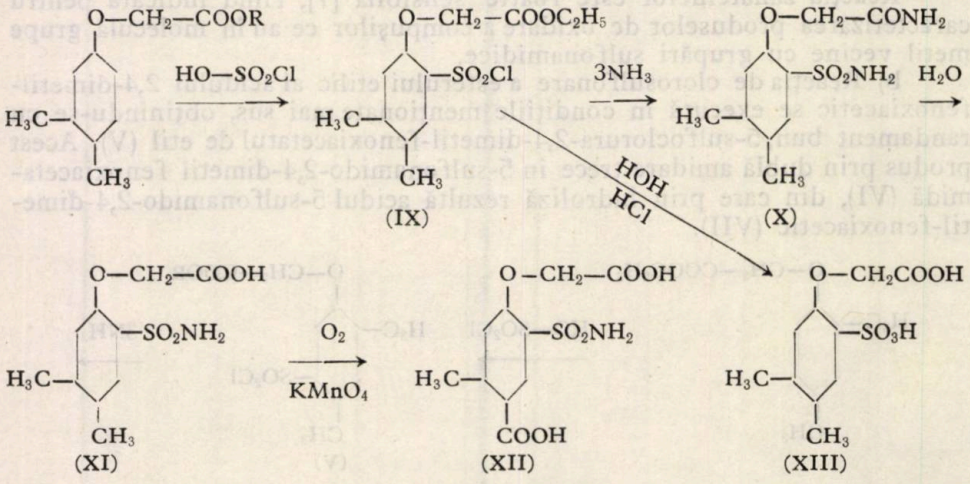
(V)



Substituţia în acest caz este influenţată de orientarea concordantă a celor două grupe metil, gruparea $-SO_2Cl$ ocupînd poziţia *5*. Structura acestor compuşi s-a precizat prin oxidarea derivatului (VII) cu $KMnO_4$ în soluţie alcalină la 38...40°C, iar după acidulare rezultă imida sulfobenzoică corespunzătoare (VIII). Produsul obţinut fiind încălzit su rezorcină şi H_2SO_4 dă reacţia caracteristică zahareinelor.

În cazul cînd sulfoclorurarea ar fi avut loc în poziţia orto faţă de gruparea carboximetoxilică esterificată, închiderea ciclului sulfoimidic nu ar fi fost posibilă.

c) Prin clorosulfonarea 3,4-dimetil-fenoxiacetatului de etil, în condiţiile arătate, se obţine 6-sulfoclorura-3,4-dimetil-fenoxiacetatul de etil (IX), care prin amidare formează 6-sulfonamido-3,4-dimetil, fenoxiacetamida (X). Hidroliza acesteia conduce la acidul 6-sulfonamido-3,4-dimetil-fenoxiacetic (XI).



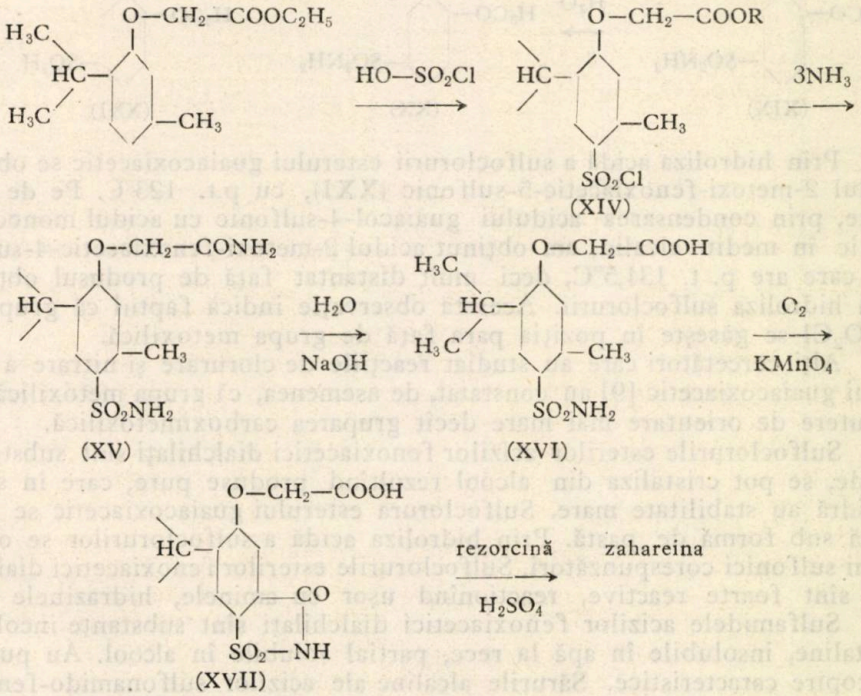
În acest caz gruparea $-SO_2Cl$ este orientată în poziţia *6* sub acţiunea concordantă a grupei metil şi a grupării metoxicarboxilice esterificată.

Pentru stabilirea structurii acestor derivaţi, compusul (XI) s-a supus unei oxidări menajate cu $KMnO_4$, în soluţie de NaOH 1% la 38°C, obţinîndu-se acidul 6-sulfonamido-3-metil-4-carboxi-fenoxiacetic (XII), care nu dă reacţia zahareinelor. Structura acestor derivaţi se poate determina cu multă precizie pe altă cale. Se cunoaşte faptul că prin sulfonarea 3,4-dimetil-fenolului se obţine, în orice condiţii, un singur derivat sulfonic, anume, acidul 3,4-dimetil-fenol-6-sulfonic [8]. Prin condensarea acestuia cu acidul monocloracetic în mediu alcalin a rezultat acidul 3,4-dimetil-fenoxiacetic-6-sulfonic, cu p. t. 166,6°C (XIII).

Pe de altă parte supunînd hidrolizei acide (HCl) derivatul sulfoclorurat (IX) s-a obţinut acelaşi produs, cu p. t. 166,6°C. Amestecul celor două substanţe preparate pe căi diferite nu arată nici o variaţie a punctului de topire.

3. Derivaţii sulfonamidaţi ai acidului timoxiacetic

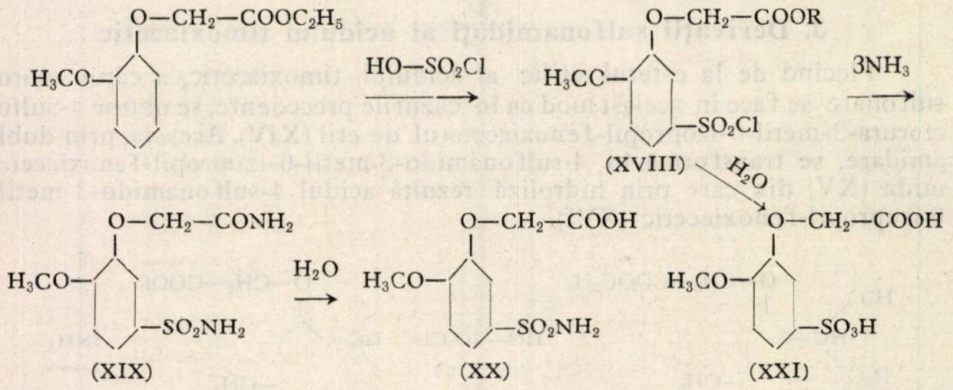
Plecînd de la esterul etilic al acidului timoxiacetic, a cărui clorosulfonare se face în acelaşi mod ca în cazurile precedente, se obţine 4-sulfoclorura-3-metil-6-izopropil-fenoxiacetatul de etil (XIV). Aceasta, prin dublă amidare, se transformă în 4-sulfonamido-3-metil-6-izopropil-fenoxiacetamida (XV) din care prin hidroliză rezultă acidul 4-sulfonamido-3-metil-6-izopropil-fenoxiacetic (XVI).



Prin oxidarea cu $KMnO_4$ în soluţie alcalină diluată (1%), la 38°C, se obţine imida sulfobenzoică a acidului 6-izopropil-fenoxiacetic (XVII), care prin încălzire cu rezorcină dă reacţia caracteristică zahareinelor. În consecinţă clorosulfonarea esterului timoxiacetic decurge cu formarea derivatului sulfoclorurat în poziţia para faţă de grupa carboximetoxilică esterificată şi orto faţa de metil, datorită orientării concordante a celor două grupări.

4. Derivaţii sulfonamidaţi ai acidului guaiacoxiacetic

Esterul etilic al acidului guaiacoxiacetic tratat cu acid clorsulfonic se sulfoclorurează, obţinîndu-se ca produs al reacţiei 5-sulfoclorura-2-metoxi-fenoxiacetatul de etil (XVIII). Aceasta, sub acţiunea amoniacului se amidează rezultînd 5-sulfonamido-2-metoxi-fenoxiacetamida (XIX), care prin hidroliză conduce la acidul 5-sulfonamido-2-metoxi-fenoxiacetic (XX).



Prin hidroliza acidă a sulfoclorurii esterului guaiacoxiacetic se obţine acidul 2-metoxi-fenoxiacetic-5-sulfonic (XXI), cu p.t. 123°C. Pe de altă parte, prin condensarea acidului guaiacol-4-sulfonic cu acidul monocloracetic în mediu alcalin, am obţinut acidul 2-metoxi-fenoxiacetic-4-sulfonic care are p. t. 134,5°C, deci mult distanţat faţă de produsul obţinut prin hidroliza sulfoclorurii. Această observaţie indică faptul că gruparea $—SO_2Cl$ se găseşte în poziţia para faţă de grupa metoxilică.

Alţi cercetători care au studiat reacţiile de clorurare şi nitrare a acidului guaiacoxiacetic [9] au constatat, de asemenea, că grupa metoxilică are o putere de orientare mai mare decît gruparea carboximetoxilică.

Sulfoclorurile esterilor acizilor fenoxiacetici dialchilaţi sînt substanţe solide, se pot cristaliza din alcool rezultînd produse pure, care în stare anhidră au stabilitate mare. Sulfoclorura esterului guaiacoxiacetic se prezintă sub formă de pastă. Prin hidroliza acidă a sulfoclorurilor se obţin acizii sulfonici corespunzători. Sulfoclorurile esterilor fenoxiacetici dialchilaţi sînt foarte reactive, reacţionînd uşor cu aminele, hidrazinele ş. a.

Sulfamidele acizilor fenoxiacetici dialchilaţi sînt substanţe incolore, cristaline, insolubile în apă la rece, parţial solubile în alcool. Au puncte de topire caracteristice. Sărurile alcaline ale acizilor sulfonamido-fenoxi-

acetici se prepară uşor prin tratarea acizilor liberi cu bicarbonaţi sau carbonaţi alcalini, în soluţie apoasă concentrată şi precipitarea cu alcool la rece. Sărurile de sodiu sînt foarte solubile în apă şi pot fi folosite în medicină. Este posibil ca sărurile de bismut şi mercur ale acestor derivaţi să fie active în combaterea anumitor boli.

Pe lîngă produsele enunţate s-au preparat şi derivaţii mono- şi dialchilaţi la gruparea sulfonamidică, precum şi hidrazidele corespunzătoare, care vor face obiectul unei alte lucrări.

5. Partea experimentală

a) *4-sulfoclorura-2,5-dimetil-fenoxiacetatul de etil (I)*

Peste 80 g acid clorsulfonic, răcit la 10°C, se adaugă în picături, sub bună agitare, 20 g ester 2,5-dimetil-fenoxiacetic (1,4,5-xilenoxiacetic). Se agită apoi timp de 20 minute la temperatura de 30°C pentru perfectarea reacţiei şi eliminarea parţială a HCl format. Excesul de acid clorsulfonic este distrus prin aruncarea pe gheaţă a masei de reacţie. Sulfoclorura precipitată se filtrează şi se spală cu apă rece pînă la reacţie neutră. Produsul se purifică prin recristalizare din etanol. Se obţin 26 g (85 %) sulfoclorură, sub forma unor cristali albi, prismatici, cu p. t. 70,7°C.

$C_{12}H_{15}O_5SCl$ (306,63) calculat: Cl % 11,56,
găsit : Cl % 11,52.

b) *4-sulfonamido-2,5-dimetil-fenoxiacetamida (II)*

15 g sulfoclorură (I) se amestecă intim cu 20 ml amoniac 25 %. Reacţia de dublă amidare ce are loc este puternic exotermă, de aceea se răceşte cu gheaţă menţinînd temperatura în jur de 20°C. Amestecul se lasă să stea 48 ore, agitînd din timp în timp, pentru perfectarea reacţiei. Precipitatul format se filtrează şi se spală cu apă pentru îndepărtarea clorurii de amoniu. Se obţin 12 g produs (93 %). Prin recristalizare din alcool 50 % se obţine produsul pur sub forma unor cristali prismatici, incolori, cu p. t. 207,6°C.

$C_{10}H_{14}O_4N_2S$ (258,17) calculat: C % 46,51; H % 5,42; N % 10,84;
găsit : C % 46,41; H % 5,49; N % 10,56.

c) *Acidul 4-sulfonamido-2,5-dimetil-fenoxiacetic (III)*

2,6 g din produsul (II) se supun hidrolizei alcaline prin încălzire cu 20 ml soluţie de NaOH 5 % pînă la dispariţia mirosului de amoniac (1 oră). Soluţia care conţine sarea de sodiu a acidului sulfamidat se purifică cu cărbune activ şi se acidulează cu HCl concentrat pînă la pH=3 Acidul sulfamidat liber se filtrează şi se spală cu apă (randament 98 %). După recristalizare din apă se obţine substanţa pură sub formă de cristali aciculari mici, cu p. t. 176°C.

$C_{10}H_{13}O_5NS$ (259,16) calculat: C % 46,30; H % 5,01; N % 5,40;
găsit : C % 46,60; H % 5,25; N % 5,38.

d) *Imida sulfobenzoică a acidului 2-carboxi-1-oxiacetic (IV)*

Într-un balon prevăzut cu agitator şi termometru, montat pe baie de apă, se solvă 5 g din derivatul (III) în 300 ml soluţie apoasă de NaOH 1 %. Se încălzeşte la 32°C şi se introduce sub agitare, în timp de 1 oră, 12 g $KMnO_4$ cristalizat, apoi se agită încă 2 ore la 40°C. După un repaos de 12 ore se filtrează bioxidul de mangan, iar soluţia se concentrează pe baie de apă pînă la un volum de 50 ml, apoi se acidulează cu HCl la pH=3. La răcire sulfimida precipită. Produsul obţinut se purifică prin extracţie cu eter şi recristalizare din apă. Pulberea microcristalină obţinută este de culoare albă şi are p. t. 241°C.

$C_{10}H_7O_8NS$ (301,16) calculat: C % 39,87; H % 2,32; N % 4,64;
găsit : C % 39,55; H % 2,89; N % 4,43.

e) *5-sulfoclorura-2,4-dimetil-fenoxiacetatul de etil (V)*

Se prepară prin clorosulfonarea esterului etilic al acidului 2,4-dimetil-fenoxiacetic (1, 3, 4 xilenoxiacetic) în aceleaşi condiţii ca la obţinerea derivatului (I); p. t. 62,4°C.

$C_{12}H_{15}O_5SCl$ (306,63) calculat: Cl % 11,56;
găsit : Cl % 11,58.

f) *5-sulfonamido-2,4-dimetil-fenoxiacetamida (VI)*

Se procedează similar ca în cazul preparării produsului (II). Din 15 g sulfoclorură şi 20 ml amoniac 25 % se obţin 12,5 g substanţă (96 %). Se purifică din alcool 50 % şi se obţin cristali albi cu p. t. 232,5°C.

$C_{10}H_{14}O_4N_2S$ (258,17) calculat: C % 46,51; H % 5,42; N % 10,84;
găsit : C % 46,58; H % 5,35; N % 11,05.

g) *Acidul 5-sulfonamido-2,4-dimetil-fenoxiacetic (VII)*

2,6 g din produsul (VI) supuse hidrolizei alcaline separă după acidulare cu HCl 2,5 g substanţă (97 %). Prin recristalizare din apă se obţine substanţa pură cu p. t. 173°C.

$C_{10}H_{13}O_5NS$ (259,16) calculat: C % 46,30; H % 5,01; N % 5,40;
găsit : C % 46,40; H % 5,05; N % 5,63.

h) *Imida sulfobenzoică a acidului-2-carboxi-1-oxiacetic (VIII)*

Se prepară în aceleaşi condiţii ca derivatul (IV), prin oxidarea produsului (VII) cu $KMnO_4$ în mediu alcalin. După purificare din apă se obţine produsul pur cu p. t. 280,5°C.

$C_{10}H_7O_8NS$ (301,16) calculat: C % 39,87; H % 2,32; N % 4,64;
găsit : C % 39,98; H % 2,50; N % 4,53.

i) *6-sulfoclorura-3,4-dimetil-fenoxiacetatul de etil (IX)*

Se obţine prin clorosulfonarea esterului etilic al acidului 3,4-dimetil-fenoxiacetic (1, 2, 4-xilenoxiacetic) Procesul de preparare decurge în aceleaşi condiţii ca la obţinerea derivatului (I), cu un randament în sulfoclorură de 93 % faţă de ester. Prin purificare din etanol se obţin cristali prismatici, albi, cu p. t. 102°C.

$C_{12}H_{15}O_5SCl$ (306,63) calculat: Cl % 11,56;
găsit : Cl % 11,62.

j) *6-sulfonamido-3,4-dimetil-fenoxiacetamida (X)*

Prepararea este similară celei a produsului (II). După recristalizare din etanol 50% se obţin cristali prismatici cu p. t. 205,5°C.

$C_{10}H_{14}O_4N_2S$ (258,17) calculat: C % 46,51; H % 5,42; N % 10,84;
găsit : C % 46,63; H % 5,35; N % 10,86.

k) *Acidul 6-sulfonamido-3,4-dimetil-fenoxiacetic (XI)*

Produsul se prepară prin hidroliza alcalină a derivatului (X) cu un randament de 98 %. Se recristalizează din apă; cristalii sînt prismatici cu p. t. 189°C.

$C_{10}H_{13}O_5NS$ (259,16) calculat: C % 46,30; H % 5,01; N % 5,40;
găsit : C % 46,53; H % 5,21; N % 5,32.

l) *Acidul 6-sulfonamido-3-metil-4-carboxi 1-fenoxiacetic (XII)*

Se prepară prin oxidarea derivatului (XI) cu $KMnO_4$ în soluţie alcalină diluată, după procedeul indicat la obţinerea produsului (IV). După acidulare, substanţa impură separată se solvă în puţină apă la cald, se răceşte la 25°C, şi se filtrează cristalii. Din apele mame precipită la răcire derivatul (XII), care este o substanţă pulverulentă albă, cu p. t. 260,8°C.

$C_{10}H_{11}O_7NS$ (289,16) calculat: C % 41,55; H % 3,80; N % 4,84;
găsit : C % 41,44; H % 3,67; N % 4,66.

m) *4-sulfoclorura-3-metil-6-izopropil-fenoxiacetatul de etil (XIV)*

Se obţine prin clorosulfonarea esterului etilic al acidului 3-metil-6-izopropil-fenoxiacetic (timoxiacetic). Plecînd de la 12 g ester şi 60 g acid clorsulfonic rezultă 16 g sulfoclorură (93 %). Prin purificare din etanol rezultă produsul pur, o pulbere albă, microcristalină, cu p. t. 51,6°C.

$C_{14}H_{19}O_5SCl$ (334,65) calculat: Cl % 10,60;
găsit : Cl % 10,65.

n) *4-sulfonamido-3-metil-6-izopropil-fenoxiacetamida (XV)*

Prepararea este identică cu cea a derivatului (II). Din 16 g ester timoxiacetic sulfoclorurat şi 30 ml amoniac 25 % rezultă 14 g produs (98 %). Prin recristalizare din etanol 40 % se obţin cristali incolori cu p. t. 181°C.

$C_{12}H_{18}O_4N_2S$ (286,18) calculat: C % 50,34; H % 6,29; N % 9,79;
găsit : C % 50,12; H % 6,48; N % 9,81.

o) *Acidul 4-sulfonamido-3-metil-6-izopropil-fenoxiacetic (XVI)*

Produsul se prepară la fel ca derivatul (III). Din 14,5 g substanţă a derivatului (XV) supusă hidrolizei alcaline, rezultă 14 g produs (98 %). După recristalizare din apă, produsul pur are p. t. 172,5°C.

$C_{12}H_{17}O_5NS$ (287,18) calculat: C % 50,18; H % 5,92; N % 4,87;
găsit : C % 50,46; H % 6,03; N % 4,96.

p) *Imida sulfobenzoică a acidului-2-izopropil-1-oxiacetic (XVII)*

Pentru preparare se procedează similar ca în cazul obţinerii derivatului (IV). Prin purificare cu eter şi recristalizare din apă se obţin cristali prismatici, cu p. t. 184°C.

$C_{12}H_{13}O_6NS$ (299,18) calculat: C % 48,17; H % 4,34; N % 4,07;
găsit : C % 48,08; H % 4,17; N % 4,15.

r) *5-sulfoclorura-2-metoxi-fenoxiacetatul de etil (XVIII)*

5 g ester guaiacoxiacetic este supus clorosulfonării cu 35 g acid clorsulfonic. Perfectarea reacţiei se efectuează la 30°C. După aruncarea pe gheaţă se obţine sulfoclorura esterului guaiacoxiacetic, care se prezintă sub forma unui lichid gălbui de consistenţă sirupoasă. Produsul nu se poate recristaliza din alcool.

s) *5-sulfonamido-2-metoxi-fenoxiacetamida (XIX)*

Se prepară din produsul (XVIII), prin dublă amidare, după procedeul indicat la obţinerea derivatului (II). După recristalizare din alcool 50 % se obţine produsul pur, cu p. t. 222°C.

$C_9H_{12}O_5N_2S$ (260,16) calculat: C % 40,80; H % 4,61; N % 10,76;
găsit : C % 41,05; H % 4,87; N % 10,69.

t) *Acidul 5-sulfonamido-2-metoxi-fenoxiacetic (XX)*

Se prepară folosind acelaşi procedeu ca în cazul derivatului (III). Produsul purificat din apă are p. t. 203°C.

$C_9H_{11}O_6NS$ (261,15) calculat: C % 41,38; H % 4,24; N % 5,36;
găsit : C % 41,25; H % 4,33; N % 5,20.

6. Concluzii

Din studiul reacţiei de clorosulfonare a esterilor acizilor fenoxiacetici dialchilaţi şi ai derivaţilor acestora se pot trage următoarele concluzii :

a) Esterii acizilor fenoxiacetici dialchilaţi se pot sulfoclorura la temperatură coborîtă (10 ... 15°C), utilizînd un exces de acid clorsulfonic, obţinîndu-se sulfoclorurile corespunzătoare, cu randamente ridicate.

b) Gruparea carboximetoxilică esterificată participă împreună cu radicalii alchilici la orientarea restului — SO_2Cl (clorsulfonil) în poziţia *2*, *4*.

c) Sulfoclorurile esterilor acizilor fenoxiacetici dialchilaţi reacţionează uşor cu amoniacul, formînd prin dublă amidare sulfonamido-fenoxiacetamidele respective, care prin hidroliză conduc la acizii sulfonamidofenoxiacetici.

d) S-au preparat 21 compuşi noi a căror valorificare practică poate fi luată în considerare.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologia substanţelor organice

BIBLIOGRAFIE

1. Botez Gh., Acest volum, pp. 133—140.
2. Botez Gh., Niţescu S., Teodorovici G., Cruceanu M., Dogaru M., Rev. de Chimie, ASIT, 1959, *2*, p. 92.
3. Beilstein, *Handbuch der organischen Chemie*, 4 Aufl., Springer Verlag, **VI**, S. 480, 486, 494, 532.
4. Auvers K. u. a., B., 1894, **III**, S. 2804.
5. Neniţescu C., *Tratat elementar de chimie organică*, **I**, Ed. tehn. Buc., 1956, p. 390.
6. Фирц-Давид Г. Э., Бланже Л., *Основные процессы синтеза красителей*, ИЛ,М., 1957, стр. 53, (перевод с немецкого).
7. Lebeau P., Courtois G., *Traité de pharmacie chimique*, **II**, Paris, 1938, p. 675.
8. Jacobsen O., B., 1878, **I**, S. 28.
9. Arventiev B., Siminiuc E., An. şt. Univ. „Al. I. Cuza" Iaşi, S. I, 1956, **II**, *1—2*, p. 257.

СУЛЬФАМИДЫ ФЕНОКСИУКСУСНЫХ КИСЛОТ

Заметка II

Сульфамидные производные происходящие от ксилилоксиуксусных, тимилоксиуксусных и гваяцилоксиуксусных кислот

(Резюме)

Диалкилированные эфиры феноксиуксусных кислот обрабатывают хлорсульфоновой кислотой при температуре 10...15°С с избытком последней. Полученные производные легко реагируют с аммиаком с получением путем двойного амидирования соответственных сульфонамидофеноксиацетамидов, из которых гидролизом получают диалкилированные сульфонамидофеноксиуксусные кислоты. Строение синтезированных продуктов установлено окислением, гидролизом и конденсированием.

Синтезированы 21 новые производные.

LES SULFAMIDES DES ACIDES PHÉNOXYACÉTIQUES

Note II

Derivés sulfonamidés provenant des acides xylénoxyacétiques, thymoxyacétique et gaïacoxyacétique

(Résumé)

Les esters des acides phénoxyacétiques dialcoylés sont chlorsulfonés à la température de 10... 15°C, en utilisant un excès d'acide chlorsulfonique. Les sulfochlorures obtenues reactionnent facilement avec l'ammoniaque en formant, par double amidation, des sulfonamidophénoxy-acétamides correspondantes; par hydrolise il en résultent les acides sulfonamidophénoxyacétiques dialcoylés. La structure des dérivés preparés a été établie à l'aide des réactions d'oxydation, d'hydrolise et de condensation.

On a synthétisé 21 produits nouveaux.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C.Z. 676; 677

НОВОЕ В ФИЗИКО-ХИМИИ ЦЕЛЛЮЛОЗЫ ХЛОПКОВОГО ВОЛОКНА *)

Х. У. УСМАНОВ

Выращивание высококачественного хлопкового волокна — очень большая и трудная задача. Другая, не менее важная задача, — использование этого полученного хлопкового волокна.

Данный доклад посвящен исследованиям развития хлопкового волокна, накопления в нем целлюлозы, а также выявленным нами закономерностям и перспективам дальнейшей работы производящейся в Ташкентском институте химии полимеров АН УзССР.

Хлопковое волокно представляет собой природную целлюлозу в наиболее чистом виде. К примесям относятся влага, жировые и воскообразные вещества, пектиновые вещества, гемицеллюлозы (пентозаны и гексозаны), белковые вещества, экстрактивные вещества, красящие вещества и зола. К гемицеллюлозам относится большая группа высокополимерных веществ, которые в отличие от целлюлозы, легко растворяются в слабых растворах щелочей и легко гидролизуются кислотами.

В неочищенном хлопковом волокне содержится 1,52% пентозанов (ксилоза).

Близко к гемицеллюлозам стоят пектиновые вещества. Жеребов предполагает, что молекулы пентозанов образуются из пектиновых веществ путем отщепления от них карбоксильных групп.

Содержание пектиновых веществ в хлопковом волокне изменяется в зависимости от зрелости волокна. В незрелом волокне они составляют до 6% его веса, во вполне зрелом — 0,88%.

Состав жиров и восков хлопкового волокна изучался многими исследователями. В него входит ряд высокомолекулярных одноатомных спиртов жирного ряда: госсипиловый $C_{30}H_{61}OH$, монтаниловый $C_{28}H_{54}OH$, цериловый $C_{26}H_{53}OH$, карнаубиловый $C_{24}H_{49}OH$. Они не растворяются в воде и щелочах.

Хлопковое волокно содержит также красители, но их состав мало изучен.

Мы применяли для количественного определения целлюлозы в волокне метод Корея и Грея, отличающийся от метода Швальбе-Робинова отсутствием отбелки и, следовательно, более мягкий.

---

*) Доклад, прочитанный 23 декабря 1960 г. в Ясском политехническом институте.

Целлюлоза, полученная по методу Корея и Грея, может применяться для самых точных научных исследований.

При обработке волокна спиртом и эфиром количество извлеченных ими веществ (жиры и воски и т. д.) вычислялось по разности весов навески до и после экстракции.

Пектиновые вещества в волокне определялись по измененному Викторовым методу (по количеству пектата кальция).

Таблица 1

Изменение количества жиров и восков в хлопке „Навроцкий"

Возраст волокна в днях	Эфирная вытяжка %	Спиртовая вытяжка %	Сумма эфирной и спиртовой вытяжек %
25	3,63	0,84	4,47
35	1,57	0,79	2,36
45	1,20	0,39	1,59
60	0,64	0,37	1,01
80	0,35	0,28	0,63

Пентазоны определялись по методу Толленса обработкой волокна 12-процентной соляной кислотой, отгонкой образовавшегося фурфурола и осаждением его флороглюцином.

Для определения редуцирующих веществ навеска волокна обрабатывалась дистиллированной водой — при кипячении с обратным холодильником – в течение 4 часов. Затем волокно отфильтровывалось, промывалось горячей водой. Экстракт доводился до определенного объема и в нем определялись редуцирующие вещества по Иссекутцу.

Зольность определялась сжиганием волокна в фарфоровом тигле при 750...800° до постоянного веса.

Для определения химического состава волокна коробочки хлопчатника снимались со вторых и третьих симподий на кусте в определенный вегетационный срок.

Из результатов химического исследования видно, что в волокнах одинакового возраста, но различных сортов хлопчатника, содержание целлюлозы не одинаковое, причем разница почти исчезает к концу вегетации, но не сводится на нет. 80-ти дневные волокна разных сортов также отличаются друг от друга содержанием целлюлозы. Рост целлюлозы у всех сортов силен в начале вегетации и замедляется к ее концу. 85...90% всего накопления целлюлозы у большинства сортов заканчивается к 40 дням вегетации волокна, дальнейшее накопление идет замедленным темпом.

Характерным является неравномерность накопления целлюлозы у разных сортов. В то время, как в сорте 3210 к 40 дням накопилось более 90% целлюлозы, в сортах 18819, С-450-555 и других в этом возрасте накопилось только 80...85% целлюлозы. Правда, такое различие в накоплении целлюлозы зависит еще от агротехнических и других

условий произрастания растений, но влияние сорта очевидно. Нам кажется, что это различие несомненно связано со сроками созревания хлопчатника и косвенно может дать возможность предсказать даты раскрытия коробочек на 30...40 дней вперед.

В изученных сортах содержание целлюлозы оказалось неодинаковым. Особенно сильно отличаются в этом отношении коробочки ранних возрастов. К концу вегетации, как уже сказали, это различие уменьшается. То же относится к содержанию других составных частей волокна.

Кинетика изменения химического состава волокон в вегетационном периоде различна у различных селекционных сортов.

Высказано предположение, что ход накопления целлюлозы или изменения других составных частей хлопкового волокна в ранних возрастах коробочек, повидимому, связаны со сроками созревания последних и дают возможность предсказывать сроки раскрытия коробочек.

Таблица 2

Химический состав хлопковых волокон различных сортов)*

Сорт	Цвет волокна	Целлюлоза %	Жиры и воск %	Редуцирующее вещество %	Пектины %	Зольность %	Вещества растворим. в 1% щелочи %	Водно растворимые вещества %
108-ф	белый	94,00	2,03	0,82	1,01	1,03	3,50	1,40
4037	бурый	90,18	2,31	0,57	0,86	1,37	9,65	1,60
4001	светло-бурый	—	1,03	—	0,70	1,35	4,40	3,20
4018	темно-бурый	88,40	3,90	1,04	0,71	1,45	11,20	4,45
	светло-зеленый	87,50	4,30	0,75	1,30	1,45	12,30	2,89
7631	темно-зеленый	80,00	8,16	—	1,20	1,39	12,70	1,88
4086	светло-бурый	88,95	2,76	1,47	1,14	1,02	8,42	—
7631	темно-зеленый	78,30	10,58	1,05	1,69	0,83	12,12	—

*) Урожай 1958 г. 80 дн.

Все исследованные сорта природноокращенных хлопковых волокон по сравнению с белым волокном имеют пониженное содержание целлюлозы и повышенное содержание спутников.

Процент накопления целлюлозы в природноокрашенных волокнах по мере развития волокна возрастает и достигает максимума к 55-дневному возрасту.

Количество спутников целлюлозы в вегетационном периоде уменьшается. В волокне сорта 7631-И весь период вегетации очень высоко содержание жиро-восковых веществ. В зрелом волокне количество жировосковых веществ достигает 10%.

Первый вопрос, разработкой которого занимались химики, это вопрос о времени появления целлюлозы в хлопковом волокне. Во всех учебниках, отечественных и зарубежных, указывается, что целлюлоза возникает в хлопковом волокне на 15-й или даже на 25-й день. Отдельные авторы предполагали, что целлюлоза должна появиться в первые дни

развития хлопкового волокна, ибо оно приобретает прочность с самого начала развития. Однако это предположение не было подтверждено экспериментальными данными.

Наш Институт занялся разрешением этого спорного вопроса и оказалось, что целлюлоза появляется в первые 2...3 дня развития волокна. Обнаружить целлюлозу, несмотря на небольшое количестве ее на ранних этапах развития волокна, нам удалось с помощью меченых атомов; незадолго до цветения в растение был введен меченый углерод, используемый им на построение целлюлозы.

Предыдущие исследователи не могли, видимо, обнаружить целлюлозу потому, что в первую неделю в хлопковом волокне ее очень мало. Нами также определялся молекулярный вес целлюлозы на ранних стадиях развития волокна и оказалось, что он очень мал, т. е. молекула целлюлозы состоит из меньшего числа звеньев. К 15 дням степень полимеризации целлюлозы резко возрастает.

Следовательно, в первые дни развития коробочки степень полимеризации целлюлозы возрастает постепенно, а затем сразу кривая круто поворачивает вверх, после чего она идет почти горизонтально. Такие же закономерности характерны для развития хлопкового волокна.

Скорость созревания и развития коробочек определяют химические процессы. В первый месяц или в возрасте 40 дней уже можно приблизительно предсказать, когда раскроются коробочки; динамика роста молекулярного веса связана со сроками созревания.

На наш взгляд, молекулярный вес целлюлозы является более реальным мерилом зрелости хлопкового волокна, чем все остальные факторы, т. к. раскрытие коробочки иногда может опережать подлинное созревание хлопка, а иногда отставать от него. Оказывается, когда хлопок уже созрел, степень полимеризации его целлюлозы остается постоянной. Это обстоятельство, по нашему мнению, поможет селекционерам определить созревание коробочек, особенно новых сортов хлопчатника.

Второй вопрос, разрабатываемый нашим институтом заключается в выяснении вопросов биохимического синтеза целлюлозы.

Всякому синтезу должна предшествовать активация молекул, из которых синтезируется сложное вещество. Принято считать, что активация связана с процессом дыхания и состоит в переносе богатого энергией остатка фосфорной кислоты. В то же время образовавшиеся из активированных моноз ди- и полисахариды (например, сахароза, крахмал и др.) сами оказываются богатыми энергией и могут участвовать в широком круге реакций. Исходными формами для синтеза целлюлозы, состоящей из остатков молекул глюкозы, являются, очевидно, соединения глюкозы, имеющие значительный запас энергии.

По данным академика А. Л. Курсанова и Э. И. Выскребенцовой из сахаров в волокне хлопчатника содержится глюкоза, фруктоза и пентозы.

Так как из активных форм, предшествующих синтезу, в волокне хлопчатника не было обнаружено ни сахарозы, ни крахмала, ни β-глюкозидов, единственными возможными предшественниками целлюлозы в волокне хлопчатника А. Л. Курсанов считает некоторые невыявленные

органические соединения фосфора, возможно, в виде фосфорных эфиров гексоз. Наша точка зрения на процесс биологического синтеза целлюлозы в волокне хлопчатника несколько отличается.

Синтез целлюлозы мы рассматривали как процесс, являющийся результатом жизнедеятельности не отдельной коробочки, а всего растения в целом. Известно, что наиболее распространенными сахарами в растениях являются сахароза, глюкоза и фруктоза, причем, наличие сахарозы характерно для органов с повышенной жизнедеятельностью.

В работах А. Л. Курсанова, С. Д. Львова, и других неоднократно подчеркивалась исключительная роль сахарозы во всех процессах обмена веществ. Так, многие авторы приходят к выводу, что сахароза — основной сахар, используемый в процессе дыхания. Кроме того, по последним данным, сахароза считается первичным углеводом, образующимся в процессе фотосинтеза и, наконец, сахароза — основная транспортная форма сахара у хлопчатника. Е. Д. Максвеллом и Г. П. Мэсоном она в большом количестве была обнаружена в лубе хлопчатника, А. Л. Курсановым и Э. И. Выстребенцевой — в проводящих пучках, питающих волокно и семена коробочки. Очевидно, роль, отводимая сахарозе во всех этих процессах, не случайна, т. к. сахароза — сахар, имеющий большой запас свободной энергии.

Мы предполагаем, что активация глюкозы, участвующей в синтезе целлюлозы, может идти не только через фосфорные эфиры, но и через сахарозу, тем более, что известны факты превращения дисахаров в полисахариды без участия фосфатов. Для синтеза различных веществ в растениях лучше и с меньшей затратой энергии используются дисахара.

Таким образом, в предлагаемой нами гипотезе значительное место отводится сахарозе, которая при поступлении в коробочку под действием инвертазы расщепляется и активированная глюкоза переходит в молекулы целлюлозы. Возможно, что быстрым переходом глюкозы и объясняется несколько большее содержание фруктозы в волокне в первые периоды развития коробочки, так как для использования фруктозы на построение целлюлозы необходимо превратить фруктозу в глюкозу. Эта реакция происходит с участием фосфорной кислоты, поэтому молекула глюкозы, образовавшаяся из фруктозы, вероятно, также оказывается активированной, но уже путем фосфорилирования. Активация моносахаров, поступающих в коробочку, происходит, очевидно, с участием фосфорной кислоты.

Таким образом, на наш взгляд, в волокне хлопчатника возможны одновременно два процесса синтеза целлюлозы : с участием фосфора — из фосфорных эфиров сахаров, — а также без него — непосредственно из сложных сахаров типа сахарозы.

В связи с тем, что в синтезе целлюлозы значительная роль отводится нами сахарозе, которая до настоящего времени в волокне хлопчатника не была обнаружена, прежде всего ставилась задача выявления сахарозы в волокне хлопчатника, так как присутствие ее косвенно будет подтверждать правильность высказанной гипотезы.

Исследования проводились с образцами волокна хлопчатника сорта 108-ф 25...30 дневного возраста с 11...12 симподия. Образцы брались в 9 часов утра, 12 и 3 часа дня и в 6 часов вечера (10 октября 1956 г).

Волокно отделялось от створок и семян и фиксировалось кипящим 80 процентным спиртом.

Качественный состав углеводов хлопкового волокна определялся методом восходящей и круговой хромотографии на бумаге. Для разделения сахаров применялись различные смеси растворителей. Лучшее разделение сахаров на восходящей хроматограмме дала смесь: бутанол — уксусная кислота — вода (40 : 10 : 50), на радиальной — бутанол — ацетон — аммиак — вода (40:50:3:15). Пятна кетоз были обнаружены проявителем МС, составленным по рецепту, приведенному А. И. Бояркиным, а также резорциновым и нафтоловым проявителями. Во всех образцах была обнаружена сахароза, причем в значительном количестве, пятно сахарозы было лишь незначительно меньше пятна фруктозы, при этом пятна сахарозы отчетливо проявлялись всеми проявителями.

Таблица 3

Содержание сахарозы	Возраст коробочек дни					
	10	20	30	40	50	60
В пересчете на воздушно-сухой вес волокна (%)	2,7	2,0	2,1	1,3	0,3	0,6
В одной коробочке (мг)	4,6	12,5	33,6	20,9	8,4	21,0

Проведенные исследования, установившие присутствие сахарозы в волокне хлопчатника, косвенно подтверждают правильность предложенной гипотезы о том, что из сахарозы, поступающей в коробочку, может образоваться активная глюкоза, которая превращается в макромолекулы целлюлозы.

Таким образом было установлено наличие сахарозы в волокне хлопчатника в течение всего вегетационного периода.

Высказана гипотеза о том, что молекулы глюкозы, участвующие в синтезе целлюлозы в хлопковом волокне, активируются через сахарозу.

Синтез целлюлозы одни ученые объясняют полимеризационным механизмом, другие поликонденсационным. По нашему мнению синтез молекулы целлюлозы происходит поликонденсационным путем, что подтверждается экспериментальными данными.

Изменение молекулярного веса хлопковой целлюлозы в процессе роста хлопкового волокна указывает на то, что синтез и формирование хлопковой целлюлозы происходят в течение длительного периода, определяемого несколькими десятками дней.

Данные молекулярного веса, относящиеся к раннему периоду развития волокна, указывают на наличие в этих образцах низкомолекулярной целлюлозы и на рост ее молекулы с возрастом волокна. Этот факт, указывающий на переход низкомолекулярной части целлюлозы в высокомолекулярную, является одним из существенных подтверждений гипотезы о поликонденсационном механизме образования целлюлозы.

Из этой группы работ можно сделать заключение: получены новые данные о состоянии целлюлозы в самых молодых волокнах хлопчатника. Применены приемы радиохроматографического метода в исследовании хлопчатника.

Сделано заключение об отсутствии селективности в биологическом синтезе C^{12} и C^{14}.

Обнаружено, что в коробочке хлопчатника раннего периода вегетации в основном присутствуют глюкоза и фруктоза.

Сделаны предположения, что синтез целлюлозы начинается и заканчивается в самом хлопковом волокне непосредственно за счет имеющихся в нем сахаров.

Полученные данные при исследовании качественного и количественного состава углеводов хлопкового волокна сортов 108-ф и 2-И-3 различных периодов их вегетации, указывают на резкое падение количества глюкозы и фруктозы у сорта 108-ф в периоде 15...20 дней, а у сорта 2-И-3 — в периоде 25...30 дней со дня цветения.

Эти периоды и следует считать началом сахарного голодания хлопчатника, преодоление которого необходимо для поднятия урожайности последнего.

Показано, что для различных селекционных сортов наблюдается различное изменение степени полимеризации за вегетационный период. Наиболее резкое изменение степени полимеризации соответствующее наибольшему накоплению целлюлозы или убыли углеводов, происходит в раннем периоде развития волокна. Установлено наличие низкомолекулярных цепей целлюлозы в раннем периоде развития, что указывает на большую вероятность поликонденсационного механизма перед полимеризационным механизмом образования целлюлозы.

В первый период развития структура целлюлозы очень рыхлая. Постепенно происходит уплотнение структуры, ее плотность и прочность увеличиваются, причем имеется определенный ход развития, связанный со скороспелостью данного селекционного сорта. Не выяснены еще вопросы относительно механического поведения целлюлозных материалов, например, о причинах сильного ухудшения крепости гидратцеллюлозных волокон (вискозного шелка, вискозного корда) в мокром состоянии, о роли степеней полимеризации и полидисперстности макромолекул целлюлозы, о роли гигроскопичности и, следовательно, влажности волокон в механическйо прочности целлюлозных волокон.

Мы изучали зависимость крепости целлюлозных волокон от их влажности. Для этой цели не могут быть применены существующие в настоящее время динамометры для испытания волокнистых материалов. Нами был сконструирован специальный электрический вакуумный динамометр, работающий на принципе соленоида и индуктивного датчика. (для создания усилия и отсчета деформации). Этот прибор позволил нам провести динамометрические испытания волокон при регулируемом усилии в абсолютном вакууме и при любых относительных влажностях.

Как видно из данных таблицы 4, наличие влаги в целлюлозном волокне значительно меняет картину механического поведения материала, причем с ростом влажности волокна понижается его разрывная крепость, а удлинение возрастает.

Рост деформации достигает наибольшего значения, когда каждому звену цепи соответствует одна молекула воды. Дальнейшее экранирование гидроксильных групп не имеет существенного значения для роста деформации. Это нам кажется вполне логичным и, кроме того, хорошо согласуется с данными по теплотам сорбции.

Таблица 4

Деформация и разрывное усилие при разных влажностях вискозного волокна

Относительная влажность %	Сорбция воды %	Максимальная деформация %	Разрывное усилие г	Усилие, отнесенное на конечное сечение
0,0	0,0	6,2	6,6	7,0
2,1	1,6	6,4	6,3	6,7
11,8	4,6	7,4	5,6	6,0
24,2	6,7	8,3	5,4	5,8
31,9	7,9	8,6	5,2	5,6
44,4	9,7	12,8	5,0	5,9
60,7	12,9	14,0	4,4	5,0
80,0	19,0	15,0	4,2	4,8

Эластическое состояние целлюлозного волокна проявляется значительно ниже температуры стеклования T_c, которая близка к температуре разложения целлюлозы. Следовательно, сорбированная целлюлозой вода понижает температуру стеклования и благодаря этому делает возможным проявление столь ценного в технологии высокоэластического состояния волокна при нормальных температурах.

Таким образом, действие воды на целлюлозу аналогично действию пластификаторов на пластмассы.

Для изучения зависимости механических свойств хлопкового волокна от их влажности в широком интервале последней нами были взяты сорта хлопка 3210, 18819 и С-460 различных периодов вегетации. Для каждого периода вегетации проводились опыты на абсолютно сухом волокне и при относительных влажностях в 15; 38; 60 и 85%.

Как показали опыты, абсолютно сухое волокно имеет почти прямолинейный ход деформации до точки разрыва. Такое волокно дает лишь незначительное удлинение при разрыве и соответствует стеклообразному состоянию целлюлозы, а наличие ощутимой деформации совершенно сухой целлюлозы свидетельствует о неплотной упаковке этого вещества в стеклообразном состоянии.

Следовательно, из наших работ по механическому поведению целлюлозных волокон, проведенных в широком пределе влажности, вытекает общий вывод, очевидно, и для всех полимеров с жесткими цепями, что для этого класса полимеров имеется дополнительный механизм деформации. В то время как для гибких каучукоподобных полимеров деформация обуславливается только большой гибкостью цепей, то для жестких целлюлозоподобных полимеров деформация обусловлена и гибкостью, и обязательным наличием рыхлой упаковки. Процесс деформации жестких полимеров состоит из обоих механизмов, причем упругая часть деформации, повидимому, в основном обуславливается рыхлостью упаковки, а высокоэластическая — гибкостью цепей. Что же касается объяснения влияния влаги на рост деформации, то, как пока-

зали наши опыты, проведенные совместно с В. А. Каргиным, вода может изменять плотность упаковки целлюлозы только при высоких температурах (200°) ; следовательно, основным является влияние воды на гибкость цепей и ее пластифицирующее действие.

Интересно отметить, что у образца 3210 разрывная нагрузка, т. е. крепость, по сравнению с другими сортами, очень мало растет по мере созревания волокна. Так, например, разрывная нагрузка абсолютно сухого 35 дневного волокна равна 4,2, а 55 дневного — 4,5 г. Повидимому, это связано с тем, что сорт 3210 более скороспел, чем другие исследованные нами сорта. Очевидно, накопление целлюлозы происходит быстрее и крепость волокна достигает своей максимальной величины в более раннем возрасте и мало меняется с дальнейшим ростом периода вегетации.

Как видно из приведенных данных, наличие влаги в целлюлозном волокне значительно меняет картину механического поведения материала, причем с ростом влажности волокна довольно плавно и заметно возрастает его разрывная крепость и более сильно его удлинение. В противоположность природным волокнам, искусственное волокно во влажном состоянии, как известно, не только не повышает своей прочности, а, наоборот, понижает ее на 50...60%. Такое различие в поведениях природных и искусственных волокон, очевидно, можно объяснить тем, что хлопковое волокно по природе своей сильно ориентировано и имеет небольшую, по сравнению с вискозным шелком, полидисперстность и обладает спиралеобразным расположением цепей. Оно состоит из самых крупных макромолекул, не сильно отличающихся между собой по молекулярному весу, чего не имеется у искусственных волокон. Это отличие и придает хлопковому волокну исключительные качества, в том числе и рост крепости во влажном состоянии. Общим для обоих видов целлюлозы является то, что область быстрого подъема деформации для обоих видов волокон вообще приходится на одинаковую относительную влажность.

Изучение различных свойств хлопковых волокон показало, что структура их в зависимости от возраста непрерывно меняется. В раннем возрасте молекулы имеют рыхлую упаковку, поэтому наблюдается высокое значение сорбции, теплот смачивания, а также низкая прочность волокна. По мере созревания коробочек уплотняется молекулярная упаковка целлюлозы, вследствие чего сорбция и теплоты смачивания волокон уменьшаются, степень же полимеризации, а также механическая прочность волокон увеличивается. В наших опытах понижение теплот смачивания в воде наблюдалось до 35...40 дневного возраста волокна, а затем с 50 дневного возраста оно незначительно увеличивалось. Повышение теплот смачивания с 35...40 дневного возраста волокна объясняется разрыхлением структуры целлюлозы, так как интенсивное накопление ее в коробочке в основном протекает до 30...35 дневного возраста, однако оно не прекращается и в последующие периоды развития и связано как с появлением новых цепей, так и с ростом существующих цепей во вторичной стенке волокна. При этом из-за отсутствия пустых пор в фибриллах новые участки цепей могут развиваться в межмолекулярном пространстве. Такое вклини-

вание одних цепей в зазор между другими приводит к разрыхлению макромолекул целлюлозы. Опыты показывают, что с 15 дневного возраста волокна содержание целлюлозы в нем быстро увеличивается, достигая максимума к 30...40 дням. В дальнейшем, до раскрытия коробочек, целлюлоза накапливается медленно.

Значение теплот смачивания в зависимости от возраста волокна изменяется в воде от 13,45 до 11,6 кал/г, что указывает на изменение плотности молекулярной упаковки целлюлозы в процессе роста.

Значение теплоты смачивания хлопкового волокна различного периода вегетации также зависит от размера и полярности молекул смачивателя, как показали наши исследования; величина теплоты смачивания в спирте значительно меньше, чем в воде, и уменьшается с увеличением молекулярного веса спирта, что объясняется большей активностью молекул воды по сравнению с молекулами органических спиртов.

Большие работы проведены Институтом по получению лимонной кислоты из листьев хлопчатника. Метод изготовления лимонной кислоты внедрен в производство.

Из шелухи хлопковых семян на гидролизных заводах получают фурфурол, спирт, дрожжи. Разрабатываются пути использования стебля хлопчатника — гуза-паи в гидролизной промышленности. Технология этого процесса уже разработана. Таким образом, все элементы хлопчатника и отходы производства (шелуха, циклонный пух и т. п.) полностью утилизируются.

Знания физико-химических свойств хлопковой целлюлозы дают возможность более рационально использовать ее на практике и главное позволяют найти пути модификации ее свойств. Она обладает, как известно, рядом недостатков, а с помощью ряда поверхностных обработок удается ликвидировать эти недостатки. В этом направлении в Институте ведется изучение целлюлозы по изменению ее структуры, по замене части гидроксильных групп на другие группы, по синтезу привитых производных целлюлозы и т. д. Результаты этих исследований частично были доложены на соответствующих симпозиумах.

Академия Наук УзССР,
Ташкент, СССР

RÉSULTATS NOUVEAUX DANS LE DOMAINE DE LA PHYSIQUE ET DE LA CHIMIE DE LA CELLULOSE DES FIBRES DE COTTON

(Résumé)

On expose nombre de résultats des travaux de l'Institut de Chimie des Polymères de Tachkent concernant la dynamique du développement de la fibre de cotton, l'accumulation et la structure de la cellulose et d'autres encore.

NOUTĂŢI ÎN FIZICO-CHIMIA CELULOZEI DIN FIBRE DE BUMBAC

(Rezumat)

În lucrare se expun realizările obţinute de Institutul de chimia polimerilor din Taşkent în domeniul dinamicii dezvoltării fibrei de bumbac, a acumulării şi structurii celulozei formate şi a valorificării complexe a deşeurilor rezultate din prelucrarea bumbacului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 542.952.6

UNTERSUCHUNGEN ÜBER GRENZFLÄCHIGE POLYMERISATIONEN

I. Mitteilung

DIE POLYMERISATION VON ACRYLNITRIL

VON

CRISTOFOR SIMIONESCU
Korrespondierendes Mitglied der Akademie
der Rumänischer Volksrepublik
und
DOREL FELDMAN

1. Einführung

Die Literatur der letzten Jahre ist aussergewöhnlich reich an Untersuchungsarbeiten, welche sich mit der Polymerisation des Acrylnitrils, sowohl im homogenen, als auch im heterogenen System, befassen [1]...[43]. Gleichzeitig werden grössere Bestrebungen in Richtung der grenzflächigen Polykondensation [44]...[52] zwecks Synthese von hochmolekularen Stoffen, bei gewöhnlicher Temperatur und unter Unterlassung besonderer Vorsichtsmassnahmen beim Experimentieren, unternommen.

In dieser kurzen Mitteilung finden wir, dass es vielleicht von Interesse ist, einige Beobachtungen bezüglich der grenzflächigen Polymerisation des Acrylnitrils vorzulegen, da der Vorgang gewiss auch bei andern in Wasser wenig löslichen Monomeren analog verläuft.

Die Initiation des Polymerisationsprozesses kann mit Hilfe von Azo-verbindungen, Peroxyden, Persulfaten und andern Stoffen, mittels ultravioletten oder gewöhnlichen Lampen-Bestrahlungen, mittels γ-Strahlen (z. B. durch Co^{60}), Ultraschall u. dgl. durchgeführt werden [1]...[43]. Das reine Monomer ist in Abwesenheit von Katalysatoren sogar bei höheren Temperaturen beständig; in diesem Zustande ist also die Thermopolymerisation praktisch unmöglich [9].

Es ist bekannt, dass das Acrylnitril entweder laut dem Radikalmechanismus oder dem Ionen-(Anionen)-Mechanismus zufolge polymerisieren kann; im ersten Falle verläuft der Vorgang nach dem Schema:

$$R^{\bullet} + CH_2{=}\underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{CH}} \rightarrow R{-}CH_2{-}\underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{CH^{\bullet}}} \quad \text{(Initiation der Kettenbildung)}$$

$$R{-}CH_2{-}\underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{CH^{\bullet}}} + CH_2{=}\underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{CH}} \rightarrow R{-}CH_2{-}\underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{CH}}{-}CH_2{-}\underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{CH^{\bullet}}} \cdots \rightarrow R{-}(CH_2{-}\underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{CH}})_n{-}CH_2{-}\underset{\displaystyle CN}{\underset{|}{CH^{\bullet}}}$$

(Anwachsen der Kette)

$$2R-(CH_2-\underset{CN}{CH})_n-CH_2-\underset{CN}{CH}^{\cdot} \rightarrow R-(CH_2-\underset{CN}{CH})_{2n+2}-R \quad \text{(Abbruch der Kette)}$$

Im zweiten Falle geht die Aktivierung folgendermassen vor sich:

$$A^- + CH_2=\underset{CN}{CH} \rightarrow A-CH_2-\underset{CN}{CH}^-$$

Was nun die Atmosphäre in welcher die Reaktion abläuft betrifft, hat A. Stoy [13] gezeigt, dass der Sauerstoff eine ausgeprägte Hemmungswirkung auf die Polymerisation ansübt nur in Falle, wenn das Acrylnitril direkt durch Anlagerung von HCN an Acetylen erhalten wurde.

G. Oster [18] hat festgestellt, dass die Photopolymerisation dieses Polymeren in grossen Mengen selbst in Gegenwart von Luftsauerstoff leicht abläuft wenn Photosensibilisatoren verwendet werden.

Neben der heterogenen Polymerisation in organischen Lösungsmitteln [21]...[24] studiert man neuerdings die Darstellung von Polyacrylnitril mit Hilfe von wässrigen Salzlösungen. Die Verwendung von Salzmischungen, welche das Polymer lösen, sowie die Anwesenheit von Initiatoren sichern grosse Polymerisationgeschwindigkeiten, wobei die relativ niedrige Temperatur die Bildung von Polymeren mit Molekulargewichten in der Grössenordnung 10^6 ermöglicht [17], [31].

In einer im Jahre 1956 veröffentlichten Arbeit studiert J. Saldick [5] die Polymerisation des Acrylnitrils in wässrigen Lösungen von Cersalzen und teilt mit, dass die Darstellung des Polymers sowohl bei Licht als auch im Dunkel möglich ist.

Bei unsern Untersuchungen gingen wir von diesem Studium aus und verwendeten ebenfalls Cersulfat als Polymerisations initiator in wässrigem Milieu; wir verfolgten die Kinetik des Prozesses in der Dunkelheit, bei Licht, unter Ultraviolettbestrahlung, Röntgenbestrahlung, in Ultrabeschallung, an der Luft, sowie in inerter Stickstoff- oder Kohlendioxyd-Atmosphäre.

Das Verhältniss $[M]/[Ce(SO_4)_2]$ wurde konstant bei 200 : 1 gehalten; die Menge der Schwefelsäure, welche dem Cersulfat in Wasser zugefügt wurde, war 2 : 1, $[M]/[H_2SO_4]$. Es wurde bei einer Temperatur von 20°C experimentiert.

2. Die grenzflächige Polymerisation

In der uns zugänglichen Literatur wurde bis jetzt nichts über die grenzflächige Polymerisation veröffentlicht; die zitierten Arbeiten beziehen sich auf Polykondensation [44]...[52]. Es ist aber augenscheinlich, dass im Falle der Polymerisation von Acrylnitril in Gegenwart von wässrigen Salzlösungen, ein Stofftransport aus der Phase des Monomers in die wässrige Phase (mit dem Initiator) stattfindet, wobei der initierte Polymerisationsvorgang langsam in unmittelbarer Nähe der Grenzfläche beider Phasen abläuft. Wenn wir annehmen, dass der Radikalmechanismus zu Grunde der grenzflächigen Polymerisation von Acrylnitril liegt,

ergibt sich, unter den Bedingungen eines stationären Ablaufes, eine Monomeren-Konzentration an der Grenzfläche, welche die Änderung der hydrodynamischen Verhältnisse in engster Nähe der Phasengrenzfläche erklärt.

Man kann natürlich für den Stofftransport zwischen den Phasen, Formeln welche quantitative Schätzungen ermöglichen aufstellen.

Unter den erwähnten Versuchsbedingungen wurden drei Proben erhalten (Abb. 1). In der ersten Epruvette sieht man die beiden getrennten Phasen vor der Polymerisation und ihre Grenzfläche; in den andern zwei Epruvetten ist der Grenzflächenvorgang nach 2, bzw. 3 Stunden unter Lichteinwirkung dargestellt.

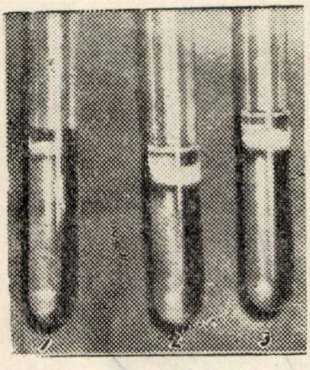


Abb. 1.—Epruvette *1*-vor Beginn der Polymerisation; Epruvete *2* - nach Ablauf von 2 Stunden Grenzflächenpolymerisation; Epruvette *3* - nach Ablauf von 3 Stunden Grenzflächenpolymerisation.

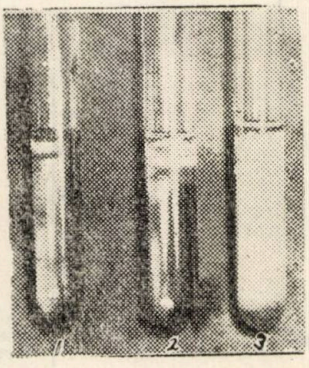


Abb 2 —Epruvette *1*-vor Beginn der Polymerisation; Epruvette *2* - nach Ablauf von 2 Stunden Grenzflächenpolymerisation im stationären System; Epruvette *3* - nach Ablauf von 2 Stunden Polymerisation unter zeitweiligem Rühren.

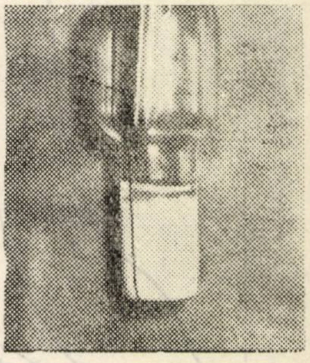


Abb. 3. — Polyacrylnitril nach einstündiger Polymerisation unter Einwirkung von Ultraschall gebildet.

Wenn man beim stationären Ablauf von einer Polymerisation an der Grenzfläche beider Phasen sprechen kann (Abb. 1), hat beim nichtstationären Ablauf (Umrühren, Ultraschall, usf.) die Polymerisation in der ganzen Masse statt (Abb. 2 und 3).

Das von uns durch Grenzflächenpolymerisation, unter den oben angegebenen Versuchsbedingungen erhaltene Polyacrylnitril besitzt Molekulargewichte zwischen 2.10^5 und 8.10^5.

3. Kinetische Angaben

Man muss hervorheben, dass in allen Fällen, mit Ausnahme der Polymerisation bei Licht, in einer Kohlendioxyd-Atmosphäre die Induktionsperiode des Prozesses gross ist, wie auch aus Abb. 4 hervorgeht.

Wenn im Dunkel oder im Dunkel unter X-Strahlen-Einwirkung (von einer Röntgen-Röhre mit Cu-Antikathode, bei 60 kV und 20 mA

erzeugt) die Ausbeute an Polymeren nach 8 Stunden nur 5% beträgt unter Lichteinwirkung, bei Luftzutritt oder in Kohlendioxyd-Atmosphäre wächst die Ausbeute rasch nach einigen Stunden (Abb. 4).

Im stationären System (Abb. 5, Kurve *1*) erhält man kleinere Polymerisatmengen als im unstationären System (Abb. 5, Kurve *2*).

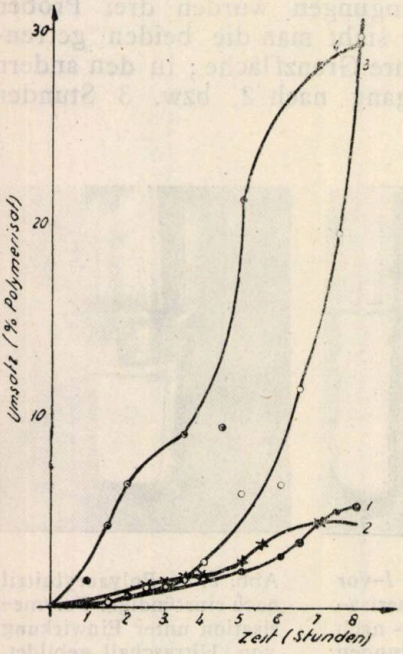


Abb. 4 — Grenzflächenpolymerisation in stationärem System: *1* – im Dunkel; *2* – unter Einwirkung von X – Strahlen; *3* – bei Licht und Luftzutritt; *4* – bei Licht in CO_2-Atmosphäre.

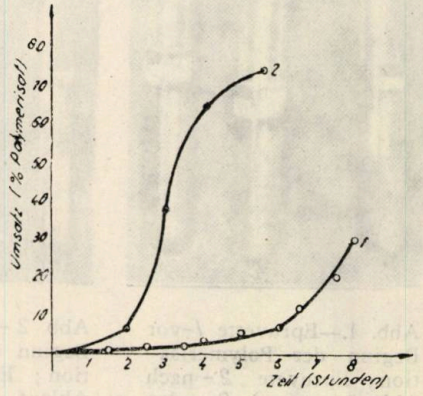


Abb. 5. — *1* – Polymerisation in stationärem System, bei Luftzutritt; *2* – Polymerisation bei Luftzutritt und periodischem Umrühren.

Bei kontinuierlicher Bestrahlung mittels einer Quarzlampe (Wellenlänge 2200...4100 Å) stellt man fest, dass die Induktionsperiode in inerter Atmosphäre (Stickstoff oder Kohlendioxyd) am geringsten ist; die grösste Polymerisationsgeschwindigkeit verzeichnet man in einer Stickstoff-Atmosphäre (Abb. 6).

Es wurde schliesslich die von K. Edelmann [33] erwähnte Nachpolymerisation unter Einwirkung des Ultraschalles von uns als Folge einer Ultraviolett bestrahlung studiert; aus Abb. 7 ersieht man, dass die Nachpolymerisation zu genug hohen Ausbeuten führt, selbst wenn die Proben nur 60 Minuten bestrahlt werden.

Im den vorliegenden Proben kann die Polymerisationskinetik turbidimetrisch oder gravimetrisch durch Bestimmung der in der Zeiteinheit gebildeten Polymerenmenge verfolgt werden. Es wurde die letztere Methode angewendet.

Wenn wir in Betracht ziehen, dass der Polymerisationprozess durch die Formel $V = -\mathrm{d}M/\mathrm{d}t$ ausgedrückt wird, kann diese Geschwindigkeit für die gegebenen Versuchsbedingungen bei einer Dauer von 120 Minuten berechnet werden. Die Ergebnisse sind in der Tafel 1 enthalten.

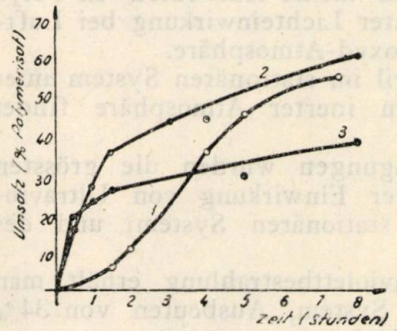


Abb. 6.— *1* - Polymerisation unter Einbirkung von ultravioletter Strahlung wei Luftzutritt; *2* - Idem, in Stickstoff-Atmosphäre; *3* - Idem, in Kohlendioxyd-Atmosphäre (alle Angaben wurden im stationärem System erhalten).

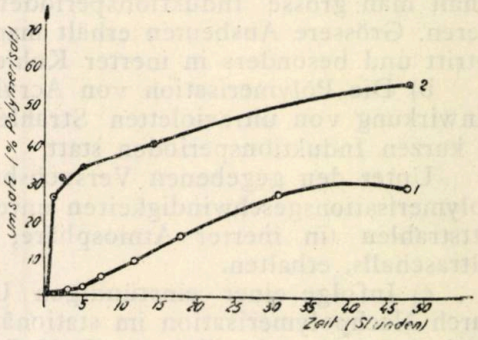


Abb. 7. — *1* - Polymerisation im Dunkel bei Luftzutritt ; *2* - Umsatzänderung der Nachpolymerisation bei einer einstündiger Ultraviolett-Bestrahlung bei Luftzutritt.

Tafel 1

Polymerisationsbedingungen	Polymerisationsgeschwindigkeit Mol. g. l^{-1}. s^{-1}. 10^6
Bei Licht, stationäres System	1
Im Dunkel und unter Einwirkung von X-Strahlung	2
Bei Licht, unter Rühren	11
Bei Licht (in CO_2), stationäres System	14
Unter Ultraviolettbestrahlung (bei Luftzutritt), stationäres System	23
Idem, in Stickstoff-Atmosphäre	75
Unter Ultrabeschallung (bei Luftzutritt, im Dunkeln)	67
Idem (in Stickstoff-Atmosphäre)	87

Aus den Angaben der Tafel 1 ergibt sich, dass die kleinsten Polymerisationsgeschwindigkeiten im stationären System bei Lichteinwirkung oder unter Röntgenbestrahlung, die grössten aber unter Ultraviolettbestrahlung oder unter Ultrabeschallung, erhalten werden.

Die Untersuchungsergebnisse der Polymerisationskinetik des Acrylnitrils unter Einwirkung des Ultraschalls werden in einer spätern Mitteilung veröffentlicht werden.

4. Schlussfolgerungen

a) Unter den Bedingungen eines stationären Systems, bei Verwendung von Cersulfat in angesäuerten wässrigen Lösungen als Initiator, stellt man fest, dass die Polymerisation des Acrylnitrils an der Grenzfläche stattfindet. Im Dunkel, unter Einwirkung der Röntgenstrahlen erhält man grosse Induktionsperioden und kleine Ausbeuten an Polymeren. Grössere Ausbeuten erhält man unter Lichteinwirkung bei Luftzutritt und besonders in inerter Kohlendioxyd-Atmosphäre.

b) Die Polymerisation von Acrylnitril im stationären System unter Einwirkung von ultravioletten Strahlen in inerter Atmosphäre findet in kurzen Induktionsperioden statt.

Unter den gegebenen Versuchsbedingungen wurden die grössten Polymerisationsgeschwindigkeiten unter der Einwirkung von Ultravioletttstrahlen (in inerter Atmosphäre, im stationären System) und des Ultraschalls, erhalten.

c) Infolge einer einstündigen Ultraviolettbestrahlung erhält man durch Nachpolymerisation im stationärem System, Ausbeuten von 34% (nach 5 Stunden) bis 57% (nach 48 Stunden).

Eingegangen am 26 XI 1960

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Zellstoff, Papier und Kunstfasern

LITERATUR VERZEICHNIS

1. Oster G., Nature, 1954, **173**, p. 300.
2. Kern R. J., J. Am. Chem. Soc., 1955, **77**, p. 1382.
3. Ciampa G., Schmidt H., La Chimica e l'Industria, 1955, **XXXVII**, *3*, p. 169.
4. Symons M.C.R., J. Chem. Soc., 1955, p. 4344.
5. Saldick J, J. Polymer Sci., 1956, **19**, *91*, pp. 73—75.
6. Orr R.J., Williams H.L., J. Am. Chem. Soc., 1955, **77**, p. 3715.
7. Cooper W., Chem. a. Ind., 1953, **17**, p. 407.
8. Imoto M., Takimoto K., J Polymer Sci., 1955, **18**, *89*, p. 377.
9. Thomas W. M., Pellon J. J., Ibid., 1954, **13**, *70*, pp. 329—353.
10. Bamford C. H., Jenkins A. A., Ibid., 1954, **14**, *77*, p. 511.
11. Hunyar A., Reichert H., Faserforschung, 1954, **5**, *1*, S. 1.
12. Роскин Е. С., Текст. пром., 1956, *11*, стр. 16—19.
13. — ЖПХ, 1959, **32**, *3*, стр. 676.
14. Багдасарьян Х. С., *Теория радикальной полимеризации*, Изд. АН СССР, М., 1959, стр. 29—65.
15. Хилла Р., *Волокна из синтетических полимеров*, ИЛ, М., 1957, стр. 58—66.
16. Edelmann K., Klemmt R., Faserforschung, 1958, **9**, *5*, S. 185.
17. Taniyama M., Oster G., Bull. Chem., Soc. Japan, 1957, **30**, *8*, p. 856.
18. Oster G., Oster G., Prati G., J. Am. Chem. Soc., 1957, **79**, *3*, p. 595.
19. Parts A. G, J. Polymer Sci., 1959, **37**, *131*, pp. 131 – 145.
20. Thomas W. M., Gleason E. H., Mino G., Ibid., 1957, **24**, *103*, pp. 43—56.
21. Bamford C. H., Jenkins A. D., Johnston R., Trans. Faraday Soc., 1959, **55**, p. 179
22. Srinivasan N. T., Santappa M., Makrom. Chemie, 1958, **XXVI**, *1/2*, S. 80.
23. Onyon P. F., Trans. Faraday Soc., 1956, **52**, *1*, p. 80.
24. Imoto M., Takatsugi H., Makrom. Chem., 1957, **XXIII**, *2/3*, S. 119.
25. Prevos-Bernas S., Sebban-Danon J., J. Chim. Phys., 1956, **53**, *1*, p. 418.
26. Berstein I. A. a. cowork., J. Chem. Phys., 1953, **21**, *7*, p. 1303.
27. Minţer I., Coman M., St. şi cerc. Chimie, Acad. R.P.R., 1958, **IV**, *1*, pp 99—117.
28. Minţer I., Gherghel F., Rev. Chimie, ASIT, 1956, *7*, p 403 Ibid., 1957, *7*, p. 480; Ibid., 1958, *9*, p. 76.

29. Ulbricht J., Faserforschung, 1959, **10,** *3,* S. 115.
30. Bamford C. H., Jenkins A. D., Johnston R., J. Polymer Sci., 1958, **29,** pp. 355 - 366.
31. Stoy A., Sbornik Vedeckych praci, 1959, pp. 231 - 255.
32. Neue S., Faserforschung, 1955, **6,** *10,* S. 450.
33. Edelman K., J. Polymer Sci., 1958, **29,** pp. 531 - 539.
34. Dainton F. S a. cowork., Plastics, 1958, *10,* p. 382.
35. Palit R. S., Guha T., Ibid. 1958, *10,* p. 382.
36. Bamford C. H., Jenkins A D., White E. F. T., Ibid., 1958, *10,* p. 382.
37. Reichert H., Faserforschung, 1954, **5,** *5,* S. 204.
38. Reichert H., Hunyar A., Ibid., 1956, **7,** *12,* S. 546.
39. Laczkowski M., Kauczynska - Wolfram M., Ploszajski I., Ibid., 1957, **8,** *9,* S. 358 - 363.
40. Thomas W. H., Gleason E. H., Pellon J. J., J. Polymer Sci., 1955, **17,** pp. 275 - 290.
41. Henglein A., Makrom. Chemie, 1954, **14,** *2/3,* S. 128 - 146.
42. Parrod J., Monteiro H., C. r. Ac. Sci., Paris, 1960, **251,** pp. 2026 - 2028.
43. Hunyar A., Grobe V., Faserforschung, 1955, **6,** *12,* S. 548—553.
44. Wittbecker E. L., Morgan P. W., J. Polymer Sci., 1959, **40,** *137,* pp. 289—419.
45. Beaman R. G. a cowork., Ibid., 1959, **40,** *137,* pp. 329—337.
46. Фаинберг Э. З., Михайлов Н. В., Высокомолек. соед., 1960, **2,** *7,* стр. 1039.
47. Соколов Л. Б., Кудим У. В., Ibid., 1960, **2,** *4,* стр. 481—484.
48. Соколов Л. Б., Турецкий Л. В., Кудим Т. В., Ibid., 1960, **2,** *11,* стр. 1744.
49. Марк Х. Ф., Химия и технология полимеров, 1960, **2,** *7—8,* стр. 21—22.
50. Александру Л., Даскалу, Ibid., 1960, **2,** *7—8,* стр. 226—232.
51. Соколов Л. Б., Круглова Т. Л., Ibid., 1960, **2,** *5,* стр. 704.
52. Соколов Л. Б., Кудим Т. В., Ibid., 1960, **2,** *5,* стр. 698.

ИССЛЕДОВАНИЕ В ОБЛАСТИ МЕЖФАЗНОЙ ПОЛИМЕРИЗАЦИИ

Заметка I

Полимеризация акрилового нитрила

(Резюме)

Авторы констатируют, что полимеризация акрилового нитрила в водных кислых растворах сернокислого церия протекает на поверхности раздела фаз.

Изучена кинетика межфазной полимеризации акрилового нитрила в стационарном режиме: в темноте, при свете, под действием X-лучей, ультрафиолетового излучения в присутствии воздуха и инертных газов. Полученные результаты сравнивают с данными, полученными при полимеризации в нестационарном режиме (с перемешиванием) а также под влиянием ультразвуковых излучений.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Пробирка *1* — образец перед полимеризацией; пробирка *2* — образец после 2-х часов межфазной полимеризации; пробирка *3* — образец после 3-х часов межфазной полимеризации.

Рис. 2. — Пробирка *1* — образец перед полимеризацией; пробирка *2* — образец после 2-х часов межфазной полимеризации в стационарном режиме; пробирка *3* — образец после 2-х часов в режиме периодического перемешивания.

Рис. 3. — Полиакрилнитрил, образовавшийся в течении 1-го часа полимеризации под влиянием ультразвука.

Рис. 4. — Межфазная полимеризация в стационарном режиме: *1* — в темноте; *2* — под влиянием X-лучей; *3* — при обычном свете в среде воздуха; *4* — при обычном свете в среде CO_2.

Рис. 5. — *1* — Полимеризация в стационарном режиме в среде воздуха; *2* — полимеризация в среде воздуха с периодическим перемешиванием.

Рис. 6. — *1* — Полимеризация под влиянием ультрафиолетового излученния в среде воздуха; *2* — то же в среде азота; *3* — то же в среде CO_2 (данные получены в стационарном режиме).

Рис. 7. — *1* — Полимеризация в среде воздуха (в темноте); *2* — Изменение конверсии постполимеризации в среде воздуха после 1-го часа ультрафиолетового облучения.

CERCETĂRI ÎN DOMENIUL POLIMERIZĂRII INTERFACIALE

Nota I

Polimerizarea nitrilului acrilic

(Rezumat)

Autorii constată că polimerizarea nitrilului acrilic în soluţii apoase, acidulate, de sulfat ceric, decurge la suprafaţa de separare dintre faze.

S-a studiat cinetica polimerizării interfaciale a nitrilului acrilic în regim staţionar, în lipsa luminii, la lumină, sub acţiunea razelor Röntgen, a radiaţiilor ultraviolete, în mediu de aer sau gaze inerte. Se compară rezultatele obţinute în regim staţionar cu cele ale polimerizării în regim nestaţionar (cu agitare) şi sub acţiunea ultrasunetelor

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Eprubeta *1* — proba înainte de începerea polimerizării; eprubeta *2* — după 2 ore de polimerizare interfacială; eprubeta *3* — după 3 ore de polimerizare interfacială.

Fig. 2. — Eprubeta *1* — proba înainte de începerea polimerizării; eprubeta *2* — după 2 ore de polimerizare interfacială în regim staţionar; eprubeta *3* — după 2 ore de polimerizare în regim de agitare periodică.

Fig. 3. — Nitrilul poliacrilic format după polimerizare timp de 1 oră sub acţiunea ultrasunetelor.

Fig. 4. — Polimerizarea interfacială în regim staţionar: *1* — la întuneric; *2* — sub acţiunea razelor X; *3* — la lumină, în mediu de aer; *4* — la lumină, în mediu de CO_2.

Fig. 5. — *1* — Polimerizarea în regim staţionar, în mediu de aer; *2* — Polimerizarea în mediu de aer, cu agitare periodică.

Fig. 6. — *1* — Polimerizarea sub acţiunea razelor ultraviolete, în mediu de aer; *2* — idem în mediu de azot; *3* — idem în mediu de CO_2 (toate aceste date au fost obţinute în regim staţionar).

Fig. 7. — *1* — Polimerizarea în mediu de aer, la întuneric; *2* — Variaţia conversiei la postpolimerizare, în mediu de aer, după expunere timp de 1 oră la lumină ultravioletă

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 547.98 ; 675.04

SUR L'ÉTABLISSEMENT DES CONDITIONS OPTIMES DANS LE CAS DU TANNAGE COMBINÉ AU FORMOL-CHRÔME POUR CUIRS À DESSUS

PAR

GH. ALEXA, GH. CHIRIŢĂ, AGLAIA CHIRIŢĂ, H. HASS, V. NĂNESCU et GEORGETA NĂNESCU

Note présentée dans la session scientifique de l'Institut Polytechnique de Jassy, de 4–6 Février 1960

1. Introduction

Dans un travail antérieur [1] on a étudié une série de facteurs spécifiques qui interviennent dans le cas du tannage combiné au formol-chrôme, en deduisant que dans le cas du formolage préalable de la peau en tripe dans des conditions détérminées, il est possible que le tannage au chrôme subséquant soit réalisé seulement avec une quantité de 1,5% de Cr_2O_3 calculé par rapport au poids de la peau en tripe au lieu de 2,5% Cr_2O_3 qu'on emploie habituellement dans le cas du tannage au chrôme pour les cuirs à dessus.

Pour établir les conditions optimes du tannage au formole-chrôme pour la fabrication des cuirs à dessus, comparables à ceux obtenus dans le cas du tannage au chrôme, on a fait une série d'essais de tannage sur peaux de veaux légers (5 kg), en déterminant ensuite les caractéristiques chimiques et physiques des cuirs obtenus.

Chaque peau a été découpée en deux parties égales d'après la ligne médiane, dont une partie a été tannée au formol-chrôme et l'autre tannée simplement au chrôme.

Compte tenu des résultats de notre travail antérieur (*op. cit.*), on a employé dans le cas du tannage au formol-chrôme une quantité de Cr_2O_3 de 1,5%, calculée par rapport au poids de la peau en tripe. Ce contenu en Cr_2O_3 était suffisant pour assurer la résistance des cuirs à l'eau bouillante.

Pour établir les conditions optimes dans le cas du tannage au formol-chrôme nous avons étudié les facteurs suivants : a) l'influence du confitage, b) l'influence du pH dans le cas du prétannage au formol, c) l'influence de la concentration en formaldéhyde, d) l'influence du picklage.

Pour les peaux tannées simplement au chrôme on a appliqué le procédé technologique suivant :

Confitage. On utilise pour 100 kg de peau en tripe: 200 l d'eau à 30...32°C et 1 kg d'oropon; on agite les peaux pendant 45 minutes, ensuite on les laves pendant 20 minutes, à l'eau courante.

Picklage. Les peaux en tripe sont passées dans un foulon avec: 100 l d'eau, 1,8 kg d'acide clorhydrique, 8,0 kg de sel marin pour 100 kg de peau en tripe. On foule les peaux pendant deux heures. Après le picklage les peaux sont chrômées au foulon avec: 120% eau, 2 kg sel marin et 2,5% Cr_2O_3.

Au commencement du tannage on a employé une solution chrômique ayant une basicité de 27% Schorlemmer, ensuite une solution ayant une basicité de 43,3% Schorlemmer. Après avoir foulé pendant six heures on a ajouté dans le foulon 0,5% Na_2CO_3 et on a agité encore deux heures; ensuite les peaux sont laissées pendant la nuit dans la solution chrômique. Le lendemain matin les peaux sorties du foulon sont mises sur chevalet pendant 24 heures.

Les cuirs tannés au chrôme ainsi que ceux tannés au formol-chrôme ont été finissés à la fabrique „Partizanul" Bacău.

2. L'influence de l'opération de confitage

Les cuirs tannés au formol-chrôme présentent une souplesse un peu plus grande que les cuirs tannés au chrôme; c'est pour ce fait qu'on a essayé de reduire cette souplesse en éliminant le confitage. Deux peaux de veau légers, pésant 5 kg chacune, ont été partagées en deux parties egales (v. § 1). Deux des parties de chaque peau ont été tannées comme ci-dessus et les autres parties de chaque peau ont été tannées au formol-chrôme en supprimant l'opération de confitage.

Une de ces parties a été prétannée au formol avec 1,5% de formol et l'autre avec 1% de formol à 36%. Le prétannage au formol a été fait au foulon avec 250% d'eau, la quantité de formol à 36% indiquée plus haut et à pH = 7,0...7,2, ajusté avec une solution de Na_2CO_3 à 10%. Après avoir introduit les peaux dans le foulon on agite pendant six heures; ensuite on lave les peaux à l'eau courante pendant 20 minutes. Les peaux lavées sont ensuite chrômées avec 1,5% de Cr_2O_3; la basicité de la solution chrômique était de 39,37% Schorlemmer les autres paramètres ayant les valeurs indiquées ci-dessus.

De point de vue organoleptique les cuirs nonconfitées, tannés au formol-chrôme, présentent une fleur très fine, d'une souplesse suffisante et on ne peut pas les distinguer des cuirs tannés simplement au chrôme. Les résultats des analyses de ces cuirs sont donnés dans le tableau 1. Si on compte 100 pour chaque résultat des analyses chimiques et physiques des cuirs tannés au chrôme, alors on obtient pour les résultats des analyses des cuirs tannés au formol-chrôme les chiffres consignées dans le tableau 2.

En analysant les données du tableau 1 on constate une bonne fixation de l'oxyde de chrôme sur la fibre dermique; en même temps les données des tableaux 1 et 2 mettent en évidence le fait que l'allongement à la rupture et la résistance à la craquelure de la fleur des cuirs tannés au formol-chrôme ont des valeurs un peu plus petites que celles obtenues pour les cuirs tannés simplement au chrôme, compte tenu du fait que les cuirs tannés au formol présentent une extensibilité faible et une fleur plus fragile. L'allongement à la rupture et la résistance à la traction sont comparables avec celles des cuirs tannés au chrôme. Donc,

Tableau 1

L'influence de l'opération de confitage [1])

Essais	Concentration en formol à 36 % dans le cas du prétannage au formol %	Flexion	Allongement à la rupture %	Allongement à la craquelure de la fleur %	Resistance à la traction kg/mm²	Resistance à la craquelure de la fleur kg/mm²	Indice de perméabilité aux vapeurs d'eau mg	Umidité %	Cr_2O_3 %	Cendres %	Substances grasses %
Tannage au formol-chrôme											
I	1,5	résiste	22,0	19,0	2,60	2,36	452,5	14,67	4,47	5,24	3,91
II	2,0	idem	24,0	18,0	2,12	1,37	432,4	14,56	4,08	5,21	3,92
Tannage au chrôme											
I		résiste	22,0	20,0	2,59	2,34	427,5	14,73	5,67	7,46	3,93
II		idem	23,0	19,0	2,19	1,91	401,3	14,73	5,67	7,46	3,93

[1]) Les cendres et le Cr_2O_3 sont calculées pour le cuir libre d'eau et de substances grasses ; les substances grasses sont calculées pour le cuir sec. Ces indications sont valables pour tous les resultats analytiques de ce travail.

Tableau 2

L'influence de l'operation de confitage

Essais	Allongement à la rupture %	Allongement à la craquelure de la fleur %	Résistance à la traction kg/mm²	Résistance à la craquelure de la fleur kg/mm²
I	100,0	95,0	100,0	96,8
II	104,6	94,7	96,8	71,7

pour obtenir des cuirs tannés au formol-chrôme ayant une souplesse comparable à celle des cuirs tannés au chrôme il est suffisant un confitage faible.

3. L'influence du pH dans le cas du tannage au formol

Les résultats obtenus dans notre travail antérieur (*op. cit.*) montrent que le pourcentage en formaldéhyde fixée par la peau est plus petit à un pH acide qu'à un pH alcalin. De même, on a remarqué que dans les deux cas de formolage l'indice de contraction est nul si dans le cas du tannage au chrôme la quantité de Cr_2O_3 utilisée est de 1,5%.

Pour mettre en évidence la manière dont les caractéristiques des cuirs tannés au formol-chrôme sont influencées par la valeur du pH à laquelle on exécute le formolage on a fait deux series d'essais de tannage sur peaux de veaux légers.

Pour une serie d'essais le prétannage au formol a été executé à un pH acide et pour l'autre à pH = 7,0...7,2, en gardant les mêmes conditions que celles mentionnées dans notre travail antérieur (*op. cit.*).

Quatre bandes de peau de veau sont d'abord formolées à un pH acide avec des solutions de formol aux concentrations suivantes : 1,0 ; 1,5 ; 2,0 ; 2,5 et 3% de formol à 36% et trois bandes de peau de veau ont été formolées à pH = 7,0...7,2, avec des solutions aux concentrations de : 1,0 : 1,5 et 2% de formol à 36%. Après le formolage les peaux ont été tannées au chrôme avec 1,5% de Cr_2O_3 dans les conditions préciseés dans [1]. Pour chaque essai l'autre moitié de la peau a été tannée au chrôme à un bain.

Les cuirs tannés au formol-chrôme, après finissage présentent un bel aspect ; ils sont plus souples que les cuirs simplement chrômés mais ont une fleur un peu plus fragile. Ceux qui sont formolés à un pH acide présentent une fleur plus rugueuse que les cuirs formolés à pH = 7,0...7,2.

Les résultats des analyses concernant les cuirs tannés au chrôme et au formol-chrôme sont donnés dans les tableaux 3 et 5.

Si on compte 100 pour chaque résultat de l'analyse physique des cuirs tannés au chrôme on obtient alors pour les cuirs tannés au formol-chrôme les résultats consignés dans les tableaux 4 et 6.

En analysant les données obtenues on constate que les cuirs tannés au formol-chrôme, pour lesquels le prétannage au formol a été executé à pH = 7,0...7,2, présentent des caractéristiques physico-mécaniques semblables à celles des cuirs formolés à un pH acide.

L'allongement à la rupture, l'allongement à la craquelure de la fleur, la résistance à la traction et la résistance de la fleur sont un peu plus petites que celles des cuirs tannés au chrôme. L'allongement à la craquelure de la fleur et l'allongement à la rupture pour les deux séries d'essais ont des valeurs très rapprochées, ce qui prouve que dans ces deux cas l'extensibilité des cuirs obtenus est plus reduite.

L'analyse des données obtenues permet à conclure que la résistance à la traction des cuirs prétannés au formol à un pH acide est plus grande que celle des cuirs prétannés au formol à pH = 7,0...7,2.

Tableau 3

L'influence du pH et de la concentration en formol (prétannage à un pH acide)

Essais	Concentration en formol à 36 % dans le cas du prétannage au formol %	Flexion	Allongement à la rupture %	Allongement à la craquelure de la fleur %	Résistance à la traction kg/mm²	Résistance à la craquelure de la fleur kg/mm²	Indice de perméabilité aux vapeurs d'eau mg	Umidité %	Cr_2O_3 %	Cendres %	Substances grasses %
Tannage au formol-chrôme											
I	1,0	résiste	20,0	19,0	2,68	2,81	348,5	14,08	4,30	5,81	3,82
II	1,5	idem	20,0	20,0	2,76	1,64	262,1	14,35	4,32	5,86	3,85
III	2,0	idem	19,0	20,0	3,40	2,11	274,6	14,74	4,12	5,07	3,93
IV	3,0	idem	19,0	19,0	2,55	1,66	374,5	13,66	4,00	5,40	3,78
Tannage au chrôme											
I		résiste	22,0	21,0	3,50	3,40	328,0	14,73	5,67	7,07	3,93
II		idem	21,0	16,0	2,68	1,98	302,8	14,73	5,39	7,07	3,93
III		idem	21,0	18,0	2,80	2,74	297,1	14,29	5,39	7,07	2,85
IV		idem	21,0	17,0	2,08	2,50	253,2	14,29	5,39	7,07	2,85

Tableau 4

L'influence du pH dans le cas du tannage au formol

Essais	Allongement à la rupture %	Allongement à la craquelure de la fleur %	Résistance à la traction %	Résistance à la craquelure de la fleur %
I	90,9	90,4	78,8	82,7
II	95,2	80,0	102,9	82,8
III	90,9	90,0	121,4	79,9
IV	99,9	85,0	122,6	66,4

Tableau 5

L'influence du pH et de la concentration en formol

Essais	Concentration en formol à 36% dans le cas du prétannage au formol %	Flexion	Allongement à la rupture %	Allongement à la craquelure de la fleur %	Résistance à la traction kg/mm²	Résistance à la craquelure de la fleur kg/mm²	Indice de perméabilité aux vapeurs d'eau mg	Umidité %	Cr_2O_3 %	Cendres %	Substances grasses %
Tannage au formol-crôme											
I	1,0	résiste	23,0	19,0	2,97	2,62	332,1	14,77	5,34	5,41	3,93
II	1,5	idem	19,0	18,0	2,50	2,00	326,3	14,55	4,80	5,55	3,88
III	2,0	idem	24,0	17,0	2,15	1,50	301,0	14,33	4,70	5,61	3,85
Tannage au chrôme											
I		résiste	26,0	21,0	3,40	2,90	321,6	14,73	5,67	7,46	3 93
II		idem	22,0	20,0	2,69	2,30	328,4	14,73	5,67	7,46	3,93
II		idem	29,0	20,0	2,87	2,00	323,7	14,73	5,67	7,46	3,93

Tableau 6

L'influence de la concentration en formaldéhyde

Essais	Allongement à la rupture %	Allongement à la craquelure de la fleur %	Résistance à la traction %	Résistance à la craquelure de la fleur %
I	88,4	90,4	87,3	90,3
II	86,3	90,0	92,9	86,9
III	79,3	85,0	74,9	75,0

4. L'influence de la concentration en formaldéhyde dans le cas du prétannage au formol

Avec l'augmentation de la concentration en formaldéhyde, dans le cas du tannage au formol-chrôme, la quantité de Cr_2O_3 fixée par la peau diminue. L'influence de la concentration en formaldéhyde dans le cas du prétannage au formol a été étudiée simultanément avec l'influence du pH. Les résultats analytiques obtenus sont donnés dans les tableaux 3 et 5 (respectivement 4 et 6).

On constate que l'extensibilité et la résistance à la traction des cuirs tannés au formol-chrôme diminuent au fur et à mesure que la concentration en formaldéhyde augmente. De même, la résistance à la craquelure de la fleur du cuir diminue avec le taux de formaldéhyde fixée dans la peau. L'indice de perméabilité aux vapeurs d'eau des cuirs tannés au formol-chrôme est semblable à celui des cuirs tannés au chrôme.

Pour obtenir des cuirs à dessus de bonne qualité, tannés au formol-chrôme, il est nécessaire que le prétannage au formol ne dépasse pas le taux de 1...1,5% de formol à 36%.

5. L'influence du picklage

Dans notre travail antérieur (*op. cit.*) on a remarqué que l'opération de picklage dans le cas du tannage au formol-chrôme, après formolage, conduit à une fixation plus réduite de formaldéhyde et du Cr_2O_3 sur la fibre dermique.

L'étude de l'influence du picklage a été reprise pour voir si le déformolage superficiel qui se produit pendant le picklage est favorable quant aux caractéristiques physico-mécaniques des cuirs obtenus.

Deux peaux de veau ont été partagées en deux d'après la ligne médiane. Une partie de chaque peau a été tannée au chrôme selon le procédé décrit deja plus haut et les deux autres parties ont été tannées au formol-chrôme, en respectant les paramètres indiqués au § 3 de ce travail, exceptant le fait qu'une partie a été prétannée avec 1,5% de formol à 36% et l'autre avec 2% de formol à 36%. Les peaux formolées et lavées ont été ensuite picklées au foulon pendant deux heures avec 100% d'eau, 1,8% d'acide clorhydrique et 8% de sel marin. Après le picklage les peaux ont été tannées au chrôme. Les cuirs tannés au chrôme et au formol-chrôme ont été analysés; les résultats sont inscrits dans le tableau 7.

Si on compte 100 pour chaque résultat obtenu pour les cuirs tannés au chrôme, on obtient alors pour les cuirs tannés au formol-chrôme les chiffres du tableau 8.

En analysant les données des tableaux 7 et 8 on constate une amélioration pour toutes les caractéristiques physiques des cuirs tannés au formol-chrôme. Cela prouve que l'opération du picklage est favorable dans le cas du tannage formol-chrôme.

En conclusion, de l'étude effectuée il en résulte que:

a) Dans le cas du tannage au formol-chrômo il est nécessaire d'effectuer sur les peaux un confitage faible qui se traduit par une diminution de la souplesse prononcée qu'on obtient dans le processus de tannage.

b) Le prétannage au formol dans le cas du tannage combiné au

Tableau 7

L'influence de l'operation de picklage

Essais	Concentration en formol à 36% dans le cas du prétannage au formol %	Flexion	Allongement à la rupture %	Allongement à la craquelure de la fleur %	Résistance à la traction kg/mm²	Résistance à la craquelure de la fleur kg/mm²	Indice de perméabilité aux vapeurs d'eau mg.	Umidité %	Cr_2O_3 %	Cendres %	Substances grasses %
Tannage au formnl-chrôme											
I	1,5	résiste	24,0	19,5	2,82	2,12	388,9	14,67	3,21	4,40	3,91
II	2,0	idem	21,0	20,0	2,60	1,79	232,5	14,40	3,06	5,13	3,89
Tannage au chrôme											
I		résiste	25,0	21,0	2,83	2,23	395,2	14,73	5,67	7,46	3,93
II		idem	30,0	22,0	2,70	2,20	407,0	14,45	5,67	7,46	3,93

Tableau 8

L'influence du picklage

Essais	L'allongement à la rupture %	L'allongement à la craquelure de la fleur %	Résistance à la traction %	Résistance à la craquelure de la fleur %
I	96,0	92,8	100,0	95,0
II	96,6	90,9	96,3	81,3

formol-chrôme doit se faire à un pH faiblement alcalin pour obtenir des cuirs ayant des qualités supérieures. Le prétannage au formol à un pH acide conduit aux cuirs à fleur âpre et ayant des caractéristiques physiques défavorables.

c) L'augmentation de la quantité de formaldéhyde dans le cas du tannage au formol-chrôme exercite un effet négatif sur les caractéristiques physiques des cuirs. L'extensibilité des cuirs et la résistance à la traction diminuent et la fleur devient moins résistante. Pour obtenir de bons résultats le prétannage au formol doit être fait avec 1... 1,5% de formol à 36%.

d) Le picklage est favorable dans le cas du tannage au formol-chrôme. Une déformolation superficielle des peaux, par l'effet du picklage, s'avère favorable pour les caractéristiques physiques des cuirs obtenus.

6. Essais de tannage en phase semiindustrielle par le procédé au formol-chrôme

Nous basant sur des essais antérieurs nous sommes passés à l'expérimentation du procédé formol-chrôme pour cuirs à dessus, à l'echelle semiindustrielle, à la fabrique „Partizanul" de Bacău. On a expérimenté deux variantes du tannage combiné au formol-chrôme, dont une prétannée au formol à pH = 7,0 ... 7,2 et l'autre à pH = 3,5 ... 4.

Les essais ont été faits sur peaux de bovines (17...20 kg) en suivant le procédé technologique de la fabrique „Partizanul" jusqu'à l'opération de confitage inclusif ; ensuite les peaux ont été tannées au formol-chrôme et enfin les peaux tannées ont reçu le finissage usuel de la fabrique „Partizanul".

Les peaux en tripe obtenues à la suite des opérations préliminaires ont été confitées à la température de 30... 32°C avec 200% d'eau et 0,9 ... 1% d'oropon, pendant 60 ... 70 minutes, ensuite elles ont été lavées à l'eau courante pendant 30 minutes.

a) *Prétannage au formol à pH = 7,0 ... 7,2*

On a effectué deux essais de prétannage au formol (respectivement avec 1% et 1,5% de formol à 30%), au foulon, pendant six heures avec: 250% d'eau, la quantité nécessaire de formol, le pH étant ajusté à 7,0 ... 7,2 avec une solution de Na_2CO_3 à 10%. Après avoir introduit les peaux on a foulé six heures ; on a maintenu la valeur du pH à sa valeur initiale pendant la durée de l'opération.

b) *Prétannage au formol à pH = 3,5*

Dans ce cas on a effectué, aussi, deux essais avec les quantités de formol de 1,5% et 2%, dans les mêmes conditions que celles décrites ci-dessus, à savoir, après avoir ajouté l'eau et le formol on a introduit les peaux et on a foulé pendant 15 minutes. Ensuite le bain de tannage a été porté à pH = 7,0 ... 7,2 et après avoir agité encore une heure ou a ajusté le pH succésivement après chaque heure d'agitation d'abord à pH = 6,0...6,2, puis à 5,0 ... 5,2 ; 4,0 ... 4,2 et enfin à pH = 3,5, valeur qu'on a maintenu constante pendant deux heures. Enfin, les peaux ont été laissées dans la solution de tannage pendant la nuit. Le lendemain matin le pH du bain de tannage était de 3,8 et celui de la peau (en section) était de 4,6.

Après le tannage au formol, dans les deux variantes, les peaux ont été lavées à l'eau courante pendant 20 minutes. Après formolage et lavage, les peaux ont été tannées au chrôme avec: 100% d'eau, 1,5% Cr_2O_3 et 2,2% sel marin. La quantité de solution chrômique a été ajoutée en deux portions dont une à une basicité de 36% et l'autre à

Tableau 9

Analyse chimique et physico-mécanique des essais semiindustriels au formol-chrôme (prétannage au formol a pH=7,0..7,2)

Essais	Concentration en formol à 36% dans le cas du prétannage au formol %	Flexion	Allongement à la rupture %	Allongement à la craquelure de la fleur %	Résistance à la traction kg/mm²	Résistance à la craquelure de la fleur kg/mm²	Indice de perméabilité aux vapeurs d'eau mg	Umidité %	Cr_2O_3 %	Cendres %	Substances grasses %
I	1,0	résiste	21,0	16,0	2,76	2,26	289,6	14,20	4,94	6,41	2,84
II	1,5	idem	20,0	13,0	2,97	2,28	508,4	16,64	4,69	6,09	2,57
III	—	idem	23,0	20,0	3,90	3,50	542,9	13,82	5,17	6,01	1,96

Tableau 10

Analyse chimique et physico-mécanique des essais semiindustriels dans le cas du tannage au formol-chrôme (prétannage au formol à pH acide)

Essais	Concentration en formol à 36% dans le cas du prétannage au formol %	Flexion	Allongement à la rupture %	Allongement à la craquelure de la fleur %	Résistance à la traction kg/mm²	Résistance à la craquelure de la fleur kg/mm²	Indice de perméabilité aux vapeurs d'eau mg	Umidité %	Cr_2O_3 %	Cendres %	Substances grasses %
I	1,5	résiste	19,0	15,0	2,62	1,98	535,3	14,23	3,97	5,56	4,80
II	2,0	idem	17,0	15,0	3,82	3,11	314,3	15,76	4,23	5,11	5,74
III	—	idem	23,0	20,0	3,90	3,50	542,9	13,82	5,17	6,01	1,96

une basicité de 46%. Après avoir foulé 5...8 heures, les peaux ont été laissées dans le foulon pendant la nuit.

Le lendemain matin, après avoir controlé le fin du tannage par l'essai à l'eau bouillante, les cuirs sont sortis du foulon et laissés sur chevalet pendant 24 heures. Ensuite les opérations de finissage ont été executées comme d'habitude.

Les cuirs tannés au formol-chrôme pour lesquels le formolage a été fait à pH = 7,0... 7,2, présentent une fleur fine; ils sont plus souples par rapport aux cuirs formolés à un pH acide, qui sont moins souples et un peu plus raides.

Tous ces cuirs ont été annalysés et les résultats des analyses sont consignés dans les tableaux 9 et 10. Ces résultats sont comparés avec ceux obtenus de l'analyse des cuirs à dessus (box) obtenus à la fabrique „Partizanul", Bacău. On observe que les cuirs prétannés au formol à pH = 7,0... 7,2 ont des propriétés supérieures à celles des cuirs prétannés au formol à pH acide. L'allongement à la craquelure de la fleur des cuirs tannés au formol-chrôme est plus petit que celui obtenu pour le cuir chrômé, de la production courante de la fabrique „Partizanul".

Toutes les autres caractéristiques des cuirs tannés au formol-chrôme, pour lesquels le formolage préalable a été conduit à pH = 7,0... 7,2, sont très rapprochées des celles des cuirs avec lesquels on a fait la comparaison.

7. Conclusions

a) Les essais de tannage au formol-chrôme montrent qu'on peut obtenir des cuirs façon box, ayant des qualités satisfaisantes, en utilisant dans le cas du tannage au chrôme, seulement 1,5% de Cr_2O_3.

b) Compte tenu des résultats obtenus on peut établir un processus technologique du tannage combiné au formol-chrôme qui, sans doute, pourrait être verifié et amélioré dans une série d'essais semiindustrielles et ensuite industrielles.

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de la Technologie, des Peaux, des Fourrures
et des Matières Tannantes
et
Fabrique „Partizanul", Bacău

BIBLIOGRAPHIE

1. Alexa Gh., Chiriţă Gh., Chiriţă A., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1960, **VI**, (**X**), *1—2*, pp. 192—202.

О ВЫБОРЕ ДЛЯ ОПОЕК НАИЛУЧШИХ УСЛОВИЙ ДУБЛЕНИЯ ФОРМАЛЬДЕГИД ХРОМОМ

(Резюме)

В одной из предыдущих работ авторы изучали [1] различные факторы, влияющие на комбинированное формальдегид-хром дубление.

Лабораторные исследования показали, что в случае предубления формальдегидом, можно уменьшать процент окиси хрома от 2,5% до 1,5%.

В продолжении этого исследования в настоящей работе изучается, в полузаводской установке на фабрике „Партизанул" г. Бакэу, физико-механические показатели кож, продубленных формальдегид-хромом, изменяя разчичные факторы, которые влияют на это дубление.

Полученные результаты показали, что продубленный этим методом, опоек можно сравнить с обычным опойком, дубленным только хромом, хотя количество окиси хрома составляют в изученном случае только 40% использованного количества окиси хрома при обычном дублении.

ASUPRA STABILIRII CONDIŢIILOR OPTIME DE TĂBĂCIRE ÎN TANAJUL COMBINAT FORMOL-CROM, PENTRU PIEI DE FEŢE

(Rezumat)

Într-o lucrare anterioară [1] s-au studiat o serie de factori specifici care intervin în tanajul combinat formol-crom. Cercetările efectuate în laborator au arătat că pretanajul cu formol permite o reducere a cantităţii de Cr_2O_3 necesară tanajului în crom, la 1,5%.

În prezenta lucrare se studiază, în continuare, pe scară semi-industrială, la fabrica „Partizanul", Bacău, caracteristicile fizico-mecanice ale pieilor tăbăcite după procedeul combinat formol-crom, variindu-se diverşi factori ce intervin în tanajul formol-crom.

Rezultatele obţinute arată că pieile de feţe de încălţăminte, tăbăcite după acest procedeu, sînt comparabile cu pieile tăbăcite numai în crom, cu toate că cantitatea de Cr_2O_3 folosită este cu circa 40% mai mică (raportată la pielea gelatină, decît cea folosită în tanajul cu crom.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 576.15.07

SAMALE ARTIFICIALE PE BAZĂ DE EXTRACT ENZIMATIC DIN MUCOASĂ INTESTINALĂ

DE

C. STRUB, ALICE BRĂTIANU, IRINA IAROŞINSCHI-DRABIC, CORNELIA MAGA şi VIOLETA CIOATĂ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

În cazul fabricării pieilor tăbăcite, care trebuie să se caracterizeze printr-o moliciune şi un tuşeu determinat, cum şi printr-o deosebită extensibilitate şi fineţe a feţei, este necesară aplicarea în cursul prelucrării a unui proces enzimatic, respectiv tratarea pielii gelatină, cu aşa-numitele „samale".

Tratarea cu samale, respectiv băiţuirea, are asupra pielii gelatină următoarele efecte: a) înlătură umflarea obţinută în cenuşar, adică provoacă „căderea" pielii gelatină, b) continuă decalcificarea acesteia, c) realizează un pH superficial convenabil, d) solubilizează produsele de degradare parţială ale colagenului, care se formează într-o oarecare măsură în faza cenuşarului, fără a acţiona asupra colagenului nativ, e) curăţă dermul de celule conjunctive şi fibrele conjunctive de substanţe interfibrilare, care de asemenea se solubilizează [1, p. 260], f) modifică proprietăţile tinctoriale specifice ale fibrelor elastice (resorcină-fuxină după Weigert şi orceină după Unna) fără însă a le solubiliza [2] şi care după un tratament cu enzime, în anumite condiţiuni, suferă segmentări [3], [4] cu consecinţe dealtfel favorabile asupra tuşeului pielii, g) hidrolizează keratozele [5], adică produsele de descompunere ale keratinelor, obţinute de asemenea în cenuşar.

Realizarea efectelor atît de variate nu este posibilă decît printr-o acţiune enzimatică, care este atît de specifică încît nu poate fi înlocuită prin nici o altă metodă.

Acţiunea enzimatică a samalelor se datoreşte enzimelor proteolitice, endo- şi exopeptidaze, care catalizează scindarea legăturilor peptidice din molecula proteinelor şi a produselor lor de degradare (polipeptide, peptide, dipeptide) pînă la aminoacizi, endopeptidazele (pepsinele, tripsinele şi catapsinele) acţionînd asupra legăturilor peptidice centrale, exopeptidazele (carboxipeptidaze, aminopeptidaze şi dipeptidaze), asupra legăturilor adiacente unui aminoacid terminal [6, pp. 694, 707].

Alegerea produselor enzimatice, în scopul sămăluirii, cum şi parametrii de folosire a acestora, sînt funcţie de specificitatea enzimelor conţinute în ele, funcţie de tratamentele pielii gelatină înainte de sămăluire şi funcţie de efectele pe care urmărim să le realizăm asupra pielii.

Samalele curent utilizate sînt produse enzimatice pe bază de pancreatină, obţinute din pancreasul animalelor mari, care conţine în cantitate mare tripsină pancreatică şi alte enzime proteolitice. Enzimele conţinute în pancreatină alcătuiesc dealtfel un complex de enzime formate din: proteinaze, protaminaze, carboxipolipeptidaze, aminopolipeptidaze, prolinaze şi dipeptidaze [7, I/2, S. 211], tripsina fiind cea mai abundentă, alături de care mai găsim lipaze şi amilaze, al căror rol asupra pielii gelatină, cu complexul de substanţe pe care le conţine, este cel specific. În sămăluire pancreasul poate fi folosit ca atare sau de preferinţă sub formă de preparat, denumit „concentrat" [1, p. 298] sau sama de tip „oropon", după denumirea dată de către O. Röhm primului preparat enzimatic din pancreas utilizat la băiţuire.

Datorită limitării pancreasului din punct de vedere cantitativ, care este puternic solicitat pentru prepararea insulinei, s-au efectuat numeroase cercetări pentru obţinerea de preparate enzimatice cu efecte analoge şi în acest sens putem cita preparatul sovietic „orizon" (obţinut prin culturi de *Aspergillus oryzae*) cum şi încercările lui P. S. Kopeliowitsch [8] de a obţine un preparat enzimatic, cu efecte de sămăluire, din mucoasa intestinului animal, încercări care au dat rezultate mulţumitoare.

Problema înlocuirii extractului de pancreas, în cazul fabricării samalelor artificiale, fiind pusă şi în ţara noastră, în lucrarea de faţă am încercat să aducem o contribuţie în acest sens, determinînd posibilitatea pe care ar putea-o oferi un extract enzimatic de mucoasă intestinală, pe care l-am preparat.

Mucoasa intestinală a animalelor mari conţine enzime proteolitice, care în literatura mai veche [9], [7, I/1, S. 399] sînt cunoscute sub denumirea de „erepsină", care cuprinde un întreg complex de exo-peptidaze, şi care se credea înainte că este o singură enzimă alături de care se găsesc cantităţi mici de enzime triptice.

Pentru obţinerea extractului de mucoasă intestinală am utilizat o mucoasă intestinală proaspătă, (de la bovine de 6 ... 7 ani), provenită din intestinul subţire, care a fost deshidratată timp de 48 ore cu alcool etilic (95°). Mucoasa deshidratată a fost separată de excesul de lichid prin scurgere şi centrifugare şi apoi uscată la etuvă sub 50°C. Produsul uscat a fost triturat prin mojarare şi cernut printr-o sită de mătase. Pentru încercări au fost preparate mai multe şarje, randamentul de extract uscat de mucoasă în raport cu mucoasa proaspătă fiind de cca. 10%.

Extractul de mucoasă intestinală obţinut a fost analizat din punct de vedere al activităţii enzimatice, folosindu-se în acest scop metoda „cifrei de caseină" după Kubelka-Wagner [10], care permite să se determine „cifra de caseină" ce reprezintă cantitatea de caseină (în grame) care poate fi digerată de 1000 g preparat enzimatic, în timp de 30 minute, la 40°C. Deoarece metoda Kubelka-Wagner utilizează o serie de parametri bine determinaţi, ea fiind specifică pentru determinarea activităţii enzimatice a extractelor de pancreas, a fost necesară determinarea parametrilor de utilizare a metodei în cazul preparatului nostru de mucoasă intestinală, activitatea sa enzimatică fiind diferită.

În acest scop am efectuat un mare număr de determinări variind: concentraţia soluţiei de caseină, durata şi temperatura de extracţie a enzimei la pregătirea soluţiei de analizat, precum şi durata şi temperatura de digerare a soluţiei de caseină prin enzimă.

Rezultatele acestor determinări sînt rezumate în tabelul 1, fiecare serie de încercări cuprinzînd cîte 10 determinări, cu concentraţii variabile şi crescînde (0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; ... ; 1 ml) de soluţie enzimatică.

Din analizarea datelor cuprinse în tabelul 1 se poate constata că: a) soluţia de 1% extract enzimatic de mucoasă intestinală are o activitate redusă chiar dacă durata de difuzie şi cea de digerare cresc (seria *1, 7, 11, 14, 18, 21*), b) soluţia de 2% extract de mucoasă prezintă o activitate enzimatică mai accentuată, dar totuşi insuficientă pentru a digera complet soluţia etalon de caseină (seria *2, 5, 8, 12, 15, 19* şi *22*), c) soluţia de 3% extract de mucoasă prezintă o activitate enzimatică mulţumitoare (seria *13, 16, 20, 23*), d) soluţia de 4% extract de mucoasă

Tabelul 1

Determinarea activității enzimatice a preparatului de mucoasă intestinală

Nr. probei	Concentrația sol. de caseină %	Concentrația sol. în enzimă (mucoasă) %	Durata de difuzie a enzimei min.	Temp. de difuzie a enzimei °C	Durata de digerare a caseinei min.	Temperatura de digerare °C	Aspectul eprubetelor după digerare și precipitare cu soluție alcoolică de acid acetic	Valoarea cifrei de caseină
1	0,05	1	30	37	60	40	precipitat abundent în toate eprubetele	
2	0,05	2	30	37	60	40	precipitat abundent în primele 6 eprubete, apoi opalescență intensă	
3	0,05	3	30	37	60	40	precipitat în primele 4 eprubete, apoi opalescență intensă	
4	0,05	4	30	37	60	40	idem	
5	0,05	2	60	37	60	40	precipitat în primele 6 eprubete, apoi opalescență descrescîndă de la eprubeta 7 către 10	
6	0,05	3	60	37	60	40	idem, începînd cu eprubeta 6	
7	0,05	1	90	37	60	40	precipitat cu același aspect în primele 8 eprubete, apoi opalescență intensă	
8	0,05	2	90	37	60	40	precipitat în primele 6 eprubete, apoi opalescență descrescîndă de la eprubeta 7 către 10	
9	0,05	3	90	37	60	40	idem, începînd cu eprubeta 6	
10	0,05	4	90	37	60	40	idem	
11	0,05	1	60	37	90	40	precipitat cu același aspect în toate eprubetele	
12	0,05	2	60	37	90	40	precipitat în primele 7 eprubete, apoi opalescență intensă	
13	0,05	3	60	37	90	40	opalescență intensă în primele 4 eprubete, apoi opalescență slabă. Aspect clar în eprubeta 10	
14	0,05	1	60	40	60	40	precipitat în primele 8 eprubete, apoi opalescență intensă	
15	0,05	2	60	40	60	40	precipitat în primele 8 eprubete, apoi opalescență intensă	
16	0,05	3	60	40	60	40	opalescență intensă în primele 4 eprubete, apoi o foarte fină suspensie apropiindu-se de clar	166
17	0,05	4	60	40	60	40	același aspect începînd cu eprubeta 4	150
18	0,05	1	30	40	60	40	precipitat cu același aspect în toate eprubetele	
19	0,05	2	30	40	60	40	precipitat în primele 7 eprubete, apoi opalescență intensă	
20	0,05	3	30	40	60	40	opalescență de intensitate descrescîndă de la prima către ultima eprubetă	
21	0,05	1	60	40	90	40	nici o modificare față de seria *14*	
22	0,05	2	60	40	90	40	nici o modificare față de seria *15*	
23	0,05	3	60	40	90	40	nici o modificare față de seria *16*	

prezintă o activitate enzimatică aproape identică cu cea a soluţiei de 3%, deci creşterea concentraţiei în enzimă peste 3%, pentru soluţia analitică, nu prezintă nici un sens.

Din consideraţiile făcute asupra datelor cuprinse în tabelul 1 rezultă că metoda „cifrei de caseină" Kubelka-Wagner poate fi folosită şi în cazul determinării activităţii enzimatice a extractului de mucoasă intestinală, cu următoarele modificări ale parametrilor de lucru: a) concentraţia soluţiei enzimatice —3% în loc de 1%, b) durata şi temperatura de difuzie a enzimei în soluţie, în cazul preparării soluţiei analitice — 60 minute şi 40°C în loc de 30 minute şi 37°C, c) durata de digerare — 60 minute în loc de 30 minute. Aceste rezultate conduc de asemenea la concluzia că intensitatea enzimatică a extractului de mucoasă intestinală este de trei ori mai scăzută ca a extractelor pancreatice.

Extractul nostru de mucoasă intestinală prezintă o cifră de caseină de 166, în condiţiile parametrilor de lucru stabiliţi de noi, comparabilă cu cifra de caseină (169) obţinută de P. S. Kopeliowitsch (*op. cit.*) de asemenea pentru un preparat de mucoasă intestinală, determinată după metoda Fuld-Gross.

Extractul obţinut de noi a fost apoi utilizat pentru încercări de sămăluire a pielii gelatină de viţel, în comparaţie cu o sama pe bază de extract de pancreas de tip „oropon", de următoarea compoziţie [11]:

extract uscat de pancreas 3,5%,
clorură de amoniu 65,0%,
rumeguş de lemn ca suport inert . . . 31,0%,

după care ne-am orientat în pregătirea samalelor pe bază de extract de mucoasă intestinală, obţinut de noi.

Pentru o primă serie de încercări am preparat samale cu un conţinut variabil în extract enzimatic, indicat în tabelul 2, utilizînd ca regulator al acţiunii enzimatice clorura de amoniu şi sulfatul de amoniu, cantitatea de rumeguş întrebuinţată fiind de 31%.

Cu samalele astfel preparate s-a trecut la efectuarea unor încercări de băiţuire pe pielea gelatină, utilizîndu-se 1% extract enzimatic în raport cu greutatea pielii gelatină, durata procesului fiind de 2 ore iar temperatura de 37°C (seria de încercări *1...20*).

Controlul efectului enzimatic asupra pielii gelatină s-a făcut urmărind modificările fibrelor elastice în secţiunile cu o grosime de 10 μ, microtomate din preparate congelate şi colorate cu orceină.

Din observarea microscopică a secţiunilor provenite din toate probele de piele gelatină băiţuite (*1...20*) nu s-au putut deduce nici un fel de transformări esenţiale ale fibrelor elastice, cu excepţia unei uşoare umflări a acestor fibre în cazul utilizării samalei cu un conţinut de 11,5% extract enzimatic. Uşoara umflare a fibrelor elastice, observată la probele din seria *10* şi *20*, cum şi determinarea acţiunii enzimatice a extractului obţinut de noi, ne-a impus efectuarea de încercări de băiţuire în condiţii mai energice, în care scop am repetat tratamentul enzimatic asupra pielii gelatină, cu cantităţi mai mari de extract enzimatic de mucoasă, variind în acelaşi timp şi durata de acţiune a samalei şi folosind ca martor o sama de tip oropon, cu compoziţia indicată, în propor-

ţie de 1% în raport cu pielea. Această a doua serie de încercări a fost efectuată în condiţiile indicate în tabelul 3 şi a urmărit să stabilească condiţiile optime de utilizare a samalelor pe bază de extract de mucoasă obţinut de noi.

Efectul de băiţuire a fost urmărit pe de-o parte organoleptic, prin modificarea aspectului pielii în timpul băiţuirii şi prin proba de cădere a pielii [12] cu ajutorul volumenometrului, prin care se determină diferenţa dintre volumul pielii înainte şi după băiţuire şi care permite să tragem concluzii practice imediate.

În cazul celor 13 probe (seria *22 ... 29* şi *30 ... 34*), efectele de băiţuire au fost mai mult sau mai puţin comparabile cu proba martor (seria de probe *21*) şi concordă cu concluziile care se pot trage din observarea histologică a secţiunilor (aspectul fibrelor elastice al probelor *22 ... 34*) efectuate asupra probelor respective. Observarea lamelor cu secţiunile efectuate asupra pieilor băiţuite în condiţii variabile, s-a făcut atît la microscopul obişnuit cît şi la microscopul cu contrast de faze.

Rezultatele examenului microscopic efectuat sînt rezumate în tabelul 3, fig. 1...18 ilustrînd cîteva aspecte caracteristice, obţinute cu ocazia examenului histologic al secţiunilor, şi indică pentru probele *27* şi *31* efecte foarte asemănătoare cu proba *21*, obţinută cu sama de tip oropon, care a servit drept martor.

Din analiza efectelor obţinute, în condiţiile în care s-a lucrat, se pot trage următoarele concluzii:

a) Mucoasa intestinală, care reprezintă un deşeu al abatoarelor, poate fi utilizată pentru obţinerea de samale artificiale, utilizabile pentru băiţuirea peilor. Încercările efectuate pe o partidă industrială, la una din fabricile noastre de pielărie, au dat rezultate mulţumitoare.

Tabelul 2

Determinarea cantităţii de extract enzimatic pe bază de mucoasă, utilizînd ca regulator NH_4Cl şi $(NH_4)_2SO_4$

Nr. prob.	Cantit. extract enzim. pe bază de mucoasă %	Cantit. NH_4Cl %	Cantit. $(NH_4)_2SO_4$ %
1	2,5	—	65
2	3,5	—	65
3	4,5	—	65
4	5,5	—	65
5	6,5	—	65
6	7,5	—	65
7	8,5	—	65
8	9,5	—	65
9	10,5	—	65
10	11,5	—	65
11	2,5	65	—
12	3,5	65	—
13	4,5	65	—
14	5,5	65	—
15	6,5	65	—
16	7,5	65	—
17	8,5	65	—
18	9,5	65	—
19	10,5	65	—
20	11,5	65	—

b) Extractul de mucoasă intestinală, obţinut de noi, prezintă o activitate enzimatică de trei ori mai redusă ca cel pe bază de pancreas, ceea ce se explică prin conţinutul ridicat în exoproteaze, a căror activitate este îndreptată asupra legăturilor peptidice adiacente aminoacizilor terminali. Utilizarea sa în procesul de băiţuire este justificată prin faptul că pielea gelatină ajunsă în faza în care i se aplică procesul enzimatic a suferit în cenuşar o acţiune alcalină puternică şi componentele care urmează să fie solubilizate sînt deja în parte hidrolizate, aşa încît pot fi accesibile unei samale cu un conţinut redus de endoproteaze (tripsină).

Utilizarea samalelor pe bază de mucoasă intestinală prezintă, din acest punct de vedere, avantajul de a nu degrada ţesutul dermic atunci cînd acţiunea lor ar fi prea exagerată.

c) Datorită concentraţiei mai reduse în principiu enzimatic activ, samalele pe bază de extract de mucoasă intestinală trebuie să fie de trei ori mai concentrate în extract enzimatic, în raport cu cele de tip oropon. Pentru realizarea unui efect de băiţuire analog cu cel al samalelor de tip oropon este necesar ca durata de băiţuire să fie prelungită de la 2 la 6 ore, atunci cînd cantitatea de sama în raport cu pielea gelatină este de 2%.

Tabelul 3

Condiţiile de băiţuire ale probelor de piele gelatină şi rezultatele examenului microscopic al secţiunilor de piele băiţuită, obţinute prin microtomare la congelare şi colorate cu orceină, pentru punerea în evidenţă a fibrelor elastice

Nr. probei	Cantitatea de extract de mucoasă în sama %	Cantitatea de sama pe bază de mucoasă utilizată la băiţuire %	Cantitatea de sama pe bază de tip oropon %	Durata de băiţuire ore	Aspectul secţiunii
21	—	—	1	2	fibre elastice mai puţine, slab fragmentate
22	6,5	1	—	4	nu se observă nici o modificare a fibrelor elastice
23	10,5	1	—	4	idem
24	10,5	2	—	2	fibre elastice mai puţine
25	10,5	5	—	2	idem
26	10,5	10	—	2	idem
27	10,5	2	—	4	fibre elastice mai puţine, unele fragmentate
28	10,5	5	—	4	fibre elastice fragmentate net
29	10,5	10	—	4	fibre elastice puternic fragmentate
30	10,5	1	—	6	fibre elastice întregi
31	10,5	2	—	6	fibre elastice puternic fragmentate
32	10,5	3	—	6	fibre elastice intens fragmentate
33	10,5	4	—	6	idem
34	10,5	5	—	6	idem

d) Activitatea enzimatică a enzimelor fiind influenţată, în general, de o serie de factori ca: temperatura, pH, activatorii şi inhibitorii, electroliţii etc., considerăm deschisă problema studiului extractului de mucoasă intestinală în scopul determinării condiţiilor optime de utilizare ale acestui extract.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologia pielii, blănurilor şi materialelor tanante
şi
Institutul de medicină „Dr. D. Bagdasar", Iaşi

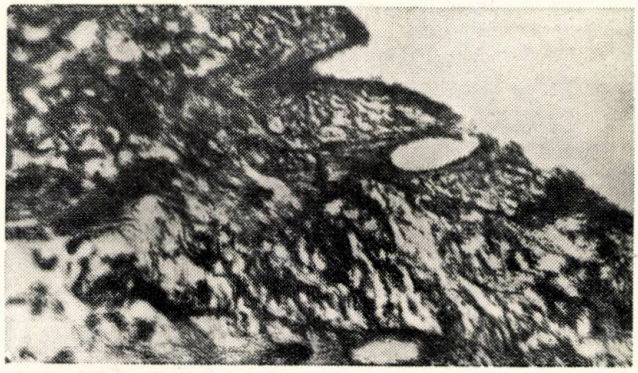


Fig. 1. — Piele tratată cu 1 % sama tip „oropon", timp de 2 ore.
Secţiune prin proba *21*, (obiectiv 3, ocular 4)

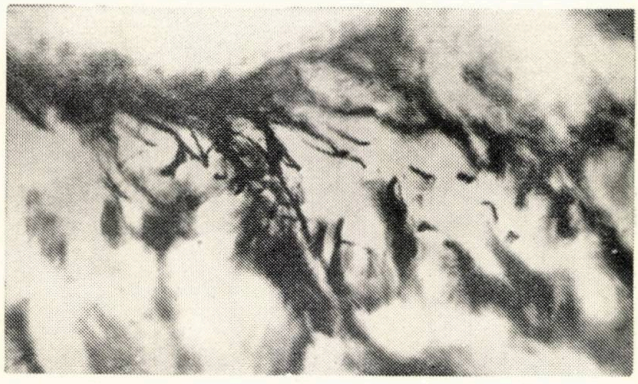


Fig. 2. — Piele tratată cu 1% sama tip „oropon", timp de 2 ore.
Secţiune prin proba *21*, (obiectiv 7, ocular 4).

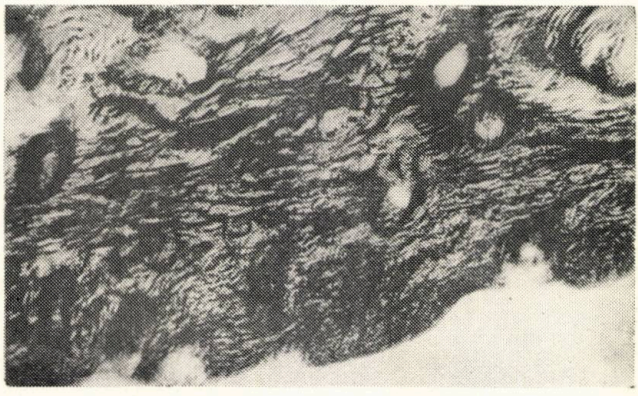


Fig. 3. — Piele tratată cu 2% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 2 ore.
Secţiune prin proba *27*, (obiectiv 3, ocular 4).

Fig. 4. — Piele tratată cu 2% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 4 ore.
Secţiune prin proba 27, (obiectiv 7, ocular 4).

Fig. 5. — Piele tratată cu 5% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 4 ore.
Secţiune prin proba 28, (obiectiv 3, ocular 4).

Fig. 6. — Piele tratată cu 5% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 4 ore.
Secţiune prin proba 28, (obiectiv 7, ocular 4).

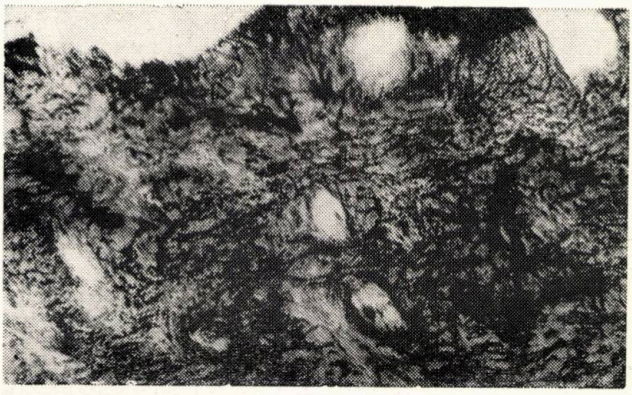


Fig. 7. — Piele tratată cu 10% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 4 ore.
Secţiune prin proba *29*, (obiectiv 3, ocular 4).

Fig. 8.—Piele tratată cu 10% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 4 ore.
Secţiune prin proba *29*, (obiectiv 7, ocular 4).

Fig. 9. — Piele tratată cu 1% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 6 ore.
Secţiune prin proba *30*, (obiectiv 3, ocular 4).

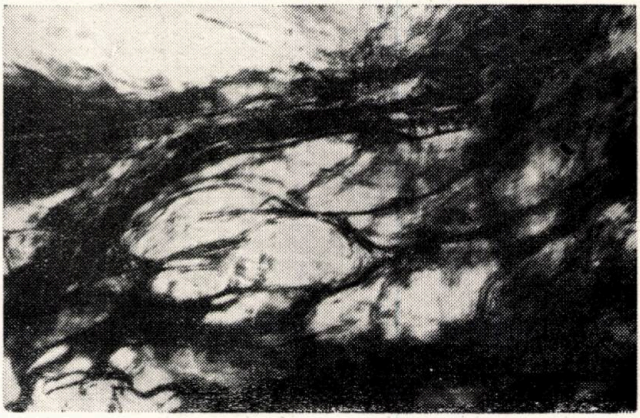


Fig. 10. — Piele tratată cu 1% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 6 ore
Secţiune prin proba *30,* (obiectiv 7, ocular 4).

Fig. 11.—Piele tratată cu 2% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 6 ore.
Secţiune prin proba *31,* (obiectiv 3, ocular 4).

Fig. 12.- Piele tratată cu 2% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 6 ore.
Secţiune prin proba *31,* (obiectiv 7, ocular 4).

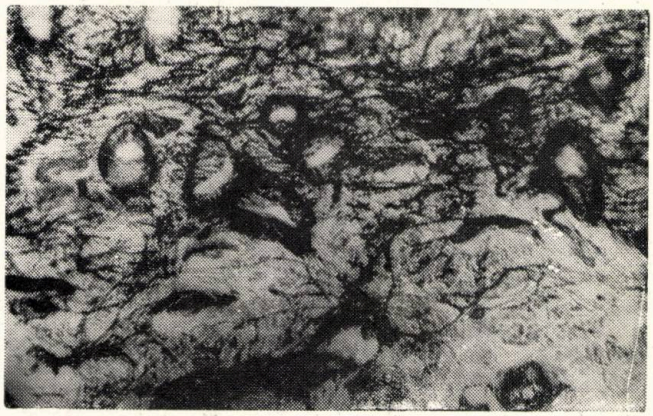


Fig. 13. — Piele tratată cu 3% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 6 ore.
Secțiune prin proba *32*, (obiectiv 3, ocular 4).

Fig. 14.—Piele tratată cu 3% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 6 ore.
Secțiune prin proba *32*, (obiectiv 7, ocular 4).

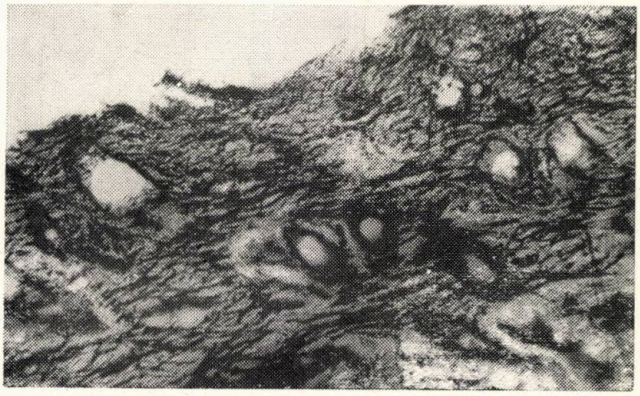


Fig. 15.—Piele tratată cu 4% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 6 ore.
Secțiune prin proba *33*, (obiectiv 3, ocular 4).

Fig. 16. — Piele tratată cu 4% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 6 ore.
Secţiune prin proba *33*, (obiectiv 7, ocular 4).

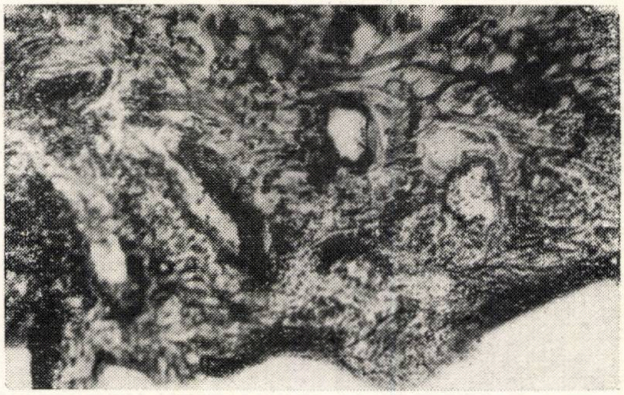


Fig. 17.—Piele tratată cu 5% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 6 ore.
Secţiune prin proba *34* (obiectiv 3, ocular 4).

Fig. 18.— Piele tratată cu 5% sama pe bază de mucoasă intestinală, timp de 6 ore.
Secţiune prin proba *33*, (obiectiv 7, ocular 6).

BIBLIOGRAFIE

1. Cernov N. V. şi colab., *Tehnologia pielii*, Ed. Tehn., Buc., 1952, (trad. din l. rusă).
2. Küntzel A., *Die Histologie der tierischen Haut*, Th. Steinkopf Verl., Dresden u. Leipzig, 1925, S. 31.
3. Vood I. T., Ind. Chem., 1921, **13**, p. 1135, (citat după Wilson J. A., *Die Chemie der Lederfabrikation*, **I**, J. Springer, Wien, 1930, S. 299).
4. Brătianu Ş., Hurduc M., Brătianu A., Morf. norm. şi patol., 1956, **1**, *2*, p. 122.
5. Wilson J. A., Merrill H. B., Le cuir technique, 1926, pp. 406—407.
6. Soru E., *Biochimie medicală*, **I**, Ed. med., Buc., 1959.
7. Grassmann W., *Handbuch der Gerbereichemie und Lederfabrikation*, J. Springer, Wien.
8. Kopeliowitsch P. S., Collegium, 1931, S. 738.
9. Wilson J. A., *Die Chemie der Lederfabrikation*, **I**, J. Springer, Wien, 1930, S. 177.
10. Küntzel A., *Gerbereichemisches Taschenbuch*, Th. Steinkopf, Dresden u. Leipzig, 1943, S. 92.
11. Meunier L., *La tannerie*, **I**, Gauthier-Villars, Paris, 1936, p. 241.
12. Grasser G., *Handbuch für gerbereichemische Laboratorien*, J. Springer, Wien, 1929, S. 193.

ИСКУССТВЕННЫЕ МЯГЧИТЕЛИ НА ОСНОВЕ ЭНЗИМНОГО ЭКСТРАКТА ИЗ СЛИЗИСТОЙ ОБОЛОЧКИ КИШЕЧНИКА

(Резюме)

Учитывая, что поджелудочная железа животных представляет собой ценное сырье для фармацевтической промышленности, авторы, в данной работе, пытаются заменить поджелудочную железу, употребляемую обыкновенно в изготовлении искусственных мягчителей, энзимным экстрактом из кишек крупного рогатого скота.

Изготовив таким образом искусственный мягчитель, авторы определили энзимное действие их препарата, изменив для этой цели параметры способа Кубелка-Вагнера и изучили действие этого препарата на голь, сравнив его с действием искусственного мягчителя типа „оропон", применяя для контроля энзимного действия способ деградации эластичных фибр.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Разрез пробы *21*, (объектив 3, окуляр 4). Кожа обработанная 1%-ым мягчителем „оропон", в течении 2-х часов.
Рис. 2. — Разрез пробы *21* (объектив 7, окуляр 4). Кожа обработанная 1%-ым мягчителем „оропон" в течении 2-х часов.
Рис. 3. — Разрез пробы *27*, (объектив 3, окуляр 4). Кожа обработанная 2%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 4-х часов.
Рис. 4. — Разрез пробы *27*, (объектив 7, окуляр 4). Кожа обработанная 2%-ым магчителем из слизистой кишечника, в течении 4-х часов.
Рис. 5. — Разрез пробы *28*, (объектив 3, окуляр 4). Кожа обработанная 5%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 4-х часов.
Рис. 6. — Разрез пробы *28*, (объектив 7, окуляр 4). Кожа обработанная 5%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 4-х часов.
Рис. 7. — Разрез пробы *29*, (объектив 3, окуляр 4). Кожа обработанная 10%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 4-х часов.
Рис. 8. — Разрез пробы *29*, (объектив 7, окуляр 4). Кожа обработанная 10%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 4-х часов.
Рис. 9. — Разрез пробы *30*, (объектив 3, окуляр 4). Кожа обработанная 1%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 6-ти часов.
Рис. 10. — Разрез пробы *30*, (объектив 7, окуляр 4). Кожа обработанная 1%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 6-ти часов.
Рис. 11. — Разрез пробы *31*, (объектив 3, окуляр 4). Кожа обработанная 2%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 6-ти часов.
Рис. 12. — Разрез пробы *31*, (объектив 7, окуляр 4). Кожа обработанная 2%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 6-ти часов.
Рис. 13. — Разрез пробы *32*, (объектив 3, окуляр 4). Кожа обработанная 3%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 6-ти часов.

Рис. 14. — Разрез пробы *32*, (объектив 7, окуляр 4). Кожа обработанная 3%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 6-ти часов.
Рис. 15. — Разрез пробы *33*, (объектив 3, окуляр 4). Кожа обработанная 4%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 6-ти часов.
Рис. 16. — Разрез пробы *33*, (объектив 7, окуляр 4). Кожа обработанная 4%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 6-ти часов.
Рис. 17. — Разрез пробы *34*, (объектив 3, окуляр 4). Кожа обработанная 5%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 6-ти часов.
Рис. 18. — Разрез пробы *34*, (объектив 7, окуляр 4). Кожа обработанная 5%-ым мягчителем из слизистой кишечника, в течении 6-ти часов.

CONFITS ARTIFICIELS À BASE D'EXTRAIT ENZYMATIQUE DE LA MUQUESE INTESTINALE

(Résumé)

Compte tenu que le pancréas qu'on utilise pour l'obtention des confits artificiels est valorifié dans l'industrie pharmacéutique, le Auteurs ont étudié la possibilité de le remplacer par les enzymes des intestins des bovidés.

Les Auteurs préparent un confit à base d'extrait de la muqueuse intestinale, en modifiant les paramètres de la méthode Kubelka-Wagner; ils déterminent l'activité enzymatique et étudient son effet de confitage sur la peau en tripe par rapport au confit pancréatique du type „oropon".

Explication des figures

Fig. 1. — Section par l'échantillon *21*, (objectif 3, oculaire 4). Peau traitée avec 1% confit du type „oropon"; durée — 2 heures.
Fig. 2. — Section par l'échantillon *21*, (objectif 7, oculaire 4). Peau traitée avec 1% confit du type „oropon"; durée — 2 heures.
Fig. 3. — Section par l'échantillon *27*, (objectif 3, oculaire 4). Peau traitée avec 2% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 4 heures.
Fig. 4. — Section par l'échantillon *27*, (objectif 7, oculaire 4). Peau traitée avec 2% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 4 heures.
Fig. 5. — Section par l'échantillon *28*, (objectif 3, oculaire 4). Peau traitée avec 5% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 4 heures.
Fig. 6. — Section par l'échantillon *28*, (objectif 7, oculaire 4). Peau traitée avec 5% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 4 heures.
Fig. 7. — Section par l'échantillon *29*, (objectif 3, oculaire 4). Peau traitée avec 10% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 4 heures.
Fig. 8. — Section par l'échantillon *29*, (objectif 7, oculaire 4). Peau traitée avec 10% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 4 heures.
Fig. 9. — Section par l'échantillon *30*, (objectif 3, oculaire 4). Peau traitée avec 1% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 6 heures.
Fig. 10. — Section par l'échantilon *30*, (objectif 7, oculaire 4). Peau traitée avec 1% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 6 heures.
Fig. 11. — Section par l'échantillon *31*, (objectif 3, oculaire 4). Peau traitée avec 2% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 6 heures.
Fig. 12. — Section par l'échantillon *31*, (objectif 7, oculaire 4). Peau traitée avec 2% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 6 heures.
Fig. 13. — Section par l'échantillon *32*, (objectif 3, oculaire 4). Peau traitée avec 3% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 6 heures.
Fig. 14. — Section par l'échantillon *32*, (objectif 7, oculaire 4). Peau traitée avec 3% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 6 heures.
Fig. 15. — Section par l'échantillon *33*, (objectif 3, oculaire 4). Peau traitée avec 4% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 6 heures.
Fig. 16. — Section par l'échantillon *33*, (objectif 7, oculaire 4). Peau traitée avec 4% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 6 heures.
Fig. 17. — Section par l'échantillon *34*, (objectif 3, oculaire 4). Peau traitée avec 5% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 6 heures.
Fig. 18. — Section par l'échantillon *34*, (objectif 7, oculaire 4). Peau traitée avec 5% confit à base de muqueuse intestinale; durée — 6 heures.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUA
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 621.313.3

СИММЕТРИРОВАНИЕ ТРЕХФАЗНЫХ МАШИН В ОДНОФАЗНЫХ ТРЕХПРОВОДНЫХ СЕТЯХ

Н. И. ЧЕРНОПЯТОВ

1. *Введение*

В однофазной трехпроводной сети трехфазную машину можно включить по схеме рис. 1 а или по схеме рис. 1 б. Как показывает нижеприведенный анализ, как по одной, так и по другой схеме можно получить строго симметричные фазные величины машины при любом значении фазного угла. Комплексы проводимостей равны: для фазных токов прямой и обратной последовательностей $Y_1 = y_1 e^{-j\varphi_1}$ и $Y_2 = y_2 e^{-j\varphi_2}$ и симметрирующие проводимости $Y_{AB} = y_{AB} e^{-j\varphi_{AB}}$, $Y_{BC} = y_{BC} e^{-j\varphi_{BC}}$ и $Y_{BD} = y_{BD} e^{-j\varphi_{BD}}$.

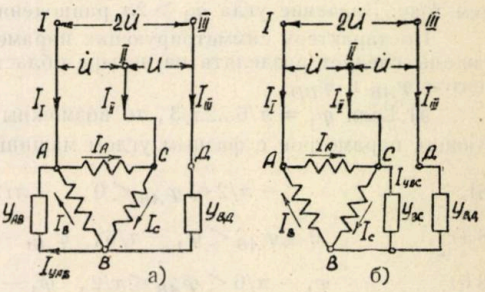


Рис. 1 — Схемы включения трехфазных машин в однофазную трехпроводную сеть.

2. *Анализ схемы включения машины по рис. 1 а*

По методу симметричных составляющих в трехфазных системах для рассматриваемой схемы можно составить два комплексных уравнения

$$\dot{U}_1 + \dot{U}_2 = \dot{U}, \tag{1}$$

$$(a^2 - a)\dot{U}_1 Y_1 - (a^2 - a)\dot{U}_2 Y_2 + a^2 \dot{U}_1 Y_{AB} + a\dot{U}_2 Y_{AB} + (2\dot{U} + a^2\dot{U}_1 + a\dot{U}_2) Y_{BD} = 0, \tag{2}$$

где: $\dot{U}_1$ и $\dot{U}_2$ — комплексы напряжений прямой и обратной последовательностей фазы A, $a = e^{j(2\pi/3)}$ — поворотный оператор.

Решая уравнения (1) и (2), получаем выражения прямой и обратной составляющих напряжений

$$\dot{U}_1 = \dot{U}[(a^2 - a)Y_2 - aY_{AB} + (a^2 - 1)Y_{BD}]/[(a^2 - a)(Y_1 + Y_2 + Y_{AB} + Y_{BD})], \tag{3}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}[(a^2 - a)Y_1 + a^2 Y_{AB} + (1 - a)Y_{BD}]/[(a^2 - a)(Y_1 + Y_2 + Y_{AB} + Y_{BD})]. \tag{4}$$

Для получения в машине строго кругового поля требуется отсутствие составляющих обратной последовательности, что будет иметь место, если выполняется как это следует из равенства (4), следующее комплексное уравнение

(5) $$(a^2 - a)\,Y_1 + a^2\,Y_{AB} + (1 - a)\,Y_{BD} = 0,$$

которое распадается на следующие два алгебраических уравнения

(5 а) $$\sqrt{3}\,y_1 \cos\varphi_1 + y_{AB}\sin(\pi/3 - \varphi_{AB}) + \sqrt{3}\,y_{BD}\sin(\varphi_{BD} + \pi/6) = 0,$$

(5 б) $$\sqrt{3}\,y_1 \sin\varphi_1 + y_{AB}\cos(\pi/3 - \varphi_{AB}) - \sqrt{3}\,y_{BD}\cos(\varphi_{BD} + \pi/6) = 0.$$

Из решения уравнений (5 а) и (5 б) находим модули симметрирующих параметров, обеспечивающих круговое поле машины

(6) $$y_{AB} = [\sqrt{3}\,y_1 \sin(\varphi_{BD} - \varphi_1 - \pi/3)]/\cos(\varphi_{AB} - \varphi_{BD}),$$

(7) $$y_{BD} = [y_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_{AB} - \pi/6)]/\cos(\varphi_{AB} - \varphi_{BD}).$$

Величина и характер симметрирующих параметров, как это следует из равенств (6) и (7), зависит от фазного угла машины φ_1. Фазный угол машины в общем случае может принимать значение от 0 до 2π. Угол машины $\varphi_1 = 0...\pi/2$ соответствует двигательному режиму при отстающем токе, угол $\varphi_1 = \pi/2...\pi$ соответствует генераторному режиму при опережающем токе, угол $\varphi_1 = \pi...3\pi/2$ — генераторному режиму при отстающем токе и угол $\varphi_1 = 3\pi/2...2\pi$ — двигательному режиму при опережающем токе. Значение угла $\varphi_1 > 2\pi$ равноценно углу $\varphi_1 - 2\pi$.

По характеру симметрирующих параметров возможные значения фазного угла машины следует разделить на четыре области, которые определяют значения аргументов φ_{AB} и φ_{BD}.

а) Если $\varphi_1 = \pi/6...2\pi/3$, то возможны три случая связи аргументов симметрирующих параметров с фазным углом машины

(8) $$-\pi/2 \leqslant \varphi_{AB} < 0, \quad -\pi/2 \leqslant \varphi_{BD} \leqslant \varphi_1 - 2\pi/3;$$

(8 а) $$0 \leqslant \varphi_{AB} < \varphi_1 - \pi/6, \quad \varphi_{AB} - \pi/2 < \varphi_{BD} \leqslant \varphi_1 - 2\pi/3;$$

(8 б) $$\varphi_1 - \pi/6 < \varphi_{AB} \leqslant \pi/2, \quad \varphi_1 - 2\pi/3 \leqslant \varphi_{BD} < \varphi_{AB} - \pi/2.$$

б) Если $\varphi_1 = 2\pi/3...7\pi/6$, то возможны также три случая связи аргументов

(9) $$-\pi/2 \leqslant \varphi_{AB} \leqslant \varphi_1 - 7\pi/6, \quad \varphi_1 - 2\pi/3 \leqslant \varphi_{BD} \leqslant \pi/2;$$

(9 а) $$\varphi_1 - 7\pi/6 \leqslant \varphi_{AB} < 0, \quad -\pi/2 \leqslant \varphi_{BD} \leqslant \varphi_1 - 2\pi/3;$$

(9 б) $$0 \leqslant \varphi_{AB} \leqslant \pi/2, \quad \varphi_{AB} - \pi/2 < \varphi_{BD} \leqslant \varphi_1 - 2\pi/3.$$

в) Если $\varphi_1 = 7\pi/6...5\pi/3$, то возможны два случая связи аргументов

(10) $$\varphi_1 - 7\pi/6 \leqslant \varphi_{AB} \leqslant \pi/2, \quad \varphi_{AB} - \pi/2 < \varphi_{BD} \leqslant \pi/2;$$

(10 а) $$0 < \varphi_{AB} < \varphi_1 - 7\pi/6, \quad -\pi/2 \leqslant \varphi_{BD} < \varphi_{AB} - \pi/2.$$

г) Если $\varphi_1 = 5\pi/3...13\pi/6$, то аргументы связаны неравенствами

(11) $$0 < \varphi_{AB} \leqslant \pi/2, \quad -\pi/2 \leqslant \varphi_{BD} < \varphi_{AB} - \pi/2.$$

Из выражений (6) и (7) следует, что строго круговое поле в машине при ограниченном значении фазного угла φ_1 можно получить при помощи лишь одного симметрирующего параметра Y_{AB} или Y_{BD}. Если $\varphi_{BD} = \varphi_1 - 2\pi/3$, то

(12) $$Y_{AB} = 0, \quad Y_{BD} = y_1[\sin(\varphi_1 - \pi/6) + j\cos(\varphi_1 - \pi/6)],$$

Из выражения (12) следует, что при помощи одного симметрирующего параметра Y_{BD} активно-реактивного характера круговое поле обеспечивается, если $\varphi_1 = \pi/6...7\pi/6$.

Если $\varphi_{AB} = \varphi_1 - 7\pi/6$, то

$$Y_{AB} = \sqrt{3}\, y_1[\sin(\varphi_1 - 2\pi/3) + j\cos(\varphi_1 - 2\pi/3)], \quad Y_{BD} = 0. \tag{13}$$

Из выражения (13) следует, что круговое поле можно обеспечить при помощи одного симметрирующего параметра Y_{AB} активно-реактивного характера, если $\varphi_1 = 2\pi/3...5\pi/3$.

В случае применения чисто реактивных симметрирующих параметров их комплексы определяются по формулам

$$Y_{AB} = j\sqrt{3}\, y_1 \sin(\varphi_1 - \pi/6), \quad Y_{BD} = y_1 \cos(\varphi_1 - \pi/6). \tag{14}$$

Если для симметрирования применять чисто реактивные параметры, то мощность требуемой емкости Q_C, мощность индуктивности Q_L и суммарная мощность реактивных симметрируюших параметров Q_P равна:

а) при $\varphi_1 = \pi/6...2\pi/3$

$$Q_C = Q_P = (2S_3/\sqrt{3})\cos(\varphi_1 - \pi/3), \quad Q_L = 0; \tag{15}$$

б) при $\varphi_1 = 2\pi/3...7\pi/6$

$$Q_C = (S_3/\sqrt{3})\sin(\varphi_1 - \pi/6), \quad Q_L = S_3 \sin(\varphi_1 - 2\pi/3), \quad Q_P = (2S_3/\sqrt{3})\sin(\varphi_1 - \pi/2); \tag{16}$$

в) при $\varphi_1 = 7\pi/6...5\pi/3$

$$Q_C = 0, \quad Q_L = Q_P = (2S_3/\sqrt{3})\sin(\varphi_1 - 5\pi/6); \tag{17}$$

г) при $\varphi_1 = 5\pi/3...13\pi/6$

$$Q_C = S_3 \cos(\varphi_1 - \pi/6), \quad Q_L = (S_3/\sqrt{3})\sin(\pi/6 - \varphi_1), \quad Q_P = (2S_3/\sqrt{3})\cos\varphi_1. \tag{18}$$

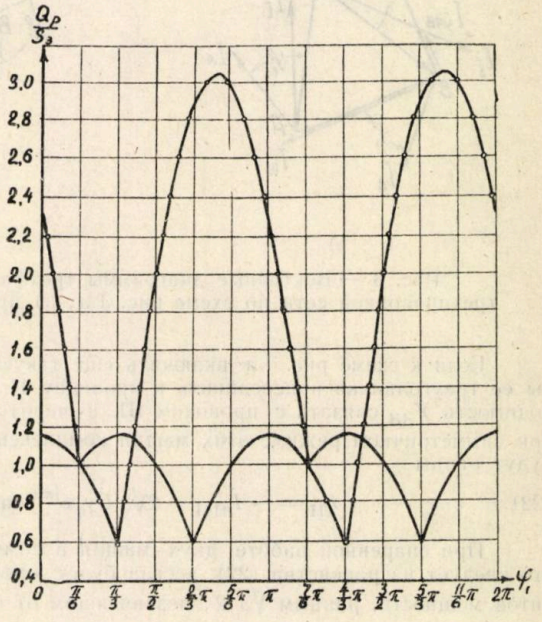


Рис. 2 — Зависимость суммарной мощности симметрирующих параметров от фазного угла машины.

В формулах (15)...(18) S_3 — кажущаяся мощность машины в трехфазном режиме.

На рис. 2 представлена зависимость суммарной мощности реактивных симметрирующих параметров при строго круговом поле машины ($Q_P/S_3 = f(\varphi_1)$).

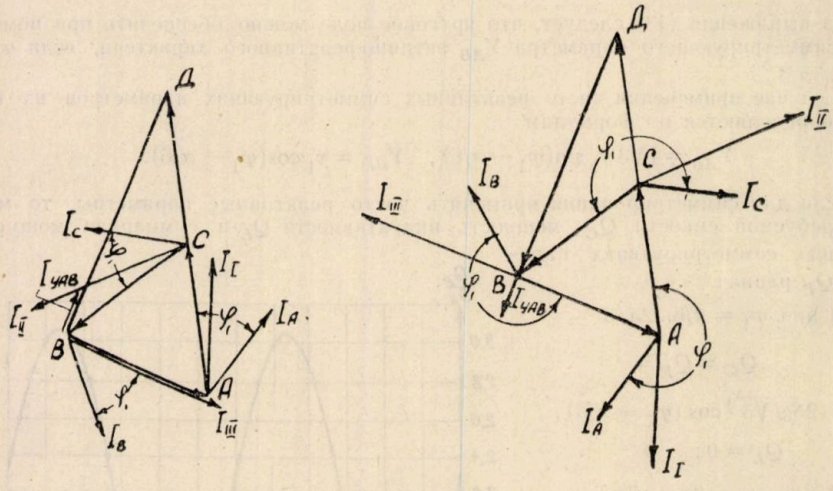
Комплексы токов в подводящих проводах при симметрировании машины чисто реактивными параметрами равны:

$$\dot{I}_I = (\sqrt{3}/4)\dot{U}y_1[3\sqrt{3}\cos\varphi_1 - \sin\varphi_1 - j2\sin(\varphi_1 - \pi/6)], \tag{19}$$

$$\dot{I}_{II} = \sqrt{3}\,\dot{U}y_1 e^{j(5\pi/6 - \varphi_1)}, \tag{20}$$

$$\dot{I}_{III} = \sqrt{3}\,\dot{U}y_1 e^{-j2\pi/3}\cos(\varphi_1 - \pi/6), \tag{21}$$

На рис. 3 а и 3 б представлены векторные диаметры напряжений и токов трехфазной машины при $\varphi_1 = \pi/4$ и $\varphi_1 = 5\pi/4$, применяя для симметрирования реактивные параметры. Первое значение фазного угла машины соответствует двигательному режиму с отстающим током при коэффициенте мощности $\sqrt{2}/2$, второе значение угла — генераторному режиму при отстающем токе с коэффициентом мощности $\sqrt{2}/2$.



а) б)

Рис. 3 — Векторные диаграммы трехфазных машин в однофазной трехпроводной сети по схеме рис. 1 а: а) при $\varphi_1 = \pi/4$, б) при $\varphi_1 = 5\pi/4$.

Если к схеме рис. 1 а включить еще такую же машину так, чтобы две вершины ее треугольника присоединить к проводам II и III, а третью вершину через проводимость Y_{AB} связать с проводом III и через проводимость Y_{BD} с проводом I, то при симметричном режиме этих машин комплексы результирующих токов в проводах будут равны

$$\dot{I}_{\text{лI}} = -\dot{I}_{\text{лIII}} = 2\sqrt{3}\,\dot{U}y_1 e^{j\pi/6}\cos\varphi_1\,, \quad \dot{I}_{\text{лII}} = 0\,. \tag{22}$$

При спаренной работе двух машин в симметричном режиме ток в линии, как это следует из равенства (22), всегда будет опережающим с постоянным коэффициентов мощности, равным $\sqrt{3}/2$, независящим от фазного угла машины.

3. *Анализ схемы включения машины по рис. 1 б*

Используя метод симметричных составляющих, получаем выражения комплексов напряжений прямой и обратной составляющих для фазы А

$$\dot{U}_1 = \dot{U}[(a^2 - a)Y_2 + a^2 Y_{BC} + (a^2 - 1)Y_{BD}]/[(a^2 - a)(Y_1 + Y_2 + Y_{BC} + Y_{BD})]\,, \tag{23}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}[(a^2 - a)Y_1 - aY_{BC} + (1 - a)Y_{BD}]/[(a^2 - a)(Y_1 + Y_2 + Y_{BC} + Y_{BD})]\,. \tag{24}$$

Для получения в машине строго кругового вращающегося магнитного поля требуется выполнение следующего комплексного уравнения

$$(a^2 - a)Y_1 - aY_{BC} + (1 - a)Y_{BD} = 0\,, \tag{25}$$

которое можно представить в форме двух алгебраических уравнений

(25 а) $$\sqrt{3}\,y_1 \cos\varphi_1 + y_{BC}\sin(\varphi_{BC}+\pi/3) + \sqrt{3}\,y_{BD}\sin(\varphi_{BD}+\pi/6) = 0,$$

(25 б) $$-\sqrt{3}\,y_1 \sin\varphi_1 + y_{BC}\cos(\varphi_{BC}+\pi/3) + \sqrt{3}\,y_{BD}\cos(\varphi_{BD}+\pi/6) = 0.$$

Решая уравнения (25 а) и (25 б), получаем выражения модулей симметрирующих параметров

(26) $$y_{BC} = [\sqrt{3}\,y_1\cos(\varphi_1 - \varphi_{BD} - \pi/6]/\sin(\varphi_{BD} - \varphi_{BC} - \pi/6),$$

(27) $$y_{BD} = [y_1\cos(\varphi_1 - \varphi_{BC} - \pi/3)]/\sin(\varphi_{BC} - \varphi_{BD} + \pi/6).$$

По характеру симметрирующих параметров возможные значения фазного угла машины следует разделить на четыре области. Анализ равенств (26) и (27) показывает, что при строго круговом поле машины аргументы симметрирующих параметров должны быть связаны следующими неравенствами.

а) Если $\varphi_1 = \pi/6...\pi/3$, то возможны три случая связи аргументов симметрирующих параметров

(28) $$-\pi/2 \leqslant \varphi_{BC} < \pi/3, \quad -\pi/2 \leqslant \varphi_{BD} \leqslant \varphi_1 - 2\pi/3,$$

(28 а) $$\pi/3 \leqslant \varphi_{BC} < \varphi_1 + \pi/6, \quad \varphi_{BC} - 5\pi/6 < \varphi_{BD} \leqslant \varphi_1 - 2\pi/3,$$

(28 б) $$\varphi_1 + \pi/6 < \varphi_{BC} \leqslant \pi/2, \quad \varphi_1 - 2\pi/3 \leqslant \varphi_{BD} < \varphi_{BC} - 5\pi/6.$$

б) Если $\varphi_1 = \pi/3...7\pi/6$, то возможны также три случая связи аргументов симметрирующих параметров

(29) $$-\pi/2 \leqslant \varphi_{BC} \leqslant \varphi_1 - 5\pi/6, \quad \varphi_1 - 2\pi/3 \leqslant \varphi_{BD} \leqslant \pi/2,$$

(29 а) $$\varphi_1 - 5\pi/6 \leqslant \varphi_{BC} < \pi/3, \quad -\pi/2 \leqslant \varphi_{BD} \leqslant \varphi_1 - 2\pi/3,$$

(29 б) $$\pi/3 \leqslant \varphi_{BC} \leqslant \pi/2, \quad \varphi_{BC} - 5\pi/6 < \varphi_{BD} \leqslant \varphi_1 - 2\pi/3.$$

в) Если $\varphi_1 = 7\pi/6...4\pi/3$, то возможны два случая связи аргументов симметрирующих параметров

(30) $$\varphi_1 - 5\pi/6 \leqslant \varphi_{BC} \leqslant \pi/2, \quad \varphi_{BC} - 5\pi/6 < \varphi_{BD} \leqslant \pi/2,$$

(30 а) $$\pi/3 < \varphi_{BC} \leqslant \varphi_1 - 5\pi/6, \quad -\pi/2 \leqslant \varphi_{BD} < \varphi_{BC} - 5\pi/6.$$

г) Если $\varphi_1 = 4\pi/3...13\pi/6$, то аргументы связаны неравенствами

(31) $$\pi/3 < \varphi_{BC} \leqslant \pi/2, \quad -\pi/2 \leqslant \varphi_{BD} < \varphi_{BC} - 5\pi/6.$$

Из выражений (26) и (27) следует, что строго круговое поле машины в определенной области изменения фазного угла можно получить при помощи лишь одного симметрирующего параметра. Если $\varphi_{BD} = \varphi_1 - 2\pi/3$, то

(32) $$Y_{BC} = 0, \quad Y_{BD} = y_1[\sin(\varphi_1 - \pi/6) + \mathrm{j}\cos(\varphi_1 - \pi/6)].$$

Если $\varphi_{BC} = \varphi_1 - 5\pi/6$, то

(33) $$Y_{BC} = \sqrt{3}\,y_1[\sin(\varphi_1 - \pi/3) + \mathrm{j}\cos(\varphi_1 - \pi/3)], \quad Y_{BD} = 0.$$

Если в формулы (26) и (27) поставить $\varphi_{BC} = \varphi_1 - 5\pi/6$ и $\varphi_{BD} = \varphi_1 - 2\pi/3$, то получается неопределенность вида 0/0, раскрытие которой показывает, что при данных аргументах круговое поле машины получается при разных модулях симметрирующих параметров.

Если для симметрирования использовать чисто реактивные параметры, то их комплексы определяются по формулам

(34) $$Y_{BC} = \mathrm{j}\,2\sqrt{3}\,y_1 \sin(\varphi_1 - \pi/6)\,, \quad Y_{BD} = \mathrm{j}\,2y_1 \cos(\varphi_1 + \pi/6)\,.$$

В случае соединения фазных обмоток машины не треугольником, а звездой, то в формулы симметрирующих параметров (6), (7), (12), (13), (14) и (26), (27), (32), (33), (34) в правой части нужно поставить множитель 1/3.

В случае симметрирования машины чисто реактивными параметрами, то мощность требуемой емкости Q_C, мощности индуктивности Q_L и суммарная мощность реактивных параметров Q_P определяются по формулам:

а) при $\varphi_1 = \pi/6...\pi/3$

(35) $$Q_C = Q_P = (2S_3/\sqrt{3})\cos\varphi_1\,, \quad Q_L = 0\,;$$

б) при $\varphi_1 = \pi/3...7\pi/6$

(36) $$Q_C = (2S_3/\sqrt{3})\sin(\varphi_1 - \pi/6)\,, \quad Q_L = 2S_3\cos(\varphi_1 - 5\pi/6)\,,$$
$$Q_P = (2S_3/\sqrt{3})(\sqrt{3}\sin\varphi_1 - 2\cos\varphi_1)\,;$$

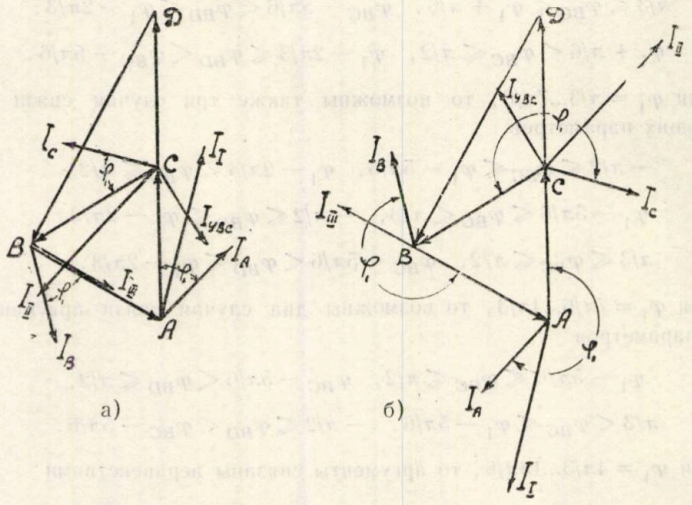


Рис. 4. — Векторные диаграммы трехфазных машин в однофазной трехпроводной сети по схеме рис. 1 б: а) при $\varphi_1 = \pi/4$, б) при $\varphi_1 = 5\pi/4$.

в) при $\varphi_1 = 7\pi/6...4\pi/3$

(37) $$Q_C = 0\,, \quad Q_L = Q_P = (2S_3/\sqrt{3})\sin(\varphi_1 - \pi/2)\,;$$

г) при $\varphi_1 = 4\pi/3...13\pi/6$

(38) $$Q_C = 2S_3\cos(\varphi_1 + \pi/6)\,, \quad Q_L = (2S_3/\sqrt{3})\sin(\pi/6 - \varphi_1)\,,$$
$$Q_P = (2S_3/\sqrt{3})(2\cos\varphi_1 - \sqrt{3}\sin\varphi_1)\,.$$

На рис. 2 приведена зависимость суммарной мощности реактивных симметрирующих параметров при строго круговом поле машины от фазного угла φ_1.

Комплексы токов в подводящих проводах при симметрировании машины чисто реактивными параметрами равны

$$\dot{I}_{\mathrm{I}} = \sqrt{3}\,\dot{U}y_1\,e^{-j(\varphi_1-\pi/6)}, \qquad (39)$$

$$\dot{I}_{\mathrm{II}} = \sqrt{3}\,\dot{U}y_1\,e^{j(\varphi_1+\pi/2)}, \qquad (40)$$

$$\dot{I}_{\mathrm{III}} = 2\sqrt{3}\,\dot{U}y_1\,e^{j\pi/3}\sin(\varphi_1-\pi/3). \qquad (41)$$

На рис. 4 а и 4 б представлены векторные диаграммы напряжений и токов трехфазной машины при $\varphi_1 = \pi/4$ и $\varphi_1 = 5\pi/4$ при симметрировании ее реактивными параметрами.

Если к схеме рис. 1 б включить еще такую же машину так, чтобы две вершины ее треугольника присоединить к проводам II и III, а третью вершину через проводимость Y_{BC} связать с проводом II и через проводимость Y_{BD} с проводом I, то при симметрировании этих машин реактивными параметрами комплексы результирующих токов в проводах будут равны

$$\dot{I}_{\mathrm{л1}} = -\dot{I}_{\mathrm{лIII}} = \sqrt{3}\,\dot{U}y_1\,[\sqrt{3}\cos\varphi + j(2\cos\varphi_1 - \sqrt{3}\sin\varphi_1)], \quad \dot{I}_{\mathrm{лII}} = 0. \qquad (42)$$

4. *Сравнение схем симметрирования*

Сопоставляя формулы (14) с формулами (34), заключаем, что по схеме рис. 1 а для симметрирования машины требуется значительно меньшая проводимость параметров, чем по схеме рис. 1 б. Из сравнения кривых рис. 2 видно, что мощность симметрирующих параметров по схеме рис. 1 б на большом диапазоне изменения фазного угла машины значительно превышает мощность параметров по схеме рис. 1 а.

При спаренной работе двух одинаковых машин при круговом поле по схеме рис. 1 а ток в линии пропорционален коэффициенту мощности машины, опережая напряжение при любом φ_1 на угол $\pi/6$. В случае спаренной работы этих машин по схеме рис. 1 б ток в линии никогда не получается равным нулю, являясь опережающим лишь при $\varphi_1 < \operatorname{arc\,tg}(2/\sqrt{3})$.

Ток в линии достигает максимального значения при $\varphi_1 = -\pi/6$ и $\varphi_1 = 5\pi/6$ и достигает минимального значения при $\varphi_1 = \pi/3$ и $\varphi_1 = 2\pi/3$; максимальное значение тока составляет величину $I_{\mathrm{л\,max}} = 3\sqrt{3}\,Uy_1$, минимальное — $I_{\mathrm{л\,min}} = \sqrt{3}\,Uy_1$.

5. *Выводы*

В трехфазной машине, включенной в однофазную трехпроводную сеть, с помощью двух чисто реактивных симметрирующих параметров можно получить строго круговое вращающееся магнитное поле при любом режиме: в двигательном и генераторном при отстающем и опережающем фазном токе. В значительном диапазоне изменения фазного угла машины строго круговое поле можно получить с помощью одного параметра активно-реактивного характера.

Поступила 1 II 1960 г.

Челябинский институт механизаций и электрификации сельского хозяйства, СССР

SYMMETRISATION OF THREE-PHASE MACHINES CONNECTED TO A SINGLE-PHASE THREE-WIRE NETWORK

(Summary)

The article considers two schemes of connecting three-phase machines to a single-phase three-wire network.

The formulas of the parameters which make symmetry and ensure obtaining a strict circular field of the machine are being deduced.

Analysis of those formulas is given for the whole possible diapason of variations of the phase angle of the machine.

Explanations of the figures

Fig. 1. — Coupling schemes of the three-phase machines in the single-phase three-wire net.
Fig. 2. — Dependence of the summary power of the symmetry parameters on the phase angle of the machine.
Fig. 3. — Vector diagrams of the three-phase machines in a single-phase three-wire net according to the scheme of fig. 1 a: a) when $\varphi_1 = \pi/4$; b) when $\varphi_1 = 5\pi/4$.
Fig. 4. — Vector diagrams of the three-phase machines in a single-phase three-wire net according to the scheme of fig. 1 b: a) when $\varphi_1 = \pi/4$; b) when $\varphi_1 = 5\pi/4$.

SIMETRIZAREA MAŞINILOR ELECTRICE TRIFAZATE CONECTATE LA REŢELE MONOFAZATE CU TREI CONDUCTOARE

(Rezumat)

Se studiază două scheme de conectare a maşinilor electrice trifazate la o reţea monofazată cu trei conductoare.

Se deduc formulele parametrilor de simetrizare, care asigură obţinerea unui cîmp învîrtitor al maşinii, riguros circular. Formulele obţinute se analizează apoi pentru întregul interval admisibil de variaţie a valorilor unghiului de defazaj φ al maşinii.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Scheme de conectare a maşinilor trifazate la o reţea monofazată cu trei conductoare.
Fig. 2. — Dependenţa puterii totale a parametrilor simetrizanţi, funcţie de unghiul de defazaj al maşinii.
Fig. 3. — Diagramele vectoriale ale maşinilor trifazate conectate la o reţea monofazată cu trei conductoare după schema din fig. 1 a: a) pentru $\varphi = \pi/4$; b) pentru $\varphi = 5\pi/4$.
Fig. 4. — Diagramele vectoriale ale maşinilor trifazate conectate la o reţea monofazată cu trei conductoare după schema din fig. 1 b: a) pentru $\varphi = \pi/4$; b) pentru $\varphi = 5\pi/4$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 621.313.32 ; 512.972

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE DES PHÉNOMÈNES OSCILLATOIRES DES ALTERNATEURS

PAR

A. C. NICOLAIDE

Notations

D — le diamètre de la roue polaire ;
E — la valeur efficace de la f. é m. induite par phase ;
F_1 — l'amplitude de l'harmonique fondamental de la f. m. m. de l'induit correspondant au courant nominal ;
I — la valeur efficace du courant par phase ;
k — le rapport entre la résistivité du matériel dont sont exécutés les anneaux de connexion de l'amortisseur, et la résistivité du cuivre ;
k_a — le rapport entre la résistivité du matériel dont sont exécutées les barres, et la résistivité du cuivre ;
k_{w1} — le facteur d'enroulement du bobinage de l'induit ;
L_{ij} — l'inductance mutuelle entre les circuits i et j ;
L_{ii} — l'inductance propre du circuit i ;
l_{ii} — l'inductance de fuites du circuit i ;
l_a — la longueur d'une barre de l'amortisseur ;
l_i — la longueur idéale de la machine ;
m — le nombre de phases du stator ;
n_a — le nombre de barres de l'amortisseur, par pôle ;
p — le nombre de paires de pôles ;
r_{ii} — la résistance du circuit i ;
s — la section des anneaux de connexion de l'amortisseur ;
s_a — la section d'une barre de l'amortisseur ;
S_d, S_q, S_q' — les coefficients qui interviennent dans les formules des résistances et des réactances et qui résultent de la transposition des spires constituées par les barres, sur la spire de pas diamétral ;
U — la valeur efficace de la tension par phase, aux bornes de la machine ;
U_e — la tension appliquée aux bornes du circuit d'excitation ;
w_1 — le nombre de spires par phase de l'enroulement du stator ;
X_{ij} — la réactance correspondante à l'inductance L_{ij} [1]) ;
X_{ii} — la réactance correspondante à l'inductance L_{ii} ;
$x_{ii} = \omega l_{ii}$ — la réactance correspondante à l'inductance de fuites ;
x_{es} — la réactance de fuites du circuit d'excitation ;
x_1 — la réactance de fuites de l'induit ;

---

[1]) Toutes les réactances sont calculées à la fréquence du réseau d'alimentation.

X_{ad} — la réactance cyclique longitudinale du circuit magnétisant;
X_{aq} — la réactance cyclique transversale du circuit magnétisant;
$x'_d = x_1 + 1/(1/X_{ad} + 1/x_{es})$ — la réactance transitoire;
$x''_d = x_1 + 1/(1/X_{ad} + 1/x_{es} + 1/x_{ds})$ — la réactance soustransitoire;
$\underline{z}_{ii} = r_{ii} + j\, x_{ii}$ — l'impédance de dispersion du circuit i;
$\underline{z}_0$ — l'impédance de dispersion d'une barre;
$\underline{z}_{ds} = r_d + j\, x_{ds}$ — l'impédance de dispersion longitudinale de l'amortisseur à cage ou à grille;
$\underline{z}_{qs} = r_q + j\, x_{qs}$ — l'impédance de dispersion transversale pour l'amortisseur à cage;
$\underline{z}'_{qs} = r'_q + j\, x'_{qs}$ — l'impédance de dispersion transversale pour l'amortisseur à grille;
$\underline{z}_{cd}$, $\underline{z}_{cq}$, $\underline{z}'_{cq}$ — les impédances de dispersion longitudinales et transversales des amortisseurs à cage et à grille, avant leurs transpositions sur l'enroulement du stator;
α — l'angle entre deux barres voisines du même pôle;
δ — l'angle de décalage entre la tension aux bornes de la machine, $\underline{U}$, et la f.é m. induite, $\underline{E}$;
Φ_N — l'amplitude du flux nominal;
λ_{ds} — la perméance spécifique de fuites d'une encoche de l'amortisseur;
λ_q — le coefficient qui intervient dans la formule de S'_q;
μ_0 — la perméabilité du vide;
ω — la pulsation du réseau;
ω' — la pulsation des oscillations;
ϑ — l'angle électrique entre l'axe longitudinal et la phase a du stator;
τ — le pas polaire.

Nous utilisons le système d'unités pratiques rationalisé [20]; de même, pour plus de simplicité, nous avons exprimé les valeurs des réactances, des résistances et des impédances, en unités relatives. Le symbole ~ signifie [20] que la grandeur à laquelle il est appliqué est exprimée en valeur relative.

1. Introduction

Dans la première partie de ce travail on établit les expressions des courants et du couple d'une machine synchrone en régime oscillatoire. La solution que nous présentons ci-dessous, fondée sur l'emploi du calcul tensoriel, permet à obtenir les résultats donnés dans les travaux utilisant les méthodes classiques [3], [13], d'une manière plus simple et sous une forme plus concise.

Pour déterminer par calcul les courants et le couple d'une machine synchrone lors des oscillation, court-circuits ou autre phénomènes transitoires [3], [8], [10], [14], [16], il est nécessaire de connaitre les paramètres du circuit amortisseur, à savoir, la résistance et la réactance de fuites. Pour cause, il est nécessaire d'avoir à la disposition des formules permettant à calculer les paramètres de l'amortisseur. Dans la littérature on donne des formules peu précises, fondées surtout sur des données empiriques.

Dans la seconde partie du travail on établit nombres de formules permettant à calculer la résistance et la réactance des amortisseurs à cage. Toutefois on insiste sur le calcul des paramètres des amortisseurs à cage, problème que nous n'avons pas trouvée traitée dans la littérature consultée. Les solutions données dans les travaux classiques [22], concernant le cas des amortisseurs à grille, sont très approximatives, car on ne tient pas compte de l'assymétrie de l'amortisseur. La solution indiqué dans la littérature (par ex. [12]) quant à la détermination, par calcul, des amortisseurs à cage, tient compte de cette assymétrie, mais fournit des relations trop compliquées pour l'usage pratique, en y intervenant un trop grand nombre de facteurs.

Enfin nous donnons un exemple dans lequel on applique les formules que nous avons établi et on compare les résultats avec ceux obtenus par voie expérimentale.

2. L'étude des phénomènes oscillatoires des alternateurs dans l'analyse tensorielle [2])

a) *Établissement du tenseur d'impédance*

Nous allons établir l'expression du tenseur d'impédance dans un système de référance quasi-holonome, dont les axes sont solidaires avec la roue polaire de l'alternateur [2], [11], [17].

Pour plus de simplicité dans les calculs nous indiquerons les axes par des indices numériques [11], [12], [17] et les résultats, une fois obtenus, nour passerons aux notations ordinaires [20], [6], [7], [22].

Soient $1', 1, 2, 3, 4$ les axes de référance de la fig. 1. L'axe $1'$ est relatif au circuit d'excitation, 1—au circuit amortisseur de l'axe longitudinal, 2—au circuit de l'induit de l'alternateur, de l'axe longitudinal, 3—au circuit de l'alternateur, de l'axe transversal, 4—au circuit amortisseur de l'axe transversal.

Soit encore ϑ l'angle électrique entre l'axe longitudinal et la phase a du stator, qui constitue l'induit de l'alternateur. Dans le système de référance adopté le tenseur d'impédance est [11], [12], [17]:

(1) $\|Z\| = Z_{\alpha\beta} =$

	$1'$	1	2	3	4
$1'$	$r_{1'1'} + p L_{1'1'}$	$p L_{1'1}$	$p L_{1'2}$	0	0
1	$p L_{11'}$	$r_{11} + p L_{11}$	$p L_{12}$	0	0
2	$p L_{21'}$	$p L_{21}$	$r_{22} + p L_{22}$	$-p\vartheta L_{23}$	$-p\vartheta L_{24}$
3	$p\vartheta L_{31'}$	$p\vartheta L_{31}$	$p\vartheta L_{32}$	$r_{33} + p L_{33}$	$p L_{34}$
4	0	0	0	$p L_{43}$	$r_{44} + p L_{44}$

.

Nous avons désigné, selon l'usage, par le symbole p la dérivation par rapport au temps, c'est-à-dire par le même symbole que le nombre de paires de pôles, aucune confusion n'étant pas à craindre.

Entre les inductances du tenseur d'impédance il y a les relations suivantes [17], [12]:

(2)
$$\begin{cases} L_{12} = L_{21}, \; L_{34} = L_{43}, \\ L_{1'2} = L_{21'}, \; L_{11'} = L_{1'1}, \\ L_{31} = L_{21}, \; L_{31'} = L_{21'}, \\ L_{32} = L_{22}, \; L_{23} = L_{33}, \\ L_{24} = L_{34}. \end{cases}$$

D'habitude [7], [20], on ne tient pas compte des fuites entre les deux secondaires, c'est-à-dire entre l'excitation et l'amortisseur; en d'autres termes on considère que le flux utile est le même pour les deux secondaires. Dans ces conditions on a:

(3)
$$\begin{cases} L_{12} = L_{1'2}, \\ L_{11'} = L_{1'1} = L_{12}. \end{cases}$$

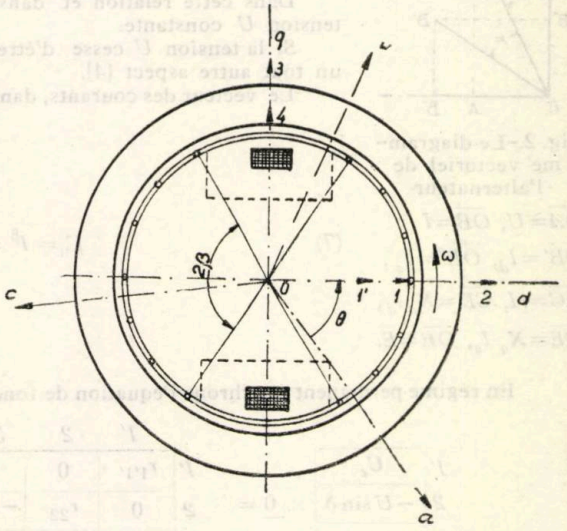


Fig. 1 — Les axes de référance de la machine.

[2]) Toutes les grandeurs examinées sont rapportées à l'enroulement du stator et elles sont exprimées en unités relatives [13], [20].

Si l'on considère que les inductances sont données par la somme de deux composantes : l'inductance mutuelle et inductance de fuites, on a :

$$L_{22} = L_{12} + l_{22},\ L_{33} = L_{34} + l_{33},\ L_{1'1'} = L_{12} + l_{1'1'},\ L_{11} = L_{12} + l_{11},\ L_{44} = L_{34} + l_{44}, \tag{4}$$

où l'on a noté avec majuscules les inductances mutuelles et avec minuscules les inductances de fuites.

Les relations entre les inductances écrites avec les notations ci-dessus et les inductances en notation ordinaire sont :

$$\omega L_{12} = X_{12} = X_{ad},\ \omega L_{34} = X_{34} = X_{aq},\ \omega l_{22} = \omega l_{33} = x_1,\ r_{22} = r_{33} = r,$$
$$X_{ad} + x_1 = X_d,\ X_{aq} + x_1 = X_q,\ r_{11} = r_d,\ r_{44} = r_q,\ r_{1'1'} = r_e, \tag{5}$$
$$x_{1'1'} = \omega l_{1'1'} = x_{es},\ x_{11} = \omega l_{11} = x_{ds},\ x_{44} = \omega l_{44} = x_{qs}.$$

Pour le calcul de X_{ad}, X_{aq}, x_1, r, x_{es}, r_e, on peut utiliser les relations données dans [5], [20]. Pour le calcul de r_d, r_q, x_{ds}, x_{qs}, nous allons établir des formules adéquates. Ces paramètres peuvent être déterminés par voie expérimentale selon les procédés indiqué dans [7].

Nous supposons que l'alternateur ou le moteur synchrone étudiés sont connectés sur des barres de puissance infinie. Le vecteur des tensions, dans le même système de référance, est:

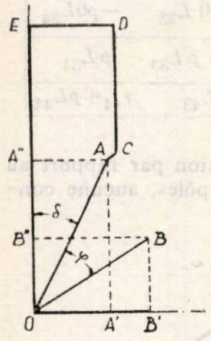


Fig. 2.-Le diagramme vectoriel de l'alternateur
$\overline{OA} = U$, $\overline{OB} = I$
$\overline{OB'} = I_d$, $\overline{OB''} = I_q$,
$\overline{AC} = rI$, $\overline{CD} = X_d I_d$,
$\overline{DE} = X_q I_q$, $\overline{OE} = E$.

$$\|U\| = U_a = \begin{array}{c|c} 1' & U_e \\ \hline 1 & 0 \\ \hline 2 & -U\cos\delta \\ \hline 3 & -U\sin\delta \\ \hline 4 & 0 \end{array}. \tag{6}$$

Dans cette relation et dans tout ce qui suit, on suppose la tension U constante.

Si la tension U cesse d'être constante la question prend alors un tout autre aspect [4].

Le vecteur des courants, dans le même système de référance est :

$$\|I\| = I^{\beta} = \begin{array}{c|c} 1' & I_{1'} \\ \hline 1 & I_1 \\ \hline 2 & I_2 \\ \hline 3 & I_3 \\ \hline 4 & I_4 \end{array}. \tag{7}$$

En régime permanent synchrone l'équation de fonctionnement de l'alternateur est [11] :

$$\begin{array}{c|c} 1' & U_e \\ \hline 2 & -U\sin\delta \\ \hline 3 & -U\cos\delta \end{array} \times \underline{0} = \begin{array}{c|c|c|c} & 1' & 2 & 3 \\ \hline 1' & r_{1'1'} & 0 & 0 \\ \hline 2 & 0 & r_{22} & -X_{23} \\ \hline 3 & X_{31'} & X_{32} & r_{33} \end{array} \times \begin{array}{c|c} 1' & I_{1'} \\ \hline 2 & I_2 \\ \hline 3 & I_3 \end{array} \times \underline{0}.$$

Les équations de fonctionnement s'obtiennent en développant l'équation matricielle suivant les axes 2 et 3. On trouve :

8) $$U\sin\delta = -r_{22}I_2 + X_{23}I_3\,,\quad U\cos\delta = -X_{31'}I_{1'} - X_{32}I_2 - r_{33}I_3\,,$$

ou, en utilisant les notations ordinaires, en posant $E = -X_{31'}I_{1'}$, on a :

(9) $$U\sin\delta = -rI_d + X_qI_q\,,\quad U\cos\delta = -rI_q + E - X_dI_d\,.$$

Le diagramme vectoriel de l'alternateur, qui fournit de l'énergie tant active que éactive, est représenté dans la fig. 2.

r Au diagramme vectoriel de la fig. 2 correspondent les équations (9). On peut étendre sans aucune difficulté, pour tout autre régime de fonctionnement de la machine, les résultats obtenus pour la machine synchrone fournissant de l'énergie active et réactive. À savoir, il suffit de se rapporter au diagramme vectoriel de la machine fonctionnant dans le cas envisagé, selon [4].

b) *L'équation tensorielle de fonctionnement d'une machine synchrone lors des phénomènes oscillatoires de petite amplitude et de fréquence quelconque*

Les alternateurs couplés à un réseau se comportent comme un système oscillant et peuvent manifester des oscillations libres ou forcées. On peut calculer la fréquence d'oscillation en fonction des constantes de la machine [8], [9], [18], [23]. Nous n'insisterons pas quant à ce point bien connu.

Soit f' la fréquence des oscillations de l'alternateur. Soit ε l'amplitude de l'angle électrique d'oscillation et ω' la pulsation des oscillations liée à la fréquence f' par la formule $\omega' = 2\pi f'$.

En régime oscillatoire l'angle δ qui intervient dans la relation (6) ne reste plus constant ; on doit lui substituer l'angle électrique

(10) $$\delta + \varepsilon\cos\omega' t.$$

À la quantité $p\theta$ qui intervient dans l'expression du tenseur d'impédance (1), on substitue sa valeur, c'est-à-dire

(11) $$\omega - \varepsilon\omega'\sin\omega' t.$$

Notons dorénavant par deux accents les tensions et les courants résultants de l'alternateur en régime oscillatoire, par un seul accent les tensions et les courants supplémentaires dus au régime oscillatoire, et sans accent les tensions et les couranst en régime synchrone.

Le vecteur des tensions (6) est modulé à la suite des oscillations, et devient :

(12) $$\|U''\| = U''_\alpha = \begin{array}{c|c} 1' & U_e \\ \hline 1 & 0 \\ \hline 2 & -U\sin(\delta + \varepsilon\cos\omega' t) \\ \hline 3 & -U\cos(\delta + \varepsilon\cos\omega' t) \\ \hline 4 & 0 \end{array}\,.$$

Si l'amplitude ε des oscillations est petite, quelle que soit la fréquence des oscillations, on le peut développer en série de Mac-Laurin, et si on

se limite aux deux premiers termes, on peut écrire pour le vecteur des tensions, la relation $\| U'' \| = \| U \| + \| U' \| \varepsilon \cos \omega' t$, soit

$$(13) \quad \| U \| = U_\alpha = \begin{array}{c|c} 1' & U_e \\ 1 & 0 \\ 2 & -U \sin \delta \\ 3 & -U \cos \delta \\ 4 & 0 \end{array} + \begin{array}{c|c} 1' & 0 \\ 1 & 0 \\ 2 & -U \cos \delta \\ 3 & U \sin \delta \\ 4 & 0 \end{array} \times \varepsilon \cos \omega' t.$$

L'équation de fonctionnement, en notation matricielle, est [2], [11], [12], [17]:

$$(14) \qquad \| U'' \| = [\| R \| + \| L \| p - \| G \| p\vartheta] \times \| I'' \|,$$

ou en notation tensorielle

$$(15) \qquad U''_\alpha = [R_{\alpha\beta} + L_{\alpha\beta} p - G_{\alpha\beta} (\omega - \varepsilon\omega' \sin \omega' t)] \times [I''^\beta].$$

En remplaçant le vecteur des courants par [3]:

$$(16) \qquad I''^\beta = I^\beta + I'^\beta \cos (\omega' t + \varphi_\beta)$$

et le vecteur de tensions par (13), on a, en négligeant les grandeurs de second ordre [1], [2]:

$$U_\alpha + U'_\alpha \varepsilon \cos \omega' t = R_{\alpha\beta} I^\beta + L_{\alpha\beta} \frac{dI^\beta}{dt} - \omega G_{\alpha\beta} I^\beta + R_{\alpha\beta} I'^\beta \cos (\omega' t + \varphi_\beta) +$$

$$(17) \qquad + L_{\alpha\beta} \frac{d[I'^\beta \cos (\omega' t + \varphi_\beta)]}{dt} - \omega G_{\alpha\beta} I'^\beta \cos (\omega' t + \varphi_\beta) + \varepsilon \omega \sin \omega' t \, G_{\alpha\beta} I^\beta.$$

Il en résulte, le vecteur I^β étant indépendant du temps,

$$(18) \qquad U_\alpha = R_{\alpha\beta} I^\beta - \omega G_{\alpha\beta} I^\beta$$

et

$$(19) \qquad U_\alpha \varepsilon \cos \omega' t = R_{\alpha\beta} I'^\beta \cos (\omega' t + \varphi_\beta) -$$
$$- \omega' L_{\alpha\beta} I'^\beta \sin (\omega' t + \varphi_\beta) - \omega G_{\alpha\beta} I'^\beta \cos (\omega' t + \varphi_\beta) + \varepsilon \omega' G_{\alpha\beta} I^\beta \sin \omega' t,$$

soit en complexe $\underline{U}'_\alpha \varepsilon = \underline{Z}'_{\alpha\beta} I'^\beta - j\varepsilon\omega' G_{\alpha\beta} I^\beta$ et en notation matricielle

$$(20) \qquad \| \underline{U}' \| \varepsilon = \| \underline{Z}' \| \cdot \| \underline{I}' \| - j\varepsilon\omega' \| G \| \cdot \| I \|$$

où $\| Z' \| = \| R \| + j\omega' \| L \| - \omega \| G \|$.

Remplaçant dans la relation (20) les tenseurs par leurs expressions et groupant convenablement les termes, on obtient l'équation matricielle:

---

[3]) Pour les formules (16), (17), (19), (35'), (36), (37''), dans les termes $I^\beta \cos (\omega' t + \varphi_\beta)$, $I'^\beta \sin (\omega' t + \varphi_\beta)$, on n'applique pas la convention des indices muets en ce qui concerne β.

$$\begin{array}{c|c} 1' & 0 \\ \hline 1 & 0 \\ \hline 2 & (-U\cos\delta + j\omega' L_{23} I_3)\,\varepsilon \\ \hline 3 & (U\sin\delta - j\omega' L_{31'} I_{1'} - j\omega' L_{32} I_2)\,\varepsilon \\ \hline 4 & \end{array} \times |\omega' t =$$

$$(20') = \begin{array}{c|ccccc} & 1' & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1' & r_{1'1'}+j\omega' L_{1'1'} & j\omega' L_{1'1} & j\omega' L_{1'2} & 0 & 0 \\ \hline 1 & j\omega' L_{11'} & r_{11}+j\omega' L_{11} & j\omega' L_{12} & 0 & 0 \\ \hline 2 & j\omega' L_{21'} & j\omega' L_{21} & r_{22}+j\omega' L_{22} & -\omega L_{23} & -\omega L_{24} \\ \hline 3 & \omega L_{31'} & \omega L_{31} & \omega L_{32} & r_{33}+j\omega' L_{33} & j\omega' L_{34} \\ \hline 4 & 0 & 0 & 0 & j\omega' L_{43} & r_{44}+j\omega' L_{44} \end{array} \times$$

$$\times \begin{array}{c|c} 1' & \underline{I}'_{1'} \\ \hline 1 & \underline{I}'_1 \\ \hline 2 & \underline{I}'_2 \\ \hline 3 & \underline{I}'_3 \\ \hline 4 & \underline{I}'_4 \end{array} \times |\omega' t\,.$$

c) *Les expressions des courants supplémentaires dus aux oscillations*

Notons :

(21) $$\lambda = \omega'/\omega,\quad \underline{A}_2 = U\cos\delta - j\omega' L_{23} I_3,$$

(22) $$\underline{A}_3 = U\sin\delta - j\omega'(L_{31'} I_{1'} + L_{32} I_2),$$

(23) $$\underline{z}_{2a} = \frac{j\omega L_{21}(r_{1'1'}/\lambda + j\omega l_{1'1'})(r_{11}/\lambda + j\omega l_{11})}{(r_{1'1'}/\lambda + j\omega l_{1'1'})(r_{11}/\lambda + j\omega l_{11}) + j\omega L_{12}(r_{1'1'}/\lambda + j\omega l_{1'1'}) + j\omega L_{12}(r_{11}/\lambda + j\omega l_{11})},$$

(24) $$\underline{z}_{3a} = \frac{j\omega L_{34}(r_{44}/\lambda + j\omega l_{44})}{(r_{44}/\lambda + j\omega l_{44}) + j\omega L_{34}},$$ (25) $$\underline{z}_2 = \underline{z}_{2a} + j\omega l,$$ (26) $$\underline{z}_3 = \underline{z}_{3a} + j\omega l.$$

La résolution du système d'équations correspondant à l'équation matricielle (20′) donne, après l'effectuation des calculs,

(27) $$\underline{I}'_{1'} = -(\underline{z}_{2a}/\underline{z}_{1'1'})\,\underline{I}'_2,$$ (28) $$\underline{I}'_1 = -(\underline{z}_{2a}/\underline{z}_{11})\,\underline{I}'_2,$$

(29) $$\underline{I}'_4 = -\{j\omega L_{34}/[(r_{44}/\lambda + j\omega l_{44}) + j\omega L_{34}]\}\,\underline{I}'_3,$$

(30) $$j\omega L_{12}(\underline{I}'_{1'} + \underline{I}'_1 + \underline{I}'_2) = \underline{z}_{2a}\underline{I}'_2,$$ (31) $$j\omega L_{34}(\underline{I}'_3 + \underline{I}'_4) = \underline{z}_{3a}\underline{I}'_3,$$

(32) $$\underline{I}'_2 = \{[-\underline{A}_2(r_{22} + \lambda \underline{z}_3) - \underline{A}_3 j\underline{z}_3]/[(r_{22} + \lambda \underline{z}_2)(r_{22} + \lambda \underline{z}_3) - \underline{z}_2\underline{z}_3]\}\,\varepsilon,$$

(33) $\underline{I}'_3 = \{[-\underline{A}_2 \, j\underline{z}_2 + \underline{A}_3 \, (r_{22} + \lambda \underline{z}_2) / [(r_{22} + \lambda \underline{z}_2) \, (r_{22} + \lambda \underline{z}_3) - \underline{z}_2 \underline{z}_3]\} \varepsilon.$

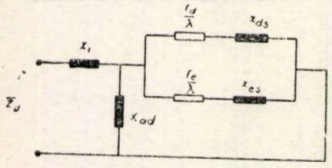
En notations ordinaire $\underline{z}_2$ et $\underline{z}_3$ deviennent respectivement $\underline{z}_d$ et $\underline{z}_q$, et elles sont représentées dans la fig. 3.

Les courants supplémentaires de l'induit $\underline{I}'_2$ et $\underline{I}'_3$, de l'axe longitudinal et de l'axe transversal, en notation ordinaire, ont pour expressions :

$$(34) \quad \underline{I}'_d = \frac{-(U\cos\delta - j\lambda X_q I_q)\,(r + \lambda \underline{z}_q) - [U\sin\delta + j\lambda\,(E - X_d I_d)]\, j\underline{z}_q}{(r + \lambda \underline{z}_q)(r + \lambda \underline{z}_d) - \underline{z}_d \underline{z}_q} \varepsilon,$$

$$(34') \quad \underline{I}'_q = \frac{-(U\cos\delta - j\lambda X_q I_q)\, j\underline{z}_d + [U\sin\delta + j\lambda\,(E - X_d I_d)]\,(r + \lambda \underline{z}_q)}{(r + \lambda \underline{z}_d)(r + \lambda \underline{z}_q) - \underline{z}_d \underline{z}_q} \varepsilon.$$

Si la résistance de l'induit de l'alternateur est négligeable, c'est-à-dire si $r = 0$, alors les formules (34) et (34') deviennent



$$(35) \quad \begin{cases} \overline{I}'_d = (j X_q I_q / \underline{z}_d)\,\varepsilon, \\ \overline{I}'_q = j\,[(E - X_d I_d)/\underline{z}_q]\,\varepsilon. \end{cases}$$

d) *La formule du couple d'une machine synchrone en régime d'oscillations de petite amplitude et de fréquence quelconque*

La puissance électromagnétique développée dans la machine en régime oscillatoire est donnée par la relation générale en unités relatives [2], [13], [20] ; $P''_M = \| I''_t \| \times \| \omega G \| \times \| I \|$ ou $P''_M = I''^{\alpha}\, \omega\, G_{\alpha\beta}\, I''^{\beta}$ ou encore

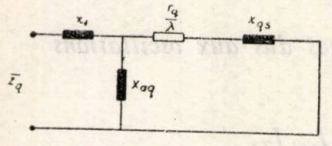


Fig. 3. — Les impédances de dispersion $\underline{z}_d$ et $\underline{z}_q$.

$$(35') \quad P''_M = [I^{\alpha} + I'^{\alpha}\cos(\omega' t + \varphi_{\alpha})]\,\omega\, G_{\alpha\beta}\,[I^{\beta} + I'^{\beta}\cos(\omega' t + \varphi_{\beta})]$$

et négligeant les petites quantités, de seconde ordre,

$$(36) \quad P''_M = I^{\alpha}\,\omega\, G_{\alpha\beta}\, I^{\beta} + I^{\alpha}\,\omega\, G_{\alpha\beta}\, I'^{\beta}\cos(\omega' t + \varphi_{\beta}) + I'^{\alpha}\cos(\omega' t + \varphi_{\alpha})\,\omega\, G_{\alpha\beta}\, I^{\beta}.$$

Posons

$$(37) \quad P''_M = P_M + P'_M$$

où l'on a noté par

$$(37') \quad P_M = I^{\alpha}\,\omega\, G_{\alpha\beta}\, I^{\beta}$$

la puissance électromagnétique mise en jeu en régime synchrone établi et par

$$(37'') \quad P'_M = I^{\alpha}\,\omega\, G_{\alpha\beta}\, I'^{\beta}\cos(\omega' t + \varphi_{\beta}) + I'^{\alpha}\cos(\omega' t + \varphi_{\alpha})\,\omega\, G_{\alpha\beta}\, I^{\beta}$$

la puissance électromagnétique supplémentaire, due aux oscillations.

On a

$$P'_M =$$

$$= \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline I' & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline I'_1\cos(\omega' t+\varphi_1) & I'_1\cos(\omega' t+\varphi_1) & I'_2\cos(\omega' t+\varphi_2) & I'_3\cos(\omega' t+\varphi_3) & I'_4\cos(\omega' t+\varphi_4) \\ \hline \end{array} \times$$

$$\times \omega \begin{array}{c|ccccc} & 1' & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 0 & 0 & 0 & L_{23} & L_{24} \\ 3 & -L_{31'} & -L_{31} & -L_{32} & 0 & 0 \end{array} \times \begin{array}{c|c} 1' & I_{1'} \\ \hline 1 & 0 \\ \hline 2 & I_2 \\ \hline 3 & I_3 \\ \hline 4 & 0 \end{array} + \tag{38}$$

$$+ \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1' & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline I_{1'} & 0 & I_2 & I_3 & 0 \\ \hline \end{array} \times \omega \begin{array}{c|ccccc} & 1' & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 0 & 0 & 0 & L_{23} & L_{24} \\ 3 & -L_{31'} & -L_{31} & -L_{32} & 0 & 0 \end{array} \times \begin{array}{c|c} 1' & I'_1\cos(\omega' t+\varphi_{1'}) \\ \hline 1 & I'_1\cos(\omega' t+\varphi_1) \\ \hline 2 & I'_2\cos(\omega' t+\varphi_2) \\ \hline 3 & I'_3\cos(\omega' t+\varphi_3) \\ \hline 4 & I'_4\cos(\omega' t+\varphi_4) \\ \hline \end{array} .$$

Les calculs effectués, on obtient après la transcription en complexe,

$$P'_M = \mathcal{R}e\{[(x_{22}+X_{34})I_3 + j\,\underline{z}_2 I_3]\,\underline{I'_2} - [X_{12}I_{1'} + (x_{22}+X_{12})I_2 + \tag{39}$$
$$+ j\,\underline{z}_3 I_2]\,I'_3\}\,e^{j\omega' t},$$

ou en notation ordinaire

$$P'_M = \mathcal{R}e\{(X_q I_q + j\,\underline{z}_d I_q)\,\underline{I'_d} + [(E - X_d I_d) - j\,\underline{z}_q I_d]\,\underline{I'_q}\}\,e^{j\omega' t}. \tag{40}$$

Posons

$$P'_M = \mathcal{R}e\left\{\left[M_s + j\frac{\omega'}{\omega}M_a\right]e^{j\omega' t}\varepsilon\right\} = M_s(\varepsilon\cos\omega' t) + M_a\frac{1}{\omega}\frac{d}{dt}(\varepsilon\cos\omega' t). \tag{41}$$

Nous avons designé en valeurs relatives, par M_s le couple élastique spécifique et par M_a — le couple amortisseur spécifique.

Si nous notons par α l'élongation de l'oscillation,

$$\alpha = \varepsilon\cos\omega' t\ , \tag{41'}$$

on peut écrire

$$P'_M = M_s\alpha + \frac{1}{\omega}M_a\frac{d\alpha}{dt}. \tag{41''}$$

Compte tenu des relations (40) et (41) on obtient

$$M_s + j(\omega'/\omega) M_a = \tag{42}$$
$$= \underline{K}_0 + [(1-\lambda^2)\underline{K}_1 + j\lambda r \underline{K}_2 - r^2 \underline{K}_3] / [r^2 + \lambda r(\underline{z}_d + \underline{z}_q) - (1-\lambda^2)\underline{z}_d \underline{z}_q],$$

avec

$$\begin{cases} \underline{K}_0 = (E - X_d I_d) I_d - X_q I_q^2, \quad \underline{K}_1 = -j[(E - X_d I_d)^2 \underline{z}_d + (X_q I_q)^2 \underline{z}_q], \\ \underline{K}_2 = (E - X_d I_d)^2 + (X_q I_q)^2 + 2j[(E - X_d I_d)\underline{z}_d I_d - (X_q I_q)\underline{z}_q I_q - \\ \quad - j(I_d^2 + I_q^2)\underline{z}_d \underline{z}_q], \quad \underline{K}_3 = 2\underline{K}_0 - j\underline{z}_q I_d^2 - j\underline{z}_d I_q^2. \end{cases} \tag{43}$$

Donc, la partie réelle de l'expression (42) représente un couple élastique [5], [6], [7], [18], [21], tandis que la partie imaginaire de la même expression représente un couple amortisseur [5], [6], [7], [18].

Si la résistance de l'induit de l'alternateur est négligeable, c'est-à-dire si $r = 0$, et si nous notons par: $I = \sqrt{I_d^2 + I_q^2}$ — le courant total traversant l'induit de l'alternateur en régime synchrone établi; $1/\underline{z}_d = \underline{y}_d$; $1/\underline{z}_q = \underline{y}_q$; φ — le décalage entre le courant et la tension de l'alternateur (fig. 2), on obtient en valeurs relatives

$$\tilde{M}_s = \tilde{U}\tilde{I} \sin\varphi - \tilde{U}^2 [\cos^2\delta \, \mathcal{I}m \, \tilde{\underline{y}}_q + \sin^2\delta \, \mathcal{I}m \, \tilde{\underline{y}}_d],$$

$$\tilde{M}_a = \tilde{U}^2 \cos^2\delta \, \mathcal{R}e \, \tilde{\underline{y}}_q + \sin^2\delta \, \mathcal{R}e \, \tilde{\underline{y}}_d] / \lambda .$$

Maintenant, après avoir déterminé les expressions des courants et du couple, on peut aborder l'étude des questions qui nous intéressent.

Par exemple, on peut étudier la stabilité lors des oscillations libres de l'alternateur en vérifiant si le couple amortisseur M_a donné par la formule (42) est positif [13].

De même on peut calculer à l'aide des formules (34), (34') l'amplitude de la modulation du courant de l'induit, due aux oscillations de la roue polaire [13].

Nous n'insisterons pas davantage sur ce point. Notons seulement que pour pouvoir utiliser toutes les formules relatives à l'étude des phénomènes oscillatoires il est absolument nécessaire de connaître, le plus exactement possible, les paramètres de la machine, en particulier ceux de l'amortisseur.

3. Le calcul de l'impédance de l'amortisseur d'une machine synchrone a pôles saillants

On a montré ci-dessus que pour l'étude du comportement d'un alternateur il est nécessaire à connaître, le plus exactement possible, l'impédance longitudinale et l'impédance transversale.

Dans différents ouvrages [3], [7], [13], [22], on étudie minutieusement le fonctionnement d'une machine synchrone en régime transitoire,

Par contre, dans les ouvrages cités on étudie d'une manière insuffisante les paramètres de l'amortisseur.

Nous allons établir des formules de calcul pour les paramètres de l'amortisseur d'une machine synchrone. Ces formules sont assez simples et permettent d'obtenir une assez bonne précision dans les calculs.

a) *L'impédance d'une barre d'un amortisseur*

L'amortisseur d'une machine synchrone est constitué, d'ordinaire, par des barres, introduites dans des encoches, uniformément reparties, exécutées le long du pôle. Ces barres sont réunies des deux côtés de la roue polaire, soit toutes entre elles par des anneaux complets, soit séparément celles de chaque pôle, par des segments d'anneau.

Dans le premier cas nous avons à faire à un amortisseur dit à cage ou à anneaux de connexion complets, dans le deuxième cas—à un amortisseur dit à grille [15], ou à anneaux de connexion segmentés. Ces genres d'amortisseurs, à cage et à grille, sont des amortisseurs en barres.

L'impédance d'une barre est

$$\underline{z}_0 = r_0 + \mathrm{j}\, x_0 . \tag{44}$$

Pour calculer la réactance d'une barre il est nécessaire de connaître la perméance correspondante. La perméance spécifique de fuites d'une barre de l'amortisseur est

$$\lambda_{ds} = \lambda_c + \lambda_f . \tag{45}$$

La perméance des encoches est donnée par la relation

$$\lambda_c = (h_1 / 3b_c) + h_0 / b_0 \tag{46}$$

dans le cas des encoches réctangulaires, et

$$\lambda_c = 0\,623 + h_0 / b_0 \tag{46'}$$

dans le cas des encoches circulaires.

On a noté par : h_1 — la hauteur de l'encoche de l'amortisseur y exclue la hauteur de l'ouverture, b_1 — la largeur de l'encoche, h_0 — la hauteur de l'ouverture de l'encoche, b_0 — la largeur de l'ouverture de l'encoche.

La perméance des parties frontales [20] est :

$$\lambda_f = 0{,}06\,(\tau / l_i)\, n_a . \tag{47}$$

La réactance de fuites d'une barre de l'amortisseur est :

$$x_{ds} = 2\pi \mu_0 f\, l_a \lambda_{ds} . \tag{48}$$

Nous ne tiendrons pas compte de la réactance due au flux de dispersion différentielle, qui peut être négligeé même dans une étude assez précise du champ d'un amortisseur d'une machine synchrone à pôles saillants [7].

La résistance d'une barre, y comprise la résistance de l'anneau de connexion, est [20] :

$$r_0 = \varrho\, [(k_a l_a) / s_a + 0{,}2\, D\, k n_a / (2ps)] . \tag{49}$$

Ces formules sont écrites [20] par analogie aux formules approchées établies pour les cages complètes et symétriques des moteurs asynchrones,

[20], tenant compte, de cette manière, de l'influence des anneaux de connexion.

b) *Le calcul de l'impédance des spires équivalentes à l'amortisseur*

Un amortisseur peut être remplacé dans les calculs par deux spires par pôle, l'une disposée dans l'axe longitudinal, l'autre disposée dans l'axe transversal [2], [11], [17]. Pour que rien ne soit changé par cette substitution, la f. m. m. produite par l'amortisseur doit être égale à la f. m. m. produite par les spires équivalentes.

Nous admettons les hypothèses simplificatrices suivantes :

a) on ne tient compte que de l'harmonique fondamental du champ produit par l'amortisseur ;

b) on suppose que la résistance et la réactance de fuites sont les mêmes pour toutes les barres de l'amortisseur ;

c) on considère les barres réunies entre elles, à leurs extrémités, par des anneaux de résistance et de réactance de fuites nulles. On tient compte de la résistance et de la réactance de fuites des anneaux de connexion, en considérant que la résistance et la réactance de fuites d'une barre sont données par les relations (48) et (49), tant pour le cas des anneaux complets, que pour le cas des anneaux segmentés.

Pour que la f. m. m. produite par l'amortisseur soumis à l'action d'un champ inducteur, tournant sinusoïdal, soit identique à la f. m. m. produite par les spires équivalentes, il est nécessaire que la f. m. m. ait la même amplitude et la même phase dans l'axe longitudinal et dans l'axe transversal.

Nous allons écrire l'égalité des f. m. m. longitudinales et des f. m. m. transversales.

1. AMORTISSEUR À CAGE

Pour fixer les idées nous allons examiner d'abord le cas où nous avons $n_a = 7$ barres par pôle. Une machine ayant un tel amortisseur est représentée d'une manière schématique dans la fig. 4.

Dans la fig. 5 sont représentés le schéma développé de la cage de l'amortisseur à anneaux complets et de même le diagramme (en fonction de temps) des courants, qui, à une autre échelle et à un déphasage initial convenable, correspond à l'étoile des f. é. m.

La f. m. m. longitudinale de l'amortisseur est représentée dans la fig. 6, et elle a été construite par les procédés bien connus [9], [18].

Notons par α l'angle électrique compris entre deux barres consécutives du même pôle.

L'égalité des harmoniques fondamentaux des f. m. m. longitudinales donne :

$$\sqrt{2}\, I_0\, (4/\pi)\, (k_1 \sin\alpha + k_2 \sin 2\alpha + k_3 \sin 3\alpha) = \sqrt{2}\, I_{cd}\, (4/\pi)\,, \tag{50}$$

où

$$k_i = \sin\, \alpha_i\,, \tag{51}$$

ou l'argument α_i est l'angle dont le sinus multiplie k_i. Par I_0 on a noté

le courant efficace de la barre du milieu du pôle, et par I_{cd} — la valeur efficace du courant de la spire longitudinale équivalente.

Notons par z_0 l'impédance d'une barre et par E_0 — la valeur efficace de la f. é. m. induite dans la barre du milieux du pôle. Nous pouvons écrire

(52) $$I_0 = E_0 / z_0 ,$$

(53) $$I_{cd} = 2E_0 / z_{cd} .$$

En remplaçant ces valeurs dans la relation (50) on obtient :

(54) $$\underline{z}_{cd} = 2\underline{z}_0 / S_d ,$$

où nous avons noté

(55) $$S_d = \sin^2 \alpha + \sin^2 2\alpha + \sin^2 3\alpha .$$

L'égalité des harmoniques fondamentaux des f. m. m. transversales, donne

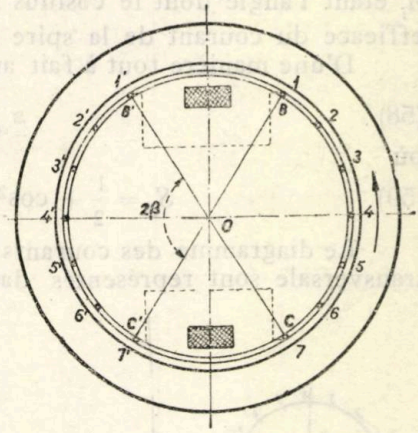


Fig. 4. — Section schématique d'un alternateur à amortisseur.

(56) $$\sqrt{2}\, I_0 (4/\pi) \left(\frac{1}{2} k_0 + k_1 \cos\alpha + k_2 \cos 2\alpha + k_3 \cos 3\alpha \right) = \sqrt{2}\, I_{cq} (4/\pi)$$

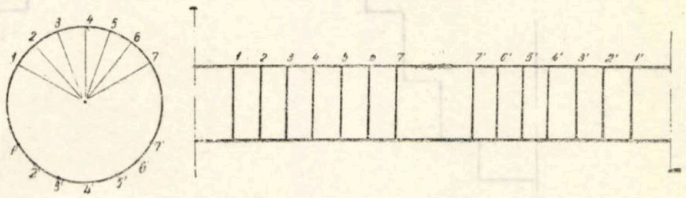


Fig. 5. — Le schéma développé d'un amortisseur à cage, et l'étoile des f. é. m.

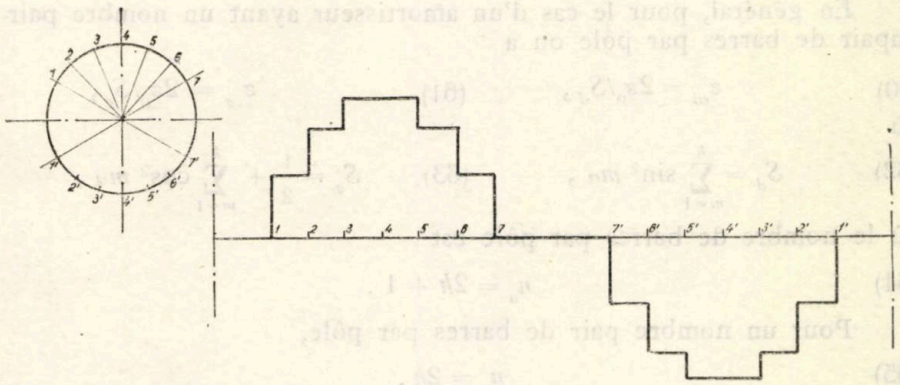


Fig. 6. — Le diagramme des courants (en fonction de temps), et le diagramme de la f. m. m. longitudinale d'un amortisseur à cage.

où

(57) $$k_i = \cos \alpha_i ,$$

α_i étant l'angle dont le cosinus multiplie k_i. Par I_{cq} on a noté la valeur efficace du courant de la spire transversale équivalente.

D'une manière tout à fait analogue on obtient pour l'axe transversal

(58) $$\underline{z}_{cq} = 2z_0/S_q$$

où

(59) $$S_q = \frac{1}{2} + \cos^2 \alpha + \cos^2 2\alpha + \cos^2 3\alpha .$$

Le diagramme des courants (en fonction de temps) et celle la f.m.m. transversale sont représentés dans la fig. 7.

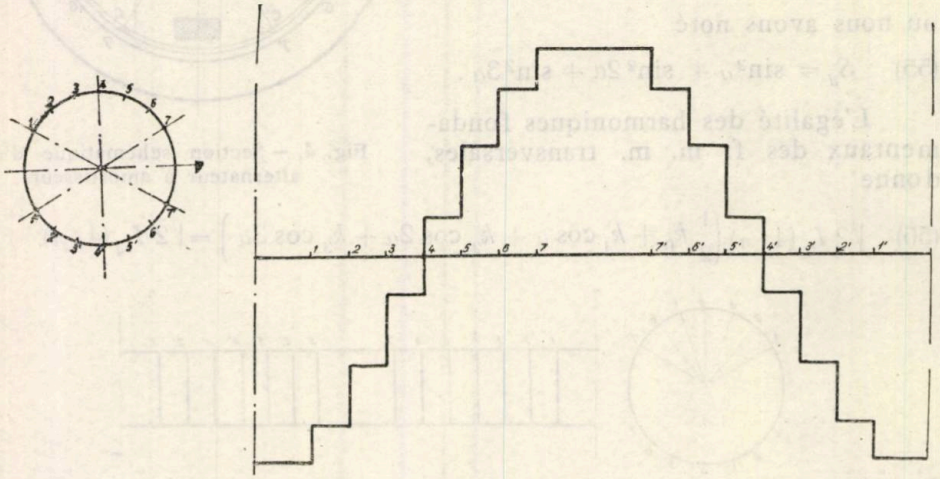


Fig. 7. — Le diagramme des courants (en fonction de temps), et le diagramme de la f. m. m transversale d'un amortisseur à cage.

En général, pour le cas d'un amortisseur ayant un nombre pair ou impair de barres par pôle on a

(60) $$\underline{z}_{cd} = 2\underline{z}_0/S_d ,$$ (61) $$\underline{z}_{cq} = 2\underline{z}_0/S_q ,$$

où

(62) $$S_d = \sum_{m=1}^{h} \sin^2 m\alpha ,$$ (63) $$S_q = \frac{1}{2} + \sum_{m=1}^{h} \cos^2 m\alpha ,$$

où le nombre de barres par pôle est

(64) $$n_a = 2h + 1 .$$

Pour un nombre pair de barres par pôle,

(65) $$n_a = 2h ,$$

les relations (62), (63) se modifient, à savoir,

$$(66)\quad S_d = \sum_{m=1}^{h} \sin^2 (2m-1)\frac{\alpha}{2}, \qquad (67)\quad S_q = \sum_{m=1}^{h} \cos^2 (2m-1)\frac{\alpha}{2}.$$

L'angle α a la même signification que ci-dessus.

Après la sommation on obtient tant pour un nombre pair que pour un nombre impair de barres par pôle

$$(68)\quad S_d = (n_a/4) - (\sin n_a \alpha)/(4 \sin \alpha), \qquad (69)\quad S_q = (n_a/4) + (\sin n_a \alpha)/(4 \sin \alpha).$$

2. AMORTISSEUR À GRILLE

Dans le cas où les anneaux sont segmentés (fig. 8) la f. m. m. longitudinale de l'amortisseur reste la même que dans le cas où les anneaux sont complets. Par contre la f. m. m. transversale a une valeur différente [15].

Pour pouvoir représenter la f. m. m. il faut connaître tout d'abord les courants dans les barres de l'amortisseur. Les barres d'un pôle forment une grille, et si nous notons par $\underline{V}_i$ la différence de potentiel (en complexe) entre les segments d'anneau, par $\underline{E}_i$ — la f. é. m. induite, par $\underline{z}_i$ — l'impédance et par $\underline{I}_i$ — le courant dans la i-ème barre de la grille d'un pôle, nous avons, selon le deuxième théorème de Kirchhoff [21], $\underline{V} = -\underline{E}_i + \underline{z}_i \underline{I}_i$, et selon le premier théorème, $\sum_{n_a} \underline{I}_i = 0$.

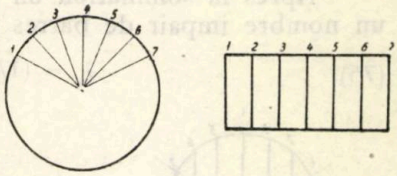


Fig. 8. — Le schéma développé d'un amortisseur à grille et l'étoile des f.é.m.

En vertu de l'hypothèse b) on a

$$(70)\quad n_a \underline{V} = -\sum \underline{E}_i$$

d'où $\underline{V} = -(\sum \underline{E}_i)/n_a$. Notons

$$(71)\quad \lambda_q = (\sum \underline{E}_i)/(n_a \underline{E}_0)$$

on a

$$(72)\quad \underline{V} = -\lambda_q \underline{E}_0 .$$

Compte tenu que les barres sont disposées symétriquement par rapport à l'axe longitudinal, les grandeurs $\sum \underline{E}_i$ et $\underline{E}_0$ sont synphasiques et λ_q est donc une quantité réelle.

De la relation (68) il s'ensuit que le courant dans chaque barre est la somme de deux composantes, l'une produite seulement par la f. é. m. identique à celle qui y est induite lorsque les anneaux de l'amortisseur sont complets, l'autre produite seulement par la différence de potentiel entre les segments de connexion de la cage ; cette dernière composante est, dans chaque instant, la même dans toutes les barres de la même pièce polaire.

Le diagramme de la f. m. m. transversale pour $n_a = 7$ barres par pôle peut être construit à l'aide du diagramme des courants (en fonction de temps), et il est representé dans la fig. 9.

Si l'on substitue aux f. é. m. E_i leurs valeurs, on obtient pour un nombre impair de barres par pôle, $n_a = 2h + 1$, la formule

$$\lambda_q = (1 + 2 \sum_{m=1}^{h} \cos m\alpha) / (2h + 1) . \tag{73}$$

Lorsque le nombre de barres par pôle est pair, $n_a = 2h$, la formule (71) devient

$$\lambda_q = (1/h) \sum_{m=1}^{h} \cos (2m - 1) \frac{\alpha}{2} . \tag{74}$$

Après la sommation on obtient tant pour un nombre pair que pour un nombre impair de barres par pôle

$$\lambda_q = (1/n_a) [\sin (n_a \alpha\, 2) / \sin (\alpha/2)] . \tag{75}$$

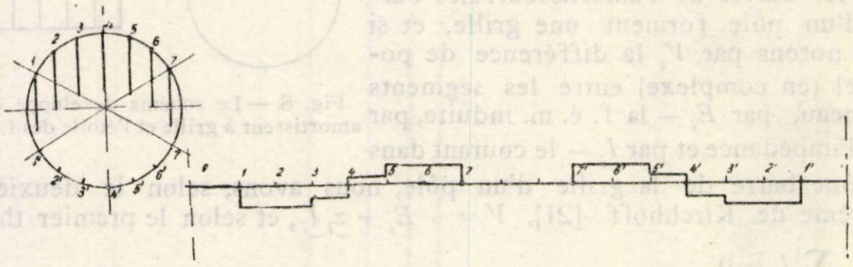


Fig. 9 — Le diagramme des courants (en fonction de temps), et le diagramme de la f. m. m. transversale d'un amortisseur à grille.

La condition d'égalité entre les f. m. m. longitudinales et transversales donne pour $n_a = 7$:

$$(4/\pi) \sqrt{2}\, I_0 \left[\left(\frac{1}{2} + k_1 \cos \alpha + k_2 \cos 2\alpha + k_3 \cos 3\alpha \right) - \right.$$
$$\left. - \lambda_q \left(\frac{1}{2} + k_1 + k_2 + k_3 \right) \right] = \sqrt{2}\, I'_{cq} (4/\pi) , \tag{76}$$

où h_i est donné par la relation (57).

Dans le cas de l'amortisseur à grille on obtient, d'une manière analogue, les relations:

$$I_0 = E_0 / z_0 , \qquad (77') \quad I'_{cq} = 2 E_0 / z'_{cq} , \tag{77}$$

où l'on a noté par z'_{cq} l'impédance équivalente transversale.

Remplaçant ces valeurs dans la relation (76), on obtient

$$\underline{z}'_{cq} = 2 \underline{z}_0 / S'_q . \tag{78}$$

On a introduit la notation

$$S'_q = S_q - \lambda_q \left(\frac{1}{2} + \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha \right) , \tag{79}$$

où le coefficient S_q est donné par la relation (63) et le coefficient λ_q par la relation (73), pour $h = 3$.

En général, pour le cas d'un amortisseur à grille ayant un nombre impair ou pair de barres par pôle, on a

(80) $$\underline{z}'_{cq} = 2\,\underline{z}_0 / S'_q \qquad \text{ou} \qquad (81) \qquad S'_q = S_q - (n_a/2)\,\lambda_q^2;$$

λ est donné par la relation (75).

Nous avons étudié l'amortisseur à grille supposant que les barres et les segments de la cage sont isolés de la masse du pôle, ce qui n'a jamais lieu en pratique.

Dans le cas où les noyaux des pôles et la culasse de la roue polaire assurent par le matériel et l'assemblage une bonne liaison électrique entre les grilles des divers pôles, la grandeur S'_q a des valeurs bien plus grandes que celles données par la relation (81), et se rapproche bien plus de la valeur qui correspond au cas d'un amortisseur à cage.

Dans les calculs on doit apprécier selon la nature du materiel et de l'assemblage du noyau polaire et de la culasse du rotor, quelle valeur doit-on élire pour S'_q, c'est-à-dire plus raprochée de S_q donnée par la relation (69), ou plus raprochée de S'_q, donnée par la relation (81).

On peut adopter pour les calculs préliminaires la valeur approximative $S'_q = S_q/2$. Par la nature de la question même, la vraie valeur de S'_q ne peut être determinée que par l'expérience.

4. Transposition des impédances de dispersion longitudinale et transversale sur l'enroulement du stator

a) *Transposition de l'impédance longitudinale*

La relation de transposition des spires longitudinales sur l'enroulement du statos s'obtient en écrivant l'égalité entre la f. m. m. des spires non transposées et la f. m. m. der spires transposées sur l'enroulement du stator.

Eu utilisant les formules qui donnent l'harmonique fondamental de la f. m. m. [20], et compte tenu du fait que les spires longitudinales constituent un enroulement diphasé à $2p$ spires par phase, dont on supprime ensuite une des phases, on a :

(82) $$(\sqrt{2}/\pi).(2/p)\,2p\,I_{cd} = [\sqrt{2}\,m/(\pi\,p)]\,w_1\,k_{w1}\,I_{ds},$$

où on a noté par I_{ds} le courant de la spire transposée.

Pour la spire non transposée on a

(83) $$I_{cd} = \Phi_1\,\omega/(\sqrt{2}\,z_{cd}).$$

Pour la spire transposée on a

(84) $$I_{ds} = \Phi_1\,\omega\,w_1\,k_{w1}/(\sqrt{2}\,z_{ds}).$$

Substituant les valeurs du courant dans la relation (82) on obtient:

(85) $$r_d = [m/(4\,p)]\,(k_{w1}\,w_1)^2\,r_{cd},$$

où l'on a noté par r_d la résistance de la spire longitudinale après sa transposition sur l'enroulement du stator.

D'une manière analogue on a pour l'impédance de dispersion

(86) $$x_{ds} = [m/(4p)]\,(k_{w1}\,w_1)^2\,x_{cd}\,.$$

Donc on a aussi

(87) $$\underline{z}_{ds} = [m/(4p)]\,(k_{w1}\,w_1)^2\,\underline{z}_{cd}\,.$$

b) *Transposition de l'impédance transversale*

D'une manière analogue on trouve pour l'impédance transversale les expresions:

(88) $$r_q = [m/(4p)]\,(k_{w1}\,w_1)^2\,r_{cq}\,,$$ (89) $$x_{qs} = [m/(4p)]\,(k_{w1}\,w_1)^2\,x_{cq}\,,$$

(90) $$\underline{z}_{qs} = [m/(4p)]\,(k_{w1}\,w_1)^2\,\underline{z}_{cq}\,.$$

5. Les valeurs relatives des impédances

Pour obtenir les valeurs relatives des impédances, transposées sur l'enroulement du stator, il faut les diviser par l'impédance nominale [20]:

(91) $$z_N = \frac{U_N}{I_N} = \frac{\pi\sqrt{2}\,\Phi_N w_1 k_{w1} f}{I_N} = \frac{2m\,(w_1 k_{w1})^2 f\,\Phi_N}{p F_1}\,.$$

On obtient

(92) $$\tilde{z}_d = [F_1/(8 f \Phi_N)]\,z_{cd},$$

(93) $$\tilde{z}_{qs} = [F_1/(8 f \Phi_N)]\,z_{cq},$$ (93′) $$\tilde{z}'_{qs} = [F_1/(8 f \Phi_N)]\,z'_{cq}\,.$$

6. Formules pour le calcul de la résistance et de la réactance des amortisseurs à cage

En combinant les relations (92), (93), (93′) avec (60), (61), (78) et (44), (48), (49), on trouve des formules pour le calcul de la résistance et de la réactance des amortisseurs.

La réactance de dispersion longitudinale d'un amortisseur à cage ou à grille est:

(94) $$\tilde{x}_{ds} = (2\pi\mu_0 F_1 l_a/\Phi_N)\;[1/(4 S_d)]\,\lambda_{ds},$$

où λ_{ds} peut être déterminé par la formule (45).

La réactance transversale est

(95) $$\tilde{x}_{qs} = (S_d/S_q)\,\tilde{x}_{ds}$$

dans le cas d'un amortisseur à cage et

(96) $$\tilde{x}_{qs} = (S_d/S_q \ldots S_d/S'_q)\,\tilde{x}_{ds}$$

dans le cas d'un amortisseur à grille.

Dans les calculs des amortisseus à grille on peut considérer, d'une manière aproximative,

$$\tilde{x}_{qs} = 2\tilde{x}_{ds}. \tag{97}$$

La résistance longitudinale de l'amortisseur à cage ou à grille est:

$$\tilde{r}_d = \varrho_{75}\,[F_1/(f\,\Phi_N)]\,\{k_a\,l_a/s_a + [0{,}2\,D\,k/(2\,ps)]\,n_a\}\,[1/(4\,S_d)]. \tag{98}$$

La résistance transversale est

$$\tilde{r}_q = (S_d/S_q)\,\tilde{r}_d \tag{99}$$

dans le cas d'un amortisseur à cage et

$$\tilde{r}_q = (S_d/S_q \ldots S_d/S'_q)\,\tilde{r}_d \tag{100}$$

dans le cas d'un amortisseur à grille.

Dans les calculs des amortisseurs à grille on peut considérer, avec une bonne aproximation,

$$\tilde{r}_q = 2\tilde{r}_d. \tag{101}$$

Les coefficients S_d, S_q, S'_q sont donnés par les formules (68), (69), (81).

Dans le tableau 1 sont données les valeurs de S_d et de S_q pour le cas d'une pièce polaire, embrassant les deux tiers du pas polaire.

Tableau 1

2β	n_a	2	3	4	5	6	7	8	9
120°	S_d	0,750	0,750	0,687	1,000	1,138	1,281	1,422	1,567
	S_q	0,250	0,750	1,113	1,500	1,862	2,220	2,578	2,933
100°	S_d	0,587	0,587	0,670	0,765	0,866	0,970	1,079	1,180
	S_q	0,413	0,913	1,330	1,735	2,134	2,530	2,921	3,320
90°	S_d	0,500	0,500	0,567	0,646	0,730	0,818	0,900	0,995
	S_q	0,500	1,000	1,433	1,854	2,270	2,682	3,100	3,505
80°	S_d	0,413	0,413	0,465	0,528	0,599	0,668	0,739	0,811
	S_q	0,587	1,087	1,535	1,972	2,401	2,832	3,261	3,689
60°	S_d	0,250	0,250	0,280	0,318	0,357	0,400	0,428	0,485
	S_q	0,750	0,250	1,720	2,182	2,643	3,100	3 572	4,020

Les valeurs de S_d et S_q contenues dans le tableau 1 ont été calculées à l'aide des relations (68), (69).

7. Épreuves expérimentales

Pour un compensateur synchrone de 5000 kVA, ayant la tension de ligne de 6300 V, à 50 Hz, les essais ont donné, en valeurs relatives:

$x''_d = 0{,}155$, $x''_q = 0{,}31$, $x_1 = 0{,}09$, $X_{ad} = 1{,}35$, $X_{aq} = 0{,}73$, $X'_d = 0{,}308$.

Les caractéristiques du compensateur qui nous interessent sont : $w_1 = 60$, $\tau = 62{,}8$ cm, $l_a = 109$ cm, $k_{w1} = 0{,}92$, $h_0 = 0{,}3$ cm, $l_i = 107$ cm, $p = 3$, $b_0 = 0{,}3$ cm, $n_a = 9$ barres par pôle.

L'amortisseur est à grille. L'angle électrique entre les deux barres extrêmes d'un pôle du compensateur étant approximativement 120° on peut utiliser pour S_d les valeurs du tableau 1.

Utilisant la relation (94) on obtient

$$\tilde{x}_{ds} = 0{,}1, \quad \tilde{x}_{qs} \approx 2\,x_{ds} \approx 0{,}2, \quad \Phi_N = 0{,}298 \text{ Wb}, \quad F_1 = 1{,}13.10^4 \text{ Asp},$$

où Φ_N et F_1 sont, respectivement, les valeurs nominales du flux et de la f. m. m. par champ simple. De même $\lambda_{ds} = \lambda_c + \lambda_f = 1{,}94$. D'après les données du tableau 1, pour $n_a = 9$ on trouve $S_d = 1{,}567$.

Par calcul, en utilisant les relations connues [20], on trouve :

$$X_{ad} = 1{,}35, \quad X_{aq} = 0{,}7, \quad x_1 = 0{,}09, \quad x_{cs} = 0{,}26.$$

On a [5], [6], [20]:

$$x''_d = x_1 + \frac{1}{1/X_{ad} + 1/x_{es} + 1/x_{ds}} = 0{,}09 + \frac{1}{1/1{,}35 + 1/0{,}26 + 1/0{,}01} = 0{,}159,$$

$$x''_q = x_1 + \frac{1}{1/X_{aq} + 1/x_{qs}} = 0{,}09 + \frac{1}{1/0{,}7 + 1/0{,}2} = 0{,}245.$$

Les résultats obtenus par le calcul s'accordent donc d'une manière satisfaisante avec ceux fournis par l'expérience.

8. Conclusions

a) L'utilisation du calcul tensoriel permet à étudier d'une façon relativement simple et en même temps assez complète les phénomènes oscillatoires des machines synchrones. On obtient de cette manière les expressions des courants et du couple en régime oscillatoire, et on peut en déduire la condition de stabilité.

b) Pour qu'on puisse utiliser les formules établies il est nécessaire de connaître, le plus exactement possible, les valeurs des paramètres de la machine, en particulier, celles des paramètres de l'amortisseur.

c) Les paramètres des amortisseurs à grille et à cage peuvent être calculés à l'aide des relations (94)... (101). On constate qu'on peut calculer avec bien plus de précision les paramètres de l'axe transversal pour un amortisseur à cage, que pour un amortisseur à grille.

d) Les expressions établies pour le calcul des paramètres de l'amortisseur d'une machine synchrone sont utiles non seulement pour l'étude des oscillations, mais encore pour le calcul des autres phénomènes transitoires [7], [5], [15], [19], [21], à savoir : le court-circuit des alternateurs, le démarrage en asynchrone des moteurs synchrones [9], [16], l'étouffement des harmoniques supérieurs et des champs inverses dans les alternateurs et spécialement dans les alternateurs monophasés.

Reçu le 10 XII 1959

Usine „Electroputere", Craiova

BIBLIOGRAPHIE

1. Angot A., *Compléments de mathématiques*, Paris, Ed. de la Revue d'optique, 1949.
2. Antoniu I. S., *Chestiuni speciale de electrotehnică*, Ed. Acad. RPR, 1956.
3. Blondel V., RGE, 1923, **13**, pp. 235, 275, 331, 387, 515.
4. Corlăţeanu V., Bull de l'Ec. Polyt., Jassy, 1947, **2**, *2*, pp. 375—434.
5. — *Curs de maşini electrice*, vol. **II**, *Maşini sincrone*, Lit. Inst. polit. Iaşi, 1956, litografiat.
6. Костенко М. П., *Электрические машины*, т. **I**, ГЭИ, М.—Л., 1940.
7. — *Электрические машины, специальная часть*, ГЭИ, М.—Л., 1949.
8. Fallou J., *Leçons d'électrotechnique générale*, vol. **I**, **II**, Gauthier Villars, Paris, 1949.
9. Gheorghiu I. S., *Maşini electrice. Maşina sincronă*, Inst. polit. Buc., 1954, litografiat.
10. Казовский Е. Я., *Электричество*, 1950, *4*, стр. 14—24.
11. Kucera J., RGE, 1952, **61**, *7*, pp. 325—338.
12. — Ibid., 1955, **64**, *9*, 433—454.
13. Лайбл Т., *Теория синхронной машин при переходных процессах*, ГЭИ, М.—Л., 1957.
14. Матюхин В. М., ИАН СССР, ОТН, 1948, *4*.
15. Mauduit A., RGE, 1929, **19**, p. 136.
16. Медведев Б. Л., Электричество, 1955, *6*, стр. 19.
17. Nicolaide A. C., Electrotehnica, 1958, **6**, *2*, pp. 66—71.
18. Parteni Antoni C., *Maşini sincrone*, Lit. Inst. polit. Iaşi, 1949, litografiat.
19. Поляк Н. А., Электричество, 1955, *5*.
20. Postnikov M. I., *Proiectarea maşinilor electrice*, EES, Buc., 1954, (trad. din l. rusă).
21. Rădulеţ R., *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. **III**, Lit. Inst. polit. Buc., 1955, litografiat.
22. Say M G., *The performance and design of alternating current machines*, sec. ed., Sir Isaac Pitman & Sons, Ltd., London, 1957.
23. Веников В. А., *Электромеханические переходные процессы в электрических системах*, ГЭИ, М.—Л., 1958.

ВКЛАД К ИЗУЧЕНИЮ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ЯВЛЕНИЙ У СИНХРОННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

(Резюме)

Дается, на основании тензорного исчисления, новое решение для выражения токов и моментов синхронных генераторов в колебательном режиме.

Подчеркивается практичность установления выражений позволяющих вычислять параметры демпферных обмоток синхронной машины.

Расчет демпферных обмоток по настоящее время производится с малой точностью и в особенности на основании практических данных.

Устанавливаются выражения позволяющие при выполнении проекта отметить поведение демпферной обмотки машины в различных переходных процессах.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Координатные оси машины.
Рис. 2. — Векторная диаграмма синхронного генератора.
Рис. 3. — Импедансы „дисперсии" $\underline{z}_d$ и $\underline{z}_q$.
Рис. 4. — Схематическое сечение синхронного генератора с демпферными обмотками.
Рис. 5. — Развернутая схема демпферной обмотки с полными кольцами, и звезда э. д. с.
Рис. 6. — Диаграмма времени токов и диаграмма пропольного магнето-моторного напряжения демпферных обмоток с полными кольцами.
Рис. 7. — Диаграмма времени токов и диаграмма поперечного магнето-моторного напряжения демпферных обмоток с полными кольцами.
Рис. 8. — Развернутая схема демпферной обмотки с сегментированными кольцами, и звезда э. д. с.
Рис. 9. — Диаграмма времени токов и диаграмма поперечного магнето-моторного напряжения демпферных обмоток с сегментированными кольцами.

CONTRIBUŢII LA STUDIUL FENOMENELOR OSCILATORII ALE GENERATOARELOR SINCRONE

(Rezumat)

Se prezintă o soluţie nouă, bazată pe utilizarea calculului tensorial, pentru obţinerea expresiilor curenţilor şi cuplului unei maşini sincrone în regim oscilator.

După relevarea importanţei problemei puse se insistă asupra utilităţii stabilirii unor formule adecvate pentru calculul parametrilor amortizorilor unei maşini sincrone. Acest calcul se efectuează, în prezent, într-un mod insuficient de precis, în special pe bază empirică. Se stabilesc formule care permit, în faza de proiectare, aprecierea comportării amortizorului maşinii, în timpul diverselor fenomene tranzitorii.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Axele de referinţă ale maşinii.
Fig. 2. — Diagrama vectorială a generatorului sincron.
Fig. 3. — Impendanţele de „dispersie" $\underline{z}_d$ şi $\underline{z}_q$.
Fig. 4. — Secţiune schematică printr-un generator sincron cu amortizor.
Fig. 5. — Schema desfăşurată a amortizorului cu inele complete, şi steaua f. e. m.
Fig. 6. — Diagrama de timp a curenţilor şi diagrama f. m. m. longitudinale a unui amortizor cu inele complete.
Fig. 7. — Diagrama de timp a curenţilor şi diagrama f. m. m. transversale a unui amortizor cu inele complete.
Fig. 8. — Schema desfăşurată a unui amortizor cu inele segmentate, şi steaua f. e. m.
Fig. 9. — Diagrama de timp a curenţilor şi diagrama f. m. m. transversale a unui amortizor cu inele segmentate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 621.316.717 ; 621 3.018.44

REOSTAT AUTOREGLABIL DE PORNIRE A MOTOARELOR ASINCRONE

DE

VICTOR SAVIUC, ZAIRA MURGU şi V. CORLĂŢEANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi, din 28–30 octombrie 1960

1. Introducere

Pentru mărirea momentului şi limitarea curentului la pornirea motoarelor asincrone cu rotorul bobinat se utilizează reostate de rezistenţă variabilă, în trepte. Reglarea reostatului complică mult comanda maşinilor asincrone; scurtcircuitarea manuală a treptelor reostatului cere supraveghere continuă şi calificată iar automatizarea schemei de comandă este costisitoare necesitînd multe aparate ajutătoare, ceea ce reduce siguranţa în funcţionare; de asemenea trebuie prevenită pornirea în sarcină a motorului cu reostatul scurtcircuitat. Realizarea unui reostat fără piese în mişcare, a cărui rezistenţă să varieze automat, înlăturînd incovenientele de mai sus, a preocupat inginerii electricieni, construindu-se pînă în prezent cîteva tipuri de astfel de reostate [1], [2].

Un tip de reostat autoreglabil se poate realiza pe baza efectului pelicular în corpuri feromagnetice; el este constituit dintr-un circuit magnetic trifazat, din tub de fier, pe care este aşezată o înfăşurare ce se conectează la inelele motorului asincron. Curentul rotoric trecînd prin această înfăşurare produce, în miezul de fier, pierderi prin histerezis şi curenţi turbionari, mărind rezistenţa echivalentă a înfăşurării. La conectare, frecvenţa curenţilor din rotor va fi 50 Hz, pierderile şi rezistenţa echivalentă fiind maxime. Pe măsura creşterii vitezei de rotaţie frecvenţa scade, pierderile şi rezistenţa echivalentă a bobinei micşorîndu-se. Astfel, reostatul cu miez feromagnetic permite o variaţie automată a rezistenţei în funcţie de viteza de rotaţie, pornirea devenind tot atît de simplă ca la motoarele asincrone în scurtcircuit. Dacă înfăşurarea reostatului autoreglabil este calculată pentru o densitate de 1,5...2 A/mm^2, pierderile în regim nominal sînt neînsemnate şi reostatul poate rămîne permanent în circuit, fapt care permite reconectarea fără precauţii a motorului. Acest tip de reostat autoreglabil este uşor de construit, sigur în funcţionare, asigurînd un moment de pornire satisfăcător la o limitare apreciabilă a curentului. Un interes deosebit prezintă utilizarea acestui reostat în agricultură, unde condiţiile limitării curentului de pornire şi simplitatea pornirii au o mare însemnătate.

În lucrare se studiază fenomenele care au loc într-un astfel de reostat; pe baza acestui studiu se dau relaţiile de calcul a reostatului şi a caracteristicilor motorului asincron cu reostat autoreglabil. În încheiere se dau rezultatele experimentale obţinute pentru caracteristica mecanică a unui motor asincron cu un astfel de reostat.

2. Efectul pelicular într-un circuit feromagnetic masiv, infinit

Efectul pelicular în corpuri feromagnetice a fost studiat amănunţit de L. R. Neiman în [3]; luînd în considerare variaţia permeabilităţii cu cîmpul magnetic pe adîncimea de pătrundere a undei electromagnetice şi pierderile prin histerezis, el dă relaţii simple şi suficient de precise, valabile pentru toate materialele feromagnetice folosite în practică, în cazul efectului pelicular pronunţat.

a) *Impedanţa magnetică* a unei porţiuni rectilinii de circuit magnetic masiv, în sistemul MKSA raţionalizat, se exprimă prin relaţia:

$$\underline{Z}_m = R_m + jX_m = 0{,}86\,(l/u)\sqrt{\omega\gamma/\mu_s}\,\exp(j59°), \tag{1}$$

unde: u — perimetrul secţiunii transversale a circuitului magnetic, l — lungimea lui, γ — conductibilitatea materialului, μ_s — valoarea permeabilităţii magnetice determinată din curba fundamentală de magnetizare la valoarea eficace H_{sef} a intensităţii cîmpului magnetic pe suprafaţa corpului feromagnetic, ω — pulsaţia.

Această formulă, dedusă pentru cîmpuri intense pe suprafaţa corpului, dă rezultate satisfăcătoare şi în cazul cîmpurilor slabe.

b) *Adîncimea de pătrundere* $\Delta_{0,05}$, la care modulul vectorului Umov-Poynting reprezintă 5% din valoarea sa pe suprafaţă, adică adîncimea pe care unda practic se amortizează, este dată în cazul cîmpurilor magnetice H_{sef} intense, de relaţia:

$$\Delta_{0,05} = \sqrt{2/(\omega\mu_s\gamma)}\,. \tag{2}$$

Pentru $\gamma = 6.10^6\ \Omega^{-1}m^{-1}$, $\mu_s = 500\,\mu_0$ şi $f = 50$ Hz se obţine $\Delta_{0,05} = 0{,}13$ cm; pentru aceleaşi valori ale lui γ şi μ_s, $\Delta_{0,05} = 0{,}5$ cm se obţine la $f = 50\,(0{,}13/0{,}50)^2 = 3{,}4$ Hz. Din cele de mai sus rezultă că un tub de fier de 0,5 cm grosime se comportă ca masiv pînă la frecvenţe apropiate de cele care apar în rotorul motorului asincron la sarcină nominală.

c) *Calculul practic al impedanţei magnetice.* Calculul impedanţei magnetice cu relaţia (1) este îngreuiat de necesitatea cunoaşterii caracteristicilor materialului. Această dificultate poate fi evitată remarcînd că la creşterea adausurilor din fier scade în acelaşi timp atît permeabilitatea magnetică cît şi conductibilitatea electrică, încît pentru materialele obişnuite expresia $\sqrt{\mu_s/\gamma}$ variază foarte puţin de la un material la altul. Astfel, se dau curbe medii (fig. 1) care fac posibilă determinarea rapidă şi cu precizie suficient de mare a mărimilor care interesează, fără a cu-

noaşte proprietăţile materialului feromagnetic. Din valorile impedanţei magnetice la 20°C, date în fig. 1, prin împărţirea cu:

$$\sqrt{1 + \alpha_{20}(t - 20)} \approx 1 + \frac{1}{2}\alpha_{20}(t - 20), \tag{3}$$

se pot calcula valorile acesteia la temperatura t; în relaţia (3) α_{20} este coeficientul de variaţie a rezistivităţii cu temperatura la 20°C.

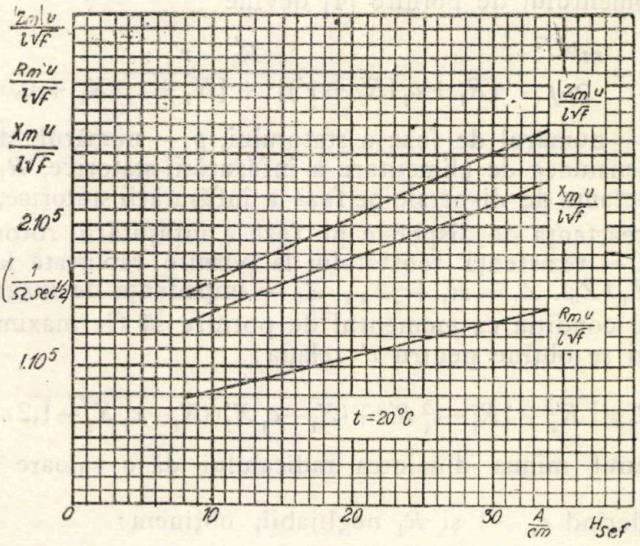


Fig. 1. — Variaţia rezistenţei, reactanţei şi impedanţei magnetice a unui corp feromagnetic masiv, cu valoarea eficace a intensităţii cîmpului magnetic pe suprafaţa sa.

Din fig. 1 se observă că Z_m, R_m şi X_m se pot liniariza cu precizie suficientă pentru calculele practice. Astfel, în limitele prezentate, se poate scrie:

$$Z_m u / (l\sqrt{f}) = a + bH_{sef}, \tag{4}$$

în care: $a = 1{,}2.10^5\ \Omega^{-1} \sec^{-1/2}$ şi $b = 43\ \mathrm{mV}^{-1} \sec^{-1/2}$.

d) *Impedanţa unei bobine cu* w *spire şi circuit magnetic masiv.* Impedanţa corespunzătoare forţei electromotoare induse de variaţia fluxului magnetic Φ se determină, utilizînd relaţia (1), în modul următor:

$$\underline{Z} = r + jx = j\omega w \underline{\Phi} / \underline{I} = j\omega w^2 / \underline{Z}_m = (1 + j\,0{,}6)\, w^2 (u/l) \sqrt{\omega \mu_s / \gamma}. \tag{5}$$

Din relaţia (4), a impedanţei magnetice, se obţine o formulă uşor de utilizat în practică, anume:

$$\underline{Z} = [2\pi w^2 \sqrt{f} / (a + bH_{sef})]\,(u/l) \exp(j31°). \tag{6}$$

Pentru determinarea impedanţei totale a bobinei mai trebuie luate în considerare rezistenţa în curent continuu şi eventual reactanţa de dispersie a înfăşurării; în calculele de mai jos aceste mărimi vor fi incluse în mărimile respective ale rotorului.

3. Calculul reostatului autoreglabil

Ţinînd seama de impedanţa reostatului $\underline{Z} = r + jx = r(1 + j\,0{,}6)$, expresia momentului de pornire [4] devine

$$(7) \qquad M_p = \frac{mpU^2}{2\pi f} \cdot \frac{R_2' + r'}{[R_1 + c_1(R_2' + r')]^2 + [X_1 + c_1(X_2' + 0{,}6r')]^2},$$

în care: m — numărul de faze a statorului, p — numărul de perechi de poli, U — tensiunea de alimentare a înfăşurării statorice, R_1, X_1 — rezistenţa şi reactanţa de dispersie pe fază a înfăşurării statorice, R_2', X_2' — rezistenţa şi reactanţa de dispersie pe fază a înfăşurării rotorice raportate la stator, r' — rezistenţa reostatului la pornire raportată la stator, $c_1 = \mathcal{R}e\,(1 + \underline{Z}_1/\underline{Z}_0)$, $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1$, $\underline{Z}_0$ — impedanţa de magnetizare.

Punînd condiţia ca momentul de pornire să fie maxim, după unele transformări se obţine pentru r' relaţia:

$$(8) \quad r' = -R_2' \pm \sqrt{R_2'^2 + [R_1^2 - c_1^2 R_2'^2 + (X_1 + c_1 X_2')(X_1 + c_1 X_2' - 1{,}2\,c_1 R_2')]/(1{,}36c_1^2)}$$

în care semnul minus dinaintea radicalului dă o valoare fără semnificaţie fizică.

Considerînd $c_1 = 1$ şi R_1 neglijabil, obţinem:

$$(8') \qquad r' = -R_2' + \sqrt{R_2'^2 + (X_k^2 - 1{,}2X_k R_2' - R_2'^2)/1{,}36},$$

în care $X_k = X_1 + X_2$.

Impedanţa corespunzătoare a reostatului va fi

$$(9) \qquad \underline{Z} = r'(1 + j\,0{,}6)/k^2 = 1{,}16\,(r'/k^2)\exp(j\,31°),$$

unde $k = k_{w1}\,w_1/(k_{w2}\,w_2)$, w_1, w_2 — numărul de spire pe fază a înfăşurării statorului şi rotorului, k_{w1}, k_{w2} — factorii de bobinaj respectivi.

Cunoscînd impedanţa reostatului corespunzătoare momentului de pornire maxim, se determină curentul în rotor, la pornire, cu relaţia:

$$(10) \qquad I_2 = k\frac{U}{\sqrt{[R_1 + c_1(R_2' + r')]^2 + [X_1 + c_1(X_2' + 0{,}6\,r')]^2}}.$$

Realizîndu-se reostatul din ţeavă de lungime l şi diametru d, ($u = \pi d$), valoarea medie a lui H_{sef} va fi proporţională cu wI_2/l. Din relaţia (6), ţinînd seama de (9), se obţine formula cu ajutorul căreia se va determina numărul de spire a reostatului, anume:

$$(11) \qquad 1{,}16\,r'/k^2 = [2\pi w^2\sqrt{f}/(a + cwI_2/l)]\,(u/l).$$

4. Caracteristicile motorului asincron cu reostat autoreglabil

Caracteristica mecanică şi diagrama curentului, ţinînd seama că impedanţa reostatului variază atît cu alunecarea cît şi cu curentul din rotor, se pot calcula prin aproximaţii succesive utilizînd relaţia (5) sau (6). Pentru un anumit interval de variaţie a alunecării s-ar putea neglija variaţia impedanţei reostatului cu curentul, exprimînd rezistenţa şi reactanţa lui, la alunecarea s, prin relaţiile:

$$r'_s = r' \mid s \mid^{1/2}, \quad X'_s = X' \mid s \mid^{1/2} = 0{,}6\, r' \mid s \mid^{1/2}. \tag{12}$$

Expresia caracteristicii mecanice, cu aceste relaţii, devine:

$$M = \frac{mpU^2}{2\pi f} \cdot \frac{(R'_2 + r' \mid s \mid^{1/2})/s}{[R_1 + c_1 (R'_2 + r' \mid s \mid^{1/2})/s]^2 + (X_1 + c_1 X'_2 + 0{,}6 c_1 r' / \mid s \mid^{1/2})^2}, \tag{13}$$

iar expresia curentului:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0} + \frac{\underline{U}}{R_1 + c_1 (R'_2 + r' \mid s \mid^{1/2})/s + j(X_1 + c_1 X'_2 + 0{,}6 c_1 r' / \mid s \mid^{1/2})}. \tag{14}$$

5. Exemplu de calcul

În cele ce urmează se dau rezultatele calculelor pentru un motor de 15 CP, 220/380 V, 39/22,5 A, 1440 rot./min., ai cărui parametri, obţinuţi

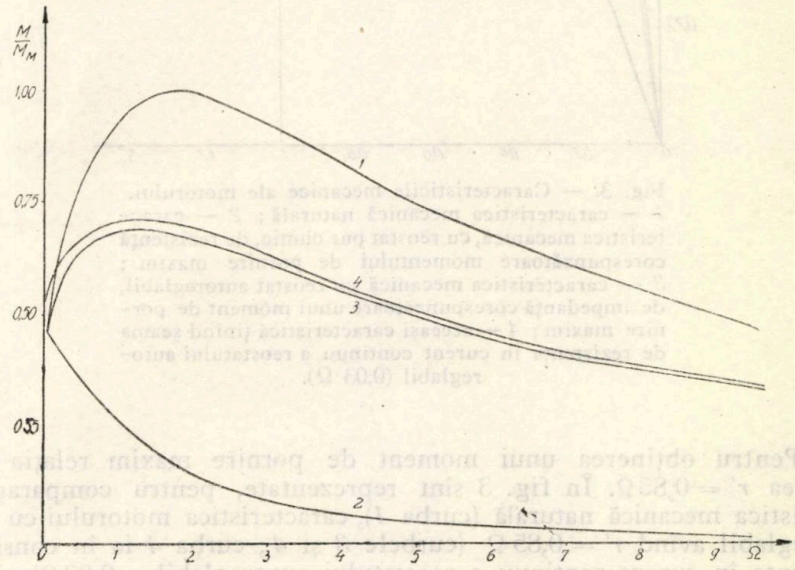


Fig. 2. — Variaţia raportului dintre momentul de pornire şi momentul maxim, cu impedanţa reostatului raportată la stator.
1 — reostat pur ohmic; *2* — reostat pur reactiv; *3* — reostat autoreglabil pe baza efectului pelicular în corpuri feromagnetice; *4* — reostat autoreglabil, luîndu-se în considerare rezistenţa în curent continuu (0,03 Ω).

pe cale experimentală, sînt: $R_1 = 0{,}352\ \Omega$, $R_2 = 0{,}075\ \Omega$, $X_k = 2{,}34\ \Omega$, $c_1 = 1{,}05$, $k = 2{,}74$ iar curentul de mers la gol $I_0 = 9$ A. În fig. 2 s-a reprezentat variaţia raportului dintre momentul de pornire şi momentul maxim în funcţie de impedanţa reostatului raportată la stator, pentru un reostat pur ohmic (curba *1*), un reostat pur reactiv (curba *2*) şi un reostat autoreglabil (curbele *3* şi *4*); curba *4* ţine seama de rezistenţa în curent continuu a reostatului prin valoarea constantă 0,03 Ω. Din analiza fig. 2 se constată avantajul reostatului autoreglabil studiat faţă de cel pur reactiv, în ceea ce priveşte mărimea momentului de pornire.

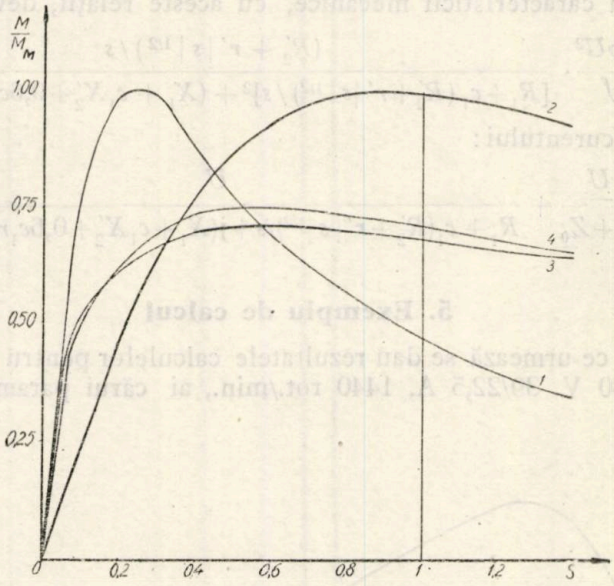


Fig. 3. — Caracteristicile mecanice ale motorului. *1* — caracteristica mecanică naturală; *2* — caracteristica mecanică, cu reostat pur ohmic, de rezistenţă corespunzătoare momentului de pornire maxim; *3* — caracteristica mecanică cu reostat autoreglabil, de impedanţă corespunzătoare unui moment de pornire maxim; *4* — aceeaşi caracteristică ţinînd seama de rezistenţa în curent continuu a reostatului autoreglabil (0,03 Ω).

Pentru obţinerea unui moment de pornire maxim relaţia (8) dă valoarea $r' = 0{,}85\ \Omega$. În fig. 3 sînt reprezentate, pentru comparaţie, caracteristica mecanică naturală (curba *1*), caracteristica motorului cu reostat autoreglabil avînd $r' = 0{,}85\ \Omega$ (curbele *3* şi *4*; curba *4* ia în considerare rezistenţa în curent continuu a reostatului autoreglabil = 0,03 Ω). Ultima caracteristică este calculată cu relaţia (13). Din fig. 3 se constată că reostatul autoreglabil măreşte momentul de pornire dar, în acelaşi timp, produce o micşorare a momentului maxim; de asemenea se remarcă particularitatea reostatului de a aplatiza caracteristica mecanică a motorului,

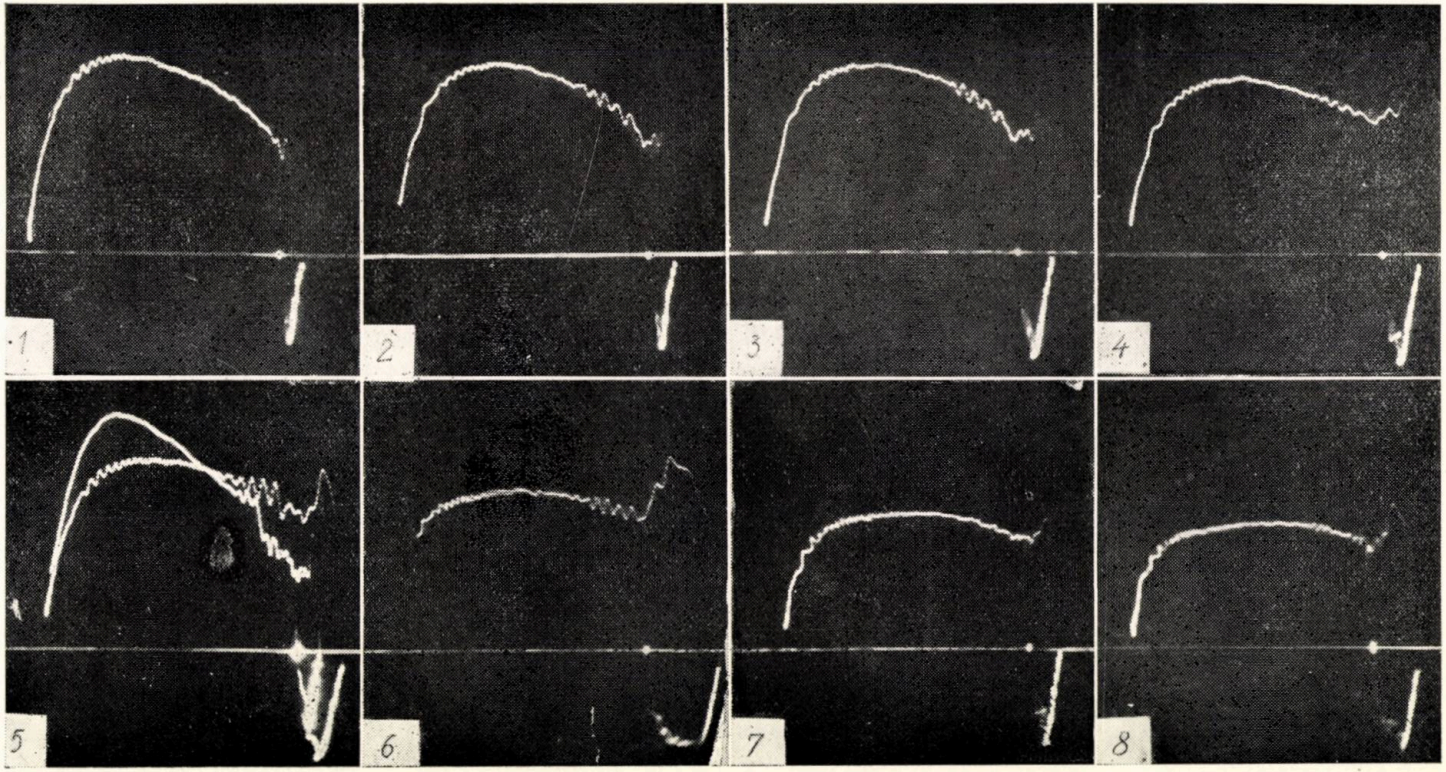


Fig. 5. — Oscilogramele caracteristicii mecanice a motorului cu reostat autoreglabil pentru diferite numere de spire. *1* — 20 spire; *2* — 25 spire; *3* — 30 spire; *4* — 35 spire; *5* — 40 spire și caracteristica mecanică naturală; *6* — 50 spire; *7* — 55 spire; *8* — 60 spire.

În fig. 4 sînt reprezentate diagramele curentului motorului asincron cu şi fără reostat; diagrama curentului la motorul cu reostat autoreglabil a fost calculată cu relaţia (14).

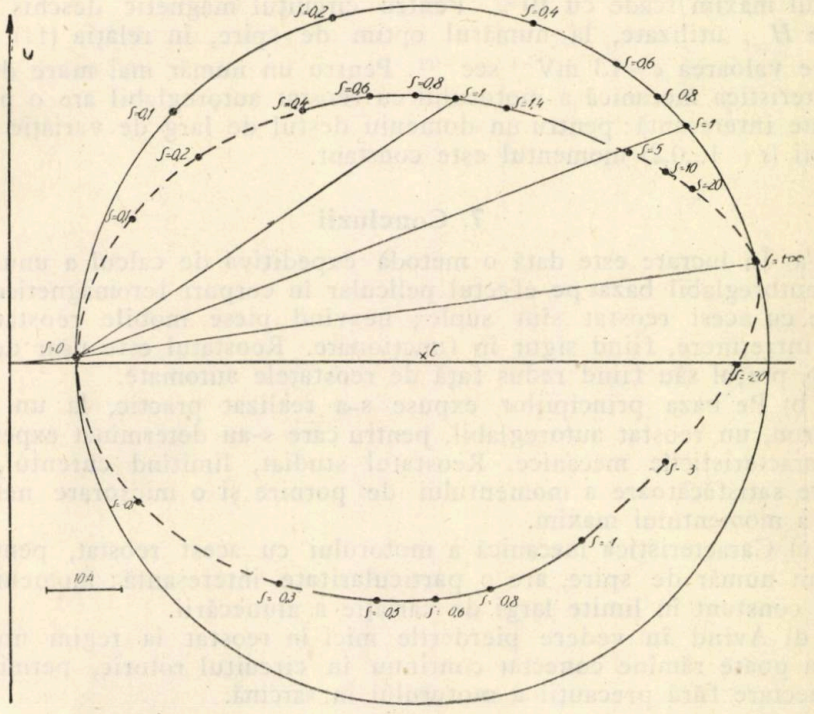


Fig. 4. — Diagrama curentului la motorul fără reostat şi cu reostat de pornire, calculată cu relaţia (14).

6. Rezultate experimentale

Pentru motorul de mai sus s-a construit un reostat din tub de fier de grosime 0,5 cm, diametru 12 cm şi lungime 50 cm.

Deoarece determinarea caracteristicilor mecanice trebuie făcută la saturaţia corespunzătoare regimului nominal, variaţia temperaturilor înfăşurărilor şi existenţa cuplurilor parazite putînd duce la erori mari, nu s-a utilizat metoda punct cu punct, ci o metodă rapidă şi precisă, cu ajutorul oscilografului catodic. Metoda de înregistrare a caracteristicilor mecanice va fi expusă detaliat într-o altă lucrare. Pentru determinarea precisă a momentului de pornire, iniţial se pornea motorul într-un sens, apoi în sens contrar. Aparatul de fotografiat se declanşa înainte de pornirea motorului, obţinîndu-se astfel un punct luminos la $s = 1$, ceea ce a permis trasarea axelor de coordonate şi determinarea momentului de pornire.

Oscilogramele obţinute pentru diferite numere de spire a reostatului sînt reprezentate în fig. 5. Din această figură se constată că la creşterea numărului de spire a reostatului momentul de pornire are un

maxim. Pentru un număr mic de spire caracteristica se apropie de cea naturală. În oscilograma *5* sînt date, pentru comparaţie, caracteristica mecanică naturală şi caracteristica motorului cu reostat cu număr optim de spire; se constată că momentul de pornire creşte de două ori iar momentul maxim scade cu 19%. Pentru circuitul magnetic deschis şi valorile H_{sef} utilizate, la numărul optim de spire, în relaţia (11) corespunde valoarea $c = 13\ mV^{-1}\ sec^{-1/2}$. Pentru un număr mai mare de spire caracteristica mecanică a motorului cu reostat autoreglabil are o particularitate interesantă: pentru un domeniu destul de larg de variaţie a alunecării ($s = 1...0{,}2$) momentul este constant.

7. Concluzii

a) În lucrare este dată o metodă expeditivă de calcul a unui reostat autoreglabil bazat pe efectul pelicular în corpuri feromagnetice. Pornirile cu acest reostat sînt suple; neavînd piese mobile reostatul nu cere întreţinere, fiind sigur în funcţionare. Reostatul este uşor de construit, preţul său fiind redus faţă de reostatele automate.

b) Pe baza principiilor expuse s-a realizat practic, la un motor asincron, un reostat autoreglabil, pentru care s-au determinat experimental caracteristicile mecanice. Reostatul studiat, limitînd curentul, dă o mărire satisfăcătoare a momentului de pornire şi o micşorare neînsemnată a momentului maxim.

c) Caracteristica mecanică a motorului cu acest reostat, pentru un anumit număr de spire, are o particularitate interesantă: momentul rămîne constant în limite largi de variaţie a alunecării.

d) Avînd în vedere pierderile mici în reostat la regim nominal, acesta poate rămîne conectat continuu în circuitul rotoric, permiţînd o reconectare fără precauţii a motorului în sarcină.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de Electrotehnică şi maşini electrice
şi
Academia R. P. R., filiala Iaşi,
Secţia de cercetări tehnice

BIBLIOGRAFIE

1. *** La technique moderne, 1956, **XLVIII**, *4*, pp. 242—244.
2. Абрамов А. Г., Шмаков В. Н., Энергетик, 1956, 7, стр. 23—25.
3. Нейман Л. Р., *Поверхностный эффект в ферромагн тных телах*, ГЭИ, М.—Л., 1949.
4. *** *Manualul inginerului electrician*, vol. **II**, *Maşini Electrice*, Ed. Tehn Buc., 1954, pp. 127—146, 157—163.

САМОРЕГУЛИРУЮЩИЙСЯ РЕОСТАТ ДЛЯ ПУСКА АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

(Резюме)

Исследуется реостат для пуска асинхронных двигателей с фазным ротором, основывающийся на поверхностном эффекте в ферромагнитных телах, сопротивление которого изменяется автоматически в зависимости от скорости вращения. Дается прием

расчета этого реостата и даются отношения расчета характеристик асинхронного двигателя с реостатом, включенным в роторной цепи, с указанием его преимуществ и недостатков. Определяется, экспериментально, механическая характеристика двигателя для разных количеств витков реостата, построенного авторами.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Изменение магнитного сопротивления, активного и реактивного магнитного сопротивления ферромагнитного массивного тела в зависимости от действующего значения напряженности магнитного поля на его поверхности.

Рис. 2. — Изменение отношения пускового момента на максимальный момент в зависимости от сопротивления реостата при приведении к обмотке статора. *1* — активный реостат; *2* — реактивный реостат; *3* — саморегулирующийся реостат, основанный на поверхностном эффекте в ферромагнитных телах; *4* — саморегулирующийся реостат, учитывая сопротивление при постоянном токе (0,03 Ω).

Рис. 3. — Механические характеристики асинхронного двигателя. *1* — естественная характеристика; *2* — характеристика с активным реостатом соответствующего значения максимального пускового момента; *3* — характеристика с саморегулирующимся реостатом, сопротивление которого соответствует максимальному моменту; *4* — та же характеристика, учитывая сопротивление реостата при постоянном токе (0,03 Ω).

Рис. 4. — Диаграмма тока двигателя с саморегулирующимся реостатом рассчитанная по формуле (14), и без реостата.

Рис. 5. — Осциллограммы механической характеристики двигателя с саморегулирующимся реостатом при разных количествах витков. *1* — 20 витков; *2* — 25 витков; *3* — 30 витков; *4* — 35 витков; *5* — 40 витков и естественная механическая характеристика; *6* — 50 витков; *7* — 55 витков; *8* — 60 витков.

RHÉOSTAT AUTORÉGULATEUR POUR LE DÉMARRAGE DES MOTEURS ASYNCHRONES

(Résumé)

On présente un rhéostat de démarrage pour les moteurs asynchrones, basé sur l'effet pelliculaire dans les corps ferromagnétiques, dont la résistance varie automatiquement avec la vitesse de rotation du moteur. On donne une méthode de calcul du rhéostat et les expressions des caractéristiques du moteur asynchrone lorsqu'un rhéostat de ce type est connecté dans le circuit rotorique; on met en évidence les avantages et les désavantages de l'utilisation d'un tel rhéostat. On a construit un tel rhéostat et on a déterminé par voie expérimentale les caractéristiques mécaniques du moteur pour de différents nombres des spires du rhéostat.

Explication des figures

Fig. 1. — La variation de la résistance, de la réactance et de l'impédance magnétique d'un corp ferromagnétique massif, en fonction de la valeur effective de l'intensité du champ magnétique à la surface.

Fig. 2. — La variation du rapport entre le moment de démarrage et le moment maximum, en fonction de l'impédance du rhéostat qui est rapportée au stator. *1* — rhéostat purement ohmique; *2* — rhéostat purement réactif; *3* — rhéostat autorégulateur basé sur l'effet pelliculaire dans les corps ferromagnétiques; *4* — rhéostat autorégulateur, en considérant sa résistance en courant continu (0,03 Ω).

Fig. 3. — Les caractéristiques mécaniques du moteur. *1* — la caractéristique mécanique naturelle ; *2* — la caractéristique mécanique lorsqu'on utilise un rhéostat purement ohmique dont la résistance correspund au moment de démarrage maximum ; *3* — la caractéristique mécanique lorsqu'on utilise un rhéostat autorégulateur dont l'impédance correspond au moment de démarrage maximum ; *4* — la même caractéristique en considérant la résistance en courant continu du rhéostat autorégulateur (0,03 Ω).

Fig. 4. — Le diagramme du courant pour le moteur asynchrone sans rhéostat et avec rhéostat, calculé avec l'expression (14).

Fig. 5. — Les oscillogrammes de la caractéristique mécanique du moteur lorsqu'on utilise un rhéostat autorégulateur à différents nombres de spires. *1* — 20 spires, *2* — 25 spires, *3* — 30 spires, *4* — 35 spires, *5* — 40 spires et la caractéristique naturelle, *6* — 50 spires, *7* — 55 spires, *8* — 60 spires.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 621.313.333

НЕКОТОРЫЕ СООБРАЖЕНИЯ В СВЯЗИ С УЛУЧШЕНИЕМ ДЕЙСТВИЯ КАСКАДА КРЕММЕРА ПРИ ПОСТОЯННОЙ МОЩНОСТИ

И. БЕЖАН, Л. СЕБАСТИАН и Н. В. БОЦАН

Доклад представленный на научной сессии Ясского политехнического института, 4—6 февраля 1960 г.

В одной из предыдущих работ [1] мы исследовали некоторые теоретические соображения в связи с работой каскада Креммера при постоянной мощности. При этом мы установили уравнения действия, имея в виду все параметры входящие в схему.

Используя эту систему регулирования скорости асинхронного двигателя в лаборатории электропривода и электрооборудования промышленных предприятий, мы установили, что при больших скоростях вращения каскада, или иначе говоря при малых значениях тока возбуждения регулирующего двигателя, каскад оказывает неустойчивое действие. Этот факт подчеркнут между прочим и другими авторами. Также был отмечен переход каскада в неустойчивую работу при быстрых изменениях тока возбуждения регулирующего двигателя. Это явление более явное при работе регулирующего двигателя на линейной части характеристики холостого хода.

Эти замечания заставили нас предпринять ряд опытов для выяснения вопроса и для установления некоторых выводов в связи с улучшением действия каскада.

В дальнейшем мы предположили, что неустойчивость каскада связана с выходом одноякорного преобразователя из синхронизма. Эта неустойчивость выявляется в виде колебаний скорости каскада а также характеризуется обменом мощности между одноякорным преобразователем и регулирующим двигателем.

Выход из синхронизма одноякорного преобразователя появляется при быстрых изменениях тока возбуждения регулирующего двигателя. Так, при скором возрастании этого тока, когда э. д. с. регулирующего двигателя становится больше постоянного напряжения одноякорного преобразователя, он переходит в двигательный режим со стороны постоянного тока, то что при некоторых значениях возрастания упомянутой э. д. с. приводит к выходу одноякорного преобразователя из синхронного положения.

В этом состоянии асинхронный двигатель становится двигателем с двойным питанием при разных частотах. Роторная частота обусловлена скоростью одноякорного преобразователя, которая больше соответствующей ей скорости при частоте роторной цепи в установившемся режиме. Благодаря этому скорость асинхронного двигателя уменьшается. При этом, э. д. с. одноякорного преобразователя растет, в то время как э. д. с. регулирующего двигателя уменьшается. Это ведет к тому, что регулирующий двигатель переходит снова в двигательное состояние, что в свою очередь ведет к новому возрастанию скорости каскада, и. т. д.

В литературе [2] указывается, что выход из синхронного состояния одноякорного преобразователя, а в связи с этим и неустойчивость каскада, обусловлены значением махового момента одноякорного преобразователя.

Мы предложили себе исследовать вопрос улучшения устойчивости каскада путем увеличения синхронизирующего момента одноякорного преобразователя, величина которого существенно влияет на устойчивость преобразователя и тем самым и каскада

Величина синхронизирующей мощности преобразователя, действующего как синхронный двигатель при частоте ротора асинхронного двигателя, обусловлена, во первых, состоянием его возбуждения, а во вторых, характером его реактивной нагрузки, согласно выражению [3]:

$$P_{cs} = [E_c / (E_{sn} + E_{qn}) \pm I_{2r} / I_{2n}] P_{cn}, \quad (1)$$

где: E_c — э. д. с. одноякорного преобразователя, E_{sn} — э. д. с. соответствующая потоку потерь при номинальном токе, E_{qn} — э. д. с. потока реакции при номинальной нагрузке, I_{2r} — реактивная составляющая тока одноякорного преобразователя, I_{2n} — номинальное значение тока со стороны переменного тока одноякорного преобразователя, P_{cn} — номинальная мощность одноякорного преобразователя.

Из выражения (1) видно, что при постоянных значениях параметров E_c, E_{sn} и E_{qn}, синхронизирующая мощность зависит от характера и значения реактивной составляющей тока одноякорного преобразователя.

Так, при индуктивной нагрузке роторной цепи по отношению к одноякорному преобразователю (одноякорный преобразователь вводит реактивную энергию в ротор асинхронного двигателя), синхронизирующая мощность, а также и синхронизирующий момент, растут одновременно с увеличением реактивной составляющей.

Для емкостных нагрузок по отношению к одноякорному преобразователю, наоборот, с возрастанием реактивной составляющей, мощность и синхронизирующих момент уменьшаются.

Из вышеуказанного следует, что независимо от состояния возбуждения, одноякорный преобразователь (синхронный двигатель), при малых от рорных частота й будет вести себя как приемник реактивной энергии (индуктивной по отношению к ротору двигателя и емкостной по отношению к одноякорному преобразователю), и следовательно синхронизирующий момент будет малым, что поведет к легкому выходу одноякорного преобразователя из синхронизма в случае малых изменений напряжения регулирующего двигателя. При одной и той же нагрузке каскада величина кажущего роторного и статорного токов определяет величину и характер реактивной составляющей, и поэтому может послужить способом определения устойчивости каскада.

Для того чтобы при одной и той же нагрузке иметь возможность изменить кажущийся ток в цепи ротора а, следовательно, реактивную составляющую и, соответственно, синхронизирующий момент, были использованы дополнительные переменные реактансы, введенные в роторную цепь асинхронного двигателя. В качестве дополнительных переменных реактансов (X_{supl}) были использованы одинаковые магнитные усилители AM, установленные симметрично по одному на каждую роторную фазу; обмотки управления этих усилителей питаются постоянным током (рис. 1).

Это решение было принято с одной стороны с целью получения малых изменений реактанса, а также и по причине, что магнитные усилители, в случае эвентуального подчинения их обмоток управления некоторым параметрах схемы, могут способствовать автоматизации медленного изменения реактанса.

Пробные испытания были произведены как с каскадом без дополнительных реактансов, так и с дополнительными реактансами различных значений.

Характеристики машин, используемых в рамках каскада, следующие:

Асинхронный двигатель M_A: $P_{An} = 4$ квт, $U_{An} = 380/220$ V, $I_{An} = 8$ A, $\cos \varphi_{An} = 0{,}76$, $n_{An} = 1470$ об/мин, $M_{An} = 2{,}65$ кгм.

Одноякорный преобразователь C: $P_{cn} = 2{,}2$ квт, $U_{cn} = 120_{\Delta}/192$ V, $I_{cn} = 10{,}5$ A, $n_c = 1200/1800$ об/мин.

Регулирующий двигатель M_R: $P_{Rn} = 2{,}5$ квт, $U_{Rn} = 110$ V, $I_{Rn} = 27$ A, $n_{Rn} = 1500$ об/мин, $i_{Rn} = 1{,}05$ A.

Были использованы магнитные усилители с тремя колонами с: а) сопротивлением рабочих обмоток 0,11 Ω, б) сопротивлением обмоток управления 1,16 Ω, в) импедансом рабочих обмоток без дополнительного намагничивания при частоте $f = 50$ гц — 15,2 Ω, г) максимальным управляемым током $I_e = 9$ A, д) максимальным током управления $I_i = 7{,}5$ A.

Таблица 1

$i_R = 0{,}2\ i_{Rn}$

I_i A	V_{A1} V	I_{A1} A	P_{A1} w	S_{A1} VA	$\cos\varphi_{A1}$	V_{A2} V	I_{A2} A	S_{A2} VA	I_R A	I_{2a} A	$\cos\varphi_{A2}$	I_{2r} A	V_G V	I_G A	P_G w	P_K w	P_K/P_{An}	n_K об/мин	M_K кгм	M_K/M_{An}	η_K
0	225	5,85	1 035	3 950	0,26	32	1,9	100	0	0	0	−1,9	310	0	0	600	0,15	1 370	0,43	0,16	0,58
0	225	6,11	1 395	4 130	0,34	32,5	2,5	141	+0,774	+0,73	0,29	−2,39	310	1,4	434	1 040	0,26	1 360	0,74	0,28	0,74
0	225	6,33	1 710	4 270	0,40	32,5	3,0	169	+1,55	+1,46	0,49	−2,62	310	2,2	682	1 290	0,32	1 350	0,93	0,35	0,75
0	225	6,63	2 200	4 470	0,49	32,5	3,8	214	+2,58	+2,44	0,64	−2,92	310	3,8	1 180	1 800	0,45	1 345	1,3	0,49	0,82
0	220	6,93	2 700	4 580	0,59	31	4,75	255	+3,23	+3,05	0,64	−3,65	310	5,4	1 675	2 300	0,57	1 340	1,68	0,63	0,85
0	224	7,65	3 420	5 140	0,66	30	5,85	304	+4,13	+3,9	0,67	−4 35	310	7	2 170	2 820	0,70	1 330	2,07	0,78	0,83
0	224	8,59	4 320	5 760	0,75	28	7,5	364	+4,9	+4,62	0,62	−5,9	310	9,6	2 980	3 670	0,92	1 330	2,7	1,02	0,85
0	224	9,3	5 040	6 250	0,81	27	8,75	410	+4 9	+4,62	0,53	−7,4	310	11,2	3 470	4 200	1,05	1 330	3,08	1,16	0,83
1	223	7,95	1 755	5 320	0,33	26	4,4	198	−0,26	−0,24	−0,05	−4,38	310	2	620	1 224	0,30	1 380	0,86	0,33	0,69
1	223	7 35	2 210	4 925	0,45	29	4,2	210	+1,93	+1,82	+0,43	−3,76	310	3,8	1 180	1 794	0,45	1 350	1,30	0,49	0,81
1	222	7,10	2 610	4 710	0,55	30	4,5	234	+3,22	+3,04	+0,67	−3,34	310	5,3	1 640	2 270	0,56	1 340	1,65	0,62	0,87
1	222	7,06	3 060	4 700	0,65	29,5	5,15	262	+4,13	+3,89	+0,76	−3,33	310	6,6	2 045	2 690	0,67	1 335	1,97	0,74	0,88
1	221	7,38	3 645	4 895	0,74	28	6,15	298	+4,9	+4,62	+0,75	−4,0	310	8,2	2 540	3 210	0,80	1 330	2,35	0,89	0,88
1	221	8,25	4 490	5 465	0,82	28	7,7	373	+4,9	+4,62	+0,6	−6,14	310	10,3	3 195	3 900	0,97	1 330	2,86	1,08	0,76
1	219	9,0	5 130	5 940	0,86	27,5	8,8	420	+4,5	+4,26	+0,48	−7,7	310	11,6	3 595	4 330	1,09	1 325	3,20	1,21	0,84
3	226	9,02	2 430	6 120	0,40	25	6	260	−0,4	−0,36	−0,06	−5,98	310	3,6	1 115	1 730	0,43	1 380	1,22	0,46	0,71
3	225	8,55	2 700	5 770	0,47	28	5,4	262	+1,6	+1,51	+0,28	−5,17	310	4,9	5 520	2 145	0,54	1 350	1,55	0,58	0,79
3	227,6	8,17	3 060	5 610	0,54	29	5,3	266	+3,9	+3,68	+0,69	−3,81	310	6,2	1 920	2 560	0,64	1 340	1,86	0,7	0,84
3	227	7,72	3 690	5 250	0,70	30	6,1	317	+5,2	+4,9	+0,80	−3,61	310	8,2	2 540	3 210	0,80	1 330	2,35	0,88	0,87
3	224	8,02	4 520	5 400	0,84	29,5	7,6	388	+5,85	+5,52	+0,72	+5,24	310	10,5	3 250	3 960	0,99	1 325	2,92	1,1	0,87
3	224	8,65	5 300	5 810	0,91	28,5	9,35	462	+5,6	+5,28	+0,56	+7,72	310	12,2	3 780	4 530	1,13	1 330	3,33	1,26	0,85
3	225	9,37	5 950	6 320	0,94	28	10,2	495	+4,55	+4,28	+0,42	+9,25	310	13,7	4 250	5 040	1,26	1 325	3,71	1,4	0,85
5	226,4	7,72	2 930	5 230	0,56	28	4,9	238	+2,9	+2,74	+0,56	−4,07	310	5,6	1 735	2 366	0,59	1 345	1,72	0,65	0,81
5	225,6	7,1	3 420	4 800	0,71	29,8	5,65	291	+4 8	+4,53	+0,80	+3,39	310	7,7	2 380	3 040	0,76	1 330	2,22	0,84	0,89
5	224,4	7,2	4 100	4 840	0,85	29,9	7,0	364	+5,2	+4,9	+0,70	+5,0	310	9,6	2 980	3 672	0,92	1 325	2,70	1,02	0,89
5	224	7,80	4 900	5 240	0,94	28,5	8,8	457	+4,3	+4,05	+0,46	+7,8	310	11,5	3 560	4 290	1,07	1 325	3,16	1,19	0,87
5	224,8	7,45	4 550	5 030	0,9	29,8	7,9	409	+4,55	+4,3	+0,54	+6,62	310	10,6	3 280	3 990	1,0	1 320	2,94	1,11	0,87
7,5	226	8,84	2 660	6 020	0,44	25	5,6	243	+0,32	+0,30	+0,05	−5,59	310	4,5	1 400	2 020	0,50	1 370	1,44	0,54	0,76
7,5	227	7,29	3 200	4 960	0,64	29	5,25	264	+4,15	+3,91	+0,74	−3,50	310	7,1	2 200	2 850	0,71	1 340	2,07	0,78	0,89
7,5	226	7,2	4 130	4 900	0,84	29,5	7,1	363	+4,95	+4,67	+0,66	+5,36	310	9,7	3 010	3 705	0,93	1 330	2,72	1,02	0,87
7,5	226,4	7,34	4 410	5 000	0,88	29,6	7,65	392	+4,95	+4,67	+0,61	+6,05	310	10,4	3 220	3 930	0,98	1 330	2,88	1,09	0,89
7,5	226,8	7,72	4 860	5 260	0,94	29,6	8,6	440	+4,55	+4,29	+0,50	+7,45	310	11,4	3 530	4 260	1,05	1 327	3,13	1,18	0,85
	220	9,45	2 970	6 240	0,47	24	7	290	+0,3	+0,28	+0,04	−6,99	315	5,2	1 640	2 317	0,58	1 380	1,63	0,61	0,78
	222,8	9,22	3 250	6 180	0,52	25	6,7	290	+2,4	+2,26	+0,34	−6,30	310	6,1	1 890	2 573	0,64	1 365	1,84	0,69	0,79
	224	8,62	3 465	5 780	0,60	26	6 35	286	+3,9	+3,67	+0,58	−5,18	310	7	2 170	2 860	0,71	1 355	2,06	0,77	0,83
$X_{supl}=0$	223,6	7,94	3 700	5 320	0,69	27	6,35	296	+5,45	+5,13	+0,80	−3,76	310	8	2 480	3 185	0,8	1 345	2,30	0,86	0,86
	224	7,87	4 010	5 280	0,76	27,5	6,85	326					310	9,1	2 820	3 543	0,99	1 345	2,56	0,97	0,85
	222	7,87	4 410	5 280	0,83	27,5	7,5	357	+6,2	+5,84	+0,78	+4,68	310	10	3 100	3 835	0,96	1 345	2,78	1,04	0,85
	220	8,32	5 220	5 490	0,95	27	9,7	453	+5,85	+5,5	+0,57	+8,0	310	11,8	3 658	4 432	1,11	1 340	3,10	1,22	0,85

Таблица 2

$i_R = 1{,}45\ i_{Rn}$

I_i A	V_{A1} V	I_{A1} A	P_{A1} w	S_{A1} VA	$\cos\varphi_{A1}$	V_{A2} V	I_{A2} A	S_{A2} VA	I_R A	I_{2a} A	$\cos\varphi_{A2}$	I_{2r} A	V_G V	I_G A	P_G w	P_K w	P_K/P_{An}	n_K об/мин	M_K кгм	M_K/M_{An}	η_K
0	225	6,28	1 170	4 910	0,24	78	2,3	310	+ 0,26	+ 0,24	+0,10	− 2,28	310	0	0	600	0,15	1 150	0,51	0,19	0,51
0	223	6,83	1 729	4 570	0,38	78	3,45	465	+ 1,55	+ 1,46	+0,42	− 3,13	310	2,2	682	1 290	0,32	1 135	1,11	0,42	0,74
0	223	7,54	2 475	5 050	0,49	77	4,75	635	+ 3,23	+ 3,05	+0,64	− 3,65	310	4,3	1 334	1 950	0,49	1 128	1,69	0,64	0,79
0	223	8,03	3 020	5 380	0,56	76	5,6	737	+ 4,50	+ 4,25	+0,76	− 4,20	310	5,6	1 735	2 370	0,59	1 123	2,06	0,78	0,78
0	223	8,80	3 620	5 890	0 61	75	6,9	900	+ 5,55	+ 5,25	+0,76	− 5,16	310	7,4	2 295	2 950	0,74	1 120	2,57	0,97	0,81
0	223	9,80	4 500	6 550	0,69	72	8,5	1 060	+ 6,85	+ 6,47	+0,76	− 6,36	310	9,6	2 980	3 670	0,91	1 115	3,22	1,21	0,81
0	222	10,90	5 400	7 270	0,74	69,5	10,0	1 200	+ 8,00	+ 7,55	+0,75	− 6,56	310	11,6	3 600	4 330	1,08	1 110	3,80	1,43	0.8
0	222	12,60	6 610	8 390	0,79	66	12,2	1 400	+ 9,03	+ 8,5	+0,70	− 8,70	310	14,1	4 370	5 170	1,29	1 103	4,57	1,72	0,78
0	220	14,70	8 000	9 700	0,82	61	14,9	1 570	+ 9,3	+ 8,75	+0,59	−12,0	310	16,5	5 110	5 980	1,49	1 095	5,33	2,01	0,75
1	223	9,6	1 620	6 420	0,25	67	6,15	713	− 1,55	− 1,46	−0,24	− 5,96	310	0	0	600	0 15	1 170	0,50	0,19	0 37
1	224	9,15	2 180	6 150	0,35	70	5,72	692	+ 1,03	+ 0,98	+0,57	− 5,63	310	2,8	868	1 476	0,37	1 145	1,26	0,47	0,68
1	223	9,0	2 700	6 020	0,45	71	5,85	718	+ 2,97	+ 2,8	+0,48	− 5,15	310	4,7	1 460	2 082	0,52	1 135	1,80	0,68	0,77
1	223	9,0	3 300	6 020	0,55	71	6,35	780	+ 4,77	+ 4,5	+0,71	− 4,49	310	6,5	2 020	2 662	0,66	1 127	2,30	0,87	0,80
1	223	9,27	3 740	6 200	0,60	70	7,45	900	+ 6,45	+ 6,08	+0,82	− 4,32	310	8,9	2 760	3 420	0,85	1 120	2,98	1,12	0,91
1	225	10,58	5 330	7 130	0,75	68	9,40	1 100	+ 8,37	+ 7,9	+0,84	− 5,03	310	11,6	3 595	4 328	1,08	1 113	3,80	1,43	0,81
1	224	11,4	6 010	7 660	0,78	67,5	10,50	1 225	+ 9,03	+ 7,51	+0,90	− 4,43	310	13,1	4 060	4 832	1,21	1 110	4,25	1,60	0,80
1	225	13,12	7 200	8 860	0,81	64	12,70	1 410	+ 9,93	+ 9,35	+0,74	− 8,56	310	15,4	4 770	5 607	1,40	1 105	4,95	1,87	0,78
1	225	15,3	8 780	10 310	0,85	58	15,70	1 570	+10,3	+ 9,7	+0,62	−12,25	310	18	5 580	6 504	1,63	1 095	5,80	2,19	0,74
3	220	12,9	2 100	8 500	0,25	57,5	9 9	985	− 4,52	− 4,27	−0,43	− 8,91	310	0	0	600	0,15	1 188	0,49	0,2	0,29
3	218	10,8	2 380	7 050	0,34	60	7,8	810	− 0,39	− 0,36	−0,05	− 7 78	310	2,5	775	1 380	0,34	1 168	1,15	0,43	0,58
3	220	10,2	3 060	6 720	0,45	64	7,3	810	+ 2,58	+ 2,43	+0,33	− 6,88	310	5,25	1 625	3 255	0,56	1 142	1,93	0,73	0,73
3	220	9,75	3 780	6 430	0,59	65	7,4	833	+ 5,17	+ 4,87	+0,66	− 5,57	310	7,6	2 360	2 020	0,75	1 132	2,60	0,98	0,80
3	216	9,47	4 520	6 130	0,74	65	8,25	930	+ 7,22	+ 6,80	+0,82	− 4,65	310	10	3 100	3 800	0,95	1 122	3,30	1,24	0,84
3	218	10,15	5 400	6 630	0,81	65,1	9,6	1 090	+ 9,03	+ 8,50	+0,88	− 4,46	310	12,1	3 750	4 500	1,12	1 117	3,93	1,48	0,83
3	221	11,2	6 300	7 430	0,85	65	10,9	1 230	+10,3	+ 9 70	+0,89	+ 4,97	310	14,2	4 400	5 200	1,3	1 112	4,55	1,72	0,82
3	220	15,75	9 770	10 400	0,94	58	17,1	1 720	+10,3	+ 9,70	+0,57	+14,1	310	20	6 200	7 200	1,8	1 095	6,40	2,42	0,74
5	224	14,85	2 840	10 000	0,28	54	12,6	1 180	− 7 15	− 6,75	−0,54	−10,6	310	0	0	600	0,15	1 195	0,49	0,18	0,21
5	226,8	14,25	3 020	9 650	0,31	55	11,25	1 070	− 5,2	− 4,9	−0,43	−10,1	310	1,5	465	1 067	0 27	1 190	0,87	0,33	0,35
5	226,8	12,0	3 290	8 130	0,40	59	9	920	− 0,3	− 0,28	−0,03	− 9,0	310	4,2	1 300	1 917	0,48	1 167	1,60	0,60	0,58
5	226	10,5	4 000	7 100	0,56	64	7,95	880	+ 4,95	+ 4,67	+0,59	− 6,43	310	8	2 480	3 144	0,79	1 148	2,67	1,01	0,79
5	225,6	9,6	4 860	6 500	0,75	65	8,5	958	+ 7,15	+ 6,75	+0,8	− 5,15	310	10,5	3 260	3 970	0,99	1 125	3,44	1,30	0,81
5	226	10,55	5 900	7 150	0,82	65	10	1 125	+ 9,45	+ 8,9	+0,89	− 4,54	310	13,05	4 050	4 820	1,2	1 117	4 20	1,58	0,82
5	223,2	12,25	7 560	7 950	0 95	64	13	1 440	+11	+10,4	+0,8	+ 7,8	310	16,5	5 110	5 983	1,49	1 103	5,28	1,99	0,79
7,5	227	14,18	3 340	10 100	0,33	54,8	11,4	1 080	− 4,55	− 4,29	−0,37	−10 55	310	2,3	714	1 320	0,33	1 185	1,08	0,41	0,39
7,5	227	12,25	3 380	8 350	0,40	58	9,4	945	− 0,3	− 0,28	−0,03	− 9,39	310	4,6	1 425	2 045	0,51	1 165	1,72	0,65	0,61
7,5	226,4	10,68	3 925	7 300	0,54	62,5	8,15	882	+ 3,9	+ 3,68	+0,45	− 7,27	310	7,5	2 325	2 980	0,75	1 140	2,55	0,96	0,76
7,5	226	10,10	4 770	6 840	0,70	64	8,45	937	+ 6,9	+ 6,51	+0,77	− 5,4	310	10,4	3 220	3 930	0,98	1 127	3,4	1,28	0,82
7,5	225,4	10,50	5 890	7 090	0,83	65	10	1 125	+ 9,35	+ 8,81	+0,88	− 4,72	310	13,1	4 060	4 830	1,21	1 115	4,22	1,59	0,82
7,5	224	11,45	6 940	7 620	0,91	64,8	12	1 348	+10,35	+ 9,75	+0,81	+ 7,0	310	15,5	4 800	5 640	1,41	1 108	4,96	1,87	0,81
7,5	224	13,80	8 910	9 100	0,97	63	15,6	1 700	+10,10	+ 9,52	+0,61	+12,35	310	18,5	5 740	6 680	1,67	1 097	5,94	2,24	0,75
	222	15,9	4 500	10 600	0,42	48	14,8	1 230	− 5,85	− 5,5	−0,37	−13,75	310	3,7	1 146	1 750	0,44	1 180	1,45	0,54	0,4
	224	14,3	4 320	9 600	0,45	52	12	1 080	− 1,35	− 1,27	−0,11	−11,9	310	6	1 860	2 480	0,62	1 165	2,07	0,77	0,57
$X_{supl}=0$	226	13,1	4 410	8 890	0,5	56	11,6	1 120	+ 2	+ 1,88	+0,16	−11,45	310	7,4	2 296	2 935	0,73	1 150	2,49	0,94	0,66
	225	12,1	4 960	8 160	0,61	58	10	1 000	+ 4,55	+ 4,28	+0,43	− 9,03	310	9,3	3 883	3 550	0,89	1 140	3 03	1,15	0,71
	227	11,4	5 580	7 760	0,72	59	10,4	1 060	+ 8,15	+ 7,67	+0,74	− 7,0	310	12,1	2 750	4 480	1,12	1 130	3,87	1,46	0,80
	227	11,8	6 390	8 060	0,79	61	11	1 160	+10,35	+ 9,75	+0,88	− 5,1	310	14,2	4 400	5 170	1,29	1 120	4,5	1,70	0,81

Для нагрузки каскада служил нагрузочный генератор G с независимым возбуждением, работающий на нагрузочное сопротивление R_G. Характеристики нагрузочного генератора следующие: $P_{Gn}=12$ квт, $U_{Gn}=500$ V, $n_{Gn}=1500$ об/мин и сопротивление якорной обмотки $r_G=1\ \Omega$.

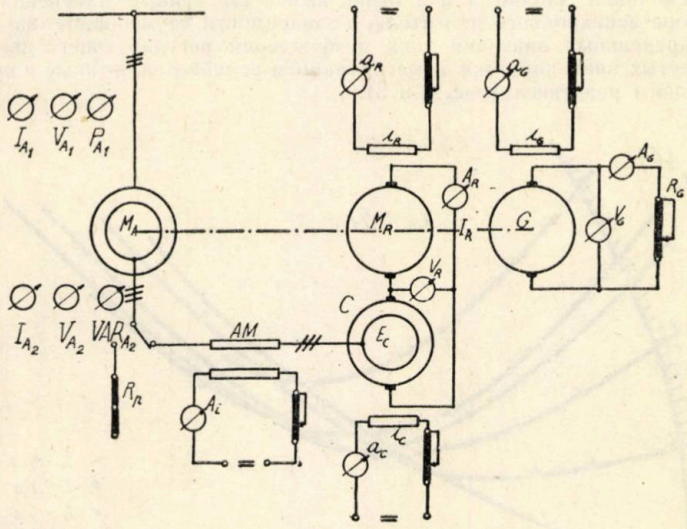


Рис. 1

Пробные испытания были произведены для следующих значений токов возбуждения регулирующего двигателя (i_R): 20%; 40%; 60%; 100% и 145%.

Значения используемых дополнительных реактансов соответствуют токам в обмотках управления усилителя (I_i) при: 0; 1; 3; 5 и 7,5 А.

В таблицах 1 и 2 приведены опытные данные, полученные для следующих токов возбуждения регулирующего двигателя: $i_R=0{,}2\,i_{Rn}$ и $i_R=1{,}45\,i_{Rn}$ и для вышеуказанных значений тока управления усилителей. В этих таблицах величины P_k, M_k и I_{2r} были вычислены следующим образом.

Полезная мощность каскада $P_k=U_G\ I_G+r_G\ I_G^2+\sum p_G$, где $\sum p_G$ — представляют собой механические потери, потери в стали и дополнительные потери нагрузочного генератора. Эти потери были определены опытным путем для различных скоростей и нагрузок генератора.

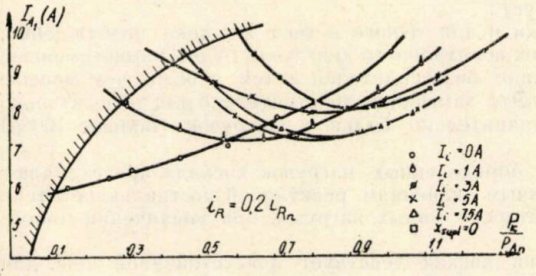


Рис. 2

Полезный момент на валу каскада $M_k=975\ P_k/n_k$, где n_k — скорость вращения каскада.

Реактивная составляющая тока ротора I_{2r} асинхронного двигателя была определена исходя из значения роторной реактивной мощности, измеренной варметром, а также из значения постоянного тока одноякорного преобразователя (I_R), пропорционального активной составляющей со стороны переменного тока [4]. Этот ток принимается положительным, в случае если регулирующая машина работает в двигающем режиме.

Активная составляющая переменного тока преобразователя принимается положительной, если преобразователь работает как асинхронный двигатель, а реактивная составляющая принимается отрицательной, в случае если преобразователь поглащает реактивную мощность из ротора асинхронного двигателя или, другими словами, когда реактивный ток будет емкостным по отношению к преобразователю.

На основании таблиц 1 и 2 были выведены кривые изменения кажущегося тока в статоре асинхронного двигателя, в зависимости от мощности на валу каскада, для обоих предельных значений тока возбуждения регулирующего двигателя и для вышеупомянутых значений тока намагничивания усилителей, а также и при отсутствии дополнительного реактанса (рис. 2 и 3).

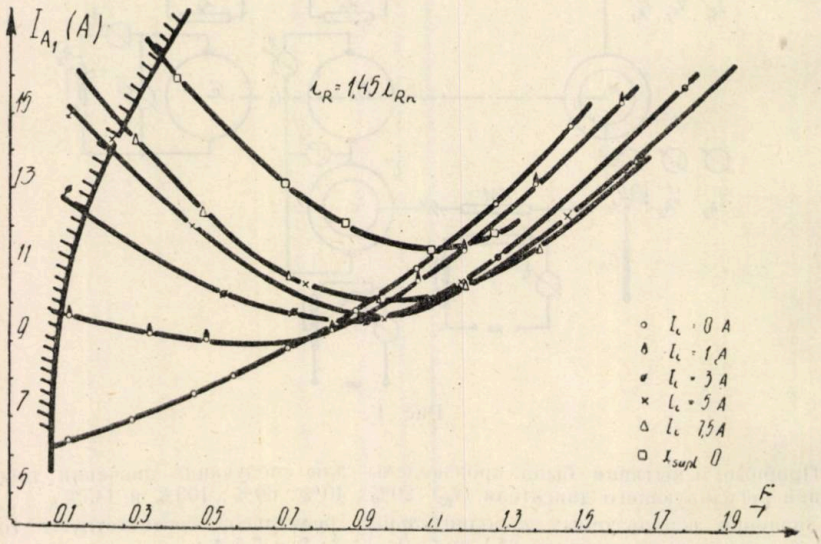


Рис. 3

Так на рис. 2 ток возбуждения регулирующего двигателя составляет 20% (наименьшее значение), а на рис. 3 этот ток составляет 145% (наибольшее значение). Для промежуточного значения этого тока, форма кривых остается такой же; изменяются только значения токов нагрузки.

Из анализа этих рисунков следует:

а) Для одной и той же нагрузки и для одного и того же тока возбуждения, регулирующей машины, нагрузочный ток асинхронного двигателя будет намногоменьше при наличии усилителей, чем в каскаде без усилителей и тем меньше чем меньше ток дополнительного намагничивания. Это замечание действительно для относительно малых нагрузок каскада. В случае сравнительно больших нагрузок (больше 100%) наблюдается обратное явление.

б) Вышеуказанные кривые для определенных нагрузок каскада представляют минимумы, соответствующие минимальным значениям реактивной составляющей тока роторной цепи и перемещающиеся в сторону малых нагрузок при увеличении дополнительного реактанса.

в) Для малых значений нагрузки каскад действует в неустойчивой зоне, для которой не было возможности получить экспериментальных данных (заштрихованная зона). Эта зона перемещается в сторону больших значений мощности каскада, одновременно с уменьшением дополнительного реактанса.

Из сравнения обоих рисунков следует:

а) Зона неустойчивости перемещается в сторону больших мощностей каскада тем меньше, чем больше э. д. с. регулирующей машины. Другими словами, эффект введения дополнительного реактанса с целью улучшения работы каскада проявляется

в особенности, в линейной области изменения э. д. с. регулирующей машины, на характеристике холостого хода.

б) Для той же нагрузки каскада нагрузочный ток асинхронного двигателя увеличивается одновременно с увеличением токов возбуждения регулирующего двигателя, для всех значений дополнительного реактанса.

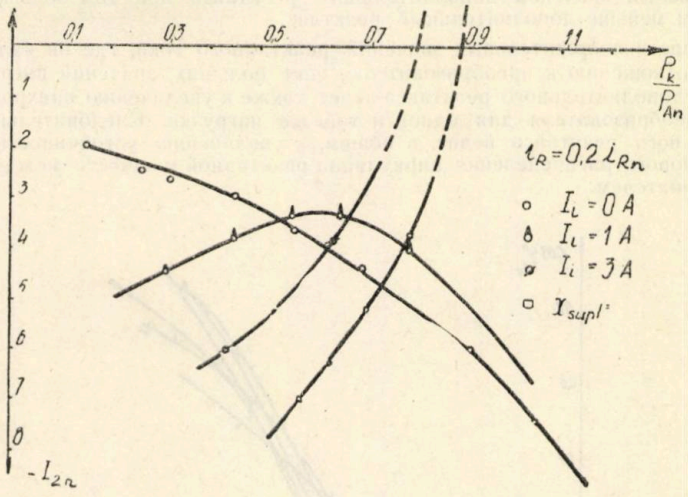


Рис. 4

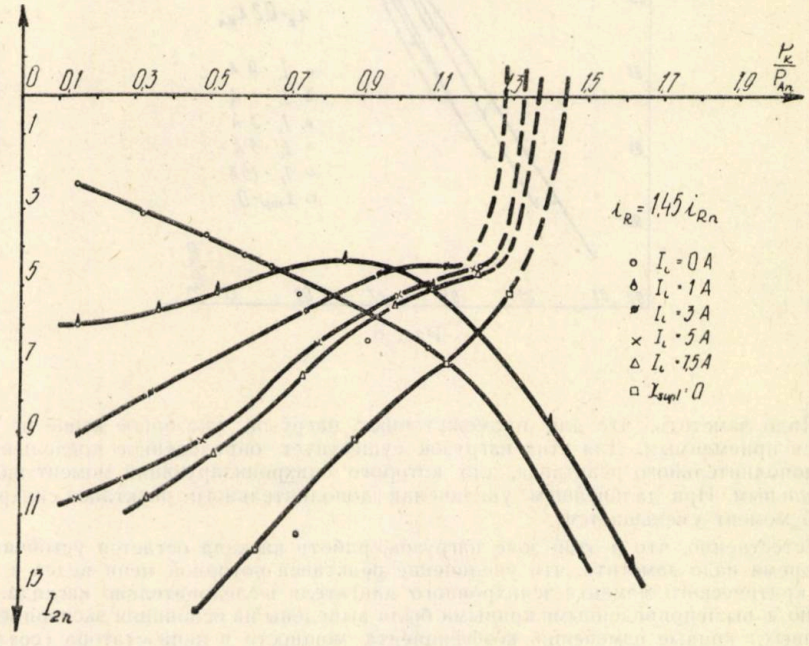


Рис. 5

На рис. 4 и 5 приведены кривые изменения реактивного тока в зависимости от мощности каскада.

Эта реактивная составляющая для малых значений нагрузки тем меньше, чем больше дополнительный реактанс. Следовательно, в этой зоне увеличение дополнительного реактанса ведет к увеличение синхронизирующего момента преобразователя, согласно выражению (1) и к улучшению устойчивости каскада.

Из тех же рисунков можно заключить, что реактивный ток изменяет направления для малых значений дополнительного реактанса при тем больших нагрузках каскада, чем меньше дополнительный реактанс.

В области положительных значений реактивного тока, где он является индуктивным по отношению к преобразователю, для больших значений нагрузки каскада увеличение дополнительного реактанса ведет также к увеличению синхронизирующего момента преобразователя для одной и той же нагрузки. Следовательно, введение дополнительного реактанса ведет, в общем, к увеличению устойчивости каскада на основании нового распределения циркуляции реактивной мощности между двигателем и преобразователем.

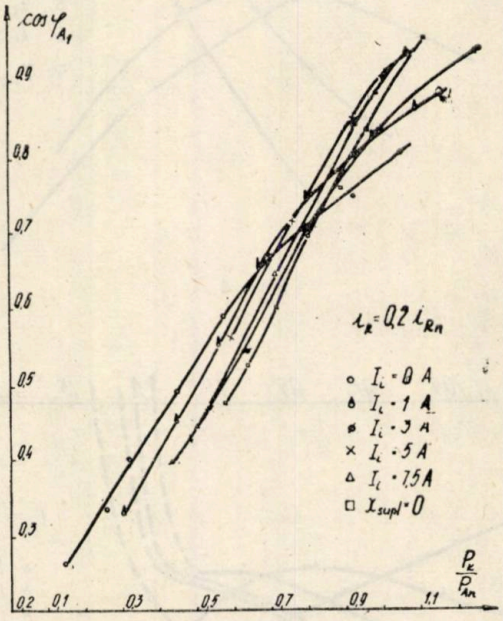


Рис. 6

Надо заметить, что для промежуточных нагрузок, указанное выше не всегда является приемлимым. Для этих нагрузок существует определенное предельное значение дополнительного реактанса, для которого синхронизирующий момент является максимальным. При дальнейшем увеличении дополнительного реактанса синхронизирующий момент уменьшается.

Естественно, что в этой зоне нагрузок, работа каскада остается устойчивой. В то же время надо заметить, что увеличение реактанса роторной цепи ведет к уменьшению критического момента асинхронного двигателя и следовательно каскада. Одновременно с вышеприведенными кривыми были выведены на основании экспериментальных данных и кривые изменения коэффициента мощности в цепи статора ($\cos \varphi_{A1}$) и к. п. д. каскада, в зависимости от нагрузки, а также и механическая характеристика каскада в зоне устойчивой работы. Так на рис. 6 приведены кривые изменения коэффициента мощности в зависимости от нагрузки на валу каскада для тока возбуждения регулирующего двигателя в 20%, а на рис. 7 приведены те же кривые для тока в 145% и для

различных токов намагничивания усилителей. Наблюдается, что в обоих случаях, независимо от значения реактанса, изменение коэффициента мощности асинхронного двигателя является нормальным.

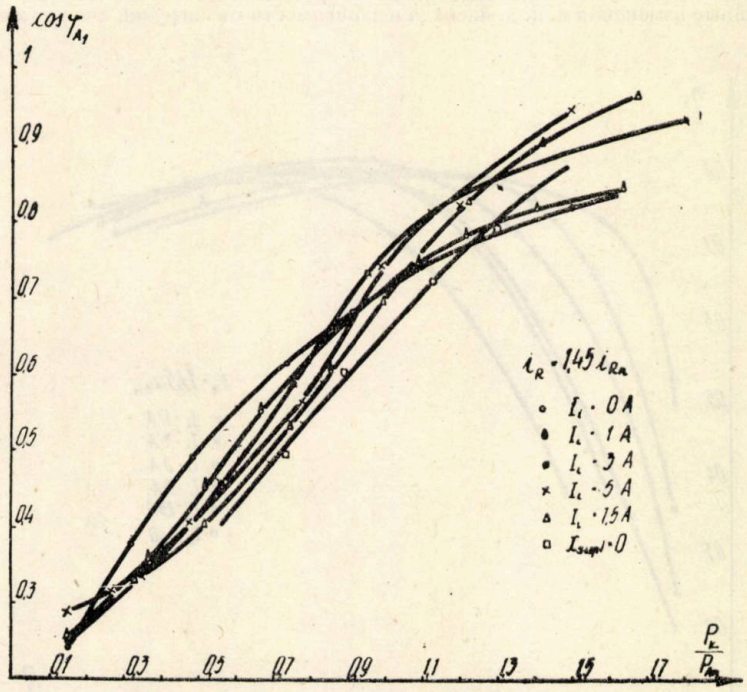


Рис. 7

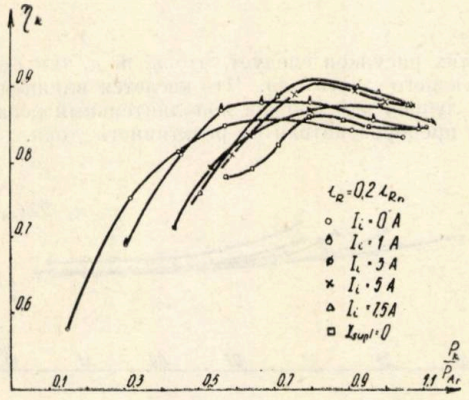


Рис. 8

При наличии усилителей, коэффициент мощности при сравнительно малых нагрузках тем лучше чем меньше ток дополнительного намагничивания. Это объясняется освобождением преобразователя от реактивного тока, поглощаемого из ротора асинхронного двигателя.

Для больших нагрузок наблюдается, в общем, обратное явление.

При сравнении приведенных рисунков наблюдается, что для одной и той же нагрузки каскада и для одного и того же реактанса, коэффициент мощности является лучшим для малых токов возбуждения регулирующего двигателя. На рис. 8 и 9 приведены кривые изменения к. п. д. каскада в зависимости от нагрузки для тех же случаев.

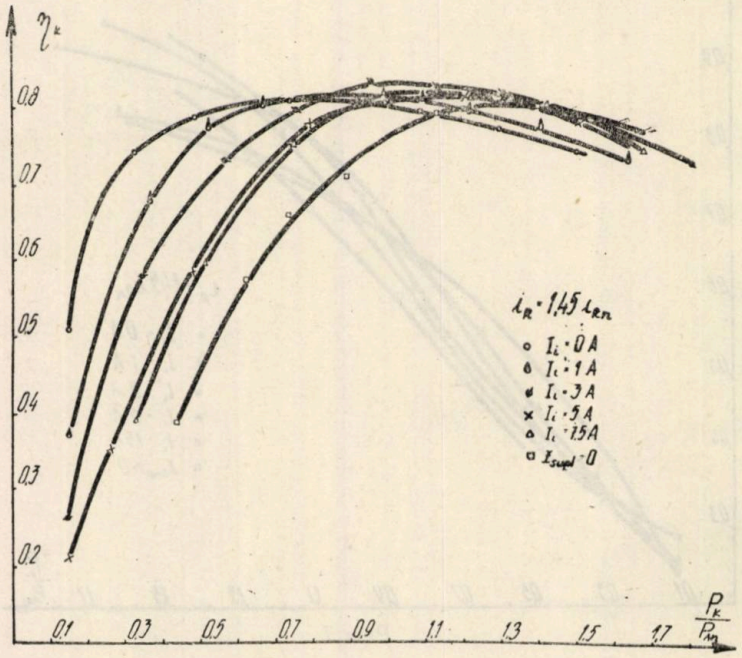


Рис. 9

Из сравнения этих рисунков следует, что к. п. д. тем больше, чем меньше ток возбуждения регулирующего двигателя. Что касается влияния реактанса при малых нагрузках, к. п. д. тем лучше, чем больше дополнительный реактанс. Это объясняется также освобождением преобразователя от реактивного тока.

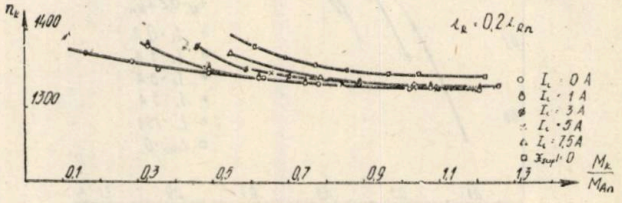


Рис. 10

С уменьшением реактанса, наибольшие значения к. п. д. перемещаются в сторону больших мощностей и таких образом будут тем выше, чем меньше дополнительный реактанс. Заметим, что в этой области изменение дополнительного реактанса ведет к незначительным изменениям к. п. д.

На рис. 10 и 11 даны механические характеристики соответствующие токам возбуждения $i_R = 0{,}2\,i_{Rn}$ и $i_R = 1{,}45\,i_{Rn}$.

На основании этих рисунков следует, что при одном и том же токе возбуждения регулирующего двигателя и при одной и той же нагрузке каскада увеличение реактанса ведет к уменьшению скорости каскада. Это уменьшение незначительно и

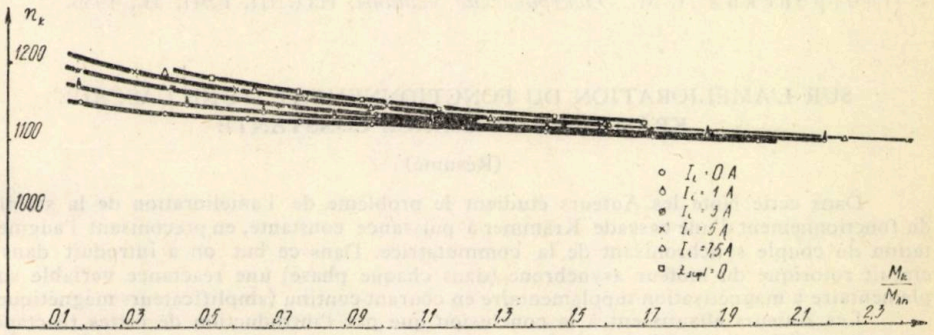


Рис. 11

в нашем случае не превышает 4% синхронной скорости асинхронного двигателя при малых нагрузках и 1% в случае больших нагрузок для полной гаммы изменений реактанса.

Выводы

1. Введение реактанса в цепь ротора асинхронного двигателя, включенного в каскад Креммера ведет к следующему:

а) при определенном изменении значения реактивной составляющей цепи ротора асинхронного двигателя увеличивается значение синхронизирующего момента преобразователя и, следовательно, улучшаются условия устойчивости каскада;

б) зона неустойчивости при малых нагрузках каскада тем больше уменьшается, чем больше дополнительный реактанс;

в) эффект уменьшения зонны неустойчивости работы каскада тем больше, чем больше скорость холостого хода каскада;

г) введение реактанса не изменяет заметно коэффициента мощности;

д) в случае малых нагрузок к. п. д. каскада заметно увеличивается с увеличением дополнительного реактанса, в то время как при больших нагрузках изменение к. п. д. в зависимости от реактанса незначительно;

е) механические характеристики каскада мало изменяются в случае изменения реактанса;

ж) наличие дополнительного реактанса в цепи ротора ведет, как известно, к уменьшению критического момента.

2. Использование в качестве дополнительного реактанса магнитных усилителей допускает плавное изменение реактанса в широких пределах.

3. Наличие магнитных усилителей в качестве дополнительного реактанса дает также возможность подчинения токов рабочих обмоток некоторым электрическим параметрам каскада. Таким образом оптимальное значение реактанса для устойчивой работы каскада во время переходного режима изменения тока возбуждения регулирующего двигателя, может быть установлено автоматически.

Ясский политехнический институт,
Лаборатория электропривода и электрооборудования промышленных предприятий

ЛИТЕРАТУРА

1. Бежан И., Себастиан Л., Боцан Н. В., Bul. Inst. Polit. Iaşi 1958, **IV (VIII)**, *1–2*, pp 261–270.
2. Damsker D., *Acţionarea electrică*, EES, Buc., 1955.
3. Рюденберг Р., *Переходные процессы в электроэнергетических системах*, ИЛ, М., 1956, (перевод с английского).
4. Пиотровский Л. М., *Электрические машины*, Изд. III, ГЭИ, М., 1956.

SUR L'AMÉLIORATION DU FONCTIONNEMENT D'UNE CASCADE KRÄMMER À PUISSANCE CONSTANTE

(Résumé)

Dans cette Note les Auteurs étudient le problème de l'amélioration de la stabilité du fonctionnement d'une cascade Krämmer à puissance constante, en préconisant l'augmentation du couple synchronisant de la commutatrice. Dans ce but on a introduit dans le circuit rotorique du moteur asynchrone (dans chaque phase) une réactance variable supplémentaire à magnétisation supplémentaire en courant continu (amplificateurs magnétiques).

Les Auteurs aboutissent à la conclusion que par l'introduction de cettes réactances on peut modifier la circulation de la puissance réactive entre le moteur asynchrone et la commutatrice, et par conséquent se modifie et la valeur du couple synchronisant.

Le fonctionnement de la cascade lorsque la vitesse est modifiée d'une manière imposée, est d'autant plus stable que la réactance supplémentaire est plus grande.

On a utilisé des amplificateurs magnétiques car ces appareils permettent toutefois que la réactance s'établisse à une valeur optimum lorsqu'on modifie d'une manière imposée la vitesse ; dans ce cas se met en évidence d'une manière prégnante le fonctionnement instable de la cascade.

ASUPRA ÎMBUNĂTĂŢIRII FUNCŢIONĂRII UNEI CASCADE KRÄMMER LA PUTERE CONSTANTĂ

(Rezumat)

În lucrarea de faţă autorii se ocupă de problema îmbunătăţirii stabilităţii de funcţionare a cascadei Krämmer la putere constantă, folosind în acest scop mărirea cuplului sincronizat al comutatricii. Aceasta s-a realizat prin introducerea în circuitul rotoric al motorului asincron (pe fiecare fază) a unei reactanţe suplimentare variabile, cu magnetizare suplimentară în curent continuu (amplificatoare magnetice).

Autorii ajung la concluzia că prin introducerea acestor reactanţe se modifică circulaţia puterii reactive între motorul asincron şi comutatrice şi ca urmare se modifică şi valoarea cuplului sincronizant.

Funcţionarea cascadei la modificarea voită a vitezei este cu atît mai stabilă cu cît reactanţa suplimentară este mai mare.

S-au folosit amplificatoare magnetice întrucît acestea ar putea permite în plus şi o stabilire automată a reactanţei la valoarea optimă, în timpul modificării voite a vitezei, cînd se manifestă în mod deosebit funcţionarea instabilă a cascadei.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 621.318.134

STUDIUL ABSORBŢIEI ŞI DISPERSIEI PERMITIVITĂŢII LA FERITE DE BARIU CU ADAUS DE Bi_2O_3

DE

EMIL LUCA, V. PETRESCU, D. BĂRBULESCU şi GH. SAVIN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Consideraţii generale

Într-o lucrare anterioară [1], în cadrul studiului proprietăţilor dielectrice a feritelor, ne-am ocupat de problema determinării absorbţiei şi a dispersiei la ferite Mn-Zn, care fac parte din grupul feritelor moi.

În vederea completării datelor privind proprietăţile dielectrice ale feritelor, a fost necesară extinderea studiului şi la feritele dure. În cele ce urmează prezentăm rezultatele obţinute referitoare la ferita de Ba cu adaus de Bi_2O_3, deoarece în cadrul feritelor dure aceasta prezintă proprietăţi remarcabile.

2. Tehnica măsurătorilor experimentale

În vederea obţinerii datelor experimentale s-a utilizat acelaşi dispozitiv experimental ca şi în lucrarea anterioară [1].

Deoarece proprietăţile dielectrice au fost determinate în gama de frecvenţă 30 Hz...10 MHz, măsurările au fost făcute cu o punte de capacităţi obişnuită pentru gama 30 Hz...20 kHz şi cu un Q-metru Tesla pentru gama 30 kHz...10 MHz.

Domeniul de temperaturi în care s-a determinat variaţia permitivităţii ε' şi a lui tg δ a fost cuprins între $-65°C$ şi $+150°C$. Temperaturile coborîte au fost obţinute într-un vas Dewar, utilizînd zăpadă carbonică în eter sau acetonă, iar temperaturile ridicate s-au obţinut prin introducerea eşantionului de ferită într-un cuptor.

Metalizarea suprafeţelor eşantionului de ferită s-a făcut atît prin argintare [2], ca şi în cazul feritei Mn-Zn [1], cît şi prin depunerea de peliculă de Cu prin evaporare sub vid.

3. Rezultate experimentale şi interpretarea lor

Întrucît conductivitatea feritelor de Ba cu adaus de 1,5% Bi_2O_3 este mai mare ca a feritei Mn-Zn, nu s-a putut trasa o curbă de dispersie decît la temperatura de —65°C, ce este redată în fig. 1.

Din alura acestei curbe rezultă existenţa a două zone de dispersie, una în gama frecvenţelor foarte coborîte, sub 30 Hz, şi o a doua în intervalul 500 kHz ... 5 MHz.

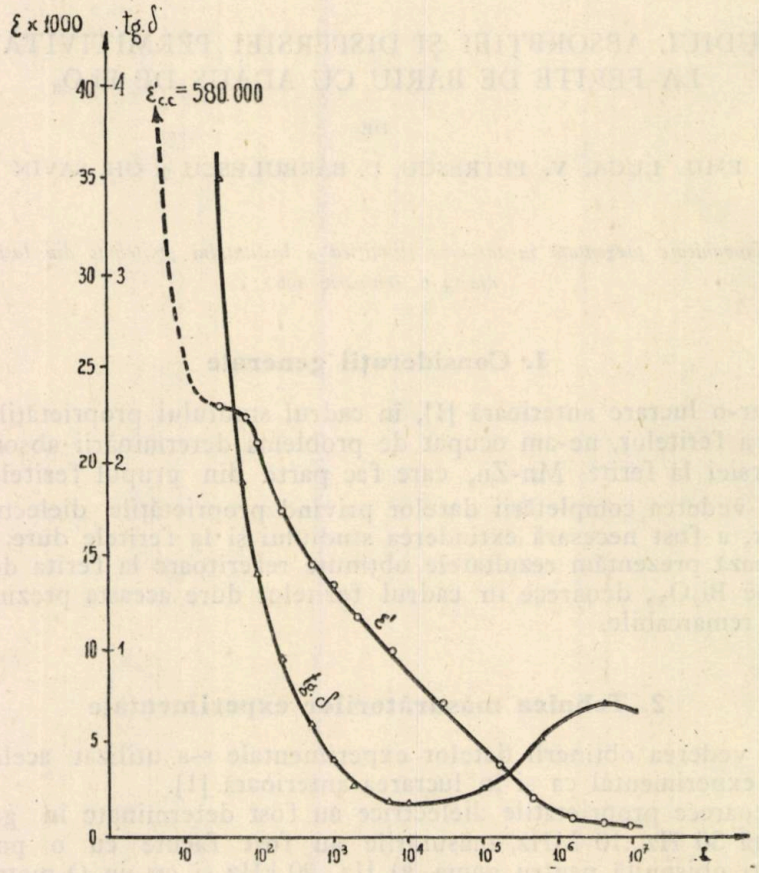


Fig. 1

Pentru prima zonă de dispersie nu s-au putut trasa punctele din care să iasă în evidenţă un maxim a lui tg δ din lipsa unei aparaturi adecvate frecvenţelor inferioare valorii de 30 Hz. Acest maxim trebuie să existe deoarece panta curbei de variaţie a permitivităţii în domeniul 0...30 Hz este mult mai mare decît panta ce corespunde domeniului peste 30 Hz. În prima zonă de dispersie panta s-a determinat făcîndu-se măsurarea permitivităţii la temperatura de —65°C, în regim tran-

zitor (curent continuu) și la frecvențe cuprinse între 30 Hz și 70 Hz. Permitivitatea ε' la frecvența de 0 Hz a avut valoarea de 580 000, iar la frecvența de 30 Hz, valoarea de 23 000.

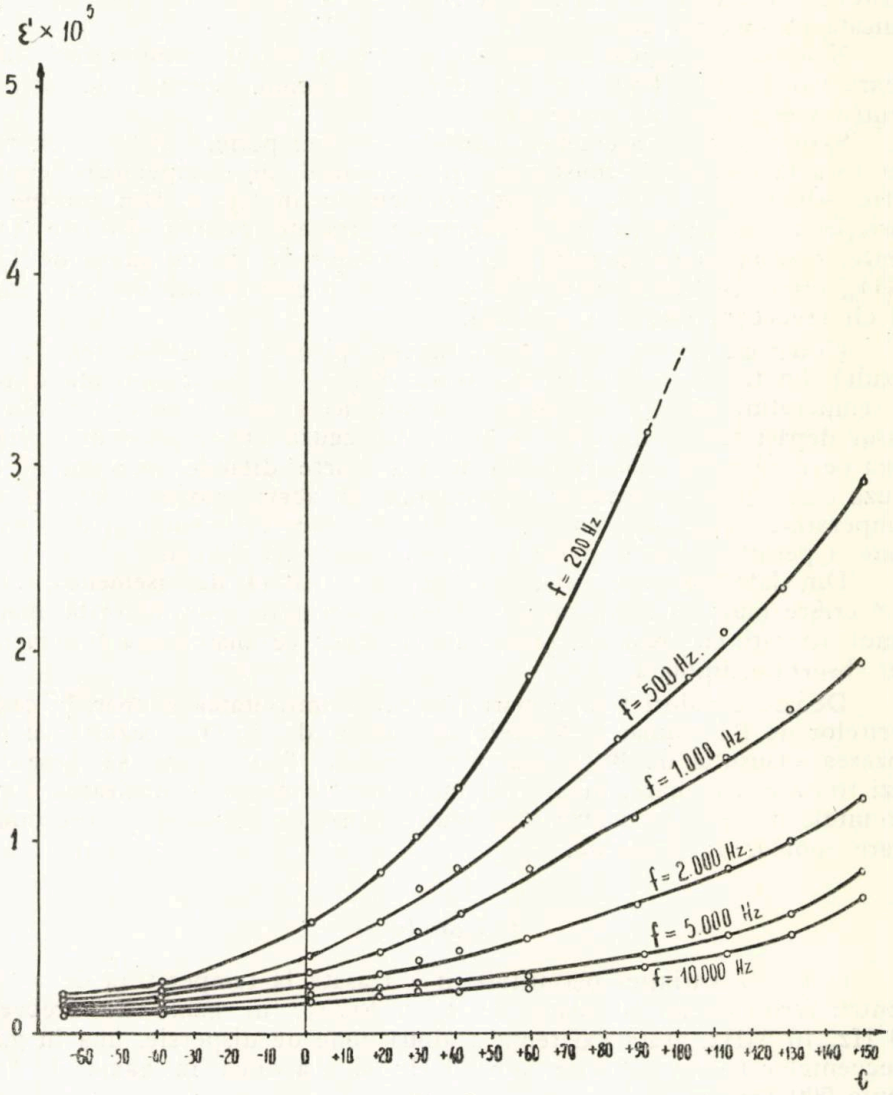


Fig. 2

Pentru a doua zonă de dispersie permitivitatea ε' a variat de la 23 000, corespunzătoare frecvenței de 70 Hz, pînă la 300, corespunzătoare frecvenței de 3 MHz. Peste valoarea de 3 MHz permitivitatea ε' se menține aproximativ constantă cu creșterea frecvenței, cel puțin pentru

domeniul nostru de lucru. La sfîrşitul acestei de-a doua zone de dispersie, în jurul frecvenţei de 3 MHz, apare un maxim pentru tg δ, avînd valoarea de 0,71. Faptul că permitivitatea a ajuns la valoarea de 300 la sfîrşitul celei de-a doua zone de dispersie indică posibilitatea existenţei uneia sau a mai multor zone de dispersie la frecvenţe mai ridicată în spectrul herţian.

Neavînd la dispoziţie mijloace pentru a obţine temperaturi inferioare valorii de —65°C nu s-a putut determina energia de activare pentru aceste zone de dispersie.

S-au trasat, de asemenea, curbele variaţiei permitivităţii ε' cu temperatura la frecvenţă constantă, în domeniul de temperaturi cuprins între —65°C şi +150°C, ce sînt reprezentate în fig. 2. Din curbele de variaţie a permitivităţii cu temperatura, trasate pentru diferite frecvenţe, rezultă că permitivitatea ε', a feritelor de Ba cu adaus de 1,5% Bi_2O_3, creşte cu temperatura. Această creştere este cu atît mai pronunţată cu cît frecvenţa este mai coborîtă.

Urmărind determinarea unui maxim pentru permitivitatea ε', care rezultă din teoria polarizării de structură [3], s-a putut constata că pînă la temperatura de +150°C, atinsă de noi, acest maxim nu apare. Nu s-a putut depăşi temperatura de + 150°C din cauza creşterii conductivităţii, ceea ce a făcut ca măsurările să devină foarte dificile, precum şi din cauza distrugerii contactelor. Considerăm că acest maxim apare pentru temperaturi superioare valorii de +150°C, fapt ce rezultă şi din panta mare a permitivităţii ε' pentru aceste temperaturi ridicate.

Din datele experimentale obţinute se constată, de asemenea, că şi tg δ creşte mult cu temperatura. Această creştere este datorită măririi conductivităţii cu creşterea temperaturii, fapt ce maschează fenomenele de absorbţie dipolară.

Deoarece valori foarte mari pentru permitivitatea ε' apar, în cadrul feritelor de Ba, numai la feritele cu adaus de Bi_2O_3, rezultă că prin dozarea adausului de Bi_2O_3 s-ar putea realiza ferite care să posede o rezistivitate mai mare, în aşa fel încît să fie posibilă utilizarea lor în circuitele de filtrare pentru mai multe benzi de frecvenţe, corespunzătoare zonelor de dispersie.

4. Concluzii

a) Curba variaţiei permitivităţii ε' trasată la temperatura de —65°C pentru ferite de Ba cu adaus de 1,5% Bi_2O_3, în gama de frecvenţe 30 Hz...10 MHz, arată existenţa a două zone de dispersie, una în gama frecvenţelor foarte coborîte, sub 30 Hz, şi o a doua în gama de frecvenţe 500 kHz...5 MHz.

Deoarece în intervalul de frecvenţe 3 MHz...10 MHz permitivitatea se menţine aproximativ constantă (la valoarea $\varepsilon' = 300$) este probabilă existenţa încă a uneia sau a mai multor zone de dispersie, la frecvenţe mai ridicate în spectrul herţian.

b) La sfîrşitul celei de a doua zone de dispersie s-a obţinut un maxim pentru tg δ, ce corespunde unei frecvenţe de aproximativ 3 MHz.

c) La frecvență constantă se observă o accentuată creștere a permitivității ε' cu temperatura. Nu s-a putut obține un maxim al permitivității ε' în acest caz, așa cum rezultă din teoria polarizării de structură, deoarece din cauza creșterii conductivității, fapt ce a făcut ca măsurările să devină foarte dificile, nu s-a putut depăși temperatura de +150°C.

d) Valorile mari ale permitivității, obținute în cazul feritelor de Ba cu adaus de Bi_2O_3, pun în evidență posibilitatea ca prin dozarea judicioasă a adausului de Bi_2O_3 să se obțină ferite care să fie utilizate în circuitele de filtrare pentru mai multe benzi de frecvențe, corespunzătoare zonelor de dispersie.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de fizică
și
Catedra de electrotehnică și mașini electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Petrescu V., Luca E., Savin Gh., Bărbulescu D. și Luca I., Bul. Inst. Polit. Iași, 1960, **VI, (X),** *1—2,* p. 211.
2. Ciumutov K. V., *Tehnica cercetărilor fizico-chimice,* Ed. Tehn., Buc., 1957, p. 313, (trad. din l. rusă).
3. Borisoglebski P. V., *Bazele fizice și metodele pentru încercarea preventivă a izolației industriale,* EES, Buc., 1953, (trad. din l. rusă).

ИССЛЕДОВАНИЕ АБСОРБЦИИ И ДИСПЕРСИИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ У ФЕРРИТОВ БАРИЯ С ДОБАВКОЙ Bi_2O_3

(Резюме)

Приводятся кривые изменения диэлектрической проницаемости ε' и тангенса угла потерь $\operatorname{tg}\delta$ в области частот в 30 Гц...10 МГц; гамма температур находится между — 65° С и + 150° С для феррита бария с добавкой 1,5% Bi_2O_3.

Кривая изменений диэлектрической проницаемости ε' для температуры в — 65° С указывает на существование двух зон дисперсии: одна в гамме сильно пониженных частот — ниже 30 Гц — и другая между 500 КГц...5 МГц.

Возможно, что для частот выше 3 МГц существуют еще одна или несколько зон дисперсии.

К концу второй зоны дисперсии был получен максимум для тангенса угла потерь, соответствующий частоте, приблизительно, в 3 МГц.

Отмечается усиленный рост диэлектрической проницаемости ε' одновременно с температурой, при той же частоте.

Несмотря на то, что теория структурной поляризации предусматривает существование максимума диэлектрической проницаемости ε', в данном случае это не было достигнуто по причине роста электропроводимости, что очень осложнило измерения, позволив дойти только до температуры в + 150° С.

ÉTUDE DE L'ABSORBTION ET DE LA DISPERSION DE LA CONSTANTE DIÉLECTRIQUE CHEZ LES FERRITES DE BARIUM CONTENANT Bi_2O_3

(Résumé)

On rélève par voie expérimentale les courbes de variation de la constante diélectrique ε' et de la tangente de l'angle des pertes $\operatorname{tg}\delta$ dans la gamme de fréquences 30 Hz... 10 MHz, dans un intervalle de températures comprises entre −65°C et +150°C, pour une ferrite de barium contenant 1,5% Bi_2O_3.

La courbe de variation de la constante diélectrique ε' pour la température de $-65°C$ met en évidence l'existence de deux zônes de dispersion, l'une dans la gamme des fréquences très basses, sous 30 Hz, et l'autre, dans la gamme de fréquences 500 kHz ... 5 MHz. Il est bien probable que, pour des fréquences plus élevées (> 3MHz), se mettent en évidence encore une ou plusieures zônes de dispersion.

À la fin de la deuxième zône de dispersion on a obtenu un maximum pour $\operatorname{tg}\delta$, pour une fréquence de cca. 3 MHz.

On remarque que pour une valeur constante de la fréquence on obtient un accroissement de la constante diélectrique ε' avec la température. Malgré la prévision, par la théorie de la polarisation de structure, de l'existence d'une valeur maximum de la constante diélectrique dans ce cas, on ne l'a pu déceler, car, à cause de l'accroissement de la conductivité, l'effectuation des mesures devient très difficile et par conséquent on n'a pu dépasser la température de $+150°C$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C.Z. 627.843

STABILITÉ DES CHAMBRES D'ÉQUILIBRE

PAR
L. ESCANDE

Considérons un groupe hydroélectrique dont la conduite est issue d'une cheminée d'équilibre et qui débite sur un réseau séparé.

En général, les régulateurs interviennent pour que la puissance hydraulique reste constante tant que la puissance électrique du réseau demeure elle-même constante.

Dans ces conditions, supposons que, par suite d'une perturbation accidentelle, alors que le réseau absorbe une puissance électrique correspondant à un débit Q_0 sous la chute de régime permanent H_0, le niveau oscille et soit à l'instant t à une cote Z au-dessus du niveau statique (fig. 1).

La chute n'est plus H_0 mais $H = H_0 + P_0 + Z = H_0 + X$, de telle sorte que, si l'on néglige les variations de rendement de la conduite et du groupe, en première approximation, l'action du régulateur se traduit par l'égalité $QH = Q_0 H_0 = \text{const.}$

Donc, si le plan d'eau s'élève, la chute H augmente, le régulateur intervient pour diminuer Q et cette manoeuvre de fermeture tend à accentuer la montée. Inversement, si le niveau s'abaisse, H diminue et le régulateur, pour augmenter le débit Q, réalise une manoeuvre d'ouverture qui tend à accroitre l'abaissement du niveau.

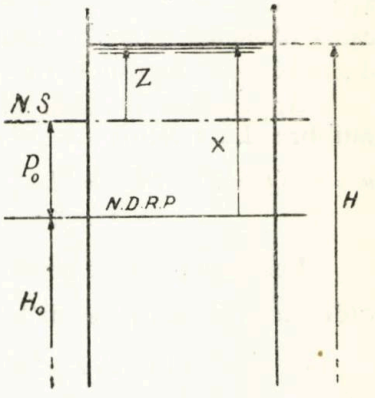


Fig. 1

On voit que, dans la marche à puissance électrique constante qui, répétons-le, est la marche habituelle, le régulateur constitue un élément d'instabilité qui tend à accroitre les oscillations. Par contre, la perte de charge dans le canal d'amenée, par l'amortissement qu'elle crée, contribue à réduire ces oscillations.

On conçoit donc que, selon les caractéristiques des systèmes chambre d'équilibre-canal d'amenée considérés, les oscillations puissent disparaitre ou, au contraire, s'amplifier dangereusement, le premier cas pouvant seul correspondre à un fonctionnement stable.

Dans des cas jusqu'ici assez rares, on accepte de ne pas maintenir la puissance électrique constante et de laisser celle-ci varier légèrement dans le même sens que la hauteur de chute au cours de l'oscillation par l'asservissement de la puissance électrique à la puissance hydraulique réalisé par les organes de régulation. On comprend immédiatement que dans ce cas la perturbation provoquée par le régulateur se trouve réduite, d'où possibilité de conditions de stabilité moins sévères.

C'est la discussion générale de ce problème qui fait l'objet du présent rapport.

Pour plus de généralité, nous supposons, *a priori*, que le groupe considéré marche sur réseau séparé et qu'il est muni d'un dispositif de régulation provoquant un asservissement temporaire de la puissance électrique à la puissance hydraulique ; ceci peut être réalisé par une action sur la tension ou sur la fréquence, ou sur ces deux éléments à la fois.

Nous appelons $X = Z + P_0$ la cote du plan d'eau au-dessus du niveau dynamique de régime permanent.

À l'instant considéré la chute est $H = H_0 + X = H_0(1 + \lambda)$, avec $\lambda = X/H_0$; on en déduit :

$$QH = Q_0 H_0 (1 + K\lambda) \tag{A}$$

et nous supposons $0 < K < 1$.

On remarque que les valeurs extrêmes de K correspondent : a) $K = 0$, à la marche à puissance constante habituellement réalisée ; b) $K = 1$, à une marche à débit constant sans intérêt pratique.

Nous faisons le calcul en faisant intervenir les quantités relatives soient :

$$z = Z/Z_* , \quad x = X/Z_* , \quad h_0 = H_0/Z_* , \quad p_0 = p_0/Z_* , \quad t' = t/T ,$$

avec : $Z_* = W_0 \sqrt{Lf/(gF)} = V_0 T/(2\pi) = U_0 T/(2\pi)$; W_0 — vitesse dans le canal d'amenée pour le débit Q_0 ; L, f — longueur et section du canal d'amenée ; F — section horizontale de la chambre d'équilibre ; $V_0 = U_0 = Q_0/F$.

Appelons $V = \mathrm{d}Z/\mathrm{d}t$ la vitesse du plan d'eau dans la cheminée d'équilibre. La relation (A) devient

$$u = Q/Q_0 = FU/(FU_0) = U/U_0 = (H_0/H)(1+K\lambda) = (H_0/H)(1+K\lambda)/(1+\lambda) \neq$$
$$\neq 1 + K\lambda - \lambda , \quad u = 1 - (1-K)(x/h_0) .$$

Les équations générales s'écrivent :

$$v(\mathrm{d}v/\mathrm{d}z) + [1/(2\pi)](\mathrm{d}u/\mathrm{d}t') + z + p = 0 , \quad \mathrm{d}u/\mathrm{d}t' = -[(1-K)/h_0](\mathrm{d}x/\mathrm{d}t') ,$$

$$\dot{v} = V/V_0 = [T/(2\pi Z_*)](\mathrm{d}Z/\mathrm{d}t) = [1/(2\pi)](\mathrm{d}z/\mathrm{d}t') = [1/(2\pi)](\mathrm{d}x/\mathrm{d}t') ,$$

$$v(\mathrm{d}v/\mathrm{d}z) = v(\mathrm{d}v/\mathrm{d}t')(\mathrm{d}t'/\mathrm{d}z) = v[1/(2\pi)](\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t'^2)[1/(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t')] =$$
$$= [1/(4\pi^2)](\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t'^2) ,$$

$$p = p_0(v+u)^2 = p_0[1+v-(1-K)(x/h_0)]^2 = p_0[1+(1/\pi)(\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t') - 2(1-K)(x/h_0)] .$$

En portant ces valeurs dans l'équation des forces vives, on obtient l'équation des oscillations :

$$d^2x/dt'^2 + 2\pi\,[2\,p_0 - (1-K)/h_0]\;(dx/dt') + 4\pi^2\,[1 - 2\,p_0\,(1-K)/h_0]\,x = 0\,.$$

Nous aboutissons ainsi à l'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants :

$$d^2x/dt'^2 - 2\,a\,(dx/dt') + bz = 0\,,$$

d'équation caractéristique $r^2 - 2ar + b = 0$, avec $a = 2\pi\,[(1-K)/(2h_0) - p_0]$, $b = 4\pi^2\,[1 - 2p_0\,(1-K)/h_0]$. On remarque que b est toujours positif en pratique. Calculons le discriminant :

$$\Delta' = a^2 - b = 4\pi^2\,\{\,[(1-K)/(2h_0) - p_0]^2 - 1 + 2p_0\,(1-K)/h_0\,\} =$$

$$= 4\pi^2\,\{\,[(1-K)/(2\,h_0)]^2 + p_0^2 - p_0\,(1-K)/h_0 - 1 + 2\,p_0\,(1-K)/h_0\,\},$$

ou

$$\Delta' = 4\pi^2\,\{\,[(1-K)/(2\,h_0) + p_0]^2 - 1\,\} =$$

$$= 4\pi^2\,[(1-K)/2h_0) + p_0 + 1]\,[(1-K)/(2\,h_0) + p_0 - 1]\,.$$

Nous allons discuter les diverses solutions possibles en nous limitant à l'hypothèse $0 < K < 1$. Dans cette hypothèse Δ' a le signe de $(1-K)/(2\,h_0) + p_0 - 1$.

On a :

(1) $$\Delta' > 0 \quad \text{si} \quad p_0 > 1 - (1-K)/(2\,h_0)\,,$$

(2) $$a < 0 \quad \text{si} \quad p_0 > (1-K)/(2\,h_0)\,.$$

On vérifie immédiatement que l'on a $1 - (1-K)/(2\,h_0) > (1-K)/(2h_0)$ puisque ceci s'écrit $1 > (1-K)/h_0$, ou $h_0 > 1 - K$, condition toujours réalisée en pratique.

Suivant les valeurs de p_0, on a donc les signes suivants, pour a, b, Δ' :

valeurs de p_0		$(1-K)/(2\,h_0)$	$1-(1-K)/(2h_0)$
signe de Δ'	−	−	+
signe de a	+	−	−
signe de b	+	+	+

Discussion

a) Prenons le cas de $p_0 > 1 - (1-K)/(2\,h_0)$ ou $\Delta' > 0$. L'équation caractéristique admet 2 racines réelles r', r'', telles que l'on ait $r'r'' = b > 0$, $r' + r'' = a < 0$ et par suite $(r', r'') < 0$.

L'expression de x est de la forme

$$x = K'\,e^{r't} + K''\,e^{r''t}\,.$$

Les coefficients r' et r'' étant négatifs, les deux exponentielles tendent vers zéro asymptotiquement.

Les oscillations s'amortissent sans oscillations ; le système est apériodique, amorti et, par suite, parfaitement stable.

b) Prenons le cas de $p_0 < 1 - (1-K)/(2h_0)$ ou $\Delta' < 0$. Les racines de l'équation caractéristique sont imaginaires, de la forme $\alpha \pm j\beta = a \pm j\sqrt{-\Delta'}$ avec par suite : $\alpha = a$, $\beta = 2\pi \sqrt{1 - [(1-K)/(2h_0) + p_0]^2}$ et l'on a

$$x = K''' e^{at} \sin(\beta t' + \varphi).$$

Il se produit des oscillations, de pseudo-période absolue T', telle que l'on ait :

$$(T'/T) = 2\pi/\beta = 1/\sqrt{1 - [(1-K)/(2h_0) + p_0]^2}.$$

Ces oscillations ont des amplitudes qui s'amplifient jusqu'à une valeur théoriquement infinie dans le cas où a est positif et qui s'amortissent, au contraire, jusqu'à zéro, asymptotiquement, si a est négatif.

Donc, la stabilité exige que l'on ait $a < 0$ ou $p_0 > (1-K)/(2h_0)$.

Le tableau suivant résume les résultats de la discussion précédente.

valeurs de p_0	$(1-K)/(2h_0)$		$1-(1-K)/(2h_0)$
	oscillations amplifiées — instabilité	oscillations amorties — stabilité	système apériodique amorti — stabilité

Remarques importantes

1°) La condition $p_0 > (1-K)/(2h_0)$ peut s'écrire $2p_0h_0 > 1-K$ ou $2P_0H_0/(1-K) > Z_*^2 = W_0^2 Lf/(gF)$, ou $F > [W_0^2/(2g)]\,[Lf/(H_0P_0)]\,(1-K)$, ou encore $F > F_0$ avec $F_0 = (1-K)\,[W_0^2/(2g)]\,[Lf/(H_0P_0)]$.

On appelle souvent section limite de Thoma F_{TH}, la section limite relative au cas habituel où $K = 0$, c'est-à-dire au cas de la régulation à puissance électrique constante :

$$F_{TH} = [W_0^2/(2g)]\,[Lf/(H_0P_0)].$$

On voit que l'on a $F_0 = (1-K)F_{TH}$. F_0 peut être notablement inférieur à F_{TH}, ce qui justifie l'adoption, dans certains cas encore assez rares, de la régulation avec asservissement de la puissance électrique à la puissance hydraulique.

2°) La condition

$$p_0 > 1 - (1-K)/(2h_0)$$

s'écrit :

$P_0/Z_* > 1-[(1-K)/2]\,(Z_*/H_0)$, $Z_*^2-[2H_0/(1-K)]\,Z_*+2H_0P_0/(1-K)>0$.

Le premier membre de l'inégalité est un trinome dont le discriminant

$$[H_0/(1-K)]^2-2P_0H_0/(1-K)=$$

$$=H_0^2[1-2P_0(1-K)/H_0]/(1-K)^2>0$$

est toujours positif, comme le produit et la somme des racines, respectivement égaux à $2H_0P_0/(1-K)>0$ et $2H_0/(1-K)>0$. Ces racines ont pour valeurs $H_0[1\pm\sqrt{1-2P_0(1-K_0)/H_0}]$.

Le trinome sera positif si l'on a:

soit: $$Z_*<H_0[1-\sqrt{1-2P_0(1-K)/H_0}]/(1-K),$$

soit: $$Z_*>H_0[1+\sqrt{1-2P_0(1-K)/H_0}]/(1-K).$$

La seconde condition étant irréalisable, la première reste seule à considérer et peut s'écrire:

$$W_0^2[Lf/(gF)]<H_0^2[1-\sqrt{1-2P_0(1-K)/H_0}]^2/(1-K)^2,$$

ou:

$$F>(W_0^2/g)\,[Lf\,(1-K)^2/H_0^2]\{1/[1-\sqrt{1-2P_0(1-K)/H_0}]^2\},$$

ou:

$$F>F_1,$$

avec:

$$F_1=\frac{W_0^2}{2g}\cdot\frac{Lf}{H_0P_0}\,(1-K)\,\frac{2P_0(1-K)}{H_0}\cdot\frac{1}{[1-\sqrt{1-2P_0(1-K_0)/H}]^2},$$

ou encore:

$$F_1=[2P_0(1-K)/H_0]\{1/[1-\sqrt{1-2P_0(1-K)/H_0}]^2\}F_0.$$

Il est facile de voir que l'on a $F_1>F_0$, du fait de l'inégalité:

$$2P_0(1-K)/H_0>[1-\sqrt{1-2P_0(1-K)/H_0}]^2,$$

$$2P_0(1-K)/H_0>1+1-2P_0(1-K)/H_0-2\sqrt{1-2P_0(1-K)/H_0},$$

ou

$$\sqrt{1-2P_0(1-K)/H_0}>1-2P_0(1-K)/H_0,$$

ou

$$1>\sqrt{1-2P_0(1-K)/H_0}.$$

On voit qu'en définitive, on peut résumer dans le tableau ci-après les résultats de la discussion

valeurs de F	F_0		F_1
	oscillations amplifiées — instabilité	oscillations amorties — stabilité	Système apériodique amorti — stabilité

avec :

$$F_0 = F_{TH}(1-K) \text{ et } F_{TH} = [W_0^2/(2g)]\,[Lf/(H_0 P_0)];$$

$$F_1 = [2P_0(1-K)/H_0]\left\{1/[1-\sqrt{1-2P_0(1-K)/H_0}]^2\right\}.$$

Rappelons que ces résultats sons valables pour $0 < K < 1$ et, en particulier, pour $K = 0$, c'est-à-dire pour la marche à puissance électrique constante.

Pour les faibles valeurs de F, inférieures à F_0, il nait des oscillations amplifiées dont les amplitudes croissent théoriquement jusqu'à l'infini; il est évidemment impossible de retenir cette solution instable.

Pour $F_0 < F < F_1$, les oscillations sont, au contraire, amorties, et tendent asymptotiquement vers zéro; c'est le régime de stabilité que l'on réalise le plus souvent en pratique.

Enfin, pour $F > F_1$, il n'y a plus d'oscillations et le déplacement du plan d'eau s'amortit apériodiquement; c'est un régime de très grande stabilité mais on le rencontre assez rarement en pratique, en raison de la valeur relativement élevée de la section F_1.

Reçu le 19 XII 1960

Académie des Sciences,
Paris, France

УСТОЙЧИВОСТЬ ВОДОНАПОРНОГО РЕЗЕРВУАРА

(Резюме)

Устанавливается выражение предельного разреза определяющего усиленные колебания затухающих колебаний и предельного разреза отделяющего затухающие колебания соответствующие апериодично затухающему решению, в наиболее общем случае существования мгновенного управления электрической мощности при помощи гидравлической мощности. Затем суммируются полученные результаты исследований Тулузской лаборатории по устойчивости водонапорного резервуара с съужением, с установкой Пито или Пито-обратная, а также и устойчивость системы 2-х обыкновенных водонапорных резервуаров с установкой Вентури или же с установкой Пито или Пито-обратная, установленные, соответственно, на подводящий и отводный каналы той же станции.

STABILITATEA CAMERELOR DE ECHILIBRU

(Rezumat)

Se stabileşte expresia secţiunii limită care separă oscilaţiile amplificate ale oscilaţiilor amortizate şi cea a secţiunii limită care separă oscilaţiile amortizate corespunzătoare soluţiei aperiodice amortizate, în cazul cel mai general, cînd poate exista un reglaj instantaneu al puterii electrice prin puterea hidraulică. Apoi, se rezumă rezultatele obţinute în cercetările laboratoarelor din Toulouse referitoare la stabilitatea camerelor de echilibru cu strangulare, cu montaj Venturi, cu montaj Pitot sau Pitot invers, precum şi stabilitatea unui sistem de două camere de echilibru, obişnuite sau cu montaj Venturi, sau cu montaj Pitot sau Pitot invers, plasate, respectiv, pe canalele de aducţiune şi de fugă a unei aceleiaşi uzine.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 621.3.013 23

EXTINDEREA DEMONSTRAŢIEI GRAFICE A CÎMPURILOR MAGNETICE CENTRICE ÎNVÎRTITOARE LA CÎMPURILE RADIALE SINUSOIDALE ÎNVÎRTITOARE

DE

AUREL POPOVICI şi N. GAVRILAŞ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

În teoria cîmpurilor magnetice învîrtitoare se tratează în mod obişnuit întîi cîmpurile magnetice centrice şi apoi cîmpurile magnetice radiale.

În demonstrarea modului de producere a cîmpurilor magnetice centrice se utilizează fie metoda analitică, fie metoda grafică. În metoda grafică cea mai utilizată demonstraţie este, după cum se ştie, aceea care se bazează pe aplicarea teoremei lui M. Leblanc. Această demonstraţie are avantajul că este mai intuitivă, permite o interpretare judicioasă a fenomenelor şi se aplică atît pentru cazul trifazat cît şi pentru cazul m–fazat.

Pentru demonstrarea producerii cîmpurilor magnetice radiale sinusoidale învîrtitoare se utilizează metoda analitică. Demonstraţia analitică cere o interpretare a rezultatului. Această interpretare se face fie prin compararea cu expresia dedusă anterior pentru un sistem multipolar alimentat în curent continuu şi rotit, fie că se pun anumite condiţii de unde rezultă, pe ansamblu, aşa zisa mişcare de rotire a liniilor de inducţie a cîmpului magnetic rezultant, cu viteza $\Omega = \omega/p$.

Pentru cazul cîmpurilor magnetice radiale învîrtitoare nu s-a găsit în literatura de specialitate o demonstraţie grafică de ansamblu care să permită identificarea elementelor demonstraţiei analitice şi să pună în evidenţă în mod intuitiv mecanismul fenomenelor care se petrec în întrefier, aşa cum se arată în cazul cîmpului centric. Singura legătură cu o demonstraţie grafică se face atunci cînd, utilizînd diagrama spaţială pentru cîmpul centric învîrtitor bipolar, se spune că în cazul unei maşini cu $2p$ poli, unghiurile spaţiale din maşină reprezintă numai $1/p$ din unghiurile de pe diagrama spaţială. În consecinţă, într-o perioadă a curentului alternativ amplitudinea inducţiei se roteşte cu un dublu pas polar, ceea ce corespunde în diagrama spaţială ($p = 1$) unei rotaţii complete sau în maşina cu $2p$ poli unei rotaţii de $360°/p$, rezultînd pentru maşina cu $2p$ poli o viteză de rotaţie $\Omega = \omega/p$. Această demonstraţie poate da satisfacţie din punct de vedere al stabilirii vitezei de rotaţie a cîmpului magnetic învîrtitor în cazul maşinii cu $2p$ poli, însă considerăm că este mai puţin satisfăcătoare pentru a arăta celelalte aspecte legate de producerea cîmpului magnetic învîrtitor în întrefier.

Ţinînd seama de cele arătate mai sus, precum şi de faptul că în demonstraţia analitică a producerii cîmpurilor magnetice radiale sinusoidale învîrtitoare se utilizează în fond tot teorema lui M. Leblanc, s-a considerat că ar fi utilă punerea la punct a unei demonstraţii grafice pentru cazul cîmpurilor radiale multipolare, asemănătoare celei de la cîmpurile centrice învîrtitoare, utilizînd teorema lui M. Leblanc şi ţinînd seama, în acest caz, de repartiţia diferită a liniilor de inducţie ale cîmpului magnetic.

În demonstraţia grafică elaborată în prezenta lucrare, plecînd de la reprezentarea grafică a cîmpului radial sinusoidal pulsatoriu monofazat în întrefierul maşinii, se explică modul de producere a cîmpului învîrtitor radial sinusoidal, circular şi eliptic.

2. Reprezentarea grafică în întrefier, a cîmpului radial sinusoidal pulsatoriu

a) Se admite că pentru o înfăşurare monofazată cu $2p$ poli, realizată convenabil pe rotorul (sau pe statorul) unei maşini excitată în curent continuu, componenta radială a inducţiei cîmpului magnetic (considerînd termenul fundamental) prezintă în întrefier, la periferia circulară a armăturii, o repartiţie sinusoidală. Mărimea componentei radiale a inducţiei cîmpului magnetic într-un punct M de pe periferia armăturii este dată de expresia $B_{rM} = B_0 \cos p\,\alpha_M$, unde: B_0 — valoarea maximă a inducţiei şi α_M — unghiul care stabileşte poziţia punctului M faţă de o axă de origine care trece prin axa unui pol. Această mărime poate fi obţinută însă în punctul respectiv de pe periferia armăturii şi printr-o construcţie grafică corespunzătoare expresiei analitice de mai sus. Astfel, în punctul M (fig. 1) se va găsi pe direcţia radială OM valoarea componentei radiale B_{rM}

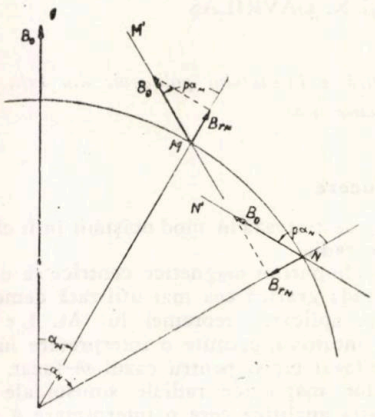


Fig. 1

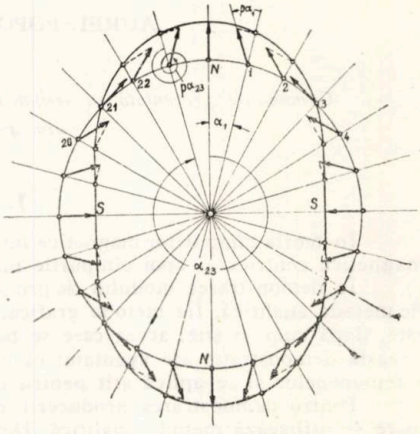


Fig 2

ca proiecţie a inducţiei B_0, care în acest punct va fi considerată pe o direcţie MM' care face unghiul pozitiv $p\alpha_M$ cu direcţia OM. Într-un alt punct, N, inducţia B_{rN} se va obţine printr-o construcţie analogă, după cum se vede în fig. 1. Rezultă că în orice punct de pe periferia armăturii inducţia B_0 în întrefier va fi luată după o direcţie care va avea o înclinaţie fixă faţă de direcţia radială, determinată de poziţia punctului respectiv în raport cu axa de origină şi de numărul de perechi de poli ai înfăşurării. În fig. 2 se arată, în ansamblu, aplicarea construcţiei grafice de mai sus pe întreaga periferie a armăturii pentru cazul $p = 2$; se observă repartiţia sinusoidală a cîmpului radial obţinută prin construirea componentelor radiale precum şi înclinaţia diferită a direcţiilor pe care se ia inducţia B_0. Se observă, de asemenea, că direcţia pe care se ia inducţia B_0 se roteşte pe intervalul unui dublu pas polar cu un unghi de 360°.

b) La trecerea prin înfăşurare a unui curent alternativ sinusoidal, inducţia B_0 (considerînd că circuitul magnetic este nesaturat) are o variaţie sinusoidală, expresia ei fiind $B_0 = B_M \cos \omega t$. În acest caz mărimea inducţiei B_0, luată în fig. 1 pe direcţiile MM', NN' etc., nu va mai fi constantă, ci va varia după o lege sinusoidală în timp, pe direcţiile respective. Ca urmare şi componentele radiale B_r vor varia după aceeaşi lege, pe direcţiile respective radiale. Aceste fapte o dată stabilite, aplicînd teorema lui M. Leblanc cîmpului pulsatoriu B_0, se vor găsi în fiecare punct de pe periferia armăturii două cîmpuri învîrtitoare B_{0d} şi B_{0i} de amplitudine $B_0/2$, ce se vor roti în sensuri contrarii cu

viteza ω (fig. 3), componenta radială în punctele respective fiind obținută în acest caz prin sumarea proiecțiilor, pe direcția radială, a celor două componente rotitoare B_{0d} și B_{0i}.

Se vede din fig. 3 că la un moment dat componenta directă B_{0d} face cu direcția radială unghiul $p\alpha - \omega t$ iar componenta inversă unghiul $p\alpha + \omega t$, mărimea componentei radiale obținîndu-se prin sumarea proiecțiilor celor două componente, adică

$$B_r = B_{0d} \cos (p\alpha - \omega t) + B_{0i} \cos (p\alpha + \omega t).$$

Se regăsește deci expresia analitică a celor două cîmpuri învîrtitoare în care se descompune cîmpul radial sinusoidal pulsatoriu.

Deci în orice punct de pe periferia armăturii se vor găsi permanent cîte două componente B_{0d} și B_{0i} care se rotesc în sensuri contrarii cu aceeași viteză unghiulară ω, indiferent de numărul de perechi de poli. În mișcarea de rotire locală vor exista momente cînd fie componenta directă, fie componenta inversă, vor deveni radiale, orientate nord sau sud. În punctele situate în axele polilor înfășurării cele două componente vor deveni radiale în același moment, și anume, în momentele cînd intensitatea curentului alternativ trece prin valoarea maximă.

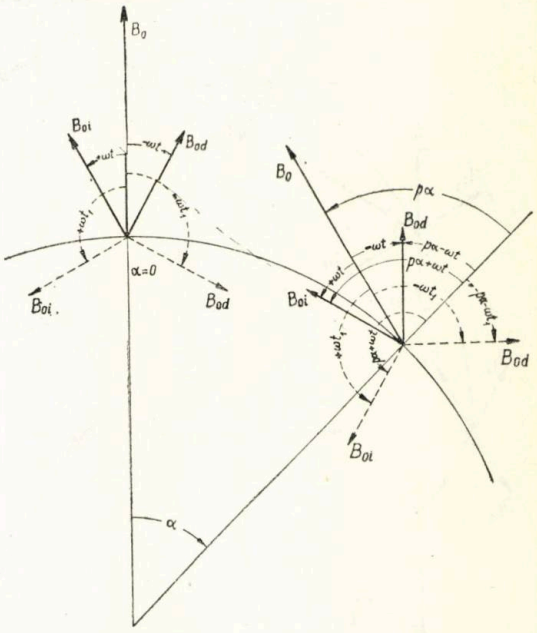


Fig. 3

c) Dacă privim, în ansamblu, pe periferia armăturii (fig. 4, în care s-a luat cazul $p = 2$), într-un anumit moment t_1 vom găsi $2p$ componente directe D_{t1} și $2p$ componente inverse I_{t1}, orientate nord sau sud, pe direcții radiale, arătînd formarea a două coroane polare cu cîte $2p$ poli. Într-un moment următor t_2 vom regăsi o aceeași situație în alte $2.2p$ puncte de pe periferia armăturii, deplasate față de cele anterioare. Acest aspect de deplasare provine din mișcarea de rotire locală a componentelor directe și inverse și anume, prin ocuparea de direcții radiale a altor componente situate în alte puncte care la momentul anterior, în mișcarea lor de rotire locală, făceau un anumit unghi, în urmă, față de sensul lor de rotație, cu direcțiile radiale.

În fig. 4 se observă că la momentul t_1, în punctul M, componenta directă trece prin direcția radială, iar în punctul N, componenta directă se găsește în urmă față de direcția radială. La momentul t_2, prin rotire, componenta directă trece prin direcția radială, însă în punctul N, ocupînd poziția D_{t2}.

Analog se petrece deplasarea, de data aceasta în sens invers, pentru componentele inverse, după cum se poate vedea în punctele P și Q sau N, M.

Deci aspectul de deplasare pe periferie apare din aproape în aproape prin mișcarea de rotire locală a celor două componente, cînd ele devin radiale, adică atunci cînd unghiul dintre componente și direcția radială, într-un punct, devine nul (pentru axele polilor) sau acest unghi are o valoare constantă pentru alte componente, la care urmărim să regăsim aceeași valoare radială în alte puncte din întrefier.

Se va obține viteza de rotire a celor două coroane echivalente de poli și se va determina sensul de rotire, aplicînd relația care a reieșit că există din interpretarea fizică a fenomenului care duce la efectul echivalent deplasării coroanelor de poli. Astfel, ținînd seama de unghiurile ce le fac componentele directe și inverse cu direcția radială (fig. 3), rezultă pentru componentele directe:

$$p\alpha - \omega t = \text{const.},\ p\,\mathrm{d}\alpha/\mathrm{d}t - \omega = 0,\ \mathrm{d}\alpha/\mathrm{d}t = \Omega_d = \omega/p\,,$$

iar pentru componentele inverse, procedînd analog, rezultă:

$$p\alpha + \omega t = \text{const.},\ p\,\mathrm{d}\alpha/\mathrm{d}t + \omega = 0,\ \mathrm{d}\alpha/\mathrm{d}t = \Omega_i = -\omega/p.$$

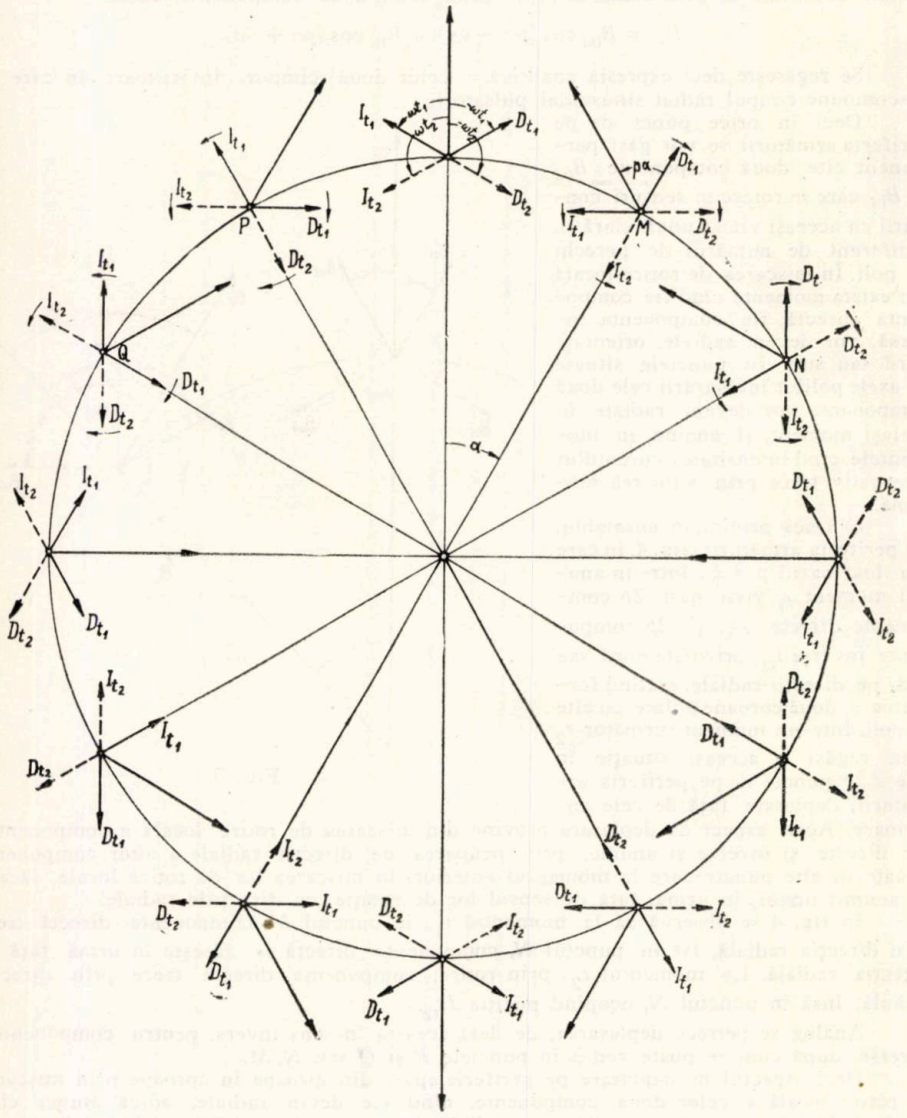


Fig. 4

Se vede deci că componentele directe, care se rotesc local cu viteza ω, dau naştere în ansamblu, la un cîmp magnetic radial sinusoidal, ce se deplasează de-a lungul periferie armăturii în întrefier, în sens direct, cu viteza unghiulară $\Omega = \omega/p$, iar componentele inverse dau naştere la un cîmp magnetic identic, ce se deplasează în sens invers cu aceeaşi viteză unghiulară.

3. Demonstrația grafică a producerii cîmpurilor, în cazul armăturii trifazate

În acest caz se aplică pentru fiecare fază a înfășurării reprezentarea grafică respectivă, așa cum s-a arătat în § 2 pentru cazul armăturii monofazate. Suprapunîndu-se cele trei reprezentări grafice se vor putea trage concluzii referitoare la aspectul de ansamblu, în întrefier, în cazul armăturii trifazate.

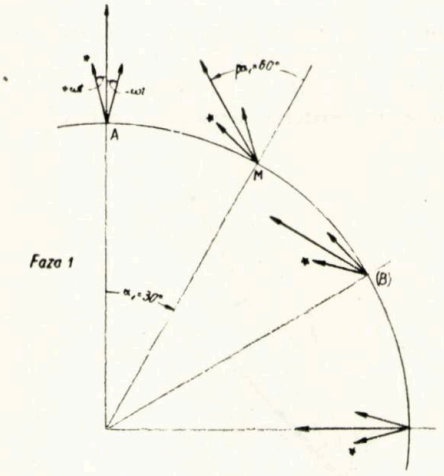


Fig. 5

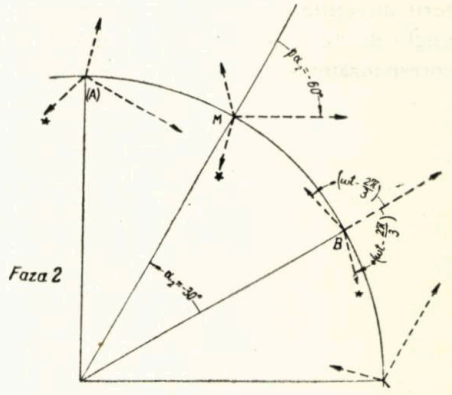


Fig. 6

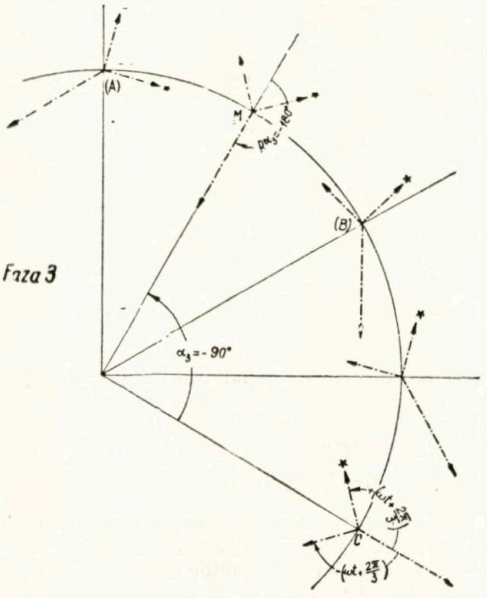


Fig. 7

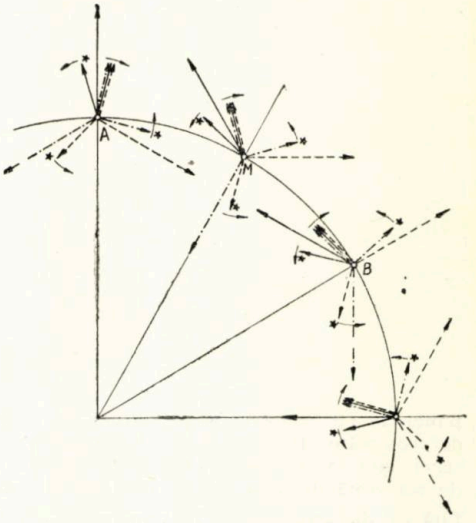


Fig. 8

Astfel, în fig. 5, 6, 7, este făcută parțial reprezentarea grafică (pentru cazul $p = 2$) pe periferia armăturii în întrefier, respectiv pentru fiecare din cele trei faze. În punctele A, B, C, sînt figurate axele de origină respective pentru fiecare fază, trecînd prin axele polilor nord care marchează începuturile celor trei faze. Avînd stabilite direcțiile radiale

în A, B şi C, în raport cu acestea s-au dus într-o serie de puncte din întrefier direcţiile după care se va considera B_0, respectiv pentru fiecare fază.

Cînd înfăşurările vor fi parcurse de curenţi trifazaţi apar cîmpurile magnetice sinusoidale pulsatorii în fiecare punct de periferie, corespunzător fiecărei faze. Aplicînd acestor cîmpuri teorema lui M. Leblanc, cum s-a arătat în § 2, vom găsi componentele directe şi inverse (indicate în figură cu steluţă) la un moment dat, aşa după cum se observă în fig. 5, 6 şi 7.

Se poate constata (fig. 5, 6, 7 şi fig. 8) că în fiecare punct de pe periferia armăturii direcţiile pe care se iau inducţiile B_0 pentru fiecare fază vor face între ele un unghi de 120°, inducţiile B_0 formînd astfel un sistem simetric de succesiune directă, corespunzător succesiunii directe a înfăşurării fazelor pe periferia armăturii. În fiecare

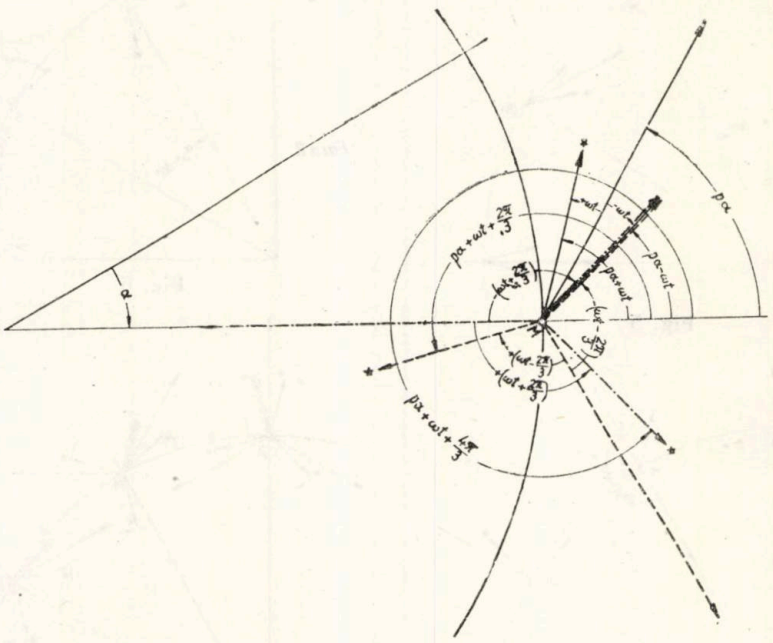


Fig. 9

punct de pe periferie acest sistem va fi rotit faţă de direcţiile radiale cu un unghi $p\alpha$, corespunzător poziţiei punctului respectiv, poziţie considerată faţă de axa de origină a fazei care se ia drept axă de referinţă în orientarea sistemului. Astfel, dacă se ia ca axă de referinţă direcţia lui B_0 pe faza *1*, unghiul α (care defineşte unghiul $p\alpha$ de rotire faţă de direcţia radială în punctul respectiv) va fi luat faţă de direcţia radială în punctul A, după cum se observă în punctul M din fig. 5.

În fig. 8 se arată rezultatul obţinut prin suprapunerea construcţiilor grafice corespunzătoare fiecăreia din cele trei faze (fig. 5, 6 şi 7). Se observă că în fiecare punct de pe periferia armăturii (în fig. 8 fiind arătate doar cîteva puncte) componentele directe se suprapun, formînd o componentă unică de amplitudine $3B_0/2$, care se roteşte cu viteza ω în sens direct, iar componentele inverse formează un sistem simetric ce se roteşte cu aceeaşi viteză în sens invers, avînd, după cum se ştie, în orice moment o rezultantă nulă. Ţinînd seama de faptul că direcţiile inducţiilor B_0 pe cele trei faze formează în orice punct un sistem simetric şi de modul în care s-a aplicat teorema lui M. Leblanc pentru cele trei inducţii, apare evident rezultatul de mai sus, deoarece de fapt, în fiecare punct se aplică demonstraţia grafică cu ajutorul teoremei lui M. Leblanc,

ca și în cazul cîmpului centric. Reprezentarea grafică este identică în orice punct din întrefier, la un moment dat, însă cu orientare diferită față de direcțiile radiale, corespunzătoare poziției punctelor respective pe periferie, definite după cum s-a arătat mai sus.

În fig. 9 se arată situația la un moment dat într-un punct M pe periferie, însă indicîndu-se pozițiile direcțiilor B_{02} și B_{03} în raport cu poziția lui B_{01}; astfel, este posibil ca prin proiectarea componentelor pe direcția radială să se identifice expresiile din demonstrația analitică în sistemul trifazat.

Raționamentul pentru interpretarea, în ansamblu, a efectului de rotire locală a celor trei componente directe sau inverse, va fi asemănător cu acela făcut pentru componentele directă și inversă în cazul armăturii monofazate (v. § 2). Va rezulta deci, în ansamblu, ca efect al rotirii locale, un cîmp magnetic cu repartiție sinusoidală de-a lungul întrefierului, care va avea un efect echivalent unei coroane de poli ce s-ar roti cu viteza $\Omega=\omega/p$ Spre deosebire de cîmpul monofazat, de data aceasta (în cazul trifazat) în fiecare punct din întrefier va exista un singur cîmp magnetic învîrtitor, circular, de amplitudine constantă $3B_0/2$, care o regăsim ca amplitudine a cîmpului radial rezultant.

În cazul cînd se vor inversa două faze ale tensiunilor de alimentare a celor trei înfășurări, cîmpul învîrtitor local din întrefier se va roti în sens invers, datorită faptului că se suprapun componentele inverse, componentele directe formînd un sistem simetric. În consecință, cîmpul rezultant va prezenta efectul de rotire în sens invers, cu viteza $\Omega=-\omega/p$.

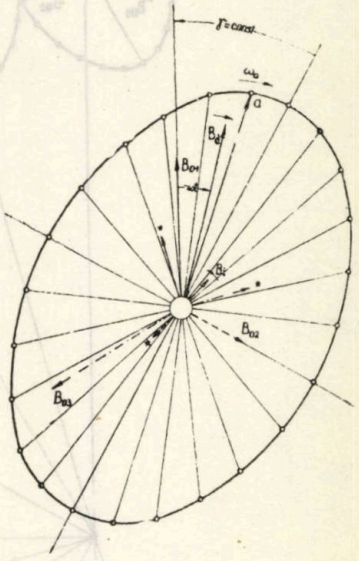


Fig. 10

În cele arătate pînă aici s-a presupus că atît înfășurarea trifazată cît și sistemul de curenți ce o străbate, sînt simetrice. În cazul cînd una din acestea nu respectă condițiile de simetrie se știe că rezultă un cîmp magnetic radial sinusoidal eliptic. În acest caz făcînd construcția grafică în fiecare punct din întrefier, se va constata, după cum se știe că componentele inverse nu vor mai forma un sistem simetric ci vor da naștere și ele unui cîmp circular de o anumită amplitudine. Ca urmare, în orice punct din întrefier vor exista, ca și în cazul cîmpului centric trifazat nesimetric, două cîmpuri circulare ce se vor roti în sensuri inverse cu viteza ω, sau considerate împreună, un cîmp eliptic ce se va roti cu viteza medie ω. Pe de altă parte se știe că în cazul cîmpului centric trifazat nesimetric, axele elipsei obținute au o direcție fixă față de direcțiile după care se iau valorile maxime pozitive ale inducțiilor. În fig. 10 se observă unghiul γ care arată poziția axei mari a elipsei în raport cu B_{01} și care este constant; construcția corespunde cazului $B_{02}=B_0/2$.

Ținînd seama de cele arătate mai sus și privind în ansamblu pe periferia unei armături trifazate, în întrefier, în fiecare punct, în cazul nesimetric va exista un cîmp centric eliptic învîrtitor. Axele acestor cîmpuri eliptice vor face unghiuri diferite cu direcțiile radiale în punctele respective, poziția lor fiind legată de sistemul de axe pentru inducțiile B_0. Așa cum rezultă din fig. 11, o dată cu rotirea direcției B_{01}, pe un dublu pas polar, elipsa se va roti din aproape în aproape cu 360°. De aici rezultă, așa după cum se vede, că vor exista anumite puncte pe periferie, în întrefier, unde cîmpul eliptic în mișcarea lui de rotație locală, în momentele în care va deveni radial va prezenta o valoare maximă sau minimă și va avea o viteză respectiv minimă sau maximă. Aceste puncte se vor găsi acolo unde axa mare, respectiv axa mică, vor coincide cu direcția radială, existînd într-un dublu pas polar p puncte de maxim și p puncte de minim.

Și de această dată rotirea locală a cîmpurilor eliptice va avea ca rezultat un cîmp radial cu repartiție sinusoidală, echivalent cu un cîmp radial învîrtitor, care se va deplasa cu o viteză variabilă (viteza medie fiind ω/p) și a cărui amplitudine va fi variabilă în

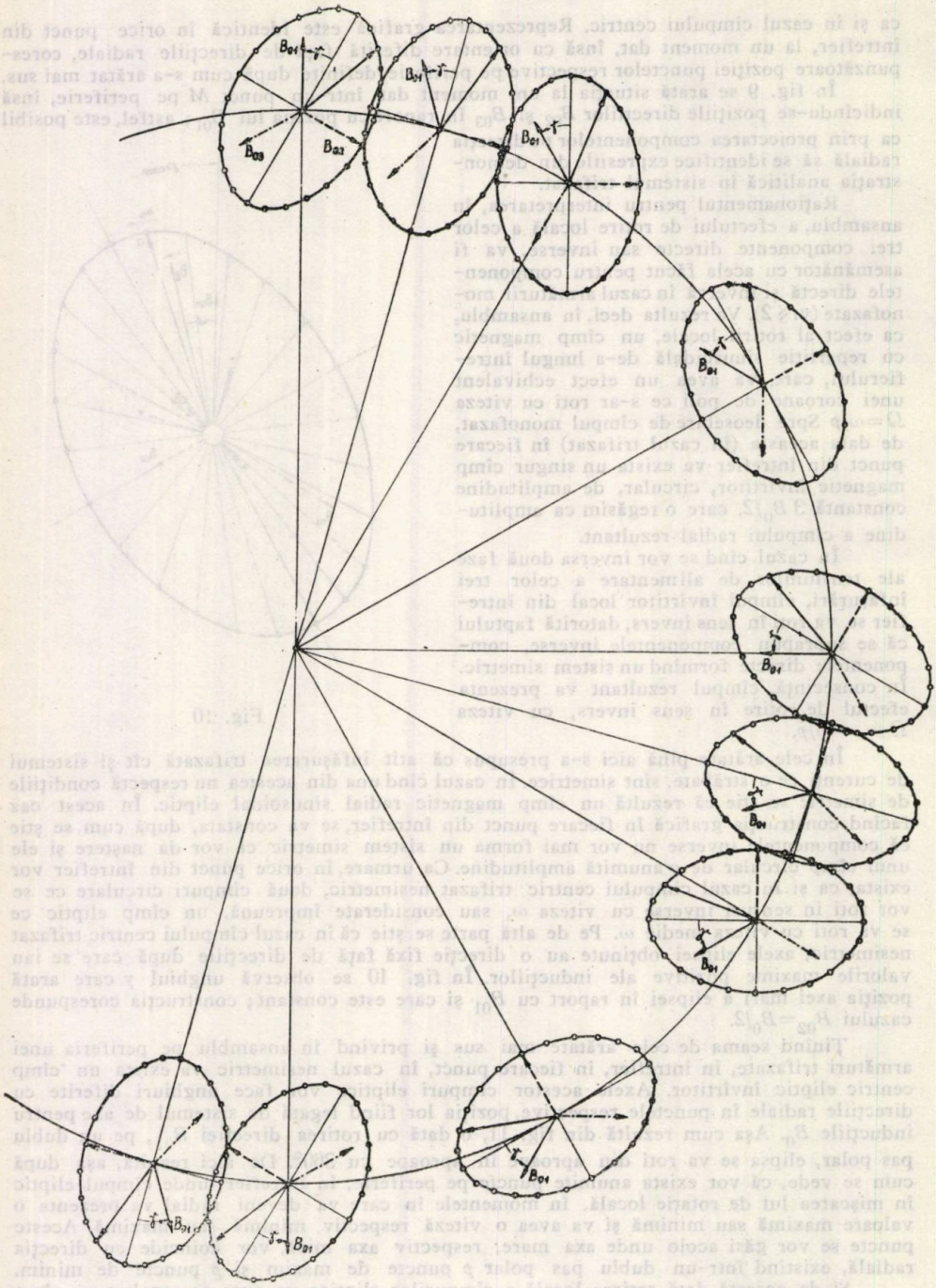


Fig. 11

timp, căpătînd valori maxime sau minime cînd în punctele specificate mai sus cîmpurile eliptice vor trece prin direcția radială.

Din această reprezentare grafică se poate deduce ușor forma cîmpului eliptic radial multipolar, plecînd de la construcția, pentru orice situație de nesimetrie, a cîmpului eliptic într-un punct.

4. Concluzii

a) Prin interpretarea grafică a relației analitice care indică componenta radială în orice punct în întrefier, se face posibilă aplicarea grafică directă (pe periferie, în întrefier) a teoremei lui M. Leblanc sub forma cea mai simplă, în cazul cîmpului radial sinusoidal. Aplicînd demonstrația grafică în întrefier, dispare deosebirea dintre unghiurile în spațiu și unghiurile electrice din reprezentarea grafică utilizată la cîmpul centric pentru cazul $p > 1$.

b) Aplicînd interpretarea grafică pentru cîmpul alternativ radial sinusoidal monofazat la cazul trifazat, se obține demonstrația grafică, utilizată direct în întrefier, a producerii cîmpului radial sinusoidal învîrtitor.

c) Demonstrația grafică stabilită se poate aplica pentru orice număr de faze și poli, atît în cazul simetric cît și în cazul nesimetric.

d) Demonstrația, utilizînd direct mărimile din întrefier, local și apoi pe ansamblu, este intuitivă, dînd posibilitatea să se urmărească în amănunt mecanismul fenomenelor din întrefier care duce la formarea cîmpului învîrtitor radial sinusoidal.

e) Demonstrația oferă posibilitatea să se identifice ușor toate elementele ce intervin în procedeele analitice de studiu a cîmpurilor învîrtitoare.

f) Demonstrația propusă permite să se observe deosebirea care există între cîmpul învîrtitor produs cu o armătură alimentată în curent continuu și una polifazată alimentată în curent alternativ polifazat.

g) Aplicînd procedeul grafic propus se poate sesiza just și lesne semnificațiile noțiunilor de cîmp circular și cîmp eliptic în cazul multipolar, plecînd de la forma circulară sau eliptică a cîmpului învîrtitor, într-un punct pe periferie, în întrefier.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de electrotehnică și mașini electrice,
Laboratorul de electrotehnică generală

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ГРАФИЧЕСКОГО ДОКАЗАТЕЛЬСТВА МАГНИТНЫХ ЦЕНТРИЧЕСКИХ ВРАЩАЮЩИХСЯ ПОЛЕЙ НА РАДИАЛЬНЫЕ СИНУСОИДАЛЬНЫЕ ВРАЩАЮЩИЕСЯ ПОЛЯ

(Резюме)

Пользуя теорему М. Лебланка, производится графическое доказательство для общего случая магнитных радиальных многополюсных полей, аналогично графическому доказательству для магнитных центрических вращающихся полей.

Учитывая различное распространение линий индукции магнитного поля на окружности ротора в зазоре (случае $p = 2$) и исходя из графической интерпретации аналитического отношения, указывающего радиальную компоненту основной синусоидальной вольны пульсирующего поля в любой точке зазора (рис. 1, 2), создается возможность непосредственного применения теоремы М. Лебланка (рис. 3). Графическое доказательство относится к зазору. Таким образом доказывается графически создание вращающихся радиальных синусоидальных круговых полей для однополюсного случая, создание вращающегося радиального синусоидального поля для симметрического трехфазного случая, со всеми характеристиками, а также создание вращающегося радиального синусоидального эллиптического поля для несимметрического режима.

Установленное графическое доказательство указывает на то, что в каждой точке зазора существуют два вращающихся круговых поля со скоростью ω в однофазном случае (рис. 3, 4), одно вращающееся круговое поле в трехфазном случае, вращающееся с угловой скоростью ω независимо от числа пар полюсов (рис. 5...9) и эллиптическое поле в несимметрическом режиме, вращающееся со средней скоростью ω (рис. 10, 11).

Указывается затем как отражается на ансамбле вращательное движение с угловой скоростью $\Omega = \omega/p$ в зависимости от числа пар полюсов.

Установленное графическое доказательство может быть применяемо для любого числа фаз и пар полюсов, как для симметрического, так и для несимметрического случаев. Позволяет также получать графическое представление кругового или эллиптического поля для многополюсного случая (аналогично представлению центрического кругового и эллептического поля) исходя из графического представления поля в одной из точек на окружности ротора в зазоре.

EXTENSION DE LA DÉMONSTRATION GRAPHIQUE DES CHAMPS MAGNÉTIQUES CENTRIQUES TOURNANTS AUX CHAMPS RADIAUX SINUSOÏDAUX TOURNANTS

(Résumé)

Utilisant le théorème de M. Leblanc, les Auteurs présentent, dans cette Note, une démonstration graphique pour le cas general des champs magnétiques centriques tournants.

Compte tenu de la répartition différente des lignes d'induction du champ magnétique sur la péripherie du rotor, dans l'entrefer, en considérant le cas $p = 2$, et prenant comme point de départ l'interprétation graphique de la relation analytique qui donne la componente radiale de l'onde fondamentale sinusoïdale du champ pulsateur dans n'importe quel point de l'entrefer (fig. 1, 2), on fait posible l'application directe du théorème de M. Leblanc (fig. 3), en situant la demonstration graphique dans l'entrefer. De cette manière on montre par voie graphique le mécanisme de production des champs tournants radiaux sinusoïdaux circulaires dans le cas monophasé, du champs tournant radial sinusoïdal dans le cas triphasé symétrique, y compris tous les aspects caractéristiques, et du champ tournant radial sinusoïdal elliptique dans le cas triphasé nonsymétrique.

La démonstration graphique proposée met en evidence, dans le cas monophasé, l'existence, dans chaque point de l'entrefer, de deux champs tournants circulaires, ayant la vitesse ω (fig. 3, 4) ; dans le cas triphasé, l'existence d'un champ tournant circulaire ayant la vitesse ω, le nombre de paires de pôles étant quelconque (fig. 5...9) et d'un champ tournant elliptique, dans le cas nonsymétrique, ayant la vitesse moyenne ω (fig. 10, 11) ; on montre ensuite le mécanisme d'apparition, dans l'ensemble, du mouvement de rotation avec la vitesse angulaire $\Omega = \omega/p$, en fonction du nombre de paires de pôles.

La démonstration graphique proposée peut être appliquée pour n'importe quel nombre de phases et paires de pôles, tant dans le cas symétrique que dans le cas nonsymétrique. Elle permet toutefois à obtenir la représentation graphique du champ circulaire ou elliptique pour le cas multipolaire (d'une manière analogue à la représentation du champ centrique circulaire et elliptique), en prenant comme point de départ la représentation graphique du champ dans un point de la périphérie du rotor dans l'entrefer.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 538.551 4 ; 512.975

REPREZENTAREA SIMBOLICĂ A PUTERILOR ÎN REGIM PERMANENT PERIODIC, NEARMONIC

DE

HUGO ROSMAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Este binecunoscută reprezentarea simbolică, cu ajutorul mărimilor complexe, a puterilor, în regim permanent armonic. De exemplu, considerîndu-se un circuit monofazat avînd tensiunea la borne şi curentul date de expresiile :

$$u = \sqrt{2}\, U \sin(\omega t + \psi_u), \quad i = \sqrt{2}\, I \sin(\omega t + \psi_i) \tag{1}$$

se ataşează mărimile complexe :

$$\underline{U} = U \exp(\mathrm{j}\psi_u) = U' + \mathrm{j}\, U'', \quad \underline{I} = I \exp(\mathrm{j}\psi_i) = I' + \mathrm{j}\, I'', \tag{2}$$

unde

$$U' = U\cos\psi_u, \quad U'' = U\sin\psi_u, \quad I' = I\cos\psi_i, \quad I'' = I\sin\psi_i. \tag{3}$$

În acest caz se defineşte o putere aparentă complexă $\underline{S} = \underline{U}\,\overset{*}{\underline{I}}$, a cărei parte reală reprezintă puterea activă iar partea imaginară reprezintă puterea reactivă, anume :

$$\underline{S} = \underline{U}\,\overset{*}{\underline{I}} = P + \mathrm{j}\, Q = UI\cos\varphi + \mathrm{j}\, UI\sin\varphi = U'I' + U''I'' + \mathrm{j}(U''I' - U'I''), \quad \varphi = \psi_u - \psi_i. \tag{4}$$

Acest procedeu simbolic poate fi aplicat şi circuitelor polifazate, echilibrate sau dezechilibrate, funcţionînd în regim permanent armonic. Considerînd în acest scop un circuit polifazat avînd m faze, tensiunea de fază şi curentul de fază fiind date de expresiile :

$$u_{ft} = \sqrt{2}\, U_{ft} \sin(\omega t + \psi_{u_t}), \quad i_{ft} = \sqrt{2}\, I_{ft} \sin(\omega t + \psi_{i_t}), \quad (t = 1, 2, \ldots, m), \tag{5}$$

şi ataşînd mărimile complexe :

$$\underline{U}_{ft} = U_{ft} \exp(\mathrm{j}\psi_{u_t}), \quad \underline{I}_{ft} = I_{ft} \exp(\mathrm{j}\psi_{i_t}) \tag{6}$$

se defineşte drept putere aparentă complexă a circuitului, expresia :

$$\underline{S} = \sum_{t=1}^{m} \underline{U}_{ft}\, \overset{*}{\underline{I}}_{ft} = P + \mathrm{j}Q = \sum_{t=1}^{m} U_{ft} I_{ft} \cos\varphi_t + \mathrm{j} \sum_{t=1}^{m} U_{ft}\, I_{ft} \sin\varphi_t, \quad \varphi_t = \psi_{u_t} - \psi_{i_t}, \tag{7}$$

avînd ca parte reală puterea activă iar ca parte imaginară—puterea reactivă a circuitului.

În sfîrşit, un procedeu simbolic analog poate fi utilizat şi la evaluarea bilanţului energetic al unui cîmp electromagnetic, în regim permanent armonic. Fie :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m \sin(\omega t + \psi_E), \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_m \sin(\omega t + \psi_H) \tag{8}$$

valorile instantanee ale vectorilor intensităţilor cîmpului electric şi a cîmpului magnetic. Ataşînd acestor vectori mărimile complexe:

$$\underline{\mathbf{E}} = \mathbf{E}\exp(j\psi_E), \quad \underline{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\exp(j\psi_H) \tag{9}$$

şi utilizînd un procedeu cunoscut (de ex. [1]) se obţine ecuaţia de bilanţ local a puterilor aparente complexe:

$$\underline{\mathbf{E}}_i \overset{*}{\underline{j}} = j^2/\gamma + j2\omega(w_{mag} - w_{el}) + (1/\varkappa)\,\mathrm{div}\,\underline{\mathbf{s}}, \tag{10}$$

unde: $\underline{\mathbf{E}}_i$ — expresia complexă a cîmpului electric imprimat, j — expresia complexă a densităţii curentului de conducţie, $w_{mag} = [1/(2\varkappa)]\,\mathbf{BH}$, $w_{el} = [1/(2\varkappa)]\,\mathbf{DE}$ — energiile magnetice şi electrice înmagazinate în unitatea de volum a cîmpului, $\mathbf{B}, \mathbf{D}$ — vectorii inducţie magnetică, respectiv inducţie electrică, iar $\underline{\mathbf{s}} = (1/\varkappa)(\underline{\mathbf{E}} \times \overset{*}{\underline{\mathbf{H}}})$ — expresia complexă a vectorului Umov-Poynting, $\varkappa$ fiind constanta de raţionalizare.

Partea reală a expresiei (10) reprezintă bilanţul local de puteri active iar partea imaginară—bilanţul local de puteri reactive. Evident, se pot găsi şi expresiile corespunzătoare ale bilanţului de puteri sub formă globală.

2. Scopul acestei Note este de a arăta posibilitatea utilizării unei metode simbolice de reprezentare a puterilor în regim permanent periodic, nearmonic, care constituie o extensiune naturală a metodei simbolice a mărimilor complexe.

Eforturile depuse în această direcţie datează din anul 1935[1]) cînd C. I. Budeanu, într-o serie de lucrări [3] studiază puterile în circuite funcţionînd în regim deformant, în anumite spaţii, pe care autorul le denumeşte „de ordin superior" şi care sînt, în esenţă, spaţii Hilbert [4]. Ţinînd seama de relaţiile care există între valorile eficace totale şi cele ale armonicilor de tensiune şi de curent, $U^2 = \sum_{k=0}^{\infty} U_k^2$, $I^2 = \sum_{k=0}^{\infty} I_k^2$, Budeanu propune reprezentarea acestor mărimi, sub formă vectorială, într-un spaţiu multidimensional euclidian, sub forma: $\vec{U} = \sum_{k=0}^{\infty} \vec{U}_k$, $\vec{I} = \sum_{k=0}^{\infty} \vec{I}_k$, fiecare grup de vectori $\vec{U}_k, \vec{I}_k$, $(k=1,2,\ldots)$, aflîndu-se în cîte un plan, făcînd între ei, în fiecare din aceste plane, unghiurile φ_k, toate planele fiind normale absolut între ele, avînd un singur punct comun în spaţiul multidimensional considerat.

Produsul scalar al vectorilor rezultanţi $\vec{U}, \vec{I}$ devine $\vec{U}.\vec{I} = UI\cos\varphi = \sum_{k=0}^{\infty}(\vec{U}_k.\vec{I}_k) =$

$= \sum_{k=0}^{\infty} U_k I_k \cos\varphi_k$, regăsind astfel expresia cunoscută a puterii active în regim permanent periodic, nearmonic:

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} P_k = \sum_{k=0}^{\infty} U_k I_k \cos\varphi_k. \tag{11}$$

De asemenea, Budeanu calculează modulul produsului vectorial $\vec{U}\times\vec{I}$, în spaţiul multidimensional respectiv şi obţine expresia puterii complimentare:

$$|\vec{U}\times\vec{I}| = UI\sin\varphi = \sqrt{U^2I^2 - \left(\sum_{k=0}^{\infty} U_k I_k \cos\varphi_k\right)^2} = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{Q^2 + D^2} = P_c, \tag{12}$$

unde

$$Q = \sum_{k=0}^{\infty} Q_k = \sum_{k=0}^{\infty} U_k I_k \sin\varphi_k \tag{13}$$

reprezintă puterea reactivă, iar

[1]) Unele încercări au fost întreprinse, în acest sens, încă în anul 1934, de către W. Quade [2].

$$D = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{p=0}^{\infty}\sum_{q=0}^{\infty}[U_p^2 I_q^2 + U_q^2 I_p^2 - 2U_p U_q I_p I_q \cos(\varphi_p - \varphi_q)]} \tag{14}$$

reprezintă puterea deformantă.

La concluziii asemănătoare ajunge, 26 ani mai tîrziu, R. V a l l é e [5]. Considerînd armonicile de tensiune $\underline{U}_k$ şi de curent $\underline{I}_k$ drept componente complexe ale unor vectori $\vec{\underline{U}}, \vec{\underline{I}}$ într-un spaţiu Hilbert, autorul arată că puterea activă este dată de expresia:

$$P = \overline{\mathcal{R}e\, u(t)\, \mathcal{R}e\, i(t)} = \mathcal{R}e \sum_{k=0}^{\infty} \vec{\underline{U}}_k \vec{\underline{I}}_k^{*} = \mathcal{R}e\, \vec{\underline{U}} . \vec{\underline{I}} \tag{15}$$

iar puterea reactivă, de expresia:

$$Q = \overline{\mathcal{I}m\, u(t)\, \mathcal{I}m\, i(t)} = \mathcal{I}m \sum_{k=0}^{\infty} \vec{\underline{U}}_k \vec{\underline{I}}_k^{*} = \mathcal{I}m \vec{\underline{U}} . \vec{\underline{I}}, \tag{16}$$

unde $u(t)$, $i(t)$ reprezintă valorile instantanee ale tensiunii şi intensităţii de curent, iar prin suprabarare s-a notat valoarea medie a unei mărimi periodice.

Prin analogie cu expresia (4) a puterii aparente, în regim permanent armonic, Vallée introduce, în regim permanent periodic nearmonic, noţiunea de *putere complexă totală*, dată de expresia:

$$\vec{\underline{W}} = P + \mathrm{j}\, Q = \sum_{k=0}^{\infty} \vec{\underline{U}}_k \vec{\underline{I}}_k^{*} = \vec{\underline{U}} . \vec{\underline{I}}. \tag{17}$$

Budeanu revine ulterior asupra acestei probleme, în numeroase rînduri. Astfel, în 1955, ajunge la concluzia că pentru a studia pe o cale simbolică puterile în regim permanent periodic, nearmonic, „..se pune problema unei eventuale extinderi şi generalizări a cuaternionilor lui Hamilton" [6] iar într-o lucrare publicată un an mai tîrziu (1956), propune utilizarea unei puteri aparente cuaternionice de forma $S = P + \mathrm{j}Q + \mathrm{k}D$ [7].

Recent (1958) V. I o n e s c u [4] prezintă în mod sistematic şi riguros teoria fenomenelor deformante cu ajutorul spaţiilor Hilbert. Introducînd printre altele, noţiunea de pseudo-produs vectorial, stabileşte, alături de legea conservării puterilor active, şi legea de conservare a puterilor complementare.

3. Metoda simbolică de reprezentare a puterilor în regim permanent periodic nearmonic, pe care o vom folosi în cele ce urmează, se bazează pe ideea lui B. A. R o z e n f e l d [8] de a studia circuitele electrice, în astfel de regimuri de funcţionare, cu ajutorul unei algebre hipercomplexe. Astfel, se preconizează ataşarea pe lîngă fiecare funcţie periodică $f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} (a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t)$ a unei mărimi hipercomplexe $\hat{F} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k a_k + \mathrm{j}_k b_k)$, funcţiile 1_k, j_k fiind ortonormate. Introducînd în spaţiul vectorial al mărimilor $\hat{F}$ produsul vectorial, asociativ şi distributiv (faţă de adunare), spaţiul vectorial cu cu o astfel de înmulţire este un spaţiu Hilbert. Algebra astfel construită este comutativă reprezentînd o sumă directă a corpului numerelor reale (generat de 1_0) şi a mulţimii numărabile de corpuri de numere complexe (generate de perechea de elemente 1_k, j_k). Elementul unitate al algebrei este:

$$\sum_{k=0}^{\infty} 1_k = 1 \tag{18}$$

iar

$$1_k^2 = 1_k,\ \mathrm{j}_k^2 = -1_k,\ 1_k \mathrm{j}_k = \mathrm{j}_k 1_k = \mathrm{j}_k,\ 1_k \mathrm{j}_l = \mathrm{j}_l 1_k = 1_k 1_l = \mathrm{j}_k \mathrm{j}_l = 0,\ (k \neq l). \tag{19}$$

4. Fie un circuit monofazat, în regim permanent periodic, nearmonic avînd tensiunea la borne şi curentul date de expresiile:

$$u = \sum_{k=0}^{\infty} (U'_k \cos k\omega t + U''_k \sin k\omega t), \quad i = \sum_{k=0}^{\infty} (I'_k \cos k\omega t + I''_k \sin k\omega t), \tag{20}$$

cărora li se ataşează mărimile hipercomplexe:

$$\hat{U} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k U'_k + \mathrm{j}_k U''_k), \quad \hat{I} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k I'_k + \mathrm{j}_k I''_k) \tag{21}$$

şi conjugatele lor:

$$\hat{U}^* = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k U'_k - \mathrm{j}_k U''_k), \quad \hat{I}^* = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k I'_k - \mathrm{j}_k I''_k) \tag{22}$$

astfel încît $\hat{U}\hat{U}^* = U^2 = \sum_{k=0}^{\infty} (U'^2_k + U''^2_k)$, $\hat{I}\hat{I}^* = I^2 = \sum_{k=0}^{\infty} (I'^2_k + I''^2_k)$, reprezintă pătratele valorilor eficace ale tensiunii şi intensităţii de curent.

Prin analogie cu cazul circuitelor monofazate funcţionînd în regim permanent armonic, introducem noţiunea de *putere aparentă hipercomplexă*, avînd expresia:

$$\hat{S} = \hat{U}\hat{I}^* = \left[\sum_{k=0}^{\infty} (1_k U'_k + \mathrm{j}_k U''_k)\right] \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} (1_k I'_k - \mathrm{j}_k I''_k)\right] = \sum_{k=}^{\infty} (U'_k I' + U'' I''_k) + \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k (U''_k I'_k - U'_k I''_k), \tag{23}$$

unde s-a ţinut seama de relaţiile (19). Or, avînd în vedere relaţiile (4) şi (20), se obţine:

$$P_k = U'_k I'_k + U''_k I''_k, \quad Q_k = U''_k I'_k - U'_k I''_k, \tag{24}$$

P_k, Q_k reprezentînd puterea activă, respectiv reactivă, a armonicii de rang k. Aşadar

$$\hat{S} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k P_k + \mathrm{j}_k Q_k), \tag{25}$$

puterea activă totală şi puterea reactivă totală calculîndu-se cu ajutorul relaţiilor (11), respectiv (13), adică într-un circuit monofazat, în regim permanent periodic, nearmonic, puterea activă este egală cu suma părţilor reale, iar puterea reactivă este egală cu suma părţilor imaginare ale puterii aparente hipercomplexe.

Este evident că modulul puterii aparente hipercomplexe diferă de puterea aparentă ($S = UI$), deoarece, ţinînd seama de (19), $|\hat{A}\hat{B}| \neq |\hat{A}| \cdot |\hat{B}|$, $\hat{A}, \hat{B}$ — mărimi hipercomplexe oarecare. Modulele puterii aparente, puterii complexe totale şi puterii aparente hipercomplexe sînt date de relaţiile:

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2} = \sqrt{\left(\sum_{k=0}^{\infty} P_k\right)^2 + \left(\sum_{k=0}^{\infty} Q_k\right)^2 + D^2},$$

$$|\underline{\vec{W}}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{\left(\sum_{k=0}^{\infty} P_k\right)^2 + \left(\sum_{k=0}^{\infty} Q_k\right)^2}, \quad |\hat{S}| = \sqrt{\sum_{=}^{\infty} P_k^2 + \sum_{k=0} Q_k^2}. \tag{26}$$

Din (26) rezultă imediat:

$$D = \sqrt{S^2 - |\vec{W}|^2} \tag{27}$$

şi

$$S^2 - |\hat{S}|^2 = \left(\sum_{k=0}^{\infty} P_k\right)^2 + \left(\sum_{k=0}^{\infty} Q_k\right)^2 + D^2 - \sum_{k=0}^{\infty} P_k^2 - \sum_{k=0}^{\infty} Q_k^2 = \sum_{p=0}^{\infty}\sum_{q=0}^{\infty} U_p I_q, \tag{28}$$

unde s-a ţinut seama de expresia (15) a puterii deformante. Aşadar:

$$S > |\vec{W}|, \quad S > |\hat{S}| \tag{29}$$

iar diferenţa

$$|\vec{W}|^2 - |\hat{S}| = \left(\sum_{k=0}^{\infty} P_k\right)^2 + \left(\sum_{k=0}^{\infty} Q_k\right)^2 - \sum_{k=0}^{\infty} P_k^2 - \sum_{k=0}^{\infty} Q_k^2 =$$

$$= \sum_{p=0}^{\infty}\sum_{q=0}^{\infty} U_p U_q I_p I_q \cos(\varphi_p - \varphi_q) \geqslant 0, \quad (p \neq q).$$

În circuitele care conţin, pe lîngă rezistenţe, numai inductivităţi, sau numai capacităţi, $|\vec{W}| > |\hat{S}|$ iar în circuitele în care $\varphi_p - \varphi_q = \pm \pi/2$, $|\vec{W}| = |\hat{S}|$.

Se constată cu uşurinţă că atît puterea complexă totală cît şi puterea aparentă hipercomplexă satisfac legi de conservare.

Pentru expresia conjugată a puterii aparente hipercomplexe se obţine:

$$\hat{S}^* = \hat{U}^* \hat{I} = \left[\sum_{k=0}^{\infty} (1_k U_k' - \mathrm{j}_k U_k'')\right] \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} (1_k I_k + \mathrm{j}_k I_k'')\right] = \sum_{k=0}^{\infty} 1_k (U_k' I_k' + U_k'' I_k'') -$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k (U_k'' I_k' - U_k' I_k'') = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k P_k - \mathrm{j}_k Q_k). \tag{30}$$

Din relaţiile (25) şi (30) rezultă:

$$\frac{1}{2}(\hat{S} + \hat{S}^*) = \sum_{k=0}^{\infty} 1_k P_k, \quad \frac{1}{2}(\hat{S} - \hat{S}^*) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k Q_k, \tag{31}$$

de unde se obţin, în cele din urmă, pentru puterile totale active şi reactive, expresiile:

$$P = \frac{1}{2}|\hat{S} + \hat{S}^*|, \quad Q = \frac{1}{2}|\hat{S} - \hat{S}^*|. \tag{32}$$

În consecinţă, puterea deformantă este dată de expresia:

$$D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = \sqrt{S^2 - \frac{1}{4}[|\hat{S} + \hat{S}^*|^2 + |\hat{S} - \hat{S}^*|^2]}. \tag{33}$$

5. În cazul circuitelor polifazate funcţionînd în regim permanent periodic, nearmonic, se poate proceda în mod analog ca în cazul circuitelor monofazate. Fie:

$$u_{ft} = \sum_{k=0}^{\infty} (U'_{ftk} \cos k\omega t + U''_{ftk} \sin k\omega t),$$

(34)

$$i_{ft} = \sum_{k=0}^{\infty} (I'_{ftk} \cos k\omega t + I''_{ftk} \sin k\omega t), \quad (t = 1, 2, \ldots, m),$$

valorile instantanee ale tensiunii de fază şi curentului de fază ale unui circuit polifazat avînd m faze şi fie:

$$\hat{U}_{ft} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k U'_{ftk} + \mathrm{j}_k U''_{ftk}), \quad \hat{I}_{ft} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k I'_{ftk} + \mathrm{j}_k I''_{ftk}) \tag{35}$$

mărimile hipercomplexe corespunzătoare,

$$\hat{U}^{\star}_{ft} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k U'_{ftk} - \mathrm{j}_k U''_{ftk}), \quad \hat{I}^{\star}_{ft} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k I'_{ftk} - \mathrm{j}_k I''_{ftk}) \tag{36}$$

fiind mărimile conjugate lor.

Puterea aparentă hipercomplexă totală, pentru toate fazele circuitului, este în acest caz:

$$\hat{S} = \sum_{t=1}^{m} \hat{S}_t = \sum_{t=1}^{m} \left\{ \left[\sum_{k=0}^{\infty} (1_k U'_{ftk} + \mathrm{j}_k U''_{ftk}) \right] \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} (1_k I'_{ftk} - \mathrm{j}_k I''_{ftk}) \right] \right. =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{t=1}^{m} 1_k (U'_{ftk} I'_{ftk} + U''_{ftk} I''_{ftk}) + \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{t=1}^{m} \mathrm{j}_k (U''_{ftk} I'_{ftk} - U'_{ftk} I''_{ftk}) = \tag{37}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{t=1}^{m} (1_k P_{tk} + \mathrm{j}_k Q_{tk}),$$

unde s-a ţinut seama de relaţiile (19) şi s-a notat cu:

$$P_{tk} = U'_{ftk} I'_{ftk} + U''_{ftk} I''_{ftk}, \quad Q_{tk} = U''_{ftk} I'_{ftk} - U'_{ftk} I''_{ftk} \tag{38}$$

puterea activă şi reactivă a armonicii de rang k în faza t.

În mod analog se poate determina şi puterea complexă totală:

$$\vec{W} = \sum_{t=0}^{m} \vec{W}_t = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{m} \vec{U}_{ftk} \vec{I}^{\star}_{ftk} = P + \mathrm{j}Q \tag{39}$$

unde

$$\begin{cases} P = \sum_{t=0}^{m} \overline{\mathcal{R}e\, u_{ft}(\tau)\, \mathcal{R}e\, i_{ft}(\tau)} = \mathcal{R}e \sum_{k=0}^{m} \sum_{t=0}^{\infty} \vec{U}_{ftk} \vec{I}^{\star}_{ftk} = \mathcal{R}e \sum_{t=0}^{m} \vec{U}_{ft} \vec{I}^{\star}_{ft}, \\ Q = \sum_{t=0}^{m} \overline{\mathcal{I}m\, u_{ft}(\tau)\, \mathcal{I}m\, i_{ft}(\tau)} = \mathcal{I}m \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{t=0}^{m} \vec{U}_{ftk} \vec{I}^{\star}_{ftk} = \mathcal{I}m \sum_{t=0}^{m} \vec{U}_{ft} \vec{I}^{\star}_{ft}, \ (\tau\text{—timpul}) \end{cases} \tag{40}$$

6. Metoda simbolică a mărimilor hipercomplexe se poate aplica şi bilanţului de puteri local sau global într-un cîmp electromagnetic, în regim permanent periodic, nearmonic. Fie:

$$(41)\quad \begin{cases} \mathbf{E} = \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{E}'_k \cos k\omega t + \mathbf{E}''_k \sin k\omega t), \quad \mathbf{H} = \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{H}'_k \cos k\omega t + \mathbf{H}''_k \sin k\omega t), \\ \mathbf{E}_i = \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{E}'_{i_k} \cos k\omega t + \mathbf{E}''_{i_k} \sin k\omega t), \quad \mathbf{j} = \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{j}'_k \cos k\omega t + \mathbf{j}''_k \sin k\omega t) \end{cases}$$

valorile instantanee ale: intensității cîmpului electric, intensității cîmpului magnetic, intensității cîmpului electric imprimat și densității curentului de conducție, cărora li se pot atașa mărimile hipercomplexe:

$$(42)\quad \hat{\mathbf{E}} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{E}'_k + \mathrm{j}_k \mathbf{E}''_k), \quad \hat{\mathbf{H}} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{H}'_k + \mathrm{j}_k \mathbf{H}''_k), \quad \hat{\mathbf{E}}_i = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{E}'_{i_k} + \mathrm{j}_k \mathbf{E}''_{i_k}),$$
$$\hat{\mathbf{j}} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{j}'_k + \mathrm{j}_k \mathbf{j}''_k).$$

Ecuațiile de evoluție ale cîmpului electromagnetic considerat sînt, în acest caz:

$$(43)\quad \operatorname{rot} \hat{\mathbf{H}} = \varkappa \hat{\mathbf{j}} + \varepsilon\omega \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k k \mathbf{E}, \quad \operatorname{rot} \hat{\mathbf{E}} = -\mu\omega \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k k \hat{\mathbf{H}},$$

unde s-a avut în vedere identitatea:

$$(44)\quad \mathrm{d}^m / \mathrm{d}t^m \equiv \sum_{k=0}^{\infty} (\mathrm{j}_k k\omega)^m,$$

m fiind un întreg pozitiv sau negativ, ε și μ fiind permitivitatea, respectiv permeabilitatea magnetică a mediului.

Fie $\hat{\mathbf{E}}^*$, $\hat{\mathbf{H}}^*$, $\hat{\mathbf{E}}_i^*$, $\hat{\mathbf{j}}^*$ conjugatele mărimilor hipercomplexe (42). Din (43), amplificînd conjugata primei ecuații cu $\hat{\mathbf{E}}$ și a doua ecuație cu $\hat{\mathbf{H}}^*$, prin diferență se obține:

$$(45)\quad \hat{\mathbf{E}} \operatorname{rot} \hat{\mathbf{H}}^* - \hat{\mathbf{H}}^* \operatorname{rot} \hat{\mathbf{E}} = -\operatorname{div} (\hat{\mathbf{E}} \times \hat{\mathbf{H}}^*) = \varkappa \hat{\mathbf{j}}^* \hat{\mathbf{E}} + \omega \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k (\mu H^2 - \varepsilon E^2).$$

Ținînd seama că:

$$(46)\quad \hat{\mathbf{j}} = \gamma (\hat{\mathbf{E}} + \hat{\mathbf{E}}_i)$$

unde γ — conductibilitatea electrică, rezultă, în definitiv:

$$(47)\quad \hat{\mathbf{E}}_i \hat{\mathbf{j}}^* = j^2/\gamma + (\omega/\varkappa) \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k k (\mu H^2 - \varepsilon E^2) + (1/\varkappa) \operatorname{div} (\hat{\mathbf{E}} \times \hat{\mathbf{H}}^*),$$

obținîndu-se, astfel, forma locală a bilanțului energetic într-un cîmp electromagnetic în regim permanent periodic, nearmonic, sub formă simbolică.

Notînd cu:

$$(48)\quad \hat{\mathbf{s}} = (1/\varkappa) (\hat{\mathbf{E}} \times \hat{\mathbf{H}}^*)$$

mărimea hipercomplexă a vectorului lui Umov-Poynting şi ţinînd seama de (42), rezultă:

$$\hat{\mathbf{s}} = (1/\varkappa)\sum_{k=0}^{\infty}(1_k\,\mathbf{s}'_k + \mathrm{j}_k\,\mathbf{s}''_k) \tag{49}$$

unde

$$\mathbf{s}'_k = \mathbf{E}'_k \times \mathbf{H}'_k + \mathbf{E}''_k \times \mathbf{H}''_k, \quad \mathbf{s}''_k = \mathbf{E}''_k \times \mathbf{H}'_k - \mathbf{E}'_k \times \mathbf{H}''_k. \tag{50}$$

De asemenea, ţinînd seama de relaţiile (42), se obţine:

$$\hat{\mathbf{E}}_i\,\hat{\mathbf{j}}^{\star} = \left[\sum_{k=0}^{\infty}(1_k\,\mathbf{E}'_{i_k} + \mathrm{j}_k\,\mathbf{E}''_{i_k})\right]\cdot\left[\sum_{k=0}^{\infty}(1_k\,\mathbf{j}'_k - \mathrm{j}_k\,\mathbf{j}''_k)\right] = \sum_{k=0}^{\infty}1_k\,(\mathbf{E}'_{i_k}\,\mathbf{j}'_k + \mathbf{E}''_{i_k}\,\mathbf{j}''_k) + \tag{51}$$

$$+ \sum_{k=0}^{\infty}\mathrm{j}_k\,(\mathbf{E}''_{i_k}\,\mathbf{j}'_k - \mathbf{E}'_{i_k}\,\mathbf{j}''_k).$$

Avînd în vedere relaţiile (48) ... (51), expresia (47) a bilanţului energetic local devine:

$$\sum_{k=0}^{\infty}1_k\,(\mathbf{E}'_{i_k}\,\mathbf{j}'_k + \mathbf{E}''_{i_k}\,\mathbf{j}''_k) + \sum_{k=0}^{\infty}\mathrm{j}_k\,(\mathbf{E}''_{i_k}\,\mathbf{j}'_k - \mathbf{E}'_{i_k}\,\mathbf{j}''_k) = j^2/\gamma + (1/\varkappa)\sum_{k=0}^{\infty}1_k\,\mathrm{div}\,\mathbf{s}'_k + \tag{52}$$

$$+ (1/\varkappa)\sum_{k=0}^{\infty}\mathrm{j}_k\,[k\omega\,(\mu H^2 - \varepsilon E^2) + \mathrm{div}\,\mathbf{s}''_k],$$

sau, separînd componentele active şi cele reactive, se obţin puterile active şi reactive totale, pe unitatea de volum a cîmpului:

$$p = \sum_{k=0}^{\infty}p_k = \sum_{k=0}^{\infty}(\mathbf{E}'_{i_k}\,\mathbf{j}'_k + \mathbf{E}''_{i_k}\,\mathbf{j}''_k) = j^2/\gamma + (1/\varkappa)\sum_{k=0}^{\infty}\mathrm{div}\,\mathbf{s}'_k, \tag{53}$$

$$q = \sum_{k=0}^{\infty}q_k = \sum_{k=0}^{\infty}(\mathbf{E}''_{i_k}\,\mathbf{j}'_k - \mathbf{E}'_{i_k}\,\mathbf{j}''_k) = (1/\varkappa)\sum_{k=0}^{\infty}[k\omega\,(\mu H^2 - \varepsilon E^2) + \mathrm{div}\,\mathbf{s}''_k]. \tag{54}$$

Notînd cu [9]:

$$S = \mathbf{E}_i\,\mathbf{j} = \sqrt{p^2 + q^2 + d^2}, \quad \hat{S} = \hat{\mathbf{E}}_i\,\hat{\mathbf{j}}^{\star} = \sum_{k=0}^{\infty}(1_k\,p_k + \mathrm{j}_k\,q_k) \tag{55}$$

puterea aparentă şi puterea aparentă hipercomplexă, corespunzătoare unităţii de volum a cîmpului, se poate deduce, în cele din urmă, puterea deformantă, corespunzătoare unităţii de volum a cîmpului, obţinîndu-se o relaţie analogă expresiei (3) (v. [9]).

În mod similar se poate obţine, pentru cazul considerat, forma globală a bilanţului energetic într-un cîmp electromagnetic în regim permanent periodic, nearmonic, sub formă simbolică.

Evident, folosind procedeul indicat de R. Vallée (*op. cit.*) se poate obţine expresia puterii complexe totale a cîmpului electromagnetic (sub formă locală sau globală), considerînd armonicile intensităţii cîmpului electric, intensităţii cîmpului magnetic etc., drept componente complexe ale unor vectori într-un spaţiu Hilbert.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică şi maşini electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Budeanu C. I., Comunic. Acad. R.P.R., 1957, **7**, *2*, pp. 155—162.
2. Quade W., Arch. für Elektrot., 1934, **18**, S. 130—138.
3. Budeanu C. I., Bull. de Math. et de Phys., Ec. Polyt. Buc., 1935, **7**, *1-3*.
4. Ionescu V., Electrotehnica ASIT, 1956, **6**, *8*, pp. 280—286.
5. Vallée R., Ann. de Télécom., 1951, **6**, *3*, pp. 61—66.
6. Budeanu C. I., St. şi cerc. energ., 1955, **5**, *3—4*, p. 541.
7. — Bul. Inst. polit. Buc., 1956, **18**, *3-4*, pp. 245—261.
8. Розенфельд Б. А., Тр. сем. вект. и тенз. ан., 1949, **7**, стр. 381—387.
9. Rosman H., St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Fizică şi şt. tehn., 1958, **9**, *1*, p. 78.

СИМБОЛИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МОЩНОСТЕЙ В УСТАНОВИВШЕМСЯ ПЕРИОДИЧЕСКОМ НЕГАРМОНИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

(Резюме)

Со времени появления в печати, в 1934 г., работы В. Квade [1], производятся попытки использования символического метода для исследования искажающего режима. К. И. Будяну, в ряде своих работ [3], изучает искажающие явления в определенных пространствах, названных им „пространствами высшего порядка" и которые, в сущности, представляют собой гильбертовы пространства [4]. К подобным заключениям приходит позже Р. Валле [5] учитывая гармоники напряжения $\underline{U}_k$ и тока $\underline{I}_k$ как комплексные составляющие некоторых векторов $\underline{\vec{U}}, \underline{\vec{I}}$ в гильбертовом пространстве, получая таким образом выражения вычисления, символической формы, активной и реактивной мощность (15) и (16). Автор вводит также понятие *польная комплексная мощность* (17).

Недавно В. Ионеску [4] строго и систематически представил теорию искажающих явлений при помощи гильбертовых пространств. Вводя понятие векторного псевдо-произведения в подобном пространстве, автор устанавливает закон сохранения дополнительных мощностей.

Символический метод представления мощностей в установившемся периодическом негармоническом режиме, предлагаемый в этой заметке, основывается на мысли Б. А. Розенфельда [8] о возможности изучения электрических цепей в указанных работающих режимах при помощи гиперкомплексной алгебры. Таким образом, он предлагает отнести к каждой периодической функции $f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} (a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t)$ некоторую гиперкомплексную величину $\hat{F} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k a_k + j_k b_k)$, ортонормирующие функции 1_k, j_k удовлетворяя отношениям (18), (19). Вводится понятие *гиперкомплексная кажущаяся мощность* (23) позволяющая вычисление, в символической форме, активной и реактивной мощности (32), а также и искажающей мощности (33) в однофазной цепи работающей в искажающем режиме. Аналогичные выражения получаются в случае многофазных цепей работающих в искажающем режиме. Наконец символический метод применяется и при установлении дифференциальной или интегральной формы баланса мощностей в электромагнитном поле в установившемся периодическом негармоническом режиме.

REPRÉSENTATION SYMBOLIQUE DES PUISSANCES EN RÉGIME PERMANENT PÉRIODIQUE NONHARMONIQUE

(Résumé)

Les tentatives quant à l'utilisation d'une méthode symbolique pour l'étude du régime deformant, datent de l'année 1934 [1], lors de l'apparition du travail de W. Quade [1]. C. I. Budeanu, dans une suite de travaux [3], étudie les phénomènes déformants

dans certains espaces, nommés par lui „d'ordre supérieur", qui sont des espaces Hilbert [4]. R. Vallée [5] aboutit plus tard à des conclusions semblambles, en considérant les harmoniques de tension $\underline{U}_k$ et du courant $\underline{I}_k$, comme composantes complexes des vecteurs $\underline{\vec{U}}$, $\underline{\vec{I}}$ dans un espace Hilbert, en obtenant par cette voie, sous forme symbolique, les expressions (15) et (16) de la puissance active, respectivement réactive. Toutefois l'auteur introduit la notion de *puissance complexe totale,* ayant l'expression (17). Recemment V. Ionescu [4] a présenté, d'une manière rigoureuse et systématique, la théorie des phénomènes deformants, à l'aide des espaces Hilbert. En introduisant la notion de pseudo-produit vectoriel dans un tel espace, l'auteur établit la loi de conservation des puissances complémentaires.

La méthode symbolique de représentation des puissances en régime permanent périodique nonharmonique, proposée dans cette Note, utilise une idée due à B. A. Rozenfeld [8], quant à l'étude des circuits electriques, fonctionnant en régime deformant, à l'aide d'une algèbre hipercomplexe. On préconise d'attacher auprès de chaque fonction périodique $f(t)=\sum_{k=0}^{\infty}(a_k\cos k\omega t+b_k\sin k\omega t)$ une grandeur hipercomplexe $F=\sum_{k=0}^{\infty}(1_k a_k+\mathrm{j}_k b_k)$ les fonctions orthonormées 1_k, j_k satisfaisant les relations (18), (19). On introduit la notion de *puissance apparente hypercomplexe* (23), qui permet à calculer, sous forme symbolique, la puissance active et réactive (32) et toutefois, la puissance déformante (33), dans le cas d'un circuit monophasé, en régime déformant. On obtient des expressions tout-à-fait analogues dans le cas des circuits polyphasés, fonctionnant en régime déformant. Enfin, on applique la méthode symbolique des grandeurs hypercomplexes à l'établissement du bilan des puissances, sous forme locale ou bien globale, dans un champ électromagnétique, en régime permanent périodique, nonharmonique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z 621.9.01

DETERMINAREA PARAMETRILOR FORŢEI PRINCIPALE DE AŞCHIERE ÎN PROCESUL DE STRUNJIRE LONGITUDINALĂ PENTRU OŢELURILE ROMÎNEŞTI STANDARDIZATE

Nota VI

GRUPA OŢEL PENTRU ARCURI, PRELUCRAT LA CALD, STAS 795–49

DE

VICTOR BAUŞIC ŞI VITALIE BELOUS

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

În continuarea cercetărilor experimentale în vederea determinării parametrilor forţei principale de aşchiere se determină valorile coeficientului C_p şi a exponenţilor x_p şi y_p din relaţia

$$P_z = C_p t^{x_p} s^{y_p}, \tag{1}$$

pentru oţelurile romîneşti standardizate, grupa oţel pentru arcuri prelucrat la cald şi anume: Arc 1; Arc 2; Arc 3; Arc 4; Arc 5; Arc 6 şi Arc 7.

S-a folosit metodologia din [1], [2] şi [3], aşchierea executîndu-se pe un strung romînesc S_3 „Iosif Rangheţ" cu un cuţit din oţel rapid marca R_{18} cu: $\alpha = 10°$, $\gamma = 25°$, $\lambda = 0°$, $K = 45°$, $K' = 15°$, fără lichide de ungere şi răcire.

Tabelul 1

Oţel STAS 795–49	H_B kgf/mm²	x_p	y_p	C_p
Arc 1	302	0,90	0,75	230
Arc 2	285	0,90	0,75	181
Arc 3	285	0,91	0,75	229
Arc 4	285	0,91	0,82	242
Arc 5	255	0,95	0,77	198
Arc 6	255	0,94	0,79	214
Arc 7	285	1,07	0,77	200

Rezultatele obţinute (tabelul 1 şi fig. 1...7) confirmă încă odată necesitatea determinării parametrilor C_p, x_p şi y_p pentru materialele romîneşti. Într-adevăr, chiar în aceeaşi grupă de materiale exponentul x_p variază de la o valoare de 0,9, pentru oţelurile Arc 1 şi Arc 2, la 1,07 pentru oţelul Arc 7. Precizăm că în literatura tehnică folosită în ţară se indică pentru toate oţelurile $x_p = 1$.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de maşini unelte, scule şi utilaj

BIBLIOGRAFIE

1. Caşler Gh. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *3-4*, p. 313.
2. — Ibid., 1958, **IV (VIII)**, *1-2*, p. 377.
3. Bauşic V. şi colab., Ibid., 1958, **IV (VIII)**, *1-2*, p. 379.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИЛ РЕЗАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКИ РУМЫНСКИХ СТАЛЕЙ

Заметка VI

Стали группа STAS 795-49

(Резюме)

Продолжая начатые раньше опытные исследования в этой области, авторы выявили в данном случае значения C_p, x_p и y_p по формуле (1) для следующих сортов сталей: Arc 1, Arc 2, Arc 3, Arc 4, Arc 5, Arc 6 и Arc 7.

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES FORCES DE COUPE CONCERNANT LES ACIERS ROUMAINS SOUMIS AU TOURNAGE LONGITUDINAL

Note VI

Les aciers standardisés STAS 795-49

(Résumé)

En continuant les recherches expérimentales antérieures, les Auteurs établissent les valeurs des paramètres C_p, x_p et y_p de l'expression (1), pour les suivantes sortes d'acier: Arc 1, Arc 2, Arc 3, Arc 4, Arc 5, Arc 6 et Arc 7.

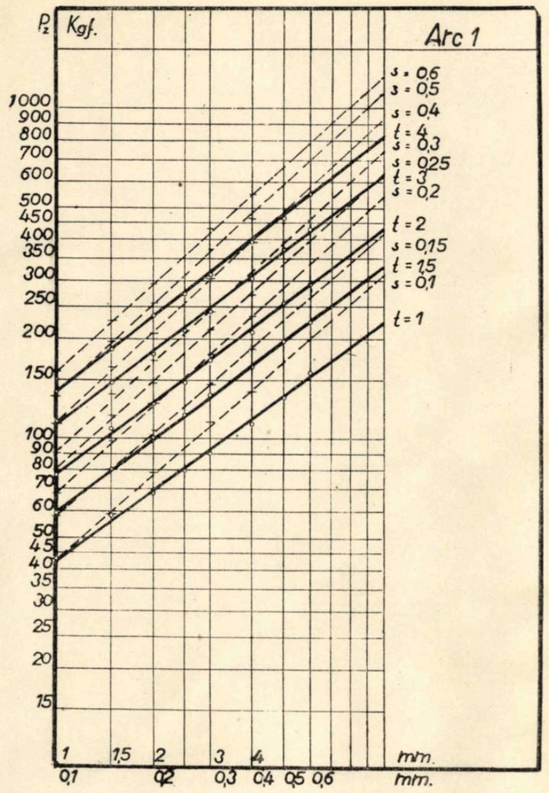


Fig. 1

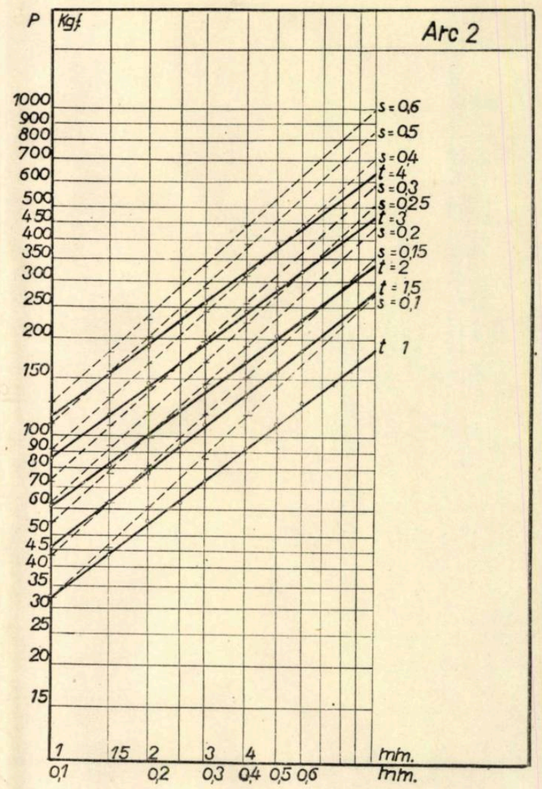


Fig. 2

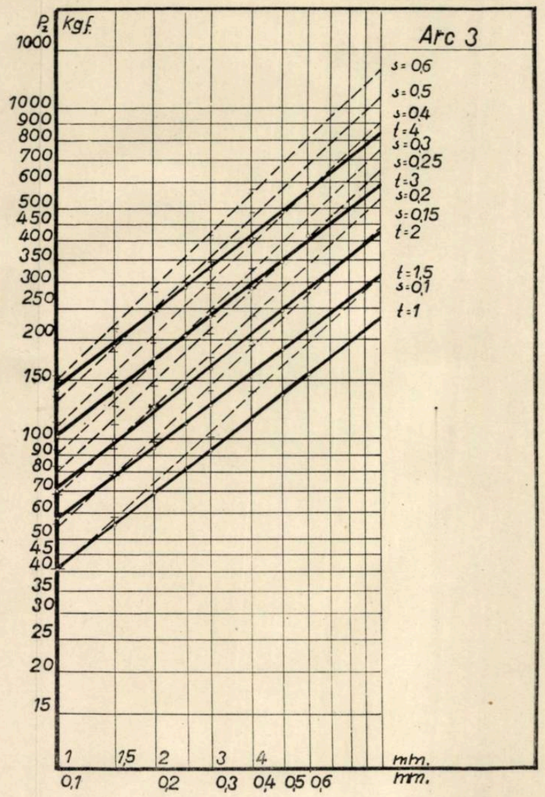


Fig. 3

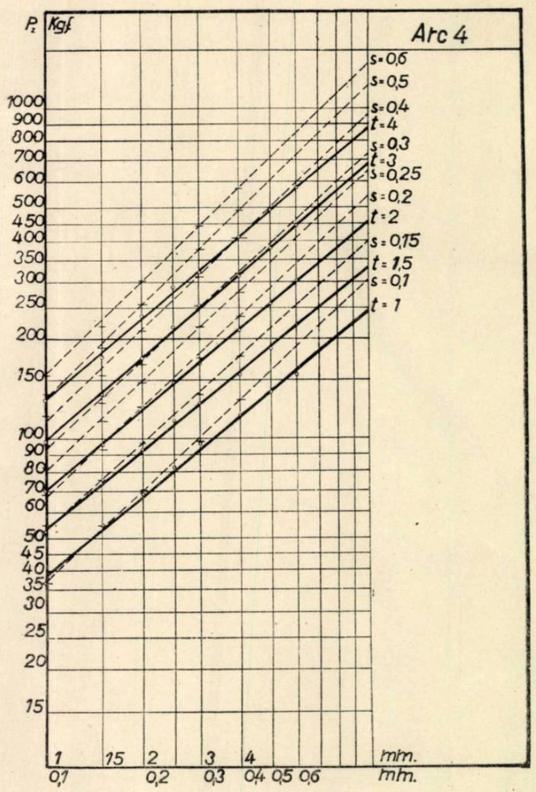


Fig. 4

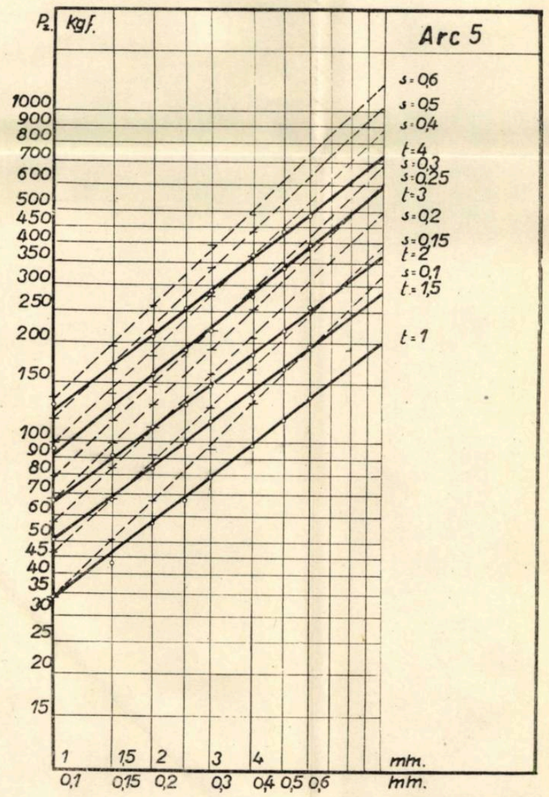


Fig. 5

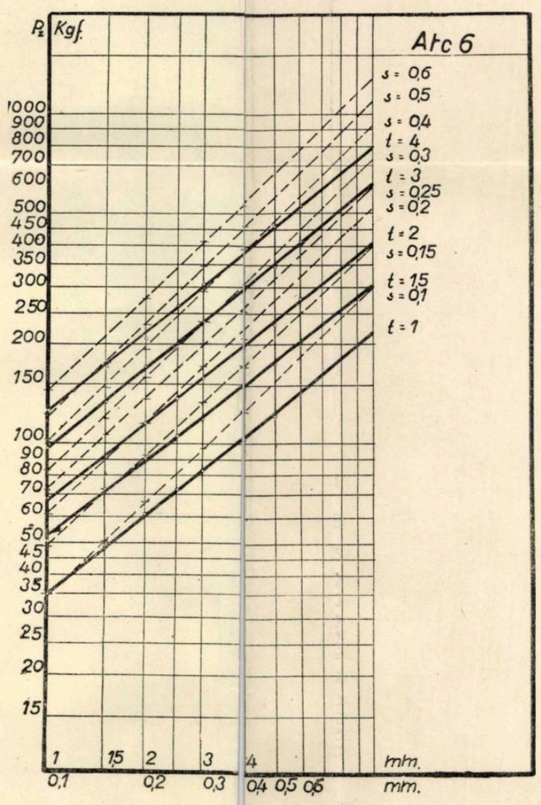


Fig. 6

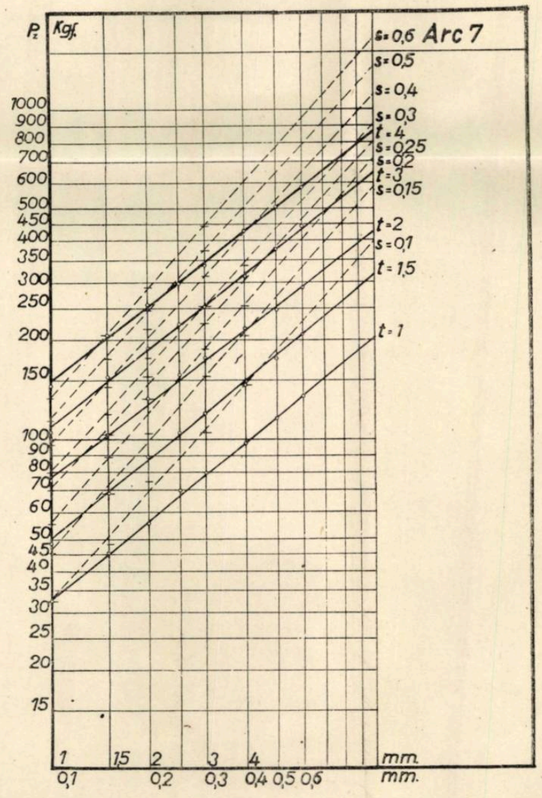


Fig. 7

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
SERIE NOUĂ
DIN IAŞI
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 531.133

ASUPRA MIŞCĂRILOR DE ROSTOGOLIRE CU ALUNECARE ALE CORPURILOR RIGIDE

DE

GH. CIOBANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1 Introducere

În cadrul studiului mişcărilor generale în spaţiu ale corpurilor rigide ne-am ocupat într-o lucrare anterioară [1] de mişcarea de rostogolire cu alunecare a unui con mobil pe altul fix, cele două conuri avînd vîrful comun.

În cele ce urmează ne propunem să studiem mişcarea de rostogolire cu alunecare a unei suprafeţe riglate, mobilă, pe altă suprafaţă riglată, fixă. Vom considera două cazuri: a) suprafeţe riglate nedesfăşurabile, b) suprafeţe riglate desfăşurabile.

2. Mişcarea de rostogolire cu alunecare a unei suprafeţe riglate nedesfăşurabile, mobilă, pe o altă suprafaţă riglată nedesfăşurabilă, fixă

Fie l şi l' liniile de strictiune ale celor două suprafeţe, care au acelaşi parametru de distribuţie, M — punctul lor comun şi g — generatoarea comună. Considerăm curbele indicatoare ale suprafeţelor riglate (intersecţia sferei de rază 1 cu conurile directoare ce au vîrful în centrul sferei şi generatoarele paralele cu g), c — indicatoarea fixă şi c' — indicatoarea mobilă.

Presupunem în mişcarea riglatei mobile pe cea fixă că relaţia ce leagă lungimile arcelor curbelor c şi c', dacă notăm cu s lungimea arcului de pe curba c şi cu σ — lungimea arcului de pe curba c', este $s=\lambda\sigma$ $\lambda=\text{const.}$

Problema revine la a găsi axoidele acestei mişcări ale căror ecuaţii cunoscute sînt:

$$\bar{r}_a - \bar{r}_c = k\bar{\omega}, \qquad \bar{r}'_a - \bar{r}'_c = k'\bar{\omega}, \tag{1}$$

unde

$$\bar{r}_c = \bar{r}_0 + \frac{\bar{\omega}\times\bar{v}_0}{\omega^2}, \qquad \bar{r}'_c = \frac{\bar{\omega}\times\bar{v}_0}{\omega^2}, \tag{2}$$

ecuaţiile liniilor de strictiune l şi l', luînd ca parametri respectiv s şi σ, fiind $\bar{r}=\bar{r}(s)$ şi $\bar{r}'=r'(\sigma)$.

Pentru punctul M avem relaţia

$$\bar{r} = \bar{r}_0 + \bar{r}', \tag{3}$$

iar

$$\bar{t}_f = \bar{t}_m \tag{4}$$

exprimă că cele două curbe c şi c' au tangentă comună,

Derivînd în raport cu timpul relaţiile (3) şi (4) obţinem:

$$\dot{s}\left(\frac{d\bar{r}}{ds}-\lambda\frac{d\bar{r}'}{d\sigma}\right)=\bar{v}_0+\bar{\omega}\times\bar{r}', \tag{3'}$$

$$\dot{s}\left(\frac{1}{R_f}\bar{b}_f-\lambda\frac{1}{R_m}\bar{b}_m\right)=\bar{\omega}. \tag{4'}$$

Relaţiile (3') şi (4') determină valorile lui $\bar{v}_0$ şi $\bar{\omega}$, care introduse în relaţiile (2) şi (1) dau ecuaţiile axoidelor în mişcarea propusă.

3. Mişcarea de rostogolire cu alunecare a unei suprafeţe riglate desfăşurabile, mobilă, pe altă suprafaţă riglată desfăşurabilă, fixă

Fie l şi l' liniile de întoarcere ale celor două riglate, M—punctul lor comun de contact, generatoarea g comună fiind tangenta comună în M la l şi l', a căror ecuaţii sînt: $\bar{r}=\bar{r}(s)$ şi $\bar{r}'=\bar{r}'(\sigma)$, unde s şi σ reprezintă, respectiv, lungimea arcului de pe curba de întoarcere fixă şi cea mobilă.

Dacă considerăm curbele indicatoare ale acestor două suprafeţe, c şi c', direcţia tangentei lor comune este direcţia normalei principale. În acest caz cele două curbe de întoarcere trebuie să aibă în fiecare punct şi aceeaşi normală principală.

Impunînd ca mişcarea să se facă după legea $s=\lambda\sigma$, $\lambda=\text{const.}$, relaţiile:

$$\bar{r}=\bar{r}_0+\bar{r}', \tag{5}$$

$$\bar{n}_f=\bar{n}_m \tag{6}$$

dau prin derivare:

$$\dot{s}\bar{t}_f(1-\lambda)=\bar{v}_0+\bar{\omega}\times\bar{r}', \tag{5'}$$

$$\dot{s}\left[\left(\frac{1}{R_f}-\frac{\lambda}{R_m}\right)\bar{b}_f+\left(\frac{\lambda}{T_m}-\frac{1}{T_f}\right)\bar{t}_f\right]=\bar{\omega}. \tag{6'}$$

Valorile lui $\bar{v}_0$ şi $\bar{\omega}$ obţinute din relaţiile (5') şi (6'), introduse în (1) ne dau ecuaţiile axoidelor.

Observaţie. În relaţiile (2) dacă se consideră că torsiunea este nulă recăpătăm rezultatele obţinute în problema plană studiată anterior [1].

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică şi organe de maşini

BIBLIOGRAFIE

1. Ciobanu Gh., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **4** (**8**), *1—2*, pp. 303—304.

SUR LE MOUVEMENT DE ROULEMENT AVEC GLISSEMENT DES CORPS SOLIDES RIGIDES

(Résumé)

L'Auteur s'en est occupé dans un travail antérieur [1] de l'étude du mouvement avec glissement d'un cône mobile sur l'autre fixe à sommet commun. Dans ce travail on établie les relations cinématiques qui intercèdent dans le cas du mouvement de roulement avec glissement des surfaces réglées quelconques ou bien des surfaces réglées développables.

О ПРОСТРАНСТВЕННОМ КАЧЕНИИ СО СКОЛЬЖЕНИЕМ ТВЁРДЫХ ТЕЛ

(Резюме)

Автор исследовал в предыдущей заметке [1] качание со скольжением подвижного по неподвижному конусов имеющих общую вершину. В настоящей заметке устанавливаются кинематические соотношения получающиеся при исследовании качения со скольжением общих линейчатых поверхностей или же развёртывающихся линейчатых поверхностей.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 621-231

О НЕКОТОРЫХ МЕТОДАХ ПОСТРОЕНИЯ КРИВЫХ И ТОЧЕК БУРМЕСТЕРА (II)

Я. Л. ГЕРОНИМУС

1. *Одновременное построение обеих кривых Бурместера*

Мы рассматривали до сих пор построение одной из кривых Бурместера [2] (1.1) или [2] (1.2) — рассмотрим теперь, как это бывает нужно в задачах синтеза, *одновременное построение обеих кривых*.

В уравнения [2] (1.1), [2](1.2) входит три параметра m, l, l'; если координатные оси неизвестны, а известна только точка P, то для полного определения обеих кривых необходимо задать в общем случае *четыре условия*.

Пусть сперва заданы *три условия*, определяющие кривую [2] (1.1) — например три ее точки, или две точки и фокальная ось; в [2], §§ **5, 6** показано, как построить по этим данным кривую [2] (1.1) — мы можем найти координатные оси и направляющую прямую [2] (2.1); если она пересекает ось Px в некоторой точке M, то благодаря тому, что параметр m одинаков для обеих кривых, направляющая прямая кривой [2] (1.2) также пройдет через точку M; для определения кривой [2] (1.2) необходимо, таким образом, наложить на нее *одно дополнительное условие*. Если задана точка M_1' кривой [2] (1.2), то находим на ней еще одну точку направляющей прямой, как указано в построении А ([2], § **2**); если же вместо точки задана *фокальная ось* PL' кривой [2] (1.2), то строим прямую PL_0', симметричную с PL' относительно оси Px — искомая направляющая прямая должна быть перпендикулярна PL_0'.

Примечание. Отметим один важный исключительный случай: если одно из трех условий, определяющих кривую [2] (1.1), заключается в задании *точки Болла*, то этими тремя условиями полностью определяются *обе* кривые Бурместера: действительно, точка Болла лежит на фокальной оси кривой центров, а точка Болла обращенного движения лежит на фокальной оси кривой круговых точек. В частности, если некоторая точка M_1 подвижной плоскости движется *прямолинейно*, то она лежит на кривой круговых точек, а прямая PM_1 является фокальной осью кривой центров; если же некоторая прямая подвижной плоскости всегда проходит через неподвижную точку M_1', то эта последняя является точкой Болла обращенного движения — поэтому она лежит на кривой центров, а прямая PM_1' является фокальной осью кривой круговых точек.

Рассмотрим теперь тот случай, когда условия, наложенные на каждую кривую в отдельности, ее не определяют, но совокупность условий наложенных на обе кривые, определяет эти последние.

Пусть даны *две точки* M_1 и M_2 кривой круговых точек и *две соответствующие точки* M_1' и M_2' кривой центров (рис. 1); задача решается очень легко: проводя прямые M_1M_2 и $M_1'M_2'$ до пересечения в точке Q, находим *ось коллинеации* PQ; строя $\sphericalangle M_2Px = \sphericalangle QPM_1$, найдем по теореме Бобилье ось Px. Пусть теперь заданы *две точки* M_1 и M_2 кривой круговых точек (рис. 2) (причем M_2 точка Болла), и точка M_1'

кривой центров, соответствующие точке M_1. Этот случай можно свести к предыдущему, полагая, что точка M_2' ушла в бесконечность в направлении прямой PM_2; проводя через точку M_1' прямую, параллельную PM_2, найдем снова точку Q, пос-

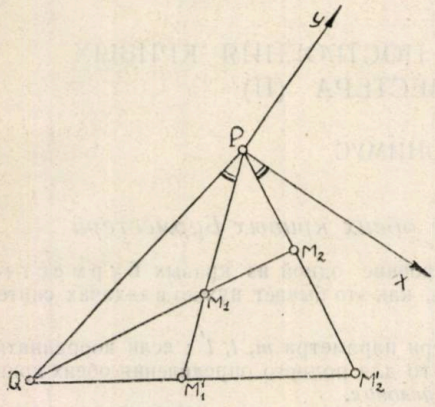


Рис. 1

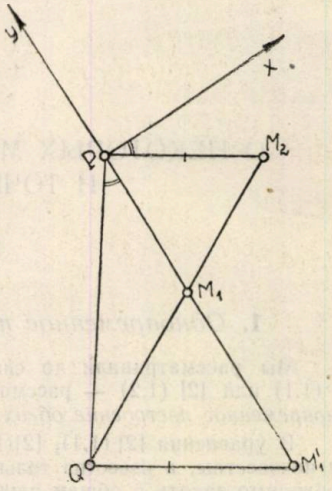


Рис. 2

троим ось коллинеации PQ и оси координат Px, Py; мы будем знать для кривой центров: оси координат, фокальную ось PM_2 и одну точку M_1' — мы имеем случай, рассмотренный в [2], § **3**.

Пусть, наконец, заданы *точка Болла* B_1 *и точка Болла обращенного движения* B_2 (рис. 3). Известно, что точка Болла лежит на *поворотном круге*, а точка Болла обращенного движения—на *круге возврата*, причем оба эти круга симметричны относительно их общей касательной Px; поэтому, восставляем в точках B_1 и B_2 перпендикуляры a_1 и a_2 к прямым PB_1 и PB_2 и строим параллелограмм с центром в точке P, стороны которого параллельны прямым a_1 и a_2; его диагональ D_1PD_2 направлена по оси Py. Таким образом, для каждой кривой Бурместера мы знаем *оси координат, одну точку и фокальную ось*, т. е. мы снова приходим к случаю, рассмотренному в [2], § **3**.

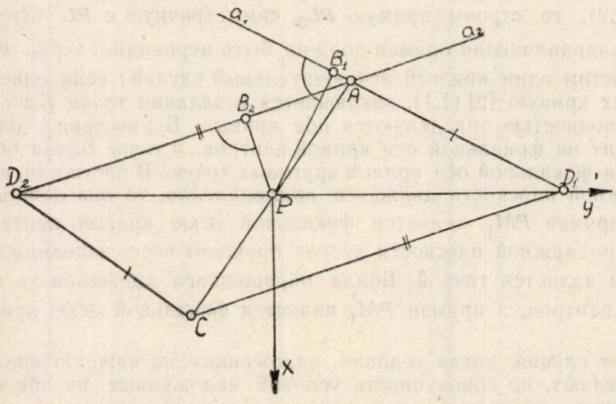


Рис. 3

Рассмотрим теперь один частный случай одновременного построения обеих кривых Бурместера, встречающийся в задачах синтеза и замечательный по своей простоте.

Пусть заданы координатные оси Px *и* Py *и пусть параметры* m, l *кривой* [1] (1.1) *связаны соотношением*

$$l = \alpha m / (\beta m + \gamma) . \tag{1.1}$$

Покажем прежде всего, что при этих условиях кривые Бурместера образуют *пучок* (т. е. семейство, линейно зависящее от одного параметра). Действительно, уравнение [1] (1.1) приобретает при условии (1.1) следующий вид:

$$(x^2 + y^2)(\gamma x + \alpha y) + mx[(x^2 + y^2)\beta - \alpha y] = 0. \tag{1.2}$$

Это же уравнение в полярных координатах таково:

$$r = m\alpha \sin\varphi \cos\varphi / (m\beta \cos\varphi + \gamma \cos\varphi + \alpha \sin\varphi) ; \tag{1.3}$$

следовательно, если мы имеем два луча PI и PII, характеризуемые углами φ_1 и φ_2, то

$$r_1 = m\alpha \sin\varphi_1 \cos\varphi_1 / (m\beta \cos\varphi_1 + \gamma \cos\varphi_1 + \alpha \sin\varphi_1),$$

$$r_2 = m\alpha \sin\varphi_2 \cos\varphi_2 / (m\beta \cos\varphi_2 + \gamma \cos\varphi_2 + \alpha \sin\varphi_2),$$

откуда, исключая m, нетрудно вывести соотношение

$$r_2 = a r_1 / (b r_1 + c) ; \tag{1.4}$$

таким образом, все кривые Бурместера, принадлежащие пучку (1.2), пересекают лучи PI и PII в точках A_1, B_1, C_1, ... и A_2, B_2, C_2, ... (рис. 4), причем эти два ряда точек *проективны*; так как общая точка P обоих рядов соответствует сама себе (ибо при $r_1 = 0$ имеем $r_2 = 0$), то эти ряды не только проективны, но и *перспективны*, т. е. все соответствующие прямые A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2, ... пересекаются в некотором *центре перспективы* S.

Благодаря соотношению $1/l - 1/l' = 1/d$, мы имеем

$$l' = d\alpha m / [(d\beta - \alpha)m + d\gamma] , \tag{1.5}$$

т. е. кривые [1] (1.2), также образующие пучок, пересекают лучи PI, PII в точках A'_1, B'_1, C'_1, ... и A'_2, B'_2, C'_2, ..., причем эти два ряда точек также перспективны с некоторым *центром перспективы* S'.

Известно, что для точек на одном луче радиусы векторы r и r' кривых [2] (1.1) и [2] (1.2) связаны соотношением

$$1/r - 1/r' = 1 / (d \sin\varphi),$$
$$r' = d \sin\varphi / (d \sin\varphi - r), \tag{1.6}$$

откуда вытекает, что ряды точек A_1, B_1, C_1, ... и A'_1, B'_1, C'_1, ... *на одном основании* PI также проективны, причем точка P является единственной *двойной точкой;* поэтому пучки прямых SP, SA_1, SB_1, ... и $S'P$, $S'A'_1$, $S'B'_1$, ... также *проективны*, причем прямые SP и $S'P$ должны соответствовать друг другу.

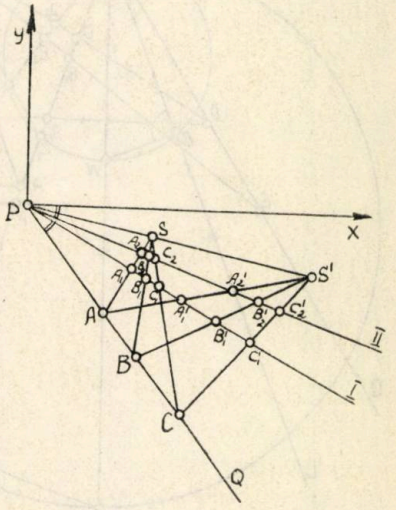


Рис. 4

Так как координатные оси заданы, то по теореме Бобилье можно построить *ось коллинеации* PQ, причем точки пересечения всех соответствующих прямых обоих пучков (SA_1A_2 и $S'A'_1A'_2$, SB_1B_2 и $S'B'_1B'_2$, SC_1C_2 и $S'C'_1C'_2$, ...) должны лежать на прямой PQ, являющейся *осью перспективы* — это возможно тогда и только тогда, когда прямая SS' в обоих пучках соответствует сама себе, т. е. *три точки* S, S', P *должны лежать на одной прямой* ([4], § **13**).

Итак, *при заданных осях* Px, Py и *при условии* (1.1) *для каждых двух лучей существуют такие два центра перспективы* S, S′ *лежащие на одной прямой с точкой* P, *и такая ось перспективы* PQ, *что задание одной точки* A_1 *одной из кривых Бурместера определяет остальные точки* (A_1', A_2, A_2') *при помощи простых геометрических построений.*

Пусть, в частности, *задана фокальная ось* PL *кривой* [2] (1.1); по [2] (2.8) имеем $\operatorname{tg}\varphi = -m/l$, $l = -m\operatorname{ctg}\varphi$, $\beta = 0$.

В таком случае будем иметь в (1.4) $b = 0$, т. е. *все кривые Бурместера* [2] (2.1) *подобны с центром подобия в точке* P; в этом случае все прямые A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2, ... параллельны, т. е. *центр перспективы* S *ушел в бесконечность* по направлению которое мы сейчас найдем. Для этого возьмем произвольную точку A_1 на луче PI; зная оси и фокальную ось и применяя построение B ([2], § 2), мы преобразуем кривую [2] (1.1) в окружность, находим на ней изображение точки A_2, а затем и самую точку A_2. Мы можем воспользоваться построением рис. 3 [2], где роль точки M играет теперь точка A_1, а роль точки N' на луче PR играет точка A_2 на луче PII. Для нахождения второго центра перспективы S' на прямой $PS \parallel A_1A_2$ достаточно знать одну пару соответствующих точек A_1' и A_2'. Чтобы проиллюстрировать решение задачи до конца, предположим, что *даны координатные оси* Px и Py *и точка Болла* B (рис. 5); в таком случае мы знаем фокальную ось PBL' *кривой центров* и легко находим направление, по которому ушел в бесконечность центр перспективы S'. Проводя прямую $BW \perp PB$, мы найдем полюс поворота W, круг поворота и точки C_1 и C_2 его пересечения с лучами PI и PII; так как при $r_1' = \infty$ имеем $r_2' = \infty$, то бесконечно удаленные точки обоих лучей соответствуют друг другу — следовательно, и точки C_1 и C_2 соответствуют друг другу; поэтому в пересечении прямых C_1C_2 и $PS \parallel A_1'A_2$ найдем центр перспективы S, после чего находим бесчисленное множество решений задачи путем простого построения, указанного на рис. 5.

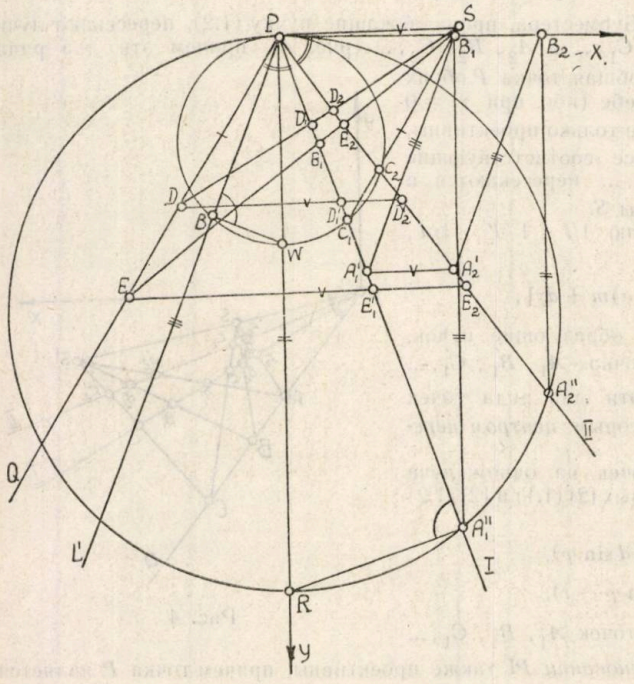


Рис. 5

2. *Соприкосновение четвертого порядка*

Как было сказано, все точки кривой [2] (1.1) обладают тем свойством, что их траектории имеют в этих точках соприкосновение *не ниже третьего порядка* со своими окружностями кривизны; известно, что на этой кривой имеется в общем случае четыре *точки Бурместера*, в которых соприкосновение будет не ниже *четвертого порядка* — они являются точками пересечения кривой [2] (1.1) с некоторым *коническим*

сечением C, коэффициенты которого зависят от параметров m, l, l' и двух новых параметров λ и μ. Соответствующие центры кривизны, являющиеся точками Бурместера обращенного движения, называются *центрами Бурместера*.

Покажем графическое нахождение точек и центров Бурместера.

I. Если известны обе кривые Бурместера (т. е. известны оси координат и три параметра m, l, l'), то, произвольно выбирая на кривой [2] (1.1) *две точки Бурместера*, мы сможем найти параметры λ, μ из условия прохождения конического сечения через эти две точки, после чего можно найти две остальные точки Бурместера.

II. Если произвольно заданы *три точки* B_1, B_2, B_3, которые принимаем за точки Бурместера, то, применяя построение [2], § **6**, определяем кривую [2] (1.1), на которой они должны лежать, т. е. находим оси Px и Py и параметры m и l; зная теперь три точки, через которые должно пройти коническое сечение, мы сможем найти параметры l', λ, μ, т. е. определить кривую [2] (1.2) и найти четвертую точку Бурместера. Угловые коэффициенты фокальных осей k_0 и k_0' и лучей, идущих в точки Бурместера $B_1, \ldots, B_4$, связаны соотношениями, независящими от неизвестных параметров λ, μ ([5], § **33**)

$$k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = -k_0 - k_0', \quad k_1 k_2 k_3 k_4 = k_0 k_0'; \tag{2.1}$$

отсюда можно найти две неизвестные величины, если известны четыре остальные.

Покажем графические методы решения поставленных задач, основанные на этих соотношениях ([5], §§ **34** ... **38**).

В случае I мы знаем фокальные оси и легко найдем точки k_0, k_0' окружности D (рис. 6); произвольно выбираем *две точки* Бурместера B_1 и B_2, изображениями которых на окружности являются точки k_1 и k_2; для нахождения точек k_3 и k_4 проделаем следующее построение: проведем в точке D касательную DT к окружности и пусть прямая (k_1, k_2) пересекает ее в точке A; проводим прямую через точки A, $-k_0$ до пересечения с окружностью в некоторой точке ∂, затем проводим прямую $(\partial, -\partial)$ и прямую $(-\partial, -k_0')$ до пересечения с касательной в точке B; проводим прямую через точки k_0, C (где C — точка пересечения прямой (k_1, k_2) с осью Py) до пересечения с окружностью в некоторой точке $1/c$[1]), затем проводим прямую $(1/c, c)$ и прямую (c, k_0'), пересекающую ось Py в точке E; прямая, проходящая через точки B и E, пересекает окружность в искомых точках k_3 и k_4; точки Бурместера B_3 и B_4, изображениями которых являются найденные точки k_3 и k_4, находим при помощи построения [2], § **3**, позволяющего найти точки пересечения кривой Бурместера с известными лучами.

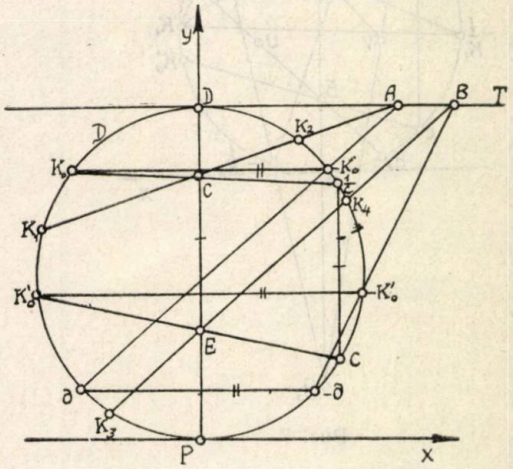


Рис. 6

В случае II мы определяем по трем заданным точкам Бурместера B_1, B_2 и B_3 кривую [2] (1.1) одним из методов, указанных в [2], § **6**, после чего находим точки k_1, k_2, k_3, k_0 на окружности D (рис. 7). Для нахождения неизвестной точки k_4

[1]) Точка c является изображением третьей точки пересечения прямой B_1B_2 с кривой Бурместера; она совпадает с точкой k_3 в построении C″ ([2], § **4**, (рис. 18)).

поступим следующим образом: найдем точку A_1 пересечения прямой (k_0, k_1) с касательной $D1$ и точку B_1 пересечения прямой $(k_0, -1/k_1)$ с осью Py; заменяя точку k_1 точкой k_2 найдем аналогично точки A_2 и B_2; найдем точку V пересечения прямых A_1B_1 и A_2B_2 и построим точку U, симметричную с точкой V относительно оси Py — тогда прямая (U, k_3) пересечет окружность в точке k_4, являющейся изображением четвертой точки Бурместера B_4. Для нахождения точки k_0' соединим найденную выше точку c с точкой E, в которой прямая (k_3, k_4) пересекает ось Py, и находим на окружности точку k_0'; зная кривую [2] (1.1) и фокальную ось кривой [2] (1.2), можем полностью определить кривую [2] (1.2) как было показано в § **1**.

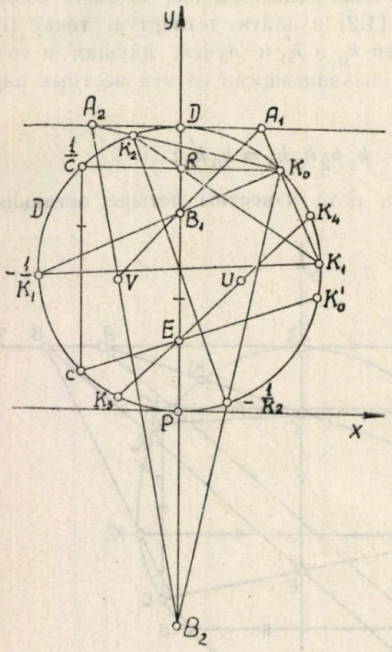


Рис. 7

Если заданы координатные оси и только *две точки Бурместера* B_1 и B_2, то задача имеет *бесчисленное множество решений*, которые легко получить геометрически: проводя через точку U различные прямые (рис. 8) будем получать на окружности различные изображения k_3, k_4; k_3', k_4'; k_3'', k_4''; ... искомых точек Бурместера.

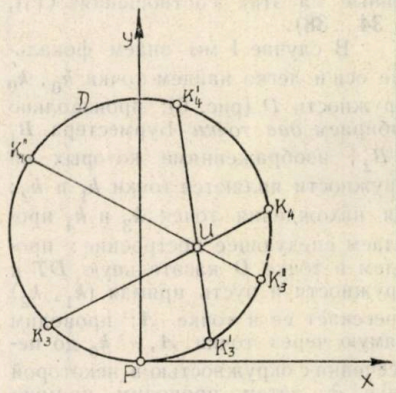


Рис. 8

3. *Частные случаи*

Построения, указанные в предыдущем параграфе, значительно упрощаются в тех частных случаях, когда коническое сечение C распадается на пару прямых ([1], [5], §§ **23**, **56**).

I. *Одна из точек Бурместера совпадает с точкой Болла* (т. е. ее траектория имеет соприкосновение не ниже четвертого порядка со своей касательной); в этом случае три остальные точки Бурместера должны лежать на одной прямой.

Выберем произвольно три точки B_1, B_2, B_3 на одной прямой в качестве трех точек Вурместера (рис. 9); воспользовавшись построением Γ_2 ([2], § **5**, (рис. 24)), где в данном случае точки M_1, M_2, M_3 лежат на одной прямой, найдем оси Px и Py и фокус F_0 параболы, а затем фокус F кривой Бурместера [2] (1.1); находим точку M_0, в которой прямая $B_1B_2B_3$ пересекает ось Py, и проводим окружность через точки P, M_0, F — тогда касательная PL' к ней в точке P является фокальной осью кривой [2] (2.1); доказательство вытекает из теоремы А. П. Котельникова ([5], §§ **18**, **19**, **49**).

Для нахождения точки Болла построим направляющие прямые AB и BC обеих кривых (рис. 10), проведем $PE \parallel BC$ и спроектируем точку E на ось Py — мы получим *полюс поворота* W, проекция которого на фокальную ось PL' является точкой Болла ([5], § **18**).

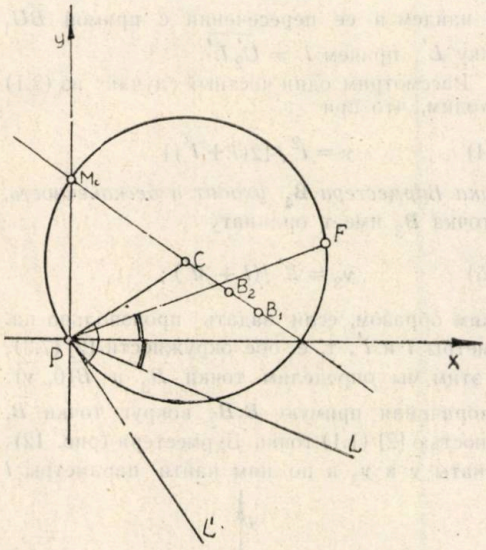


Рис. 9

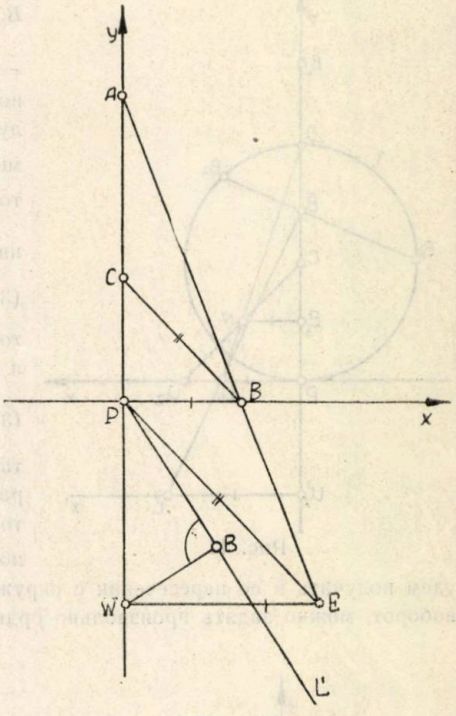


Рис. 10

II. *Обе кривые Бурместера одновременно распадаются на ось* **Py** *и на окружности* [2] (7.3); в этом случае две точки Бурместера B_1 и B_2 лежат на окружности [2] (7.3), а две другие B_3 и B_4 на оси Py; если через $\bar{y}$ обозначить ординату точки $\bar{B}$ пересечения прямой B_1B_2 с осью Py (рис. 11), то можно показать, что ординаты точек B_3 и B_4 являются корнями квадратного уравнения

$$y^2[l^2 - 2\bar{y}(l + l')] + l y \bar{y}(l + 3l') - l^2 l' \bar{y} = 0. \tag{3.1}$$

Таким образом, зная параметры l и l' и задаваясь точками Бурместера B_1 и B_2 на окружности, мы можем найти остальные точки Бурместера B_3 и B_4.

Наоборот, *зададим произвольно две точки Бурместера* B_1 и B_2, проведем через три точки P, B_1, B_2 окружность и найдем величину l и оси Px и Py; *выберем произвольно третью точку Бурместера* B_3 *на оси* Py с ординатой y_3 — тогда из (3.1) легко находим параметр

$$l' = \{l y_3[\bar{y}(l - 2y_3) + l y_3]\} / [\bar{y}(l - y_3)(l - 2y_3)], \tag{3.2}$$

характеризующий вторую окружность [2] (7.3).

Для графического построения l' введем величины

$$u_1 = ly_3/(l-y_3), \quad u_2 = ly_3/(l-2y_3), \tag{3.3}$$

построение которых указано на рис. 10; поворачивая отрезок B_3P вокруг точки B_3 на 90° против стрелки часов, получим отрезок B_3N; в таком случае $u_1 = \overline{PU}_1$, $u_2 = \overline{PU}_2$.

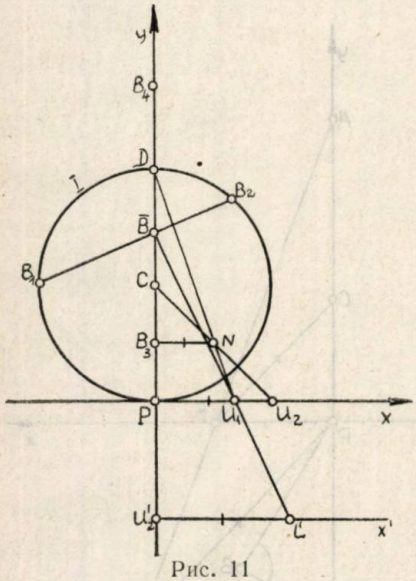


Рис. 11

Так как из (3.2), (3.3) находим $l' = u_1(u_2 + \bar{y})/\bar{y}$, то, поворачивая отрезок PU_2 вокруг точки P на 90° по стрелке часов, получим отрезок PU_2'; проводя прямую $U_2'x' \parallel Px$, мы найдем в ее пересечении с прямой $\bar{B}U_1$ точку L', причем $l' = \overline{U_2'L'}$.

Рассмотрим один частный случай: из (3.1) находим, что при

$$\bar{y} = l^2/[2(l+l')] \tag{3.4}$$

точка Бурместера $\mathbf{B_4}$ *уходит в бесконечность*, а точка B_3 имеет ординату

$$y_3 = ll'/(l+3l'); \tag{3.5}$$

таким образом, если задать произвольно параметры l и l', т. е. обе окружности [2] (7.3), то этим мы определим точки B_3 и $\bar{B}(0, \bar{y})$; поворачивая прямую B_1B_2 вокруг точки $\bar{B}$, будем получать в ее пересечении с окружностью [2] (1.1) точки Бурместера (рис. 12); наоборот, можно задать произвольно ординаты $\bar{y}$ и y_3 и по ним найти параметры l

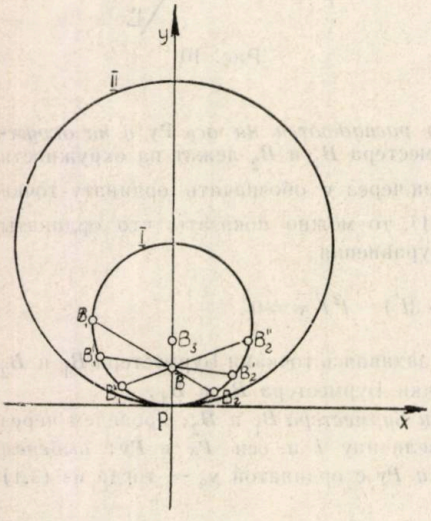


Рис. 12

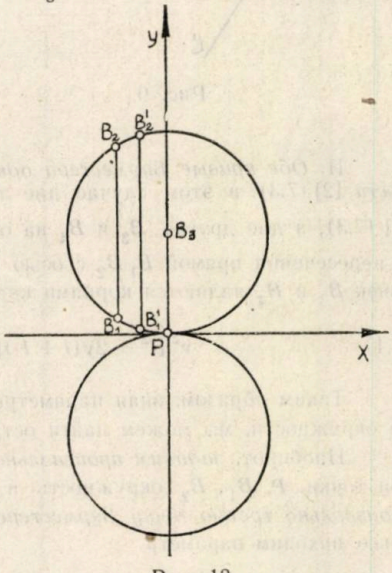


Рис. 13

и l' по формулам (3.4), (3.5); в частности, при $l = -l'$ имеем $\bar{y} = \infty$, $y_3 = -l'/2$ (рис. 13).

4. *Соприкосновение пятого порядка*

Рассмотрим теперь вопрос о *точках Бурместера пятого порядка*, для которых траектории имеют в этих точках соприкосновение *пятого порядка* со своими окружностями кривизны.

В задачах синтеза механизмов с низшими парами мы постоянно встречаемся с точками, движущимися по окружности, или по прямой — их траектории имеют со своими окружностями кривизны соприкосновение любого сколь угодно высокого порядка; поэтому будем считать заданными *две точки* B_1 *и* B_2 Бурместера *пятого порядка* и рассмотрим два случая, в которых нетрудно найти условия того, чтобы остальные точки Бурместера были также пятого порядка.

I. *Если в случае* II *предыдущего параграфа прямая* B_1B_2, *соединяющая заданные точки Бурместера пятого порядка, параллельна оси* Px, *то обе точки Бурместера на оси* Py *также будут пятого порядка* ([5], § **56**); таким образом, можно задать три точки Бурместера пятого порядка B_1, B_2 и B_3, но при этом P и B_3 должны лежать на оси симметрии отрезка B_1B_2 ([5], § **56**).

II. *Если в построении, указанном на рис. 6, направление* (k_3, k_4) *симметрично с направлением прямой* (k_1, k_2) *относительно координатных осей, то точки* k_3 *и* k_4 *являются изображениями точек Бурместера пятого порядка,* ([5], §§ **21, 39**).

5. *Точки Чебышева*

I. Если одна из точек Бурместера совпадает с точкой Болла, то она называется *точкой Чебышева*. Случай I, рассмотренный в § **3**, является случаем Чебышева — однако, при его рассмотрении мы считали заданной не точку Чебышева, а три точки Бурместера на одной прямой и только по ним мы нашли точку Чебышева.

Пусть теперь *заданы оси* Px *и* Py, *точка Чебышева* B_4 *и точка Бурместера* B_1; зная оси и две точки B_1, B_4 кривой [2] (1.1), из которых одна является точкой Болла, мы можем определить обе кривые [2](1.1) и [2](1.2) и найти на окружности D точки k_0, k_0', k_1 (рис. 14) воспроизводя построение рис. 6 (где в нашем случае одна из заданных точек k_4 совпала с точкой k_0'), мы находим точки k_2 и k_3; найдя прямую Симпсона u треугольника $k_1k_2k_3$ относительно точки P (рис. 15) и проводя через точку B_1 прямую $u' \parallel u$, мы найдем в ее пересечении с лучами, проходящими через точки k_2 и k_3 искомые точки Бурместера B_2 и B_3 ([5], § **40**).

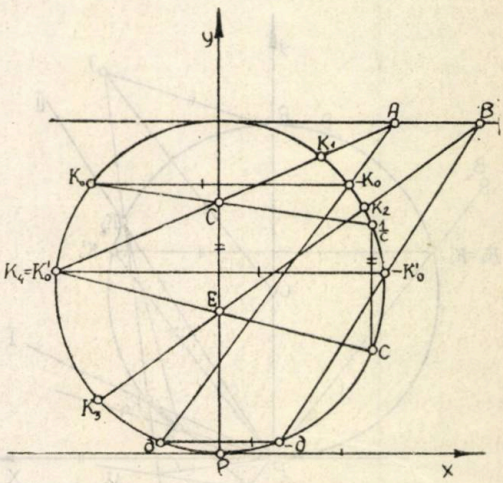


Рис. 14

Пусть теперь *даны оси* Px *и* Py, *точка Чебышева* B_4 *и два луча* PI *и* PII, *на которых должны лежать две точки Бурместера* B_1 *и* B_2 (рис. 16). Снова строим окружность D и находим на ней точки k_1, k_2 и $k_4 = k_0'$; находим точку I пересечения прямой (k_1, k_2) и прямой с уравнением

$$y = -k_0'x + r, \quad r = PC; \tag{5.1}$$

тогда прямая, проведенная через точку I и через конец R диаметра, будет иметь угловой коэффициент k_3 и мы сможем найти на окружности точку k_3 ([5], § **40**); строим треугольник $k_1 k_2 k_3$ и находим его прямую Симпсона u относительно точки P

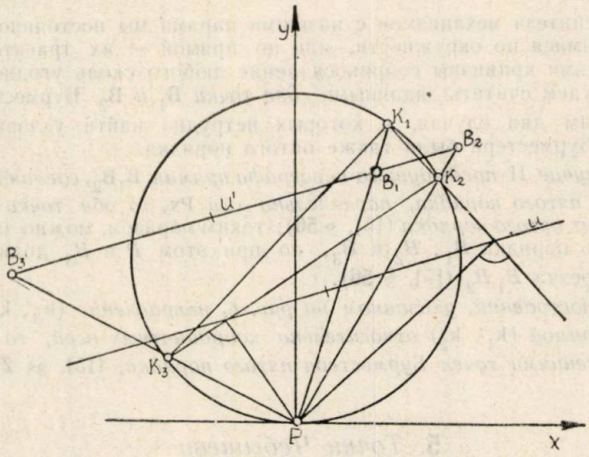


Рис. 15

— прямая, на которой должны лежать три точки Бурместера B_1, B_2, B_3, должна быть параллельна u. Так как мы знаем точку Чебышева, то мы приходим к задаче, рассмотренной в конце § **1** (рис. 4); строя центр перспективы S, проводим через него прямую, параллельную прямой u — она пересечет лучи PI и PII в искомых точках Бурместера B_1 и B_2; пользуясь осью коллинеации PQ, находим центры Бурместера B_1' и B_2'.

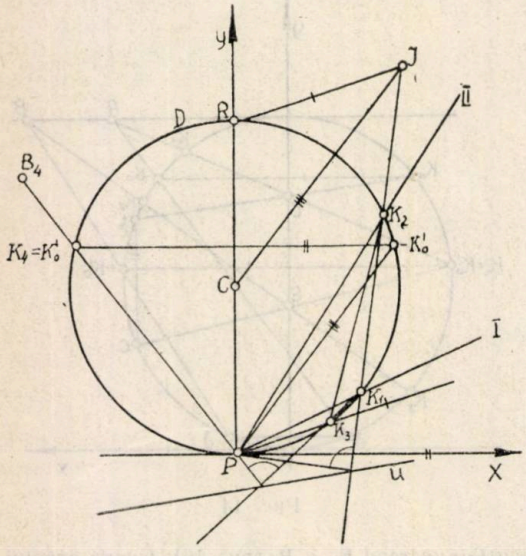


Рис. 16

Отметим еще формулу, полезную при решении задач: *в случае Чебышева три точки Бурместера лежат на прямой, проходящей через точки* $M_0(0, m_0)$, где

$$1/(2m_0) = 1/l + 1/l' . \qquad (5.2)$$

II. Пусть теперь *точка Болла* B_4 *совпадает с точкой Бурместера пятого порядка;* если из остальных точек Бурместера одна точка B_1 также пятого порядка, то две остальные точки будут одновременно четвертого или пятого порядка; второй из этих случаев называется *случаем Чебышева пятого порядка* — он имеет место при выполнении дополнительного условия; *три точки Бурместера должны лежать на прямой с уравнением*

$$y = x / k_0' + m_0 ; \qquad (5.3)$$

другая форма этого условия такова: *прямая, соединяющая точки* k_2 *и* k_3 *окружности* D, *должна быть перпендикулярна к прямой, соединяющей точки* $1/k_0'$ *и* $-k_1$ ([5], §§ **42,43**).

Пусть *заданы оси* Px *и* Py, *точка Бурместера пятого порядка* B_1 *и луч* PL′, *на котором лежит точка Чебышева пятого порядка* (рис. 17). Строим окружность D и находим на ней точки k_1 и k_0'; проводя прямые с уравнениями

$$y = k_1 x + 2r, \quad y = -k_0' x + r, \tag{5.4}$$

находим точку I; проводим прямую через точки $1/k_0'$ и $-k_1$ и перпендикуляр к ней через точку I — получим прямую, которая пересечет окружность D в точках k_2 и k_3; мы нашли, таким образом, лучи, на которых лежат точки Бурместера B_2 и B_3

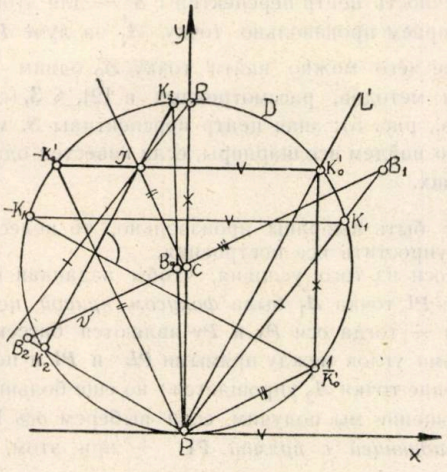


Рис. 17

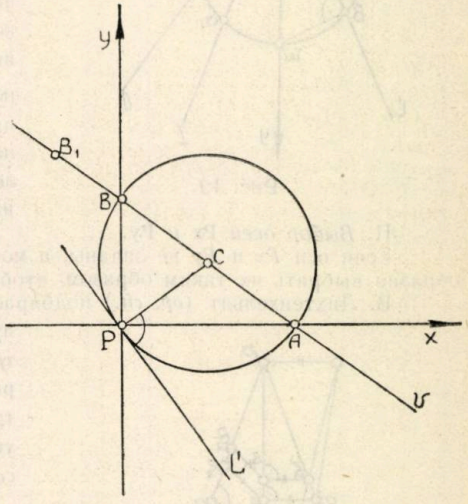


Рис. 18

— если через точку B_1 провести прямую v с угловым коэффициентом $1/k_0'$, то на ней лежат искомые точки B_2 и B_3 в ее пересечении с указанными лучами. Зная все три точки B_1, B_2, B_3, находим точку Чебышева на заданном луче так же, как и в § **3**.

Пусть теперь *заданы оси* Px *и* Py, *точка Бурместера пятого порядка* B_1 *и прямая* v, *на которой должны лежать остальные точки Бурместера пятого порядка* B_2, B_3 (рис. 18). Найдем точки A и B пересечения прямой v с осями Px и Py и опишем на AB как на диаметре окружность, — тогда искомая точка Чебышева пятого порядка лежит на касательной PL' к этой окружности, в точке P — мы приходим к предыдущей задаче ([5], § **24**).

6. *Синтез шарнирного четырехзвенника при заданной точке Болла*

В качестве иллюстрации применения указанных построений к решению задач синтеза механизмов рассмотрим задачу, решение которой было доложено В. Лихтенхельдтом [6] на II Всесоюзном совещании по основным проблемам теории механизмов и машин (Москва, 1958 г.)[2]: *для шарнирного четырехзвенника известны*

[2]) В. Лихтенхельдт рассматривает задачу синтеза подъемного крана системы Демаг и гоночного механизма ткацкого станка, приводящиеся к указанной задаче синтеза шарнирного четырехзвенника. См. также [3].

лучи **PI** *и* **PII**, *мгновенный центр вращения* **P** *и точка Болла* **B** (рис. 19) — *надо найти все четыре шарнира*. Мы знаем, таким образом, точку B кривой круговых точек и фокальную ось PL' кривой центров — для полного определения обеих кривых и нахождения их точек пересечения с лучами PI и PII необходимо задать еще *два условия*.

I. *Заданы оси* **Px** *и* **Py**.

Так как точка Болла лежит на поворотном круге с центром на оси Py (рис. 19), то мы можем сразу найти полюс поворота W, поворотный круг и точки a_1 и a_2 его пересечения с лучами PI и PII; так как фокальная ось кривой центров известна, то мы имеем случай, рассмотренный в конце § **1**; для построения центра перспективы S надо найти направление $A_1'A_2'$, по которому ушел в бесконечность центр перспективы S' — для этого выбираем произвольно точку A_1' на луче PI, после чего можно найти точку A_2' одним из пяти методов, рассмотренных в [2], § **3**, (см. напр., рис. 5); зная центр перспективы S, мы легко найдем все шарниры, если известен один из них.

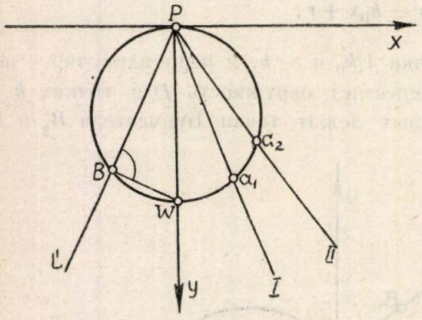


Рис. 19

II. *Выбор осей* **Px** *и* **Py**.

Если оси Px и Py не заданы, а могут быть выбраны произвольно, то целесообразно выбрать их таким образом, чтобы упростить все построения.

В. Лихтенхельдт (*op. cit.*) подбирает оси из того условия, чтобы заданная на луче PI точка A_1' была *фокусом кривой центров* — тогда оси Px и Py являются биссектрисами углов между прямыми PL' и PI и построение точки A_2' упрощается; но еще большее упрощение мы получим, если выберем *ось* **Py** *совпадающей с прямой* PL' — при этом, в

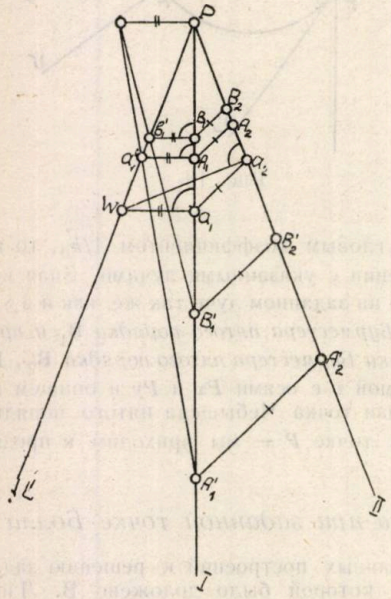


Рис. 20

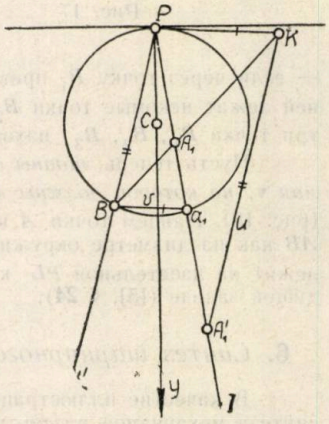


Рис. 21

соответствии с [2], § **7**, обе кривые [2](1.1) и [2](1.2) распадаются на ось Py и на окружности [2](7.3). Отметим точки a_1 и a_2 пересечения поворотного круга с лучами PI и PII и построим отрезок PR, равный и параллельный отрезку a_1W, где W *полюс поворота*,

совпадающий с точкой Болла; задавая произвольно шарнир A_1', мы легко найдем остальные при помощи построения, указанного на рис. 20.

III. *Нахождение осей* **Px** *и* **Py** *по двум условиям.*

Если оси *Px* и *Py* неизвестны и имеется лишь *одно условие*, то их можно выбрать вышеуказанными методами; если же дано *два условия*, то этим вполне определяются оси.

Пусть *заданы два неподвижных шарнира* A_1' *и* A_2'; так как известна фокальная ось и две точки кривой центров, то оси можно найти одним из двух методов, указанных в [2], § **5**.

Если *заданы два подвижных шарнира* A_1 *и* A_2, то, зная три точки A_1, A_2 и B *кривой круговых точек*, можно найти оси, пользуясь одним из трех построений ([2], § **6**).

Если *заданы два шарнира* A_1 *и* A_1', *лежащие на одном луче* (рис. 21), то проводим через точку A_1' прямую $u \parallel PL'$ до пересечения в точке K с прямой BA_1; проводя через точку B прямую $v \parallel PK$, мы получим в ее пересечении с лучом PI точку a_1, которая должна лежать на поворотном круге — проводя его через три точки P, B, a_1 найдем оси *Px* и *Py*.

IV. *Случай Чебышева.*

Пусть заданы оси *Px* и *Py* и точка B является *точкой Чебышева*; зная точку Чебышева и два луча, на которых должны лежать подвижные шарниры, мы можем решить задачу методом, рассмотренным в § **5** [3]).

V. *Случай Чебышева пятого порядка.*

В этом случае при нашем требовании, чтобы две точки Бурместера пятого порядка лежали на заданных лучах *PI* и *PII*, оси *Px* и *Py* нельзя задавать произвольно — их можно найти, решив некоторое *кубическое уравнение* ([3], § **7**); если же задать только один луч *PI*, то задачу можно решить при помощи простых построений.

Пусть *заданы оси* **Px** *и* **Py**, *подвижный шарнир* A_1 *(являющийся точкой Бурместера пятого порядка), и луч* PL', *на котором должна лежать точка Чебышева пятого порядка* — мы приходим к задаче, рассмотренной в § **5**; любую из двух точек Бурместера пятого порядка, которые мы найдем, можно принять за подвижный шарнир A_2.

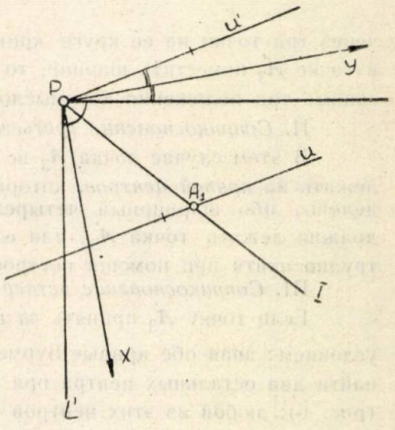


Рис. 22

Пусть теперь *заданы точка* **P**, *подвижный шарнир* A_1, *луч* PL', *на котором должна лежать точка Чебышева пятого порядка, и ось шатуна* **u**, на которой должны лежать остальные точки Бурместера пятого порядка (рис. 22). Проведем через точку P прямую $u' \parallel u$; из формул [2] (2.8) и [2] (5.3) вытекает, что прямая $PL_0' \perp PL'$ с угловым коэффициентом $-1/k_0'$ должна быть симметрична прямой u' относительно осей *Px* и *Py* — поэтому эти оси можно найти как биссектрисы углов между указанными прямыми, после чего задача сводится к предыдущей задаче.

7. *Синтез механизма с выстоем коромысла*

Рассмотрим теперь решение такой задачи синтеза: *присоединить к данному шарнирному четырехзвеннику* $A_1' A_1 A_2 A_2'$ (рис. 23) *диаду* $B' A_3' A_3$ *так, чтобы коромысло* $B' A_3'$ *имело в данном положении механизма приближенный выстой.*

---

[3]) В работе [3], § **6**, мы указали другой метод решения этой задачи, опирающийся на формулу (5.2).

I. *Соприкосновение второго порядка.*

Как известно задачу можно решить совсем легко, если ограничиться соприкосновением второго порядка: так как шарнирный четырехзвенник $A_1' A_1 A_2 A_2'$ дан, то, выбирая произвольно точку A_3', мы можем найти соответствующую ей точку A_3 на луче PA_3', воспользовавшись осью коллинеации PS для лучей PA_3', PA_2, которую найдем по теореме Бобилье (рис. 24); при прохождении шатунной плоскости через данное положение и два других, бесконечно близких к нему, точка A_3 будет проходить

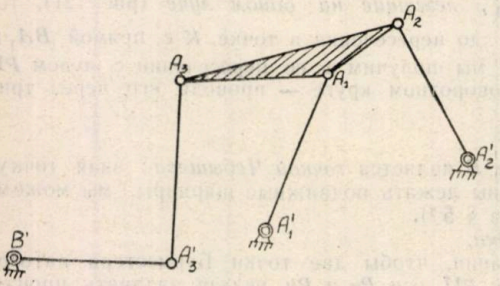


Рис. 23

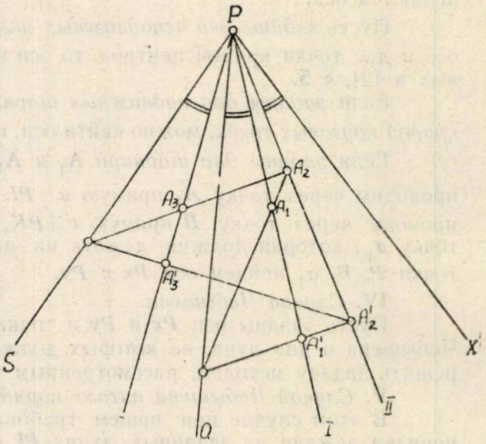


Рис. 24

через три точки на ее круге кривизны с центром в точке A_3' — следовательно, если в точке A_3' поместить шарнир, то при прохождении шатунной плоскости через указанные три положения коромысло $B'A_3'$ будет иметь приближенный выстой.

II. *Соприкосновение третьего порядка.*

В этом случае точка A_3' не может быть выбрана произвольно — она должна лежать на *кривой центров*, которая вместе с кривой круговых точек полностью определены, ибо шарнирный четырехзвенник дан; если задан луч $PIII$, на котором должна лежать точка A_3', или если ее можно выбрать на прямой $A_1' A_2'$, то ее нетрудно найти при помощи построений, указаных в [2], § **4**.

III. *Соприкосновение четвертого порядка.*

Если точку A_3' принять *за центр Бурместера*, то она вполне определяется этим условием: зная обе кривые Бурместера и два центра Бурместера A_1' и A_2', мы можем найти два остальных центра при помощи построения, рассмотренного в случае I § **2** (рис. 6); любой из этих центров можно принять за точку A_3'. Зная все четыре центра Бурместера, мы можем найти на окружности D точку k_0', а затем и точку k_0 так же как в случае II § **2**, после чего легко найти точки Бурместера A_1, A_2, A_3.

Так как для данного механизма точки и центры Бурместера *пятого порядка* существуют лишь в некоторых его положениях, то видоизменим поставленную задачу: *пусть задана точка* P *и будем рассматривать задачу синтеза не диады* $B'A_3'A_3$, *а всего механизма* (при некоторых дополнительных условиях).

III′. *Соприкосновение четвертого порядка.*

Примем три произвольные точки A_1', A_2', A_3' *за центры Бурместера* — мы будем иметь случай II § **2** и сможем полностью определить как кривую [2] (1.1), так и кривую [2] (1.2) и найти подвижные шарниры A_1, A_2, A_3. Построение чрезвычайно упростится, если возможно выбрать точку A_3' из одной прямой с A_1' и A_2', или на диаметре окружности, проходящей через точки P, A_1', A_2' — в этих двух случаях пользуемся построениями § **3**.

Пусть теперь *задана только точка* A_3', которую примем *за центр Бурместера* B_3 (рис. 25); выберем оси Px и Py таким образом, чтобы ось Py проходила через точку A_3' и построим окружность произвольного радиуса l', касающуюся оси Px в точке P, выбирая произвольно *центры Бурместера* B_1' и B_2' на этой окружности и находя ординату $\bar{y}'$ точки $\bar{B}'$ пересечения прямой $B_1'B_2'$ с осью Py, мы легко найдем параметр l при помощи построения рис. 10 (с переменной ролей параметров l и l'); после этого нетрудно найти соответствующие точки Бурместера B_1, B_2, B_3; мы получили бесчисленное множество решений при помощи простого геометрического построения — из них можно выбрать наиболее подходящее.

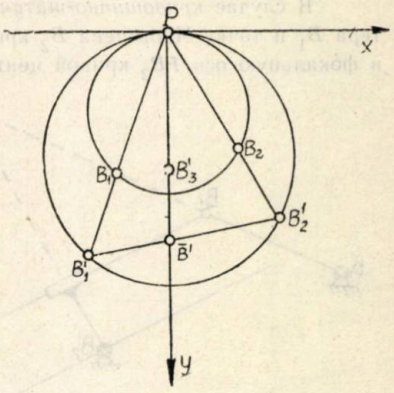


Рис. 25

Если произвольно задать ординаты $\bar{y}'$ и y_3', то при помощи формул $\bar{y}' = l^2/[2(l+l')]$, $y_3' = ll'/(3l+l')$, аналогичных формулам (3.4), (3.5), можно найти параметры l и l'.

IV. *Соприкосновение пятого порядка.*

Если в предыдущем случае можно допустить такой выбор точек B_1' и B_2', чтобы прямая $B_1'B_2'$ была параллельна оси Px, то мы придем к случаю I § **4** и точки B_1', B_2', B_3' будут центрами Бурместера пятого порядка.

Пусть теперь *заданы оси* **Px** *и* **Py** *и центры Бурместера пятого порядка* A_1' *и* A_2'; по этим данным легко находим фокальную ось PL' (рис. 26) одним из методов, указанных в [2], § **4**, а затем находим на окружности D точки k_1, k_2, k_0' и строим точку U так же, как в случае II § **2** (с заменой k_0 на k_0'); так как по § **4** направление прямой (k_3, k_4) должно быть симметрично с направлением прямой (k_1, k_2) относительно осей координат, то мы легко находим это направление; проводя через точку U прямую, параллельную ему, найдем точки k_3 и k_4, после чего легко найти точки Бурместера $B_1, \ldots, B_4$ и центры Бурместера B_3', B_4'.

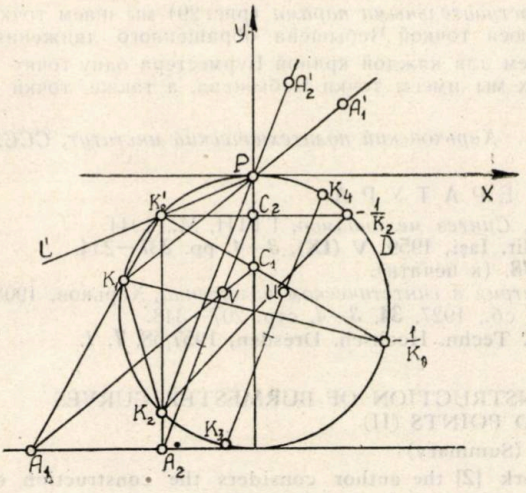


Рис. 26

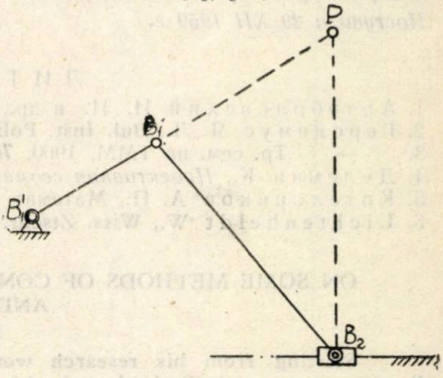


Рис. 27

Мы рассмотрели задачу синтеза механизма, в состав которого входит *шарнирный четырехзвенник* — совершенно аналогично решается задача для его различных *модификаций*.

В случае *кривошипно-шатунного* механизма (рис. 27) мы знаем точку Бурместера B_1 и точку Чебышева B_2 кривой круговых точек, а также центр Бурместера B_1' и фокальную ось PB_2 кривой центров.

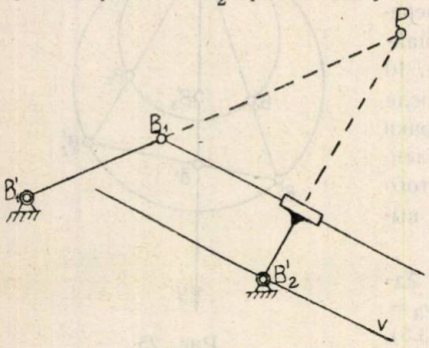


Рис. 28

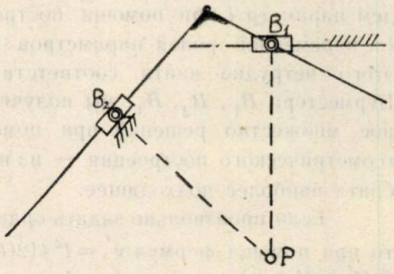


Рис. 29

В случае *кривошипно-кулисного механизма* (рис. 28) прямая v шатунной плоскости всегда проходит через неподвижную точку B_2' — следовательно, эта последняя является точкой Чебышева обращенного движения; таким образом мы знаем точку Бурместера B_1 и фокальную ось PB_2' кривой круговых точек и центры Бурместера B_1' и B_2' кривой центров.

В случае *механизма с двумя поступательными парами* (рис. 29) мы знаем точку B_1 Чебышева и точку B_2, являющуюся точкой Чебышева обращенного движения, т. е. как было сказано в § **1**, мы знаем для каждой кривой Бурместера одну точку и фокальную ось. Во всех этих случаях мы имеем точки Чебышева, а также точки и центры Бурместера *любого порядка*.

Поступила 29 XII 1959 г. *Харьковский политехнический институт, СССР*

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И. И. и др., *Синтез механизмов*, ГТТИ, М., 1944.
2. Геронимус Я. Л., **Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1959, V (IX)**, *3—4*, pp. 237—254.
3. — Тр. сем. по ТММ, 1960, **78**, (к печати).
4. Делеман К., *Проективная геометрия в синтетическом изложении*, Харьков, 1908.
5. Котельников А. П., Математ. сб., 1927, **34**, *3—4*, стр. 207—348.
6. **Lichtenheldt W., Wiss. Ztschr. Techn. Hochsch. Dresden, 1957/58, 7, *1*.**

ON SOME METHODS OF CONSTRUCTION OF BURMESTER CURVES AND POINTS (II)

(Summary)

Starting from his research work [2] the author considers the construction of Burmester and Tchebycheff points (of the fourth and fifth order) using hereby the very effective constructive methods elaborated by A. P. Kotelnikoff in his classical work [5]. It follows some applications to the synthesis of plane mechanisms.

METODE DE CONSTRUCŢIE A CURBELOR ŞI PUNCTELOR LUI BURMESTER (II)

(Rezumat)

Continuînd studiile sale din [2] şi folosind clasicul memoriu al lui A. P. Kotelnikov [5] autorul construieşte punctele de ordinul patru şi cinci ale lui Burmester şi Cebîşev, făcînd aplicaţii la sinteza mecanismelor plane.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
SERIE NOUĂ
DIN IAŞI
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 621 - 231

SONDERFÄLLE DER ALTSCHEN R_M - KURVE

VON
JOHANNES VOLMER

Alt definierte als R_M - Kurve den geometrischen Ort aller Mittelpunkte C_0 derjenigen Kreise, die einen gegebenen Radius r besitzen und durch drei homologe Punkte $C_{1,2,3}$ einer in drei Lagen in einem Bezugssystem gegebenen Ebene AB laufen, und deutete die R_M-Kurve als Koppelkurve spezieller Gelenkvierecke [1]. Sonach hat sie die Eigenschaften der allgemeinen Koppelkurve, jedoch mit der Besonderheit, dass das Dreieck (D) ihrer endlichen Doppelpunkte mit dem Dreieck (F) ihrer singulären Brennpunkte zusammenfällt und mit dem Dreieck (P) der Pole P_{12}, P_{13}, P_{23} identisch ist, die die Zentren der Drehungen der Ebene AB von einer Lage in die andere sind.

Die Abmessungen der Gelenkvierecke zur Erzeugung der R_M-Kurve erhielt Alt innerhalb seines algebraischen Beweises durch einen Koeffizientenvergleich der Gleichungen der R_M-Kurve und einer allgemeinen Koppelkurve. Eine rein geometrische und äusserst einfache Ableitung der Abmessungen lieferte F. Ludwig [12], von dem auch eine andere Möglichkeit zur Erzeugung der R_M-Kurve angegeben wird. Hier seien einige bekannte Eigenschaften der allgemeinen Koppelkurve verwendet, um Alts Ergebnisse zu unterstreichen und zu erweitern.

Abb. 1 zeigt drei Lagen einer durch die Strecke AB gekennzeichneten Ebene und das daraus resultierende Poldreieck (P). Einem Mittelpunkt C_0 eines Kreises durch die drei homologen Punkte $C_{1,2,3}$ entspricht in der isogonalen Inversion am Dreieck (P) der sogenannte Grundpunkt C_{123}, dessen Spiegelpunkte bezüglich der Poldreieckseiten die homologen Punkte $C_{1,2,3}$ sind [6]. Die Punkte C_0, C_{123} sind demnach ein involutorisches Punktpaar, und die R_M-Kurve enthält somit als geometrischer Ort aller Punkte C_0 auch die Punkte C_{123} und entspricht sich selbst in der isogonalen Inversion bezüglich des Poldreiecks (P).

Da sich, wenn man C_0 in einen der Pole — beispielsweise in P_{23} — legt, auf der Gegenseite $P_{12}P_{13}$ zwei Punkte $C_{123} \equiv C_1$ finden lassen, für die $C_0C_1 = r$ gilt, hat die R_M-Kurve die Pole zu Doppelpunkten und schneidet daneben jede Dreieckseite in zwei weiteren Punkten; sie muss demzufolge von 6. Ordnung sein.

Diesen Bedingungen genügt zunächst jede Koppelkurve mit (P) als Doppelpunktdreieck; denn sie ist von 6. Ordnung und entspricht sich selbst in der isogonalen Inversion an ihren Doppelpunktdreieck [3]. Von den ∞^3 Koppelkurven, die durch drei gegebene Doppelpunkte laufen, kommen nur die ∞^1 Koppelkurven als R_M-Kurven in Frage, deren Fokaldreieck mit dem Doppelpunktdreieck zusammenfällt. Das resultiert aus einem Satz von Hippisley [10], demzufolge zu zwei konjugierten Punkten einer Koppelkurve zwei bezüglich des Gestells symmetrische Stellungen des erzeugenden Gelenkvierecks gehören. Konjugierte Kurvenpunkte heissen zwei durch die isogonale Inversion am Doppelpunktdreieck einander zugeordnete Punkte.

Abb. 2 zeigt eines der drei nach dem Satz von Roberts möglichen Gelenkvierecke zur Erzeugung der R_M-Kurve: Das Koppeldreieck XYC_0 ist dem Poldreieck $P_{12}P_{13}P_{23}$ gleichsinnig ähnlich; seine Höhe C_0U ist, um dem Satz von Hippisley zu genügen, gleich der Hälfte des geforderten Radius $r = C_0C_1$. Da Fokal- und Doppelpunktdreieck zusammenfallen, muss $P_{12}X = XC_0$ und $P_{13}Y = YC_0$ sein. Ferner ist abzulesen, dass der bezü-

glich der Koppel XY zu C_0 symmetrische Punkt C_1 — da das erzeugende Gelenkviereck auf der Poldreieckseite steht, deren Polindices die Ziffer 1 gemeinsam haben — die R_1-Kurve erzeugt, die als geometrischer Ort für die Punkte C_1 bezüglich der Poldreieckseite

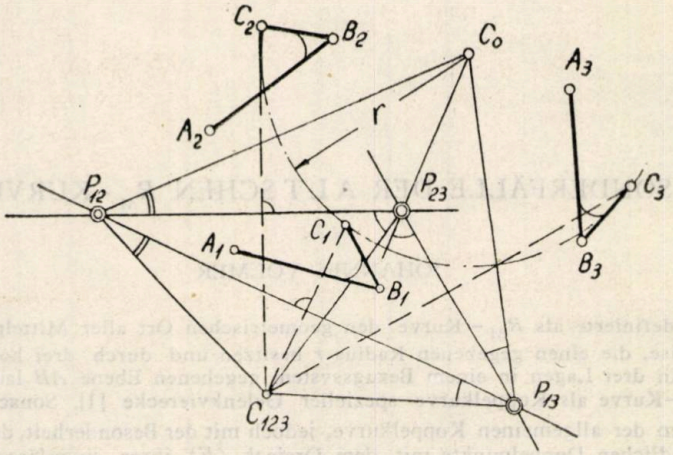


Abb. 1 — Drei Lagen einer Ebene mit Poldreieck im Bezugssystem.

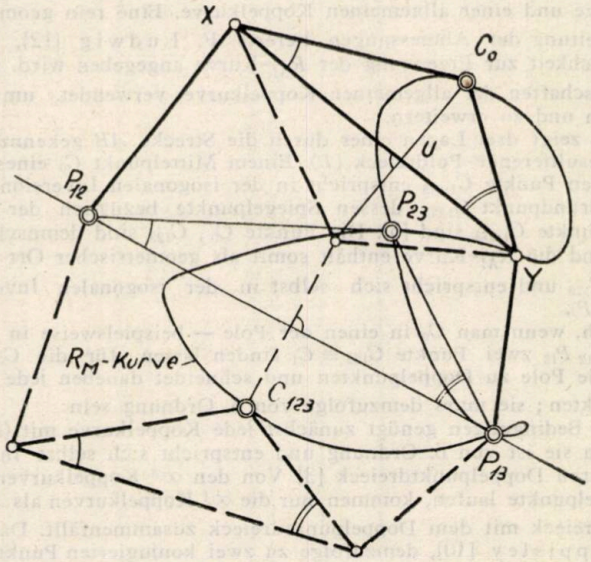


Abb. 2. — R_M-Kurve und erzeugendes Gelenkviereck in symmetrischen Stellungen bezüglich des Gestells.

$P_{12}P_{13}$ spiegelbildlich zur R_M-Kurve liegt. Das gilt analog für die R_2 und R_3-Kurve. Für verschiedene Werte von r erhält man ein lineares Büschel von R_M-Kurven. Von ihren 36 gemeinsamen Punkten fallen 12 in die Pole und 24 wegen der gemein-

samen isotropen Asymptoten in die absoluten Kreispunkte. Die R_M-Kurve für $r = \infty$ ist die zerfallene Kurve des Büschels, bestehend aus der doppelt gezählten uneigentlichen Geraden und dem doppelt gezählten Umkreis des Poldreiecks. Umkreis und uneigentliche Gerade spielen deshalb bei der Synthese der Gelenkvierecke mit Schiebepaaren, also der Schubkurbel, Kurbelschleife, Schubschleife und Doppelschleife (Kreuzschleife) eine wichtige Rolle [4]. Als kleinstmöglicher Radius r_{min} wurde von Alt der Durchmesser des Poldreiecks (P) angegeben, dessen Mittelpunkt — wie die Mittelpunkte des Ankreise — sich in der isogonalen Inversion an (P) selbst entspricht. Die R_M-Kurve für r_{min} entartet zu diesem Mittelpunkt.

Sonderfälle

Die allgemeine R_M-Kurve zerfällt in zwei gleichgrosse Kreise und die doppelt gezählte uneigentliche Gerade, wenn von den drei Polen einer im Unendlichen liegt, bzw. wenn von den drei Lagen der bewegten Ebene zwei parallel liegen. Dieser Sonderfall wurde von Alt eingehend untersucht [2].

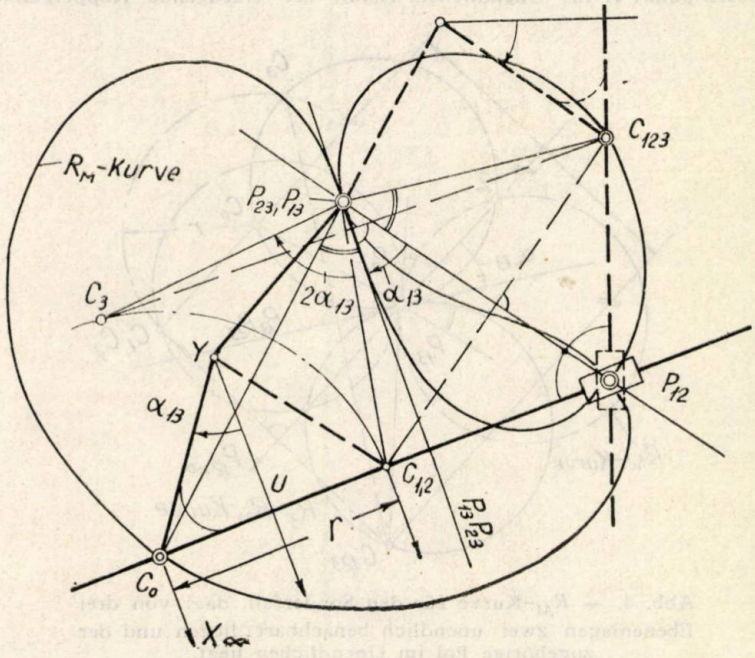


Abb. 3. — R_M-Kurve und erzeugende Kurbelschleife für den Sonderfall, dass von drei Ebenenlagen zwei unendlich benachbart sind.

In dem R_M-Kurvenbüschel eines gleichschenkligen Poldreiecks gibt es eine zerfallene Kurve, bestehend aus bizirkularer Quartic und Kreis, welche von einem Parallelogramm erzeugt wird. Diese zerfallene Kurve tritt auf, wenn der Radius r das Doppelte der von den gleichen Seiten des Dreiecks eingeschlossenen Höhe beträgt. Auf diesem Sonderfall hat Hain aufmerksam gemacht [8]. In Analogie dazu gibt es bei einem gleichseitigen Poldreieck eine aus drei Kreisen bestehende R_M-Kurve.

In der praktischen Getriebesynthese spielt, insbesondere bei Totlagenkonstruktionen, das Poldreieck mit zwei unendlich benachbarten Polen eine Rolle. Ein solches Poldreieck tritt auf, wenn von drei Lagen einer Ebene zwei unendlich benachbart liegen. In Abb. 3 sei

P_{12} der Momentanpol, um den sich die bewegte Ebene von der Lage *1* in die Lage *2* dreht. Die Pole P_{13}, P_{23} liegen unendlich benachbart auf der Poldreieckseite $P_{13}P_{23}$, die einem bekannten Gesetz zufolge mit der Poldreieckseite $P_{13}P_{12}$ den Winkel α_{13} einschliest, wobei $2\alpha_{13}$ der Winkel für die Drehung der Ebene von Lage *1* nach Lage *3* um P_{13} ist.

Gemäss Abb. 3 erhält man zu einem Punkt C_0 durch isogonale Transformation einen Grundpunkt C_{123}, dessen Spiegelpunkte $C_{1,2,3}$ an den Poldreieckseiten auf dem Kreis um C_0 liegen, und zwar $C_{1,2}$ unendlich benachbart. Die R_M-Kurve ist auch hier — als geometrischer Ort aller Mittelpunkte C_0 von Kreisen mit gegebenem Radius r durch drei homologe Punkte $C_{1,2,3}$ — eine Koppelkurve, deren ausserordentliche Brennpunkte und endliche Doppelpunkte in die Pole fallen. Es ist bekannt, dass Koppelkurven mit unendlich flachem Fokaldreieck von Kurbelschleifen erzeugt werden und dass es für jede Koppelkurve einer Kurbelschleife nur eine Erzeugungsart gibt [14]. Die beiden unendlich benachbarten Doppelpunkte in P_{13}, P_{23} bedingen einen Selbstberührungspunkt der R_M-Kurve.

Abb. 3 zeigt die Abmessungen einer Kurbelschleife zur Erzeugung der R_M-Kurve für den Radius r. In Analogie zu Abb.2 ist $\triangle P_{12}P_{13}P_{23} \sim \triangle XYC_0$, und wegen $\sphericalangle P_{13}P_{12}P_{23} \to 0$ liegt der Gestellpunkt X im Unendlichen. Damit der erzeugende Koppelpunkt C_0 die

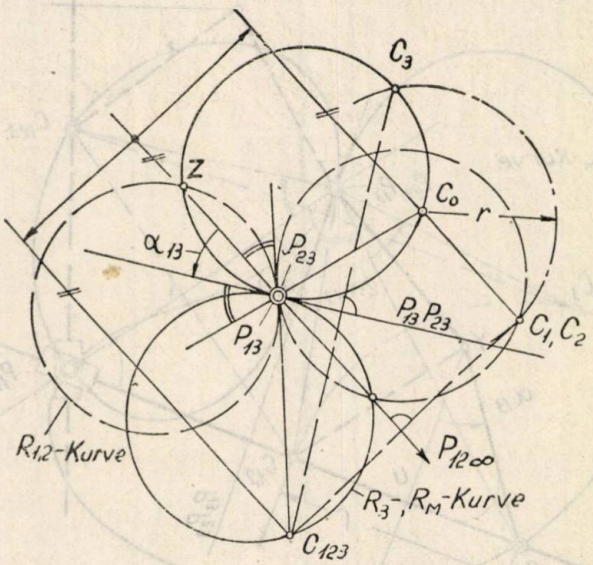


Abb. 4. — R_M-Kurve für den Sonderfall, dass von drei Ebenenlagen zwei unendlich benachbart liegen und der zugehörige Pol im Unendlichen liegt.

Doppelpunkte durchlaufen kann, muss $P_{13}Y = YC_0$ und $C_0X_\infty : X_\infty P_{12} = 1$ sein, das heisst, die Schleifrichtung läuft durch C_0. Auch hier erzeugt der Spiegelpunkt C_1 von C_0 bezüglich der Koppel YX_∞ die R_1- bzw. R_2-Kurve. Die von C_0 gemessene Höhe C_0U des unendlichen langen Koppeldreiecks ist gleich der Hälfte des gegebenen Radius r. Eine zwangläufige Erzeugung der R_3-Kurve, ist nicht möglich; sie kann nur durch Spiegelung der R_M-Kurve an der Poldreieckseite $P_{13}P_{23}$ gewonnen werden.

Zu einem unendlich flachen Poldreieck lässt sich ein R_M-Kurvenbüschel konstruieren, und zwar kann hier die Grösse des Radius r zwischen 0 und ∞ liegen, da der Inkreismittelpunkt in die unendlich benachbarten Pole P_{13}, P_{23} fällt. Das Büschel enthält als zerfallene Kurve für $r = \infty$ den Umkreis des Poldreiecks und die uneigentliche Gerade—jeweils doppelt gezählt. Ferner gibt es zwei rationale (unikursale) Koppelkurven, die von durchschlagenden Mechanismen erzeugt werden und deren vierter Dop-

pelpunkt nach Morley [13] in einem der Ankreismittelpunkte des Doppelpunktdreiecks liegt.

Fällt der Momentanpol P_{12} ins Unendliche, so ergeben sich analoge Verhältnisse zu dem von Alt untersuchten Sonderfall, bei dem zwei Lagen der Ebene parallel liegen [2]. Die R_M-Kurve besteht aus zwei spiegelgleichen, sich auf der Poldreieckseite $P_{13}P_{23}$ in den infinitesimal benachbarten Polen P_{13}, P_{23} berührenden Kreisen und der doppelt gezählten uneigentlichen Geraden (Abb. 4). Es lässt sich ablesen, dass die Strecke $P_{13}Z$ dem geforderten Radius $r = C_0C_1$ entspricht, wobei Z der von der R_M-Kurve auf der Poldreieckseite $P_{13}P_{12}$ ausgeschnittene Punkt ist. R_M- und R_3-Kurve sind identisch.

Schliesslich besteht die Möglichkeit, dass die Pole P_{13}, P_{23} auf der uneigentlichen Geraden liegen. Die R_M -Kurve besteht aus zwei Geraden durch P_{12} und der vierfach gezählten uneigentlichen Geraden (Abb. 5). Ist φ der Winkel der beiden Geraden durch P_{12} gegen die Poldreieckseite $P_{12}P_{13\infty}$ und $2s_{13}$ die Schubstrecke zwischen den Lagen *1* und *3* als Analogon zum Drehwinkel $2\alpha_{13}$, so kann man für den Radius $r = s_{13}/\sin\varphi$ ablesen. R_M- und $R_{1,2}$-Kurve fallen zusammen.

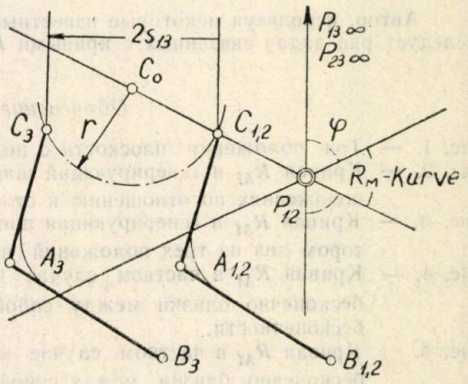


Abb. 5. — R_M - Kurve für den Sonderfall, dass von drei Ebenenlagen zwei unendlich benachbart liegen und eine Lage davon zur dritten Lage parallel liegt.

Abschliessend sei bemerkt, dass in letzter Zeit die R_M-Kurve eingehende Untersuchung fand. Groenman untersucht sie als spezielle Koppelkurve mit Hilfe isotroper Koordinaten und nennt sie *Alt-Kurve* [7]. Dieser Terminologie schliesst sich Bottema an, der Alts R_M-Kurve mit einem geometrischen Ort von Schuh [15] vergleicht und die Eigenschaften ihrer Bennetschen Kubic studiert, die als geometrischer Ort der Mittelpunkte der Verbindungsstrecken konjugierter Koppelkurvenpunkte definiert ist [3]. Den Übergang von der Ebene auf die Kugel, d. h. vom ebenen zum sphärischen Poldreieck vollführte Hein [9]. Für den praktisch häufig auftretenden Fall ausserhalb des Zeichenblattes liegender Pol hat Lohse eine punktweise Konstruktion für die R_M-Kurve angegeben, bei der die Kenntnis der Pole nicht notwendig ist [11].

Eingegangen am 20 II 1960

Hochschule für Maschinenbau, Karl-Marx-Stadt, D. D. R.

LITERATURVERZEICHNIS

1. Alt H., ZAMM, 1921, **1**, S. 373.
2. — Reuleaux-Mitteilungen, 1936, **4**, *5*, S. 227.
3. Bennet G. T., Proc. London Math. Soc., (2), 1922, **20**, pp. 59—74.
4. Beyer R., VDI-Forschungsheft, Berlin, 1939, *394*.
5. Bottema O., Proc. Kon. Ned. Akad. v. Wetenschappen (A), 1954, **57**, p. 498.
6. Burmester L., *Lehrbuch der Kinematik*, Leipzig, 1888.
7. Groenman, *Behandlung van de Kappelkromme met behulp van isotrope coördinaten*, Diss., Delft, 1950.
8. Hain K., *Angewandte Getriebelehre*, Darmstadt, 1952.
9. Hein G., *Analytische und zeichnerische Unterlagen für zwei und drei Lagen eines sphärisch bewegten Getriebegliedes als Hilfsmittel zur Synthese sphärischer Kurbelgetriebe*, Diss., München, 1958.
10. Hippisley R. L., Proc. London Math. Soc., (2), 1920, **18**, p. 136.
11. Lohse P., Konstruktion, 1956, **8**, *1*, S. 25—26.

12. Ludwig F., *Ein Beitrag zur Masssynthese ebener Koppelgetriebe*, Diss., Berlin, 1943.
13. Morley F. V., Proc. London Math. Soc., (2), 1923, **21**, pp. 140—160.
14. Schmid W., ZAMM, 1950, **30**, S 330—333.
15. Schuh, Proc. Kon. Ned. Akad. v. Wetenschappen (A), 1954, **57**, pp. 92—103, 126—151, 238—262.

ЧАСТНЫЕ ФОРМЫ КРИВЫХ R_M АЛЬТА

(Резюме)

Автор, используя некоторые известные свойства шатунных кривых общего вида, исследует ряд задач связанных с кривыми R_M Альта [1], [2].

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Три положения плоскостн с полюсным трехугольником в системе отсчета.
Рис. 2. — Кривая R_M и генерирующий шарнирный четырехзвенник в симметрических положениях по отношению к стойке.
Рис. 3. — Кривая R_M и генерирующая шатунная кривая для частного случая в котором два из трёх положений плоскссти бесконечно близки между собой.
Рис. 4. — Кривая R_M в частном случае когда два из трех положений плоскости бесконечно близки между собой и соответствующий полюс находится в бесконечности.
Рис. 5. — Кривая R_M в частном случае когда два из трех положений плоскости — бесконечно близки между собой и одно из них параллельно третьему положению.

FORME PARTICULARE ALE CURBELOR R_M ALE LUI ALT

(Rezumat)

Autorul, folosind unele proprietăţi cunoscute ale curbelor de bielă generale, studiază o serie de probleme legate de curbele R_M ale lui Alt [1], [2].

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Trei poziţii ale unui plan cu triunghiul polurilor în sistemul de referinţă.
Fig. 2. — Curba R_M şi parametrul articulat generator în poziţii simetrice faţă de batiu.
Fig. 3. — Curba R_M şi curba de bielă generatoare pentru cazul particular în care două din cele trei poziţii ale planelor sînt infinit vecine.
Fig. 4. — Curba R_M în cazul particular în care două din cele trei poziţii ale planelor sînt infinit vecine şi polul corespunzător se găseşte la infinit.
Fig. 5. — Curba R_M în cazul particular în care două din cele trei poziţii ale planelor sînt infinit vecine şi una dintre aceste poziţii este paralelă cu poziţia a treia.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 621–231

ЗАДАЧА О ПРОВОРАЧИВАЕМОСТИ ЗВЕНЬЕВ МНОГОЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ

Заметка I

К ВОПРОСУ О ПРОВОРАЧИВАНИИ ЗВЕНЬЕВ ШЕСТИЗВЕННОГО МЕХАНИЗМА

Д. С. ТАВХЕЛИДЗЕ и Д. МАНЖЕРОН

Современные задачи автоматизации производственных процессов, задачи синтеза различного вида механических счётчиков, основанных на шарнирных многозвенных механизмах и др., тесно связываются с задачей о проворачиваемости звеньев механизмов, и отражаются как в их постановке, так и в их решениях на страницах *Трудов семинара по теории машин и механизмов* и других научных изданий, причём параллельно с их непрестанным подчёркиванием и использованием зарубежными исследователями [1], [2], продолжается углубление этих многогранных задач многочисленными представителями хорошо известных школ по теории машин и механизмов [3], [4]. В связи с вышеуказанными обширными задачами, одним из актуальных вопросов синтеза плоских механизмов является задача о проворачивании звеньев механизма.

В четырехзвенном механизме этот вопрос исследован довольно подробно как в СССР, так и за рубежом. А, что касается шестизвенного механизма, то вопросом проворачивания звеньев почти никто не занимался. Между тем для их широкого использования на практике необходимо уточнить проворачиваемость звеньев этих механизмов исходя из длины звеньев. Рассмотрим вопрос о подборе длины звеньев в шестизвенном механизме *ABCDEFK* (рис. 1) при котором звено *AB* является кривошипом. Характер движения звена *AB* вокруг точки *A* зависит от соотношения длины звеньев в четырехзвеннике *ABDE* и от соотношения длины звеньев в пятизвеннике *ABCKF*. Первая часть задачи, т. е. проворачиваемость звена *AB* в четырехзвеннике *ABDE* решается обычно по условиям Грасгофа [5]. Таким образом, чтобы в шестизвенном механизме (*ABDEFKC*) звено *AB* было кривошипом, четырехзвенник *ABDE* по размерам своих звеньев должен удовлетворить условиям Грасгофа т. е.

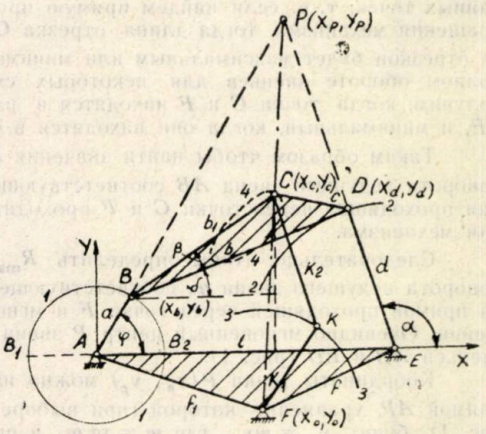


Рис. 1

$$e + a \leqslant b + d, \quad e - a \geqslant b - d. \tag{1}$$

В шестизвенном механизме, чтобы звено *AB* было кривошипом соблюдение условий (1) необходимо, но не достаточно. К этому вопросу нужно увязать размеры

звеньев другого замкнутого контура $ABCKF$. В этом контуре для существования кривошипа при известных длинах других звеньев большое значение может иметь правильный подбор размера поводка CKF. Очевидно, длины звеньев CK и KF нужно подобрать таким образом, чтобы при вращении звена AB вокруг точки A, точка C могла занимать любое (соответствующее) положение на своей траектории $4-4$. Как известно траектория точки C является замкнутой кривой высшего порядка. Она будет находиться от точки F на различных расстояниях, но два положения из этих будут соответствовать максимальному и минимальному расстояниям от точки F. Если максимальное расстояние траектории точки C от точки F обозначить через $R_{\max}$, а минимальное через $R_{\min}$, то тогда соотношение длины звеньев $CK = K_2$ и $KF = K_1$, должны удовлетворять условиям

$$R_{\max} \leqslant K_1 + K_2, \quad R_{\min} \geqslant K_1 - K_2. \tag{2}$$

Если принять обозначения данные на рис. 1, расстояние R от точки F до траектории точки C можно определить по формуле:

$$R^2 = (x_c - x_0)^2 + (y_c - y_0)^2,$$

причем траектория точки C, $G(x, y) = 0$, является замкнутой кривой и от точки F всегда будет иметь как максимальное так и минимальное расстояние и последние являются нормалями данной шатунной кривой на соответствующих местах траектории. Следует, что всегда будут иметь место формулы: $\partial R / \partial x = 2(x_c - x_0)$, $\partial R / \partial y = 2(y_c - y_0)$.

Учитывая уравнение $G(x, y) = 0$, получим

$$(x_c - x_0)/(\partial G / \partial x_c) = (y_c - y_0)/(\partial G / \partial y_c).$$

Последнее уравнение показывает, что нормаль кривой $G(x, y) = 0$ проходит через точку (x_0, y_0) и длина этой нормали от точки (x_0, y_0) будет равна $R_{\max}$ или $R_{\min}$. Одовременно известно, что пучок прямых линий соединяющий мгновенный центр вращения шатунной плоскости с ее точками является нормалями траекторий данных точек, т. е. если найдем прямую проходящую через CF и мгновенный центр вращения механизма, тогда длина отрезка CF будет равна $R_{\max}$ или $R_{\min}$, который из отрезков будет максимальным или минимальным легко определить. Очевидно при полном обороте звеньев для некоторых схем механизмов максимальный отрезок получим, когда точки C и F находятся в разных сторонах от неподвижного звена AE, и минимальный, когда они находятся в одной стороне AE.

Таким образом чтобы найти значения $R_{\max}$ и $R_{\min}$, нужно найти значение угла поворота ведущего звена AB соответствующее положению шатуна BCD, когда прямая проходящая через точки C и F проходит так же через мгновенный центр вращения механизма.

Следовательно, чтобы определить $R_{\max}$ и $R_{\min}$, нужно найти значение угла поворота ведущего звена φ, соответствующее положению точки C, когда она лежит на прямой проходящей через точки F и мгновенный центр вращения в данном положении. Очевидно мгновенный центр P звена BCD будет находиться на продолжении звеньев AB и ED (рис. 1).

Координаты точки $P(x_p, y_p)$ можно найти как координаты точки пересечения прямой AP, уравнение которой (при выборе направлений осей координат согласно рис. 1) будет $y_p = mx_p$, где $m = \operatorname{tg}\varphi$, и прямой EP, уравнение которой в отрезках можно написать:

$$x_p / l - y_p / (l \operatorname{tg}\alpha) = 1, \quad \text{откуда } y_p = (x_p - l)\operatorname{tg}\alpha.$$

Подставляя значения получим:

$$x_p = l / (1 - \operatorname{tg}\varphi / \operatorname{tg}\alpha), \quad y_p = (l \operatorname{tg}\varphi) / (1 - \operatorname{tg}\varphi / \operatorname{tg}\alpha).$$

Координаты точки C в системе XAY можно определить:

$$x_c = a\cos\varphi + b_1\cos(\beta+\delta),\quad y_c = a\sin\varphi + b_1\sin(\beta+\delta),$$

где β—постоянный угол, а величина δ определяется по формуле $\sin\delta = (y_d - y_b)/b$, или подставляя значения $y_d = d\sin\alpha$ и $y_b = a\sin\varphi$ получим $\sin\delta = (d\sin\alpha - a\sin\varphi)/b$.

Мы уже определили координаты точки P и C, точка F на механизме неподвижная с постоянными координатамм x_0 и y_0. Уравнение прямой проходящей через три точки F, C и P будет $(x_p - x_0)(y_c - y_0) = (y_p - y_0)(x_c - x_0)$. Подставляя значения координат получим:

$$[l/(1 - \operatorname{tg}\varphi/\operatorname{tg}\alpha) - x_0]\,[a\sin\varphi + b_1\sin(\beta+\delta) - y_0] = \\ = [(a\operatorname{tg}\varphi)/(1 - \operatorname{tg}\varphi/\operatorname{tg}\alpha) - y_0]\,[a\cos\varphi + b_1\cos(\beta+\delta) - x_0]. \tag{3}$$

Как известно в четырехзвенном механизме можно определить α через φ и длины звеньев. Если использовать эту зависимость (α от φ) и подставить в последнюю формулу (3), можно определить φ (через постоянные коэффициенты) при котором точки P, C и F будут располагаться на одной прямой линии.

Если формула не имеет решения, то при данных размерах звеньев и значений x_0 и y_0 в механизме кривошип отсутствует.

На практике анализ и решение формулы (3) может вызвать затруднение т. к. указанная формула для некоторых значений постоянных коэффициентов вовсе не будет иметь решения. Причем для решения поставленной задачи нас интересуют не все значения φ, а лишь то значение при котором точки P, C и F находятся на одной прямой. Для каждого механизма можно приблизительно наметить искомый участок траектории точки B, после чего по формуле (3) определяется точное значение угла φ.

Для облегчения решения этой задачи на практике предлагаем следующую последовательность. Как известно, между углами существует зависимость в следующем виде [6]:

$$\alpha = \arcsin\left[a\sin\varphi/\sqrt{C + D\cos\varphi}\right] + \arcsin\left[b\sqrt{1 - (A - B\cos\varphi)^2}/\sqrt{C + D\cos\varphi}\right],$$

где

$$A = (b^2 + d^2 - a^2 - l^2)/(2bd),\quad C = a^2 + l^2,\quad B = al/(bd),\quad D = 2al.$$

Если определить длину звеньев через ведущее звено a и коэффициенты n_1, n_2 и n_3 т. е. $b = an_1$, $d = an_2$ и $l = an_3$, то величины n_1, n_2 и n_3 для наиболее распространенных на практике механизмов можно принять: $n_1 = 1...5$; $n_2 = 1...4$ и $n_3 = 1...6$.

Для этих значений пределы изменения коэффициентов A, B, C и D определяются $A = 0...0{,}1$, $B = 0{,}3...1$, $C = 2...7$ и $D = 2...12$. Изменяя A, B, C и D в этих пределах получились несколько таблиц [7] на основании которых построена номограмма зависимости α от φ. Этой зависимостью проверяем возможность существования уравнения (3). В частности, при заданных величинах постоянных коэффициентов (длина звеньев, x_0 и y_0) в формулу подставляются значения углов α и φ и когда при некотором значении φ уравнение (3) будет иметь решение, соответствующее этому будет искомое положение звеньев механизма, когда растояние от точки C до точки F будет максимальное или минимальное.

Привлечение электронных вычислительных машин, давшее, что касается результатов этой статьи, — при помощи вычислительного центра АН ГрузССР — решение большого количества задач интересующих в особенности четырёхзвенные, как плоские так и пространственные механизмы [8]...[10], позволяет наметить углубление поставленной задачи о проворачиваемости звеньев многозвенных плоских и пространственных механизмов, для которой некоторые аналитические данные, как напр., уравнения шатунных кривых для различных плоских многозвенных механизмов и др. даны на страницах этого журнала [11], [12].

Поступила 26 X 1960 г.

Академия с/х Наук ГрузССР,
Тбилиси, СССР
и
Ясский политехнический институт, Румыния

ЛИТЕРАТУРА

1. Freudenstein F., Appl. Mech. Rev., 1959, **12**, *9*, pp. 1—4.
2. Denavit J., *European Report, Trans. of the Fifth Conference on Mechanisms,* Purdue University, 1958, p. 140.
3. Артоболевский И. И., *Современное состояние теории машин и механизмов,* в сб. *Итоги второго всесоюзного совещания по основным проблемам теории машин и механизмов,* АН СССР, Ин-т Машиноведения, М., 1958, стр. 6—23.
4. Hain K., *Mechanism design in Germany, Trans. of the Fourth Conference on Mechanisms,* Purdue University, 1957, pp. 84—104.
5. Артоболевский И. И., Левитский Н. И., Черкудинов С. А., *Синтез плоских механизмов,* Физматгиз, М., 1959, стр. 47.
6. Артоболевский И. И., *Теория механизмов и машин,* Гостехиздат, М., 1953, стр. 141.
7. Тавхелидзе Д. С., Манжерон Д., Труды Акад. с/х Наук Груз. ССР, 1960, (в печати).
8. Тавхелидзе Д. С., *К вопросу синтеза и кинематики пространственных четырехзвенных механизмов,* Изд. Цодна, Тбилиси, 1960.
9. Бейер Р, *Кинематический синтез механизмов,* Машгиз, Киев-Москва, 1959, (пер. с немецкого).
10. Beyer R., *Space mechanisms, Trans. of the Fifth Conference on Mechanisms,* Purdue University, 1958, pp. 141—163.
11. Лебедев П. А., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **6** (**10**), *1—2,* стр. 299—302.
12. Артоболевский И. И., Ibid., 1960, **6** (**10**), *1—2,* стр. 285—298.

SUR LE PROBLÈME DE L'EXISTENCE DES MANIVELLES POUR LES MÉCANISMES ARTICULÉS COMPOSÉS

Note I

Sur l'existence des manivelles dans le cas des mécanismes plans à six organes

(Résumé)

Les Auteurs établissent le schéma mathématique du problème de l'existence des manivelles dans le cas des mécanismes articulés plans, composés, à six organes (fig. 1), utilisés, entre autres, dans la synthèse des compteurs à l'action mécanique. La résolution numérique du problème correspondant à une gamme de variation des paramètres reliés à la formule (3) et indiquée ci-dessuss, a été executée grâce à l'appui de l'Institut de Calcul de la RSS Géorgie.

PROBLEMA DE EXISTENŢĂ A MANIVELELOR CU MAI MULTE ORGANE

Nota I

Asupra existenţei manivelelor la mecanisme cu şase organe

(Rezumat)

Autorii stabilesc schema matematică a problemei de existenţă a manivelelor la mecanisme articulate plane cu şase organe, de forma indicată în fig. 1, prezentînd un interes deosebit în sinteza diferitelor contoare mecanice folosite în unele instalaţii de automatizare. Rezolvarea numerică a schemelor matematice obţinute a fost făcută pentru o gamă de variaţie a parametrilor legată de formula (3) şi indicată în text, cu ajutorul Institutului de calcul al Academiei de ştiinţe a RSS Gruzia.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C.Z. 621—231

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВОСЬМИ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КРИВОШИПНО — КОРОМЫСЛОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

В. Я. БЕЛЕЦКИЙ

Аналитическое решение задачи о вычислении восьми параметров кинематической схемы передаточного пространственного кривошипно-коромыслового механизма, воспроизводящего требуемую зависимость между движениями ведущего и ведомого звеньев, дано Н. И. Левитским и К. Х. Шабхазяном в [1]. При этом искомые параметры могут быть вычислены либо по методу наименьших квадратов, либо интерполяционным методом с однократными узлами, положение которых выбирается согласно указаниям П. Л. Чебышева.

Ниже излагается иной метод вычисления восьми параметров кинематической схемы механизма, приводящий решение задачи к интерполированию с одним узлом восьмой кратности. Особенностью этого метода является возможность получения семейства механизмов, приближенно воспроизводящих заданную зависимость $y=f(x)$ и ее производные до седьмого порядка включительно.

Кривошип AB и коромысло CD пространственного кривошипно-коромыслового механизма (см. рис. 1) образуют со стойкой вращательные пары и с шатуном BC — шаровые пары; получаемая при этом лищняя степень подвижности механизма (вращение шатуна BC вокруг своей оси) не оказывает влияния на движение коромысла.

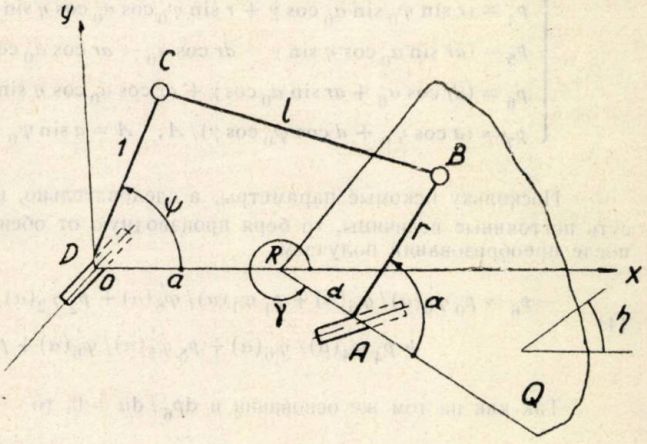


Рис. 1

Выберем [2] систему координат xyz таким образом, чтобы плоскость вращения коромысла совпадала с плоскостью xOy, а плоскость вращения кривошипа — с плоскостью Q. Положение последней относительно избранной системы координат определяется тремя параметрами γ, η и DR, где γ — угол, образованный следом (Q и xOz) с осью Ox, η — угол наклона плоскости Q к плоскости xOz (двух-

гранный угол), DR — расстояние от начала координат до точки пересечения Ox с следом (Q и xOz).

Отсчет всех углов производится против часовой стрелки, как показано на рис. 1.

Принимаем длину коромысла CD за единицу. Тогда остальные линейные параметры механизма будут выражаться в относительных единицах, а именно:

$$AB/DC = r, \quad BC/DC = l, \quad AR/DC = d, \quad DR/DC = a.$$

Обозначим через α_0 и ψ_0 — соответственно начальные значения углов наклона кривошипа и коромысла и через α_s и ψ_s — значения углов наклона кривошипа и коромысла к их начальным положениям.

Между перечисленными восьмью искомыми параметрами кинематической схемы механизма (r, l, d, a, α_0, ψ_0, γ и η) существует определенная взаимосвязь, которую на основании уравнения (41) работы [1] можно представить в следующем виде

$$\begin{aligned}(1)\qquad & p_0\varphi_0(\alpha) + p_1\varphi_1(\alpha) + p_2\varphi_2(\alpha) + p_3 - \varphi_3(\alpha) + p_4\varphi_4(\alpha) + p_5\varphi_5(\alpha) + \\ & + p_6\varphi_6(\alpha) + p_7\varphi_7(\alpha) = 0,\end{aligned}$$

где

$$(2)\qquad \begin{cases} \varphi_0(\alpha) = \cos\alpha_s\cos\psi_s, & \varphi_1(\alpha) = \sin\alpha_s\cos\psi_s, & \varphi_2(\alpha) = \cos\alpha_s\sin\psi_s, \\ \varphi_3(\alpha) = \sin\psi_s, & \varphi_4(\alpha) = \sin\alpha_s\sin\psi_s, & \varphi_5(\alpha) = \cos\alpha_s, \\ \varphi_6(\alpha) = \sin\alpha_s, & \varphi_7(\alpha) = \cos\psi_s; \end{cases}$$

$$(3)\qquad \begin{cases} p_0 = (r\cos\psi_0\cos\alpha_0\cos\gamma - r\cos\psi_0\sin\alpha_0\cos\eta\sin\gamma + r\sin\alpha_0\sin\psi_0\sin\eta)/A, \\ p_1 = (r\cos\alpha_0\sin\psi_0\sin\eta - r\cos\psi_0\sin\alpha_0\cos\gamma - r\cos\psi_0\cos\alpha_0\cos\eta\sin\gamma)/A, \\ p_2 = (r\sin\alpha_0\cos\psi_0\sin\eta - r\sin\psi_0\cos\alpha_0\cos\gamma + r\sin\psi_0\sin\alpha_0\cos\eta\sin\gamma)/A, \\ p_3 = (l^2 - a^2 - d^2 - r^2 - 1 - 2ad\cos\gamma)/(2A), \\ p_4 = (r\sin\psi_0\sin\alpha_0\cos\gamma + r\sin\psi_0\cos\alpha_0\cos\eta\sin\gamma + r\cos\alpha_0\cos\psi_0\sin\eta)/A, \\ p_5 = (ar\sin\alpha_0\cos\eta\sin\gamma - dr\cos\alpha_0 - ar\cos\alpha_0\cos\gamma)/A, \\ p_6 = (dr\cos\alpha_0 + ar\sin\alpha_0\cos\gamma + ar\cos\alpha_0\cos\eta\sin\gamma)/A, \\ p_7 = (a\cos\psi_0 + d\cos\psi_0\cos\gamma)/A, \quad A = a\sin\psi_0 + d\sin\psi_0\cos\gamma. \end{cases}$$

Поскольку искомые параметры, а следовательно, и коэффициенты $p_0, p_1, \ldots, p_7$ суть постоянные величины, то беря производную от обеих частей уравнения (1) по α, после преобразований получаем

$$\begin{aligned}(4)\qquad -p_6 = {} & p_0\varphi_0'(\alpha)/\varphi_6'(\alpha) + p_1\varphi_1'(\alpha)/\varphi_6'(\alpha) + p_2\varphi_2'(\alpha)/\varphi_6'(\alpha) - \varphi_3'(\alpha)/\varphi_6'(\alpha) + \\ & + p_4\varphi_4'(\alpha)/\varphi_6'(\alpha) + p_5\varphi_5'(\alpha)/\varphi_6'(\alpha) + p_7\varphi_7'(\alpha)/\varphi_6'(\alpha).\end{aligned}$$

Так как на том же основании и $dp_6/d\alpha = 0$, то

$$(5)\qquad p_0\varphi_8(\alpha) + p_1\varphi_9(\alpha) + p_2\varphi_{10}(\alpha) - \varphi_{11}(\alpha) + p_4\varphi_{12}(\alpha) + p_5\varphi_{13}(\alpha) + p_7\varphi_{14}(\alpha) = 0,$$

где

$$(6)\qquad \varphi_k(\alpha) = \varphi_l''(\alpha)\varphi_6'(\alpha) - \varphi_l'(\alpha)\varphi_6''(\alpha), \qquad (k = 8, 9, \ldots, 14; \quad l = 0, 1, \ldots, 5, 7).$$

Из уравнения (6) в силу шестого и седьмого соотношений системы (2) находим, что $\varphi_{13}(\alpha) = -1$. Поэтому, дифференцируя по α обе части уравнения (5), будем иметь

$$-p_7 = p_0\,\varphi_8'(\alpha)/\varphi_{14}'(\alpha) + p_1\,\varphi_9'(\alpha)/\varphi_{14}'(\alpha) + p_2\,\varphi_{10}'(\alpha)/\varphi_{14}'(\alpha) - \varphi_{11}'(\alpha)/\varphi_{14}'(\alpha) + p_4\,\varphi_{12}'(\alpha)/\varphi_{14}'(\alpha). \tag{7}$$

Откуда следует, что

$$p_0\,\varphi_{15}(\alpha) + p_1\,\varphi_{16}(\alpha) + p_2\,\varphi_{17}(\alpha) - \varphi_{18}(\alpha) + p_4\,\varphi_{19}(\alpha) = 0, \tag{8}$$

где

$$\varphi_m(\alpha) = \varphi_n''(\alpha)\,\varphi_{14}'(\alpha) - \varphi_n'(\alpha)\,\varphi_{14}''(\alpha), \qquad (m = 15, 16, \ldots, 19;\quad n = 8, 9, \ldots, 12); \tag{9}$$

$$\varphi_n'(\alpha) = \varphi_p'''(\alpha)\,\varphi_6'(\alpha) - \varphi_p'(\alpha)\,\varphi_6'''(\alpha), \qquad (n = 8, 9, \ldots, 12, 14;\ p = 0, 1, \ldots, 4, 7); \tag{10}$$

$$\varphi_n''(\alpha) = \varphi_p^{\mathrm{IV}}(\alpha)\,\varphi_6'(\alpha) + \varphi_p'''(\alpha)\,\varphi_6''(\alpha) - \varphi_p'''(\alpha)\,\varphi_6'''(\alpha) - \varphi_p'(\alpha)\,\varphi_6^{\mathrm{IV}}(\alpha), \quad (n = 8, 9, \ldots, 12, 14;\ p = 0, 1, \ldots, 4, 7). \tag{11}$$

Из уравнения (8) находим

$$-p_0 = p_1\,\varphi_{16}(\alpha)/\varphi_{15}(\alpha) + p_2\,\varphi_{17}(\alpha)/\varphi_{15}(\alpha) - \varphi_{18}(\alpha)/\varphi_{15}(\alpha) + p_4\,\varphi_{19}(\alpha)/\varphi_{15}(\alpha). \tag{12}$$

Производная по α левой части уравнения (12) равна нулю. Следовательно,

$$p_1\,\varphi_{20}(\alpha) + p_2\,\varphi_{21}(\alpha) - \varphi_{22}(\alpha) + p_4\,\varphi_{23}(\alpha) = 0, \tag{13}$$

где

$$\varphi_t(\alpha) = \varphi_u'(\alpha)\,\varphi_{15}(\alpha) - \varphi_u(\alpha)\,\varphi_{15}'(\alpha), \qquad (t = 20, 21, \ldots, 23;\quad u = 16, 17, \ldots, 19). \tag{14}$$

На основании (9) будем иметь

$$\varphi_m'(\alpha) = \varphi_n'''(\alpha)\,\varphi_{14}'(\alpha) - \varphi_n'(\alpha)\,\varphi_{14}'''(\alpha), \qquad (m = 15, 16, \ldots, 19;\quad n = 8, 9, \ldots, 12). \tag{15}$$

Принимая во внимание уравнение (11), заключаем

$$\varphi_n'''(\alpha) = \varphi_p^{\mathrm{V}}(\alpha)\,\varphi_6'(\alpha) + 2\varphi_p^{\mathrm{IV}}(\alpha)\,\varphi_6''(\alpha) - 2\varphi_p''(\alpha)\,\varphi_6^{\mathrm{IV}}(\alpha) - \varphi_p'(\alpha)\,\varphi_6^{\mathrm{V}}(\alpha), \quad (n = 8, 9, \ldots, 12, 14;\ p = 0, 1, \ldots, 4, 7). \tag{16}$$

Из уравнения (13) находим

$$-p_1 = p_2\,\varphi_{21}(\alpha)/\varphi_{20}(\alpha) - \varphi_{22}(\alpha)/\varphi_{20}(\alpha) + p_4\,\varphi_{23}(\alpha)/\varphi_{20}(\alpha). \tag{17}$$

Стало быть,

$$p_2\,\varphi_{24}(\alpha) - \varphi_{25}(\alpha) + p_4\,\varphi_{26}(\alpha) = 0, \tag{18}$$

где

$$\varphi_v(\alpha) = \varphi_t'(\alpha)\,\varphi_{20}(\alpha) - \varphi_t(\alpha)\,\varphi_{20}'(\alpha), \qquad (v = 24, 25, 26;\quad t = 21, 22, 23). \tag{19}$$

На основании уравнения (14) получаем

(20) $$\varphi_t'(\alpha)=\varphi_u''(\alpha)\,\varphi_{15}(\alpha)-\varphi_u(\alpha)\,\varphi_{15}''(\alpha), \qquad (t=20,21,\dots,23;\quad u=16,17,\dots,19).$$

Согласно уравнению (15)

(21) $$\varphi_m''(\alpha)=\varphi_n^{IV}(\alpha)\,\varphi_{14}'(\alpha)+\varphi_n'''(\alpha)\,\varphi_{14}''(\alpha)-\varphi_n''(\alpha)\,\varphi_{14}'''(\alpha)-\varphi_n'(\alpha)\,\varphi_{14}^{IV}(\alpha),$$
$$(m=15,16,\dots,19;\quad n=8,9,\dots,12)$$

и в силу уравнения (16)

(22) $$\varphi_n^{IV}(\alpha)=\varphi_p^{VI}(\alpha)\,\varphi_6'(\alpha)+3\varphi_p^{V}(\alpha)\,\varphi_6''(\alpha)+2\varphi_p^{IV}(\alpha)\,\varphi_6'''(\alpha)-2\varphi_p'''(\alpha)\,\varphi_6^{IV}(\alpha)-$$
$$-\varphi_p'(\alpha)\,\varphi_6^{VI}(\alpha)-3\varphi_p''(\alpha)\,\varphi_6^{V}(\alpha), \qquad (n=8,9,\dots,12,14;\quad p=0,1,\dots,4,7).$$

Из уравнения (18) следует, что

(23) $$-p_2=p_4\varphi_{26}(\alpha)/\varphi_{24}(\alpha)-\varphi_{25}(\alpha)/\varphi_{24}(\alpha).$$

Отсюда, выполняя операцию дифференцирования по α, находим

(24) $$p_4=\varphi_{27}(\alpha)/\varphi_{28}(\alpha),$$

где

(25) $$\varphi_w(\alpha)=\varphi_v'(\alpha)\,\varphi_{24}(\alpha)-\varphi_v(\alpha)\,\varphi_{24}'(\alpha), \qquad (w=27,28;\quad v=25,26).$$

Имея в виду уравнение (19), заключаем

(26) $$\varphi_v'(\alpha)=\varphi_t''(\alpha)\,\varphi_{20}(\alpha)-\varphi_t(\alpha)\,\varphi_{20}''(\alpha), \qquad (v=24,25,26;\quad t=21,22,23).$$

С помощью уравнения (20) найдем

(27) $$\varphi_t''(\alpha)=\varphi_u'''(\alpha)\,\varphi_{15}(\alpha)+\varphi_u''(\alpha)\,\varphi_{15}'(\alpha)-\varphi_u'(\alpha)\,\varphi_{15}''(\alpha)-\varphi_u(\alpha)\,\varphi_{15}'''(\alpha),$$
$$(t=20,21,\dots,23;\quad u=16,17,\dots,19).$$

Согласно уравнению (21)

(28) $$\varphi_m'''(\alpha)=\varphi_n^{V}(\alpha)\,\varphi_{14}'(\alpha)+2\varphi_n^{IV}(\alpha)\,\varphi_{14}''(\alpha)-2\varphi_n''(\alpha)\,\varphi_{14}^{IV}(\alpha)-\varphi_n'(\alpha)\,\varphi_{14}^{V}(\alpha),$$
$$(m=15,16,\dots,19;\quad n=8,9,\dots,12).$$

Из уравнения (22) следует

(29) $$\varphi_n^{V}(\alpha)=\varphi_p^{VII}(\alpha)\,\varphi_6'(\alpha)+4\varphi_p^{VI}(\alpha)\,\varphi_6''(\alpha)+5\varphi_p^{V}(\alpha)\,\varphi_6'''(\alpha)-5\varphi_p'''(\alpha)\,\varphi_6^{V}(\alpha)-$$
$$-4\varphi_p''(\alpha)\,\varphi_6^{VI}(\alpha)-\varphi_p'(\alpha)\,\varphi_6^{VII}(\alpha), \qquad (n=8,9,\dots,12,14;\quad p=0,1,\dots,4,7).$$

В полученные выше уравнения (4)...(29), кроме величин $\varphi_0(\alpha)$, $\varphi_1(\alpha),\dots,\varphi_7(\alpha)$, входят и их производные, поэтому выведем формулы для вычисления этих производных.

Положим $d\psi/d\alpha=i$. Тогда, в силу зависимостей системы (2) будем иметь:

$$
(30)\quad
\begin{cases}
-\varphi_5'(\alpha)=\varphi_5'''(\alpha)=-\varphi_5^{V}(\alpha)=\varphi_5^{VII}(\alpha)=\varphi_6(\alpha),\\
-\varphi_5''(\alpha)=\varphi_5^{IV}(\alpha)=-\varphi_5^{VI}(\alpha)=\varphi_5(\alpha),\\
\varphi_6'(\alpha)=-\varphi_6'''(\alpha)=\varphi_6^{V}(\alpha)=-\varphi_6^{VII}(\alpha)=\varphi_5(\alpha),\\
-\varphi_6''(\alpha)=\varphi_6^{IV}(\alpha)=-\varphi_6^{VI}(\alpha)=\varphi_6(\alpha),\\
\varphi_3'(\alpha)=i\varphi_7(\alpha),\quad \varphi_3''(\alpha)=i'\varphi_7(\alpha)-i^2\varphi_3(\alpha),\\
\varphi_3'''(\alpha)=\varphi_{29}(\alpha)\varphi_7(\alpha)-\varphi_{30}(\alpha)\varphi_3(\alpha),\\
\varphi_3^{IV}(\alpha)=\varphi_{31}(\alpha)\varphi_7(\alpha)-\varphi_{32}(\alpha)\varphi_3(\alpha),\\
\varphi_3^{V}(\alpha)=\varphi_{33}(\alpha)\varphi_7(\alpha)-\varphi_{34}(\alpha)\varphi_3(\alpha),\\
\varphi_3^{VI}(\alpha)=\varphi_{35}(\alpha)\varphi_7(\alpha)-\varphi_{36}(\alpha)\varphi_3(\alpha),\\
\varphi_3^{VII}(\alpha)=\varphi_{37}(\alpha)\varphi_7(\alpha)-\varphi_{38}(\alpha)\varphi_3(\alpha),\quad \varphi_7'(\alpha)=-i\varphi_3(\alpha),\\
\varphi_7''(\alpha)=-i'\varphi_3(\alpha)-i^2\varphi_7(\alpha),\quad \varphi_7'''(\alpha)=-\varphi_{29}(\alpha)\varphi_3(\alpha)-\varphi_{30}(\alpha)\varphi_7(\alpha),\\
\varphi_7^{IV}(\alpha)=-\varphi_{31}(\alpha)\varphi_3(\alpha)-\varphi_{32}(\alpha)\varphi_7(\alpha),\\
\varphi_7^{V}(\alpha)=-\varphi_{33}(\alpha)\varphi_3(\alpha)-\varphi_{34}(\alpha)\varphi_7(\alpha),\\
\varphi_7^{VI}(\alpha)=-\varphi_{35}(\alpha)\varphi_3(\alpha)-\varphi_{36}(\alpha)\varphi_7(\alpha),\\
\varphi_7^{VII}(\alpha)=-\varphi_{37}(\alpha)\varphi_3(\alpha)-\varphi_{38}(\alpha)\varphi_7(\alpha),
\end{cases}
$$

где

$$
(31)\quad
\begin{cases}
\varphi_{29}(\alpha)=i''-i^3,\quad \varphi_{30}(\alpha)=3ii',\quad \varphi_{31}(\alpha)=i'''-6i^2i',\\
\varphi_{32}(\alpha)=4ii''+3i'^2-i^4,\quad \varphi_{33}(\alpha)=i^{IV}-5ii'^2-10i^2i''+i^5,\\
\varphi_{34}(\alpha)=5ii'''-10i^3i'+10i'i'',\\
\varphi_{35}(\alpha)=i^{V}-15i'^3-60ii'i''-15i^2i'''+15i^4i',\\
\varphi_{36}(\alpha)=6ii^{IV}-45i^2i'^2-20i^3i''+i^6+15i'i'''+10i''^2,\\
\varphi_{37}(\alpha)=i^{VI}-105i'^2i''-105ii'i'''-70ii''^2-21i^2i^{IV}+105i^3i'^2+\\
\qquad\qquad +35i^4i''-i^7,\\
\varphi_{38}(\alpha)=7ii^{V}-105ii'^3-210i^2i'i''-35i^3i'''+21i^5i'+35i''i'''+\\
\qquad\qquad +21i'i^{IV}.
\end{cases}
$$

Производные функций $\varphi_0(\alpha)$, $\varphi_1(\alpha)$ и $\varphi_2(\alpha)$ могут быть вычислены по следующим формулам:

$$
(32)\quad \begin{cases}
\varphi_a'(\alpha)=\varphi_b'(\alpha)\varphi_c(\alpha)+\varphi_b(\alpha)\varphi_c'(\alpha)\,,\\
\varphi_a''(\alpha)=\varphi_b''(\alpha)\varphi_c(\alpha)+2\varphi_b'(\alpha)\varphi_c'(\alpha)+\varphi_b(\alpha)\varphi_c''(\alpha)\,,\\
\varphi_a'''(\alpha)=\varphi_b'''(\alpha)\varphi_c(\alpha)+3\varphi_b''(\alpha)\varphi_c'(\alpha)+3\varphi_b'(\alpha)\varphi_c''(\alpha)+\varphi_b(\alpha)\varphi_c'''(\alpha)\,,\\
\varphi_a^{IV}(\alpha)=\varphi_b^{IV}(\alpha)\varphi_c(\alpha)+4\varphi_b'''(\alpha)\varphi_c'(\alpha)+6\varphi_b''(\alpha)\varphi_c''(\alpha)+4\varphi_b'(\alpha)\varphi_c'''(\alpha)+\\
\qquad+\varphi_b(\alpha)\varphi_c^{IV}(\alpha),\\
\varphi_a^{V}(\alpha)=\varphi_b^{V}(\alpha)\varphi_c(\alpha)+5\varphi_b^{IV}(\alpha)\varphi_c'(\alpha)+10\varphi_b'''(\alpha)\varphi_c''(\alpha)+10\varphi_b''(\alpha)\varphi_c'''(\alpha)+\\
\qquad+5\varphi_b'(\alpha)\varphi_c^{IV}(\alpha)+\varphi_b(\alpha)\varphi_c^{V}(\alpha)\,,\\
\varphi_a^{VI}(\alpha)=\varphi_b^{VI}(\alpha)\varphi_c(\alpha)+6\varphi_b^{V}(\alpha)\varphi_c'(\alpha)+15\varphi_b^{IV}(\alpha)\varphi_c''(\alpha)+20\varphi_b'''(\alpha)\varphi_c'''(\alpha)+\\
\qquad+15\varphi_b''(\alpha)\varphi_c^{IV}(\alpha)+6\varphi_b'(\alpha)\varphi_c^{V}(\alpha)+\varphi_b(\alpha)\varphi_c^{VI}(\alpha),\\
\varphi_a^{VII}(\alpha)=\varphi_b^{VII}(\alpha)\varphi_c(\alpha)+7\varphi_b^{VI}(\alpha)\varphi_c'(\alpha)+21\varphi_b^{V}(\alpha)\varphi_c''(\alpha)+\\
+35\varphi_b^{IV}(\alpha)\varphi_c'''(\alpha)+35\varphi_b'''(\alpha)\varphi_c^{IV}(\alpha)+21\varphi_b''(\alpha)\varphi_c^{V}(\alpha)+7\varphi_b'(\alpha)\varphi_c^{VI}(\alpha)+\\
\qquad+\varphi_b(\alpha)\varphi_c^{VII}(\alpha)\,,
\end{cases}
$$

где $a=0,1,2,4$ при $b=5,6,5,6$; $c=7,7,3,3$.

При решении рассматриваемой задачи углы размаха кривошипа и коромысла должны быть известны. Поэтому, чтобы механизм воспроизводил заданную зависимость $y=f(x)$ углы поворота α_s и ψ_s кривошипа и коромысла должны быть [3, § 29] соответственно равны:

$$
(33)\qquad \alpha_s=x_s(\alpha_m-\alpha_0)/(x_m-x_0)
$$

и

$$
(34)\qquad \psi_s=y_s(\psi_m-\psi_0)/(y_m-y_0),
$$

где: x_0 — начальное значение аргумента; $x_s=x-x_0$ — величина изменения аргумента; x_m — конечное значение аргумента; y_0 — начальное значение функции $y=f(x)$; $y_s=y-y_0$ — величина изменения функции; y_m — значение функции $y=f(x)$ при $x=x_m$.

На основании уравнений (33) и (34) найдем

$$
(35)\qquad i^{(n)}=\frac{\mathrm{d}^n\psi}{\mathrm{d}\alpha^n}=\frac{\psi_m-\psi_0}{y_m-y_0}\left(\frac{x_m-x_0}{\alpha_m-\alpha_0}\right)^{n+1}\frac{\mathrm{d}^{n+1}y}{\mathrm{d}x^{n+1}}.
$$

Таким образом для фиксированного значения величины x_{si} изменения аргумента x_s по уравнениям (33), (34) и (35) можно определить величины α_{si}, ψ_{si}, i_i, i_i', ..., i_i^{VI}. После этого по соотношениям (30)...(32), а затем по уравнениям (2), (6), (9)...(11), (14)...(16), (19)...(22) и (25)...(29) находим значения величин, входящих в уравнения (24), (23), (17), (12), (7), (5), (4) и (1). Решая последние уравнения в приведенной их последовательности, определим величины коэффициентов: p_{4i}, p_{2i}, p_{1i}, p_{0i}, p_{7i}, p_{5i}, p_{6i}, p_{3i}.

Итак, выполняя расчет по приведенной выше схеме, находим восемь коэффициентов, которым однозначно соответствуют восемь параметров кинематической схемы механизма, воспроизводящего заданную функцию $y=f(x)$ и ее производные от пер-

вого до седьмого порядков включительно при расчетном значении аргумента x_{si} теоретически точно. При всех же других значениях аргумента указанная функция и ее производные будут воспроизводиться приближенно.

Чтобы вычислить ошибки Δ_y, с которыми механизм воспроизводит заданную функцию, нужно определить ошибки в положениях ведомого звена механизма — коромысла. Для этого воспользуемся следующим уравнением [1], [4]:

$$\Delta_\psi = -\frac{\Phi(\alpha)}{\partial\Phi(\alpha)/\partial\psi}, \tag{36}$$

где

$$\Phi(\alpha) = \varphi_3(\alpha) - p_0\varphi_0(\alpha) - p_1\varphi_1(\alpha) - p_2\varphi_2(\alpha) - p_3 - p_4\varphi_4(\alpha) - p_5\varphi_5(\alpha) - p_6\varphi_6(\alpha) - p_7\varphi_7(\alpha)$$

и

$$\partial\Phi/\partial\alpha = \varphi_7(\alpha) + p_0\varphi_2(\alpha) + p_1\varphi_4(\alpha) - p_2\varphi_0(\alpha) - p_4\varphi_1(\alpha) + p_7\varphi_3(\alpha).$$

Если представляет интерес вопрос о действительных передаточных отношениях механизма, то их величины можно определить следующим образом.

Подставляя в уравнение (4) значения функций $\varphi_0(\alpha), \ldots, \varphi_7(\alpha)$ согласно соотношениям (30)...(32), после упрощений получаем:

$$i_M = \frac{[p_0\varphi_6(\alpha) - p_1\varphi_5(\alpha)]\cos(\psi_s + \Delta_\psi) + [p_2\varphi_6(\alpha) - p_4\varphi_5(\alpha)]\sin(\psi_s + \Delta_\psi) + p_5\varphi_6(\alpha) - p_6\varphi_5(\alpha)}{[p_2\varphi_5(\alpha) + p_4\varphi_6(\alpha) - 1]\cos(\psi_s + \Delta_\psi) - [p_0\varphi_5(\alpha) + p_1\varphi_5(\alpha)]\sin(\psi_s + \Delta_\psi)}. \tag{37}$$

Выполняя расчеты для n значений изменения аргумента x_s: $x_{s1}, x_{s2}, \ldots, x_{sn}$, — найдем n функциональных зависимостей $\Delta_{\psi_1}(\alpha), \ldots, \Delta_{\psi_n}(\alpha)$.

Анализ последних позволит выбрать из n механизмов наиболее приемлемый. Таким образом станут известными окончательные значения коэффициентов $p_0, \ldots, p_7$, после чего по способу приведенному в работе [1, п. **8**] определятся искомые параметры механизма r, d, a, l, α_0, ψ_0, η и γ.

Поступила 19 XI 1959 г.

Одесский технологический институт им. И. В. Сталина, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Левитский Н. И., Шахбазян К. Х., Тр. сем. ТММ, АН СССР, 1954, *54*.
2. Степанов Б. И., Ibid., 1951, *45*.
3. Левитский Н. И., *Проектирование механизмов с низшими парами*, Изд. АН СССР, М., 1950.
4. Принскер Н. Ш., Тр. сем. ТММ, АН СССР, 1948, *18*.

CALCOLO DI OTTO PARAMETRI DEI MECCANISMI BIELLA-MANIVELLA SPAZIALE DI TRASMISSIONE

(Sunto)

N. I. Levitski e K. H. Sciakhbazian hanno dato in [1] la soluzione analitica del problema di calcolo di otto parametri dello schema cinematico di un meccanismo a biella-manivella spaziale di trasmissione, atto di riprodurre una dipendenza imposta tra i moti dell'organe motore e quello condoto. La determinazione dei parametri recercati vi se è fatta sia tramite il metodo dei minimi quadrati, sia mediante un me-

todo d'interpolazione a nodi semplici di qui scelta si è eseguita secondo il P. L. Cebyscev.

L'A. espone un altro modo di calcolo dei detti otto parametri dello schema cinematico del meccanismo, riducendovi il problema ad una interpolazione con un solo nodo di ottavo ordine di molteplicità. La particolarità del metodo consta nella possibilità di ottenere una famiglia di meccanismi riproducenti con un'approssimazione imposta $y=f(x)$ come pure le sue derivate sino all'ordine settimo incluso.

CALCULUL A OPT PARAMETRI AI MECANISMELOR BIELĂ-MANIVELĂ SPAŢIALĂ DE TRANSMISIE

(Rezumat)

Soluţionarea analitică a problemei de calcul a opt parametri ai schemei cinematice a unui mecanism bielă-manivelă spaţială de transmisie, menit a reproduce o dependenţă impusă între mişcările organului conducător a organului condus, a fost dată de N. I. Levitski şi K. H. Şahbazean [1]. Parametrii căutaţi au fost determinaţi fie prin metoda celor mai mici pătrate, fie printr-o metodă de interpolare cu noduri simple alese pe baza metodei lui P. L. Cebîşev.

Autorul expune un alt mod de calcul a opt parametri ai schemei cinematice a mecanismului, reducînd problema la o interpolare cu un singur nod de ordinul opt de multiplicitate. Particularitatea metodei constă în posibilitatea de a obţine o familie de mecanisme ce reproduc cu o aproximaţie impusă dependenţa funcţională $y=f(x)$, precum şi derivatele sale pînă la ordinul şapte inclusiv.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
SERIE NOUĂ
DIN IAŞI
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 621–231

EXTREMWERTE DER WINKELGESCHWINDIGKEITEN SYMMETRISCHEN DOPPELKURBELN

VON
KARL-HEINZ SIEKER

1. Bewegungsübertragung

Von den Getrieben, die aus einem Gelenkviereck gebildet werden können, haben diejenigen die grösste praktische Bedeutung, die umlaufende Glieder haben. Kann eines der beiden im Gestell gelagerten Glieder umlaufen, während das andere Glied schwin-

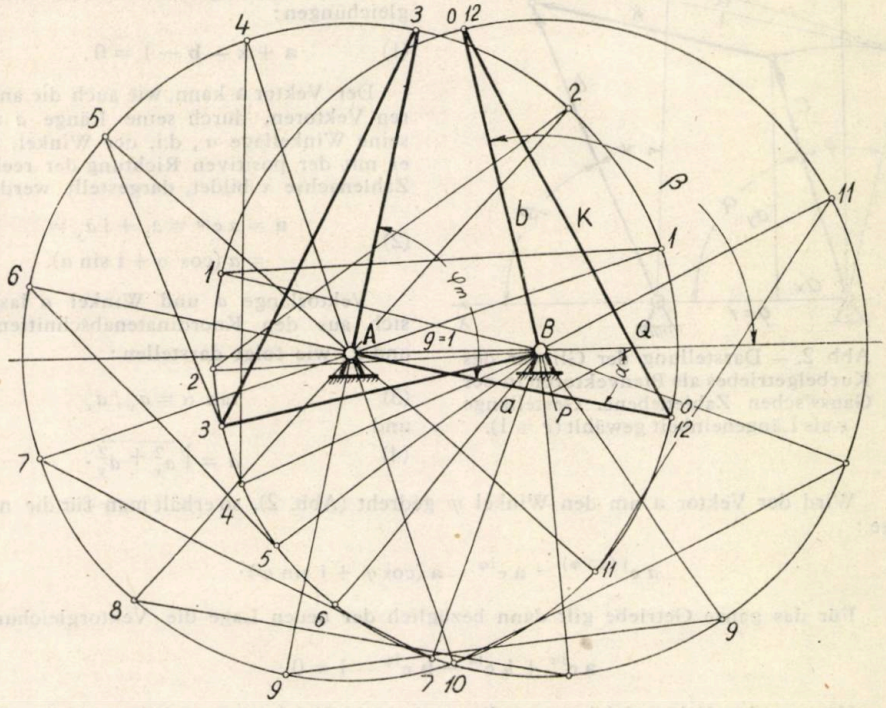


Abb. 1. — Bewegungsübertragung an der Doppelkurbel ($a = b = 1{,}732$, $\alpha = -12{,}4$, $\beta = +102{,}4$).

gende Bewegungen zwischen zwei Umkehrlagen ausführt, so erhält man eine *Kurbelschwinge*. Können beide im Gestell gelagerten Glieder umlaufen, so ist das Getriebe eine *Doppelkurbel*.

Diese Eigenschaft ist an eine Bedingung für die Gliedabmessungen gebunden, die von Grashof aufgestellt worden ist und deshalb unter dem Namen Grashof'sche Bedingung bekannt ist: Das kürzeste Glied des Gelenkviereckes, das in der Doppelkurbel immer das Gestellglied sein muss, zur Länge des grössten der drei übrigen Glieder zugezählt, muss eine Länge ergeben, die kürzer ist, als die Summe der Längen der beiden übrigen Glieder.

Eine der beiden Kurbeln der Doppelkurbel läuft als Antriebsglied meistens gleichmässig um, während die andere Kurbel als Abtriebsglied des Getriebes dann eine ungleichförmige Umlaufbewegung ausführt [5]. In Abb. 1 ist die Kurbel a als Antriebskurbel in einigen im gleichem Winkelabstand liegenden Stellungen ihrer Umlaufbewegung dargestellt, die zugehörigen Stellungen der Abtriebskurbel b zeigen deutlich die Ungleichförmigkeit ihrer Umlaufbewegung.

2. Drehwinkel, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung

Für die Abhängigkeit der Drehwinkel der beiden Kurbeln und ihrer Winkelgeschwindigkeiten und Winkelbeschleunigungen lassen sich Gleichungen aufstellen, die auch für masssynthetische Untersuchungen verwendet werden können.

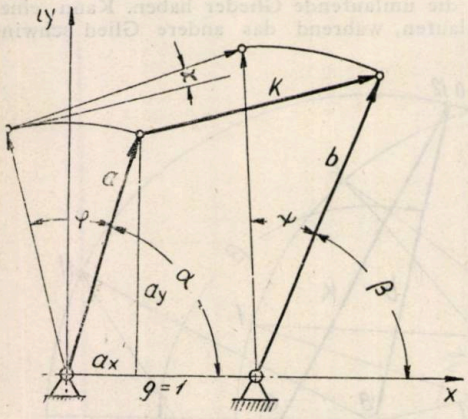


Abb. 2. — Darstellung der Glieder des Kurbelgetriebes als Planvektoren in der Gauss'schen Zahlenebene. Gestellänge g als Längeneinheit gewählt ($g = 1$).

Werden die Glieder des Getriebes als Planvektoren in einer Gauss'schen Zahlenebene aufgefasst (Abb. 2) [1], [2], [3], so erhält man folgende einfachen Vektorgleichungen:

$$\mathbf{a} + \mathbf{k} - \mathbf{b} - 1 = 0. \tag{1}$$

Der Vektor $\mathbf{a}$ kann, wie auch die anderen Vektoren, durch seine Länge a und seine Winkellage α, d.i. der Winkel, den er mit der positiven Richtung der reellen Zahlenachse x bildet, dargestellt werden:

$$\mathbf{a} = a\,e^{i\alpha} = a_x + i\,a_y = \\ = a\,(\cos\alpha + i \sin\alpha). \tag{2}$$

Vektorlänge a und Winkel α lassen sich aus den Koordinatenabschnitten a_x und a_y wie folgt darstellen:

$$\tan\alpha = a_y / a_x \tag{3}$$

und

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}\,. \tag{4}$$

Wird der Vektor $\mathbf{a}$ um den Winkel φ gedreht (Abb. 2), so erhält man für die neue Lage:

$$a\,e^{i(\alpha+\varphi)} = \mathbf{a}\,e^{i\varphi} = \mathbf{a}\,(\cos\varphi + i \sin\varphi)\cdot \tag{5}$$

Für das ganze Getriebe gilt dann bezüglich der neuen Lage die Vektorgleichung:

$$\mathbf{a}\,e^{i\varphi} + \mathbf{k}\,e^{i\varkappa} - \mathbf{b}\,e^{i\psi} - 1 = 0. \tag{6}$$

Um aus den Vektorgleichungen, die zwei reelle Gleichungen enthälten, reelle Gleichungen zu entwickeln, ist es zweckmässig, die Vektoren mit konjugiert komplexen Werten einzuführen:

$$\bar{\mathbf{a}} = a\,e^{-i\alpha} = a_x - i\,a_y = a\,(\cos\alpha - i \sin\alpha). \tag{7}$$

In der Gauss'schen Zahlenebene ergibt sich dieser Vektor $\bar{\mathbf{a}}$ aus dem Vektor $\mathbf{a}$ durch Spiegelung an der reellen Zahlenebene.

Summe und Produkt zweier konjugierter Vektoren haben reelle Werte:

$$\mathbf{a} + \bar{\mathbf{a}} = 2a\cos\alpha, \tag{8}$$

$$\mathbf{a}\,\bar{\mathbf{a}} = a^2. \tag{9}$$

Ihre Differenz hat einen imaginären Wert:

$$\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}} = \mathrm{i}\,2a\sin\alpha;$$

die mit i multiplizierte Differenz hat dagegen ebenfalls einen reellen Wert:

$$\mathrm{i}(\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}) = -2a\sin\alpha. \tag{10}$$

Mit den Vektoren mit konjugiert komplexen Werten ergeben sich Gleichungen, die den Gleichungen (1) und (6) entsprechen:

$$\bar{\mathbf{a}} + \bar{\mathbf{k}} - \bar{\mathbf{b}} - 1 = 0, \tag{11}$$

$$\bar{\mathbf{a}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi} + \bar{\mathbf{k}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varkappa} - \bar{\mathbf{b}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Psi} - 1 = 0. \tag{12}$$

Werden die Gleichungen (1), (6), (11) und (12) nach den $\mathbf{k}$-Gliedern aufgelöst und dann paarweise miteinander multipliziert, dann erhält man die Beziehung:

$$k^2 = (\mathbf{b} + 1 - \mathbf{a})(\bar{\mathbf{b}} + 1 - \bar{\mathbf{a}}) = (\mathbf{b}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Psi} + 1 - \mathbf{a}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi})(\bar{\mathbf{b}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Psi} + 1 - \bar{\mathbf{a}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}). \tag{13}$$

Werden in dieser Gleichung die Klammerausdrücke ausmultipliziert, so ergibt sich nach einer einfachen Umformung die Grundgleichung [3]:

$$\mathbf{a}\,F(\varphi) + \bar{\mathbf{a}}\,\bar{F}(\varphi) - \mathbf{b}\,F(\psi) - \bar{\mathbf{b}}\,\bar{F}(\psi) + \mathbf{a}\,\bar{\mathbf{b}}\,F(\varphi\psi) + \bar{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}\,\bar{F}(\varphi\psi) = 0. \tag{14}$$

Hierin gelten für die F-Grössen folgende Beziehungen:

$$F(\varphi) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} - 1, \tag{15}$$

$$F(\psi) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi} - 1, \tag{16}$$

$$f(\varphi\psi) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\varphi-\psi)} \tag{17}$$

Werden die komplexen F-Grössen wie folgt dargestellt:

$$F = F_x + \mathrm{i}F_y. \tag{18}$$

so lässt sich die Grundgleichung (14) durch Umformung auf die Form bringen:

$$\begin{aligned}(\mathbf{a} + \bar{\mathbf{a}})\,F_x(\varphi) + \mathrm{i}(\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}})\,F_y(\varphi) - (\mathbf{b} + \bar{\mathbf{b}})\,F_x(\psi) - \mathrm{i}(\mathbf{b} - \bar{\mathbf{b}})\,F_y(\psi) + \\ + (\mathbf{a}\,\bar{\mathbf{b}} + \bar{\mathbf{a}}\,\mathbf{b})\,F_x(\varphi\psi) + \mathrm{i}(\mathbf{a}\,\bar{\mathbf{b}} - \bar{\mathbf{a}}\,\mathbf{b})\,F_y(\varphi\psi) = 0.\end{aligned} \tag{19}$$

Wird aus der Gleichung (14) die erste und zweite Ableitung nach $\mathrm{d}\varphi$ gebildet, wobei die Ableitungen der F-Grössen mit F' und F'' bezeichnet werden, so ergeben sich die beiden Gleichungen:

$$\mathbf{a}\,F'(\varphi) + \bar{\mathbf{a}}\,\bar{F}'(\varphi) - \mathbf{b}F'(\psi) - \bar{\mathbf{b}}\,\bar{F}'(\psi) + \mathbf{a}\,\bar{\mathbf{b}}\,F'(\varphi\psi) + \bar{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}\,\bar{F}'(\varphi\psi) = 0, \tag{20}$$

$$\mathbf{a}\,F''(\varphi) + \bar{\mathbf{a}}\,\bar{F}''(\varphi) - \mathbf{b}\,F''(\psi) - \bar{\mathbf{b}}\,\bar{F}''(\psi) + \mathbf{a}\,\bar{\mathbf{b}}\,F''(\varphi\psi) + \bar{\mathbf{a}}\,\mathbf{b}\,\bar{F}''(\varphi\psi) = 0. \tag{21}$$

Werden die Ableitungen nach $\mathrm{d}\varphi$ für die F-Grössen aus den Gleichungen (15) bis (17) gebildet, so erhält man:

$$F'(\varphi) = \mathrm{i}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}, \tag{22}$$

$$F'(\psi) = \mathrm{i}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi}\psi', \tag{23}$$

$$F'(\varphi\psi) = \mathrm{i}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\varphi-\psi)}(1 - \psi'), \tag{24}$$

$$F''(\varphi) = -\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}, \tag{25}$$

$$F''(\psi) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi}(-\psi'^2 + \mathrm{i}\psi''), \tag{26}$$

$$F''(\varphi\psi) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\varphi-\psi)}[-(1 - \psi')^2 - \mathrm{i}\psi'']. \tag{27}$$

3. Masssynthetische Anwendung auf symmetrische Doppelkurbeln

Die Gleichungen (14), (20) und (21) lassen sich für masssynthetische Untersuchungen anwenden. Dies soll hier an dem Beispiel der symmetrischen Doppelkurbel gezeigt werden (Abb. 1). Eine Doppelkurbel wird symmetrisch genannt wenn die beiden Kurbeln gleich lang sind: $a = b$. Die Extremwerte der Winkelgeschwindigkeit ω_b der Abtriebskurbel b ergeben sich bei konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_a der Antriebskurbel a in Lagen des Getriebes, die symmetrisch zueinander liegen. Nach Freudenstein [4] steht in diesen Lagen die Kollinationsachse, d. i. die Verbindung des Drehpoles P der Koppel mit dem Relativpol Q der beiden Kurbeln, senkrecht auf der Koppel. Sie sind in Abb. 1 mit dicken Strichen gezeichnet.

Nennt man den Maximalwert

$$\omega_{b\,\max} / \omega_a = \psi'_{\max} \tag{28}$$

und den Minimalwert

$$\omega_{b\,\min} / \omega_a = \psi'_{\min}\,, \tag{29}$$

so ist

$$\psi'_{\max} = 1 / \psi'_{\min}\,. \tag{30}$$

Diese Beziehung ergibt sich aus der bekannten Tatsache, dass das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten der beiden Kurbeln, also das Übersetzungsverhältnis, durch den Schnittpunkt der Koppel mit der Verbindung der beiden Gestelldrehpunkte, dem Relativpol Q, bestimmt ist (Abb. 1)

$$\omega_b / \omega_a = AQ / BQ. \tag{31}$$

Für beide Extremwerte $\psi'_{\max}$ und $\psi'_{\min}$ ist $\psi'' = 0$. Entsprechend ist die Winkelbeschleunigung ε_b in diesen Lagen gleich Null; denn es besteht die Beziehung:

$$\varepsilon_b / \omega_a^2 = \psi''. \tag{32}$$

Setzt man für die Lage, in der die Winkelgeschwindigkeit ω_b ein Maximum wird, in Gleichungen (20) und (21) $\psi'_{\max}$ und $\psi'' = 0$ ein, so erhält man die beiden Gleichungen in der in Gleichung (19) dargestellten Form:

$$(\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}) - \psi'_{\max}\,(\mathbf{b} - \bar{\mathbf{b}}) + (1 - \psi'_{\max})\,(\mathbf{a}\bar{\mathbf{b}} - \bar{\mathbf{a}}\mathbf{b}) = 0, \tag{33}$$

$$(\mathbf{a} + \bar{\mathbf{a}}) - \psi'^{2}_{\max}\,(\mathbf{b} + \bar{\mathbf{b}}) + (1 - \psi'_{\max})^2\,(\mathbf{a}\bar{\mathbf{b}} + \bar{\mathbf{a}}\mathbf{b}) = 0. \tag{34}$$

Ist der Extremwert $\psi'_{\max}$ gegeben, so können die Längen der Kurbeln a und b die gleich sind, und ihre Lagen mit den Winkeln α und β bestimmt werden, wenn noch eine Grösse gewählt wird.

Die Bestimmungsgleichungen werden besonders einfach, wenn die zu bestimmenden Grössen in Abhängigkeit vom Parameter $\alpha - \beta = \varphi$ ermittelt werden. Unter Berücksichtigung der Gleichungen (8) und (10) können die Gleichungen (33) und (34) in folgender Form geschrieben werden:

$$\sin\alpha - \psi'_{\max}\,\sin\beta + a\,(1 - \psi'_{\max})\,\sin(\alpha - \beta) = 0, \tag{35}$$

$$\cos\alpha - \psi'^{2}_{\max}\,\cos\beta + a\,(1 - \psi'_{\max})^2\cos(\alpha - \beta) = 0. \tag{36}$$

Werden diese beiden Gleichungen so vereinigt, dass a herausfällt, so erhält man nach einigen Umformungen die Gleichung:

Tafel 1

Abmessungen symmetrischer Doppelkurbeln für $\psi'_{max}=2$ *und* $\psi'_{min}=1/2$

$\alpha-\beta$	α	β	φ_m	$\alpha+\beta$	$a=b$	k
−180	0	+180	0	+180	5	9
−165	−13,76	+151,24	42,52	+137,48	4,6356	8,268
−150	−22,08	+127,92	74,16	+105,84	3,9086	6,780
−135	−24,73	+110,27	94,46	+85,54	3,2440	5,366
−120	−23,42	+96,58	106,84	+73,16	2,7522	4,228
−105	−19,56	+85,44	114,12	+65,83	2,4121	3,389
−90	−14,04	+75,96	118,08	+61,92	2,1828	2,712
−75	−7,36	+67,64	119,72	+60,28	2,0485	2,172
−60	0	+60	120	+60	2	1,732
−45	+7,28	+52,28	120,44	+59,56	2,0581	1,384
−30	+12,63	+42,63	124,74	+55,26	2,2713	1,136
−15	+11,67	+26,67	141,66	+38,34	2,6866	1,016
0	0	0	180	0	3	1
+15	−11,67	−26,67	218,34	−38,34	2,6866	1,016
+30	−12,63	−42,63	235,26	−55,26	2,2713	1,136
+45	−7,28	−52,28	239,56	−59,56	2,0581	1,384
+60	0	−60	240,	−60	2	1,732
+75	+7,36	−67,64	240,28	−60,28	2,0485	2,172
+90	+14,04	−75,96	241,92	−61,92	2,1828	2,712
+105	+19,56	−85,44	245,88	−65,88	2,4121	3,389
+120	+23,42	−96,58	253,16	−73,16	2,7522	4,228
+135	+24,73	−110,27	265,54	−85,54	3,2440	5,366
+150	+22,08	−127,92	285,84	−105,84	3,9086	6,780
+165	+13,76	−151,24	317,48	−137,48	4,6356	8,268
+180	0	−180	360	−180	5	9
−111,47	−21,47	+90	111,47	+68,53	2,5426	3,732
+111,47	+21,47	−90	248,47	−68,53	2,5426	3,732

Tafel 2

Abmessungen symmetrischen Doppelkurbeln für $\psi'_{max}=3$ *und* $\psi'_{min}=1/3$

$\alpha-\beta$	α	β	φ_m	$\alpha+\beta$	$a=b$	k
−180	0	+180	0	+180	2,5	4
−165	−7,07	+157,93	29,14	+150,86	2,4155	3,830
−150	−11,92	+138,08	53,84	+126,16	2,2157	3,419
−135	−13,90	+121,10	72,80	+107,20	1,9867	2,927
−120	−13,18	+106,82	86,36	+93,64	1,7887	2,466
−105	−10,44	+94,56	95,88	+84,12	1,6411	2,072
−90	−6,34	+83,66	102,68	+77,32	1,5461	1,749
−75	−1,49	+73,51	107,98	+72,02	1,5015	1,481
−60	+3,42	+63,42	113,16	+66,84	1,5147	1,275
−45	+7,42	+52,42	120,16	+59,84	1,5898	1,125
−30	+9,05	+39,05	131,90	+48,10	1,7326	1,036
−15	+6,57	+21,57	151,86	+28,14	1,9092	1,003
0	0	0	180	0	2	1
+15	−6,57	−21,57	208,14	−28,14	1,9092	1,003
+30	−9,05	−39,05	228,10	−48,10	1,7326	1,036
+45	−7,42	−52,42	239,84	−59,84	1,5898	1,125
+60	−3,42	−63,42	246,84	−66,84	1,5147	1,275
+75	+1,49	−73,51	252,02	−72,02	1,5015	1,481
+90	+6,34	−83,66	257,32	−77,32	1,5461	1,749
+105	+10,44	−94,56	264,12	−84,12	1,6411	2,072
+120	+13,18	−106,82	273,64	−93,64	1,7887	2,466
+135	+13,90	−121,10	287,20	−107,20	1,9867	2,927
+150	+11,92	−138,08	306,16	−126,16	2,2157	3,419
+165	+7,07	−157,93	330,86	−150,86	2,4155	3,830
+180	0	−180	360	−180	2,5	4
−70,53	0	+70,53	109,47	+70,53	1,5	1,414
+70,73	0	−70,73	250,73	−70,73	1,5	1,414
−98,90	−8,90	+90	98,90	+81,10	1,5966	1,932
+98,90	+8,90	−90	261,10	−81,10	1,5966	1,932
−114,8	−12,4	+102,4	90	+90	1,732	2,322

Karl-Heinz Stelter

Tafel 1

Abmessungen symmetrischer Doppelprofile für $\psi'_{max}=2$ und $\psi'_{min}=1{,}2$

$\alpha-\beta$	α	β	φ_m	$\alpha+\beta$	$a=b$	k
−180	0	+180	0	+180	5	9
−165	−13,76	+151,24	42,52	+137,48	4,0356	8,2568
−150	−22,08	+127,92	74,16	+105,84	3,0386	6,1780
−135	−24,73	+110,27	94,46	+85,54	3,2440	5,3366
−120	−23,42	+96,58	108,84	+71,16	2,7522	4,2258
−105	−19,56	+85,44	114,12	+65,83	2,4121	3,3800
−90	−14,04	+75,96	118,08	+61,92	2,1828	2,7122
−75	−7,36	+67,64	119,72	+60,28	2,0485	2,1722
−60	0	+60	120	+60	2	1,7320
−45	+7,28	+52,28	120,44	+59,56	2,0381	1,3841
−30	+12,03	+42,03	124,74	+55,26	2,2713	1,1361
−15	+11,67	+26,67	141,66	+38,34	2,0866	1,0160
0	0	0	180	0	3	1
+15	−11,67	−26,67	218,34	−38,34	2,0866	1,0160
+30	−12,03	−42,03	235,56	−55,26	2,2713	1,1361
+45	−7,28	−52,28	239,56	−59,56	2,0381	1,3841
+60	0	−60	240	−60	2	1,7320
+75	+7,36	−67,64	240,28	−60,28	2,0485	2,1722
+90	+14,04	−75,96	241,92	−61,92	2,1828	2,7122
+105	+19,56	−85,44	245,88	−65,88	2,4121	3,3800
+120	+23,42	−96,58	253,16	−73,16	2,7522	4,2258
+135	+24,73	−110,27	265,54	−85,54	3,2440	5,3366
+150	+22,08	−127,92	285,84	−105,84	3,0386	6,1780
+165	+13,76	−151,24	317,48	−137,48	4,0356	8,2568
+180	0	−180	360	−180	5	9
−111,47	−21,47	+90	111,47	+68,53	2,5429	3,7321
+111,47	+21,47	−90	248,47	−68,53	2,5429	3,7321

Tafel 2

Abmessungen symmetrischen Doppelprofile für $\psi'_{max}=3$ und $\psi'_{min}=1{,}3$

$\alpha-\beta$	α	β	φ_m	$\alpha+\beta$	$a=b$	k
−180	0	+180	0	+180	2,5	4
−165	−7,07	+157,93	39,14	+150,86	2,4155	3,8390
−150	−11,92	+138,08	63,84	+126,16	2,2157	3,4419
−135	−13,90	+121,10	72,80	+107,20	1,9867	2,9027
−120	−13,18	+106,82	76,36	+93,64	1,7887	2,4686
−105	−10,44	+94,56	75,88	+84,12	1,6411	2,0722
−90	−6,34	+83,66	102,08	+77,32	1,5461	1,7449
−75	−1,49	+73,51	107,08	+72,02	1,5015	1,4814
−60	+3,42	+63,42	113,16	+66,84	1,5147	1,2753
−45	+7,42	+52,42	120,16	+59,84	1,5898	1,1259
−30	+9,05	+39,05	131,90	+48,10	1,7326	1,0369
−15	+8,57	+21,57	151,86	+28,14	1,9002	1,0032
0	0	0	180	0	2	1
+15	−8,57	−21,57	208,14	−28,14	1,9002	1,0032
+30	−9,05	−39,05	228,10	−48,10	1,7326	1,0369
+45	−7,42	−52,42	239,84	−59,84	1,5898	1,1259
+60	−3,42	−63,42	246,84	−66,84	1,5147	1,2753
+75	+1,49	−73,51	252,02	−72,02	1,5015	1,4814
+90	+6,34	−83,66	257,32	−77,32	1,5461	1,7449
+105	+10,44	−94,56	264,12	−84,12	1,6411	2,0722
+120	+13,18	−106,82	273,64	−93,64	1,7887	2,4686
+135	+13,90	−121,10	287,20	−107,20	1,9867	2,9027
+150	+11,92	−138,08	305,16	−126,16	2,2157	3,4419
+165	+7,07	−157,93	339,86	−150,86	2,4155	3,8390
+180	0	−180	339	−180	2,5	4
−70,53	0	+70,53	109,47	+70,53	1,5	1,414
+70,73	0	−70,73	250,73	−70,73	1,5	1,414
−98,90	−8,90	+90	98,90	+81,10	1,5066	1,2032
+98,90	+8,90	−90	26,10	−81,10	1,5066	1,2032
−114,8	−12,4	+102,4	90	+90	1,732	2,3222

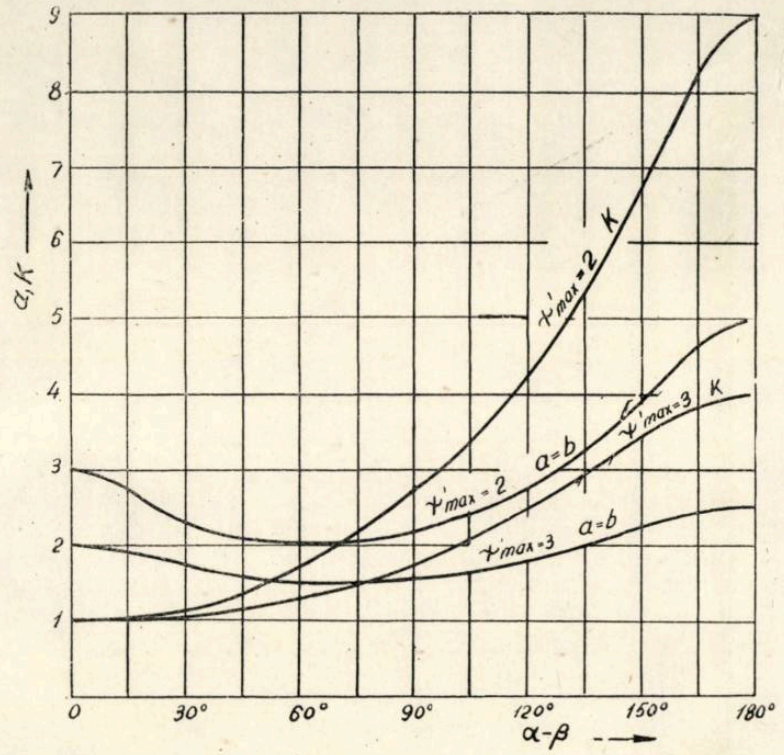


Abb. 3. — Kurbellängen $a=b$ und Koppellänge k in Abhängigkeit von $\varphi = \alpha - \beta$ bei symmetrischen Doppelkurbeln für $\psi'_{max} = 2$ und $\psi'_{max} = 3$.

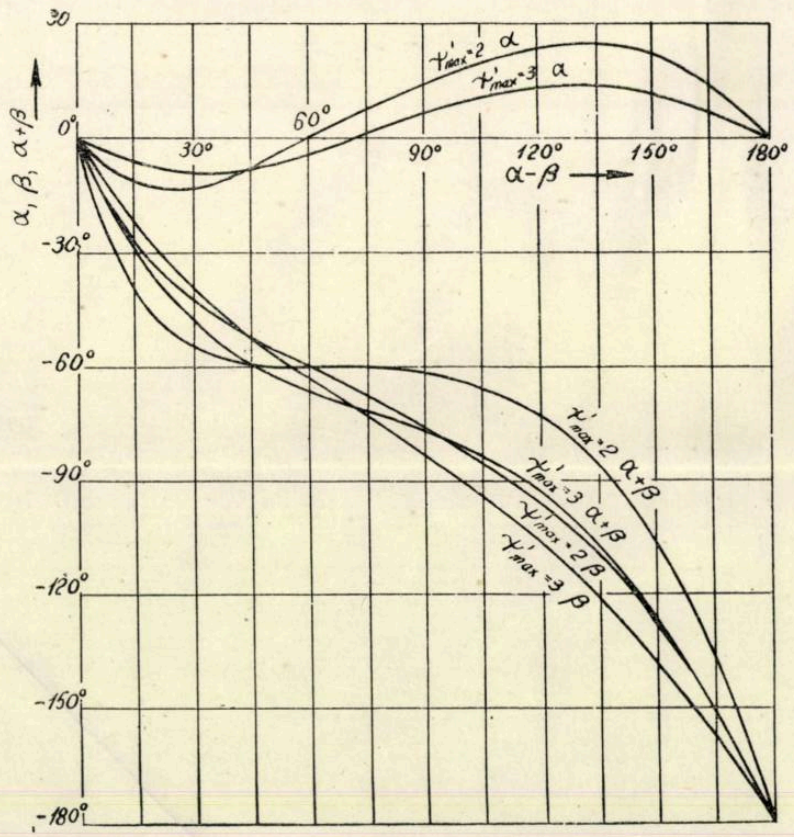


Abb. 4. Winkel α, β und $\alpha + \beta$ in Abhängigkeit von $\varphi = \alpha - \beta$ bei symmetrischen Doppelkurbeln für $\psi'_{max} = 2$ und $\psi'_{max} = 3$.

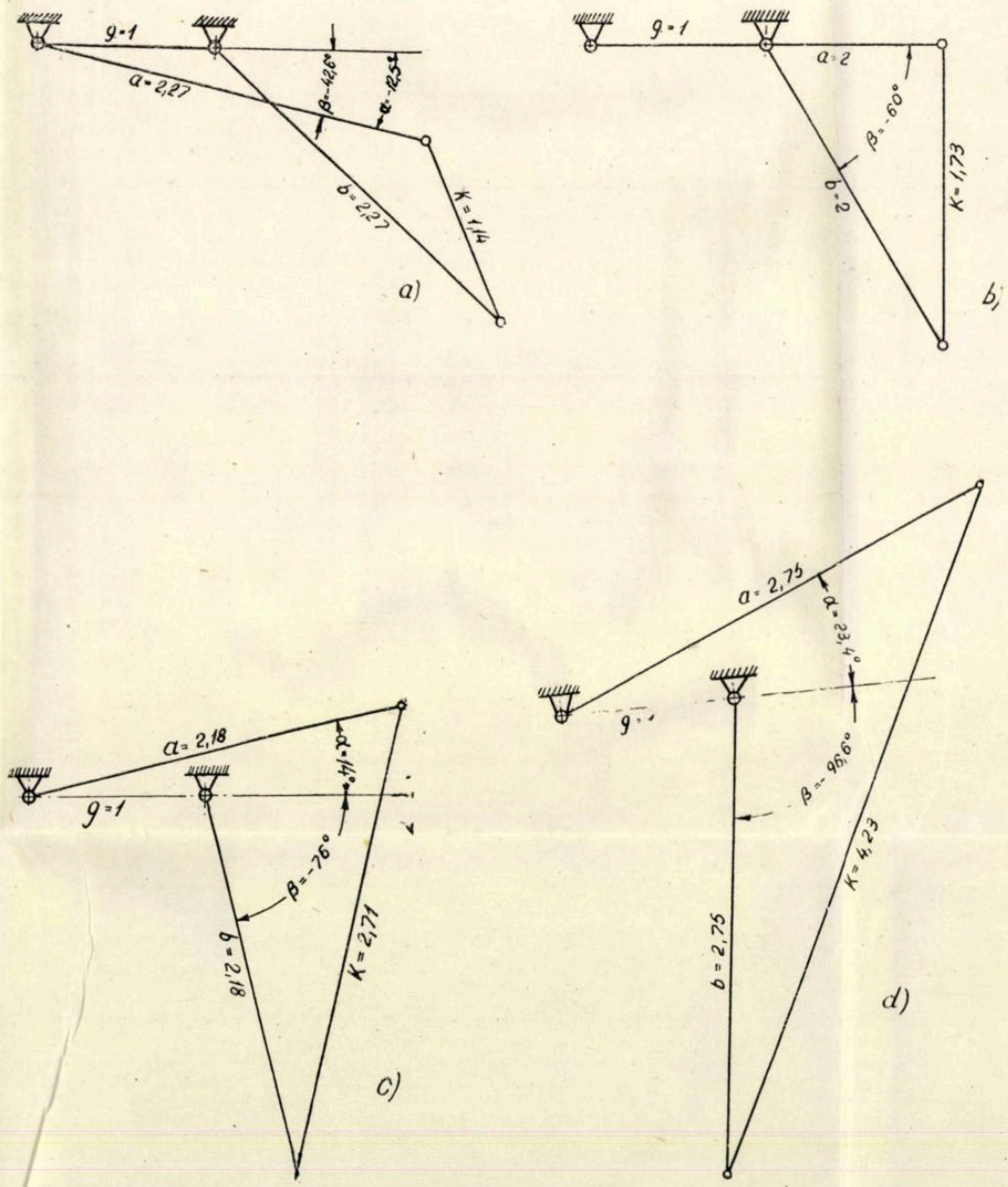


Abb. 5. Symmetrische Doppelkurbeln für $\psi'_{max} = 2$ und $\psi'_{min} = 1/2$.

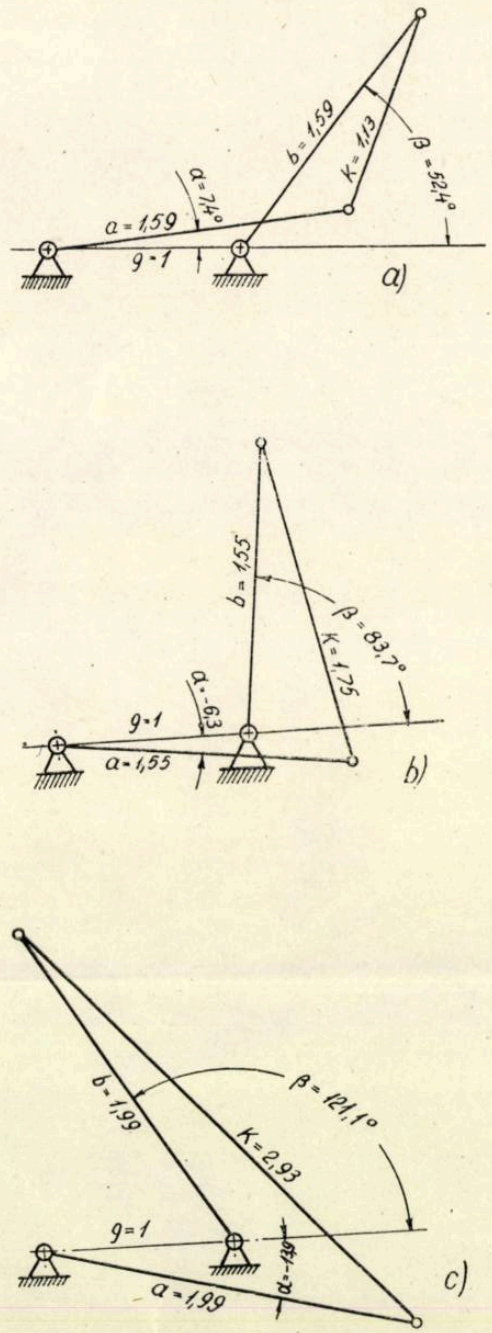
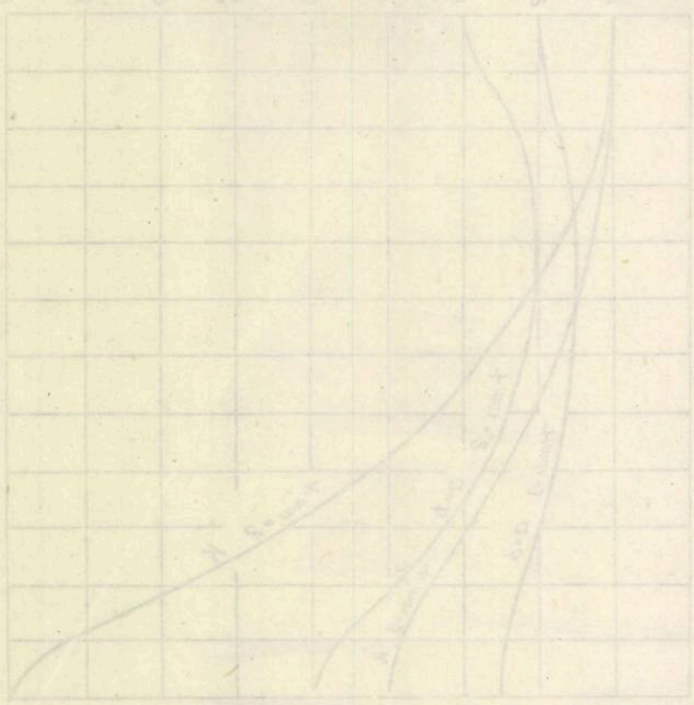
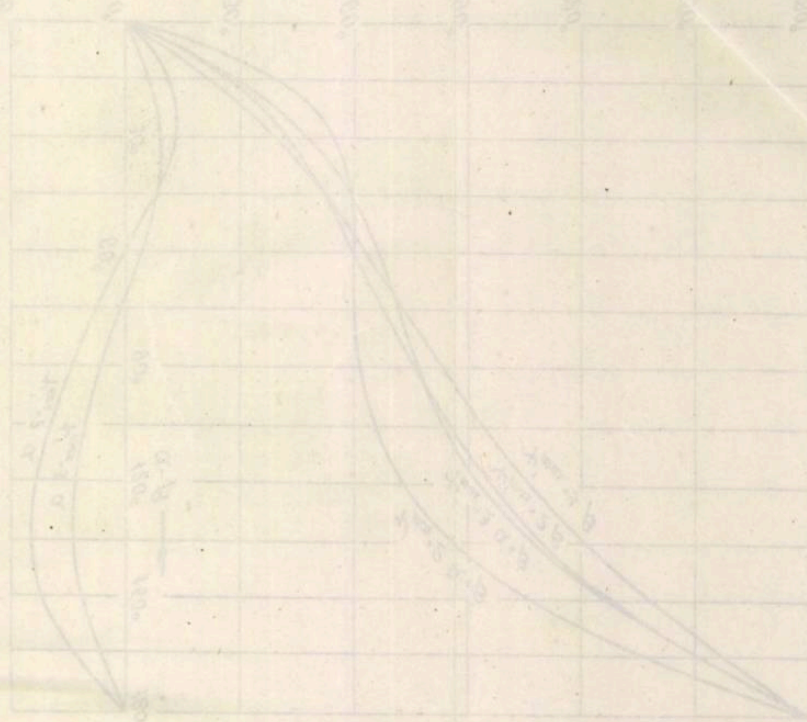
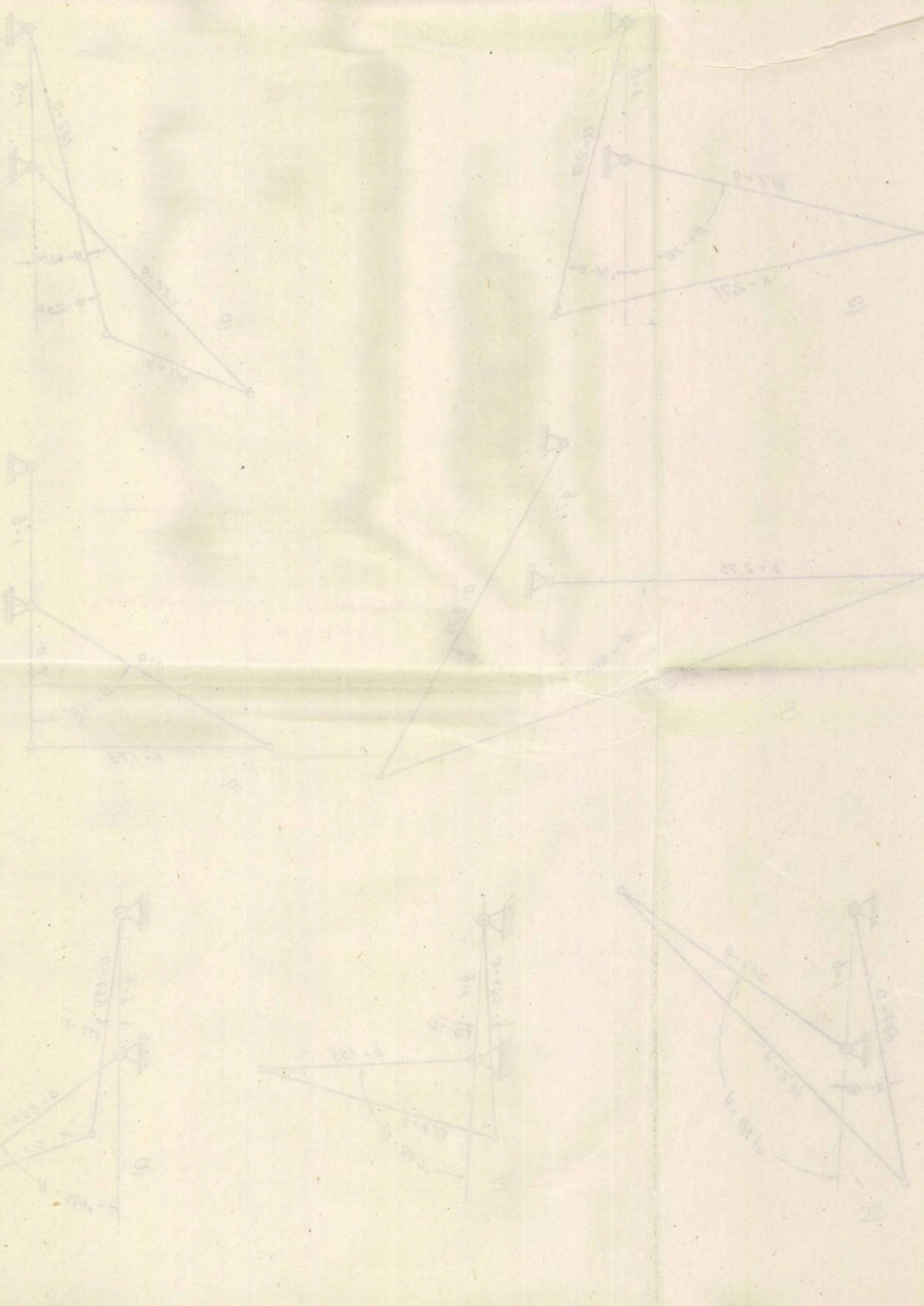


Abb. 6. — Symmetrische Doppelkurbeln für $\psi'_{max} = 3$ und $\psi'_{min} = 1/3$.







$$\tan\alpha = \frac{\sin\varphi\,(1-\psi'_{max}\cos\varphi)}{\cos\varphi\,(1-\psi'_{max}-\psi'_{max}\cos\varphi)+\psi'^{2}_{max}}. \tag{37}$$

Wird bei der Umformung α durch β ausgedrückt, so erhält man die entsprechende Gleichung:

$$\tan\beta = \frac{\psi'_{max}\sin\varphi\,(\psi'_{max}-\cos\varphi)}{\psi'_{max}\cos\varphi\,(1-\psi'_{max}+\cos\varphi)+1}. \tag{38}$$

Aus den Gleichungen (35) und (36) ergibt sich dann für a:

$$a = \frac{\psi'^{2}_{max}\cos\beta-\cos\alpha}{(1-\psi'_{max})^{2}\cos\varphi} = \frac{\psi'_{max}\sin\beta-\sin\alpha}{(1-\psi'_{max})\sin\varphi}. \tag{39}$$

Der Drehwinkel φ_m der Kurbel a zwischen den beiden Extremwerten der Winkelgeschwindigkeit ω_b ergibt sich nach einer einfachen Überlegung zu:

$$\varphi_m = 180^\circ - (\alpha+\beta). \tag{40}$$

Aus Gleichung (13) erhält man zur Bestimmung der Koppellänge k die Gleichung

$$k^2 = 2a^2 + 1 - 2a\,(\cos\alpha - \cos\beta + a\cos\varphi). \tag{41}$$

In den Tafeln 1 und 2 sind Getriebeabmessungen für die Extremwerte $\psi'_{max} = 2$, $\psi'_{min} = 1/2$ und $\psi'_{max} = 3$, $\psi'_{min} = 1/3$ zusammengestellt. Die Kurvendarstellungen in den Abb. 3 und 4 zeigen die Änderung der Abmessungen bei Änderung der Parametergrösse $\varphi = \alpha - \beta$. Die Abb. 5 und 6 zeigen einige Doppelkurbeln mit Abmessungen, die in den Tafeln 1 und 2 enthalten sind. Die Doppelkurbel in Abb. 1 hat die Extremwerte $\psi'_{max} = 3$ und $\psi'_{min} = 1/3$ und einen Kurbeldrehwinkel zwischen den Extremwerten von $\varphi_m = 90^\circ$. In den Tafeln 1 und 2 sind ausserdem die Getriebe abmessungen für $\alpha = 0^\circ$ und $\beta = \pm 90^\circ$ aufgeführt, die sich ergeben, wenn man in Gleichung (37) den Zähler bezw. in Gleichung (38) den Nenner gleich Null setzt.

Eingegangen am 1 X 1959 *VDI, Berlin*

LITERATURVERZEICHNIS

1. Beyer R., Betrieb, 1943, **37**, S. 293—295.
2. Rosenauer N., Ibid., 1944, **38**, S. 25—27.
3. Sieker K. H., Ing.-Archiv, 1956, **24** S. 188—215 und 233—257.
4. Freudenstein F., Trans. Amer. Soc. mech. Engrs., 1956, **78**, pp. 779—787.
5. * * * *Erzeugung ungleichförmiger Umlaufbewegungen,* VDI-Forschungsheft *461*, Düsseldorf, 1957.

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ В СИММЕТРИЧЕСКИХ ДВУХКРИВОШИПНЫХ МЕХАНИЗМАХ

(Резюме)

Двухкривошипные механизмы могут служить для превращения равномерного вращательного движения в неравномерное. В случае когда оба кривошипа равны между собой, экстремальные значения угловой скорости ведомого кривошипа имеют обратные значения. Выводятся, в этом случае, рассматривая звенья механизма как вектора Гауссовой плоскости, некоторые формулы применимые в задачах метрического синтеза. Приводятся несколько показательных примеров.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Передача движения в механизмах с двумя кривошипами ($a = b = 1{,}732$; $\alpha = -12{,}4$; $\beta = +102{,}4$).

Рис. 2. — Представление звеньем механизма с двумя кривошипами при помощи векторов в комплексной плоскости Гаусса. Длина ставки g выбрана как единица длины ($g = 1$).

Рис. 3. — Длины кривошипов $a = b$ и длина шатуна k как функции $\varphi = \alpha - \beta$ в случае механизмов с двумя кривошипами, для $\psi'_{max} = 2$ и $\psi'_{max} = 3$.

Рис. 4. — Углы α, β и $\alpha + \beta$ в зависимости от $\varphi = \alpha - \beta$ в механизмах с двумя кривошипами, для $\psi'_{max} = 2$ и $\psi'_{max} = 3$.

Рис. 5. — Механизмы с двумя кривошипами для $\psi'_{max} = 2$ и $\psi'_{min} = 1/2$.

Рис. 6. — Механизмы с двумя кривошипами для $\psi'_{max} = 3$ и $\psi'_{min} = 1/3$.

PROBLEMA VALORILOR EXTREME ALE VITEZELOR UNGHIULARE ÎN MECANISME SIMETRICE CU DOUĂ MANIVELE

(Rezumat)

Mecanismele cu două manivele pot servi la transformarea unei mişcări de rotaţie de regim permanent într-o mişcare de rotaţie de regim nepermanent. Valorile extreme ale vitezelor unghiulare ale manivelei conduse rezultă a fi reciproce în cazul c'nd cele două manivele au lungimi egale. Se deduc, în acest caz, cu ajutorul reprezentării organelor mecanismului ca vectori într-un plan al lui Gauss, formule ce pot fi aplicate la rezolvarea diferitelor probleme de sinteză metrică. Unele exemple expuse în lucrare ilustrează acest aspect.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Transmiterea mişcării la mecanisme cu două manivele ($a = b = 1{,}732$; $\alpha = -12{,}4$; $\beta = +102{,}4$).

Fig. 2. — Reprezentarea organelor mecanismului cu două manivele prin vectori în planul complex al lui Gauss. Lungimea batiului g este aleasă ca unitate de lungime ($g = 1$).

Fig. 3. — Lungimile manivelelor $a = b$ şi lungimea bielei k funcţie de $\varphi = \alpha - \beta$ în cazul mecanismelor cu două manivele, pentru $\psi'_{max} = 2$ şi $\psi'_{max} = 3$.

Fig. 4. — Unghiurile α, β şi $\alpha + \beta$ în funcţie de $\varphi = \alpha - \beta$ la mecanisme cu două manivele, pentru $\psi'_{max} = 2$ şi $\psi'_{max} = 3$.

Fig. 5. — Mecanism cu două manivele pentru $\psi'_{max} = 2$ şi $\psi'_{min} = 1/2$.

Fig. 6. — Mecanism cu două manivele pentru $\psi'_{max} = 3$ şi $\psi'_{min} = 1/3$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C.Z. 621—231

THE SCREW MATRIX

BY
JOSEPH STILES BEGGS

1. Introduction

Any general displacement of a body relative to the coordinate system *XYZ* can be obtained by attaching the body (Fig. 1) to a screw which turns in a nut fixed in *XYZ* (Chasles theorem, 1830). By a displacement we mean a difference in position and

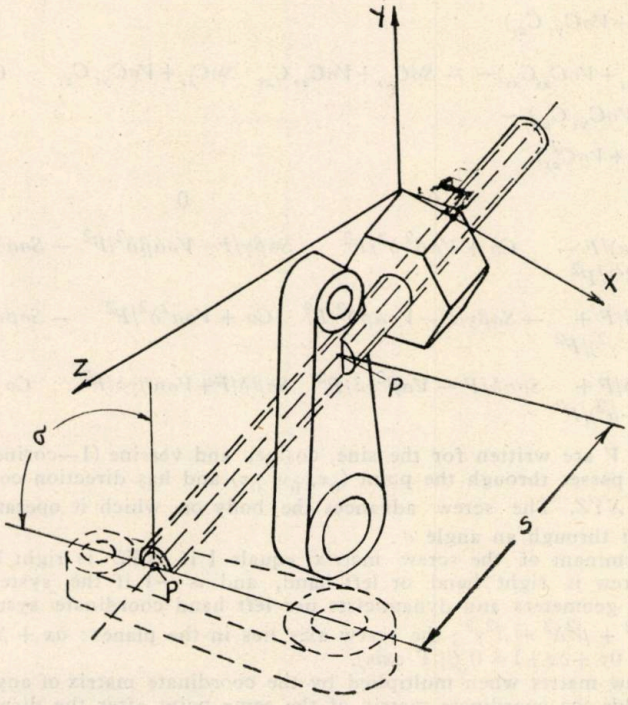


Fig. 1

not the motion (path, velocity, etc.) by which it was achieved. If the displacement is one of rotation only, the pitch of the screw is zero, and the screw becomes a revolute and if the displacement is one of translation only, the pitch is infinite, and the screw

becomes a prism. The direction of the axis of the screw is unique, and the position of the axis is unique unless the screw has become a prism. The screw may be either right hand or left hand, the right hand being taken as positive rotation. The sum of the minimum right hand and minimum left hand rotation is 2π radians. Obviously any multiple of $\pm 2\pi$ may be added to either of these rotations. The advance of the screw (s) in the nut is unique, but the pitch is not, since the pitch equals $2\pi s/\sigma$, where σ is the total rotation of the screw in the nut.

2. The screw matrix

The mathematical analog of the of screw is the screw matrix

(A)
$$\| S \| =$$

$$= \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ sC_{xs} - {}_0x(-V\sigma + V\sigma C_{xs}^2) - & C\sigma + V\sigma C_{xs}^2 & -S\sigma C_{zs} + V\sigma C_{xs} C_{ys} & S\sigma C_{ys} + V\sigma C_{zs} C_{xs} \\ - {}_0y(-S\sigma C_{zs} + V\sigma C_{xs} C_{ys}) - & & & \\ - {}_0z(S\sigma C_{ys} + V\sigma C_{zs} C_{xs}) & & & \\ sC_{ys} - {}_0x(S\sigma C_{zs} + V\sigma C_{xs} C_{ys}) - & S\sigma C_{zs} + V\sigma C_{xs} C_{ys} & C\sigma + V\sigma C_{ys}^2 & -S\sigma C_{xs} + V\sigma C_{ys} C_{zs} \\ - {}_0y(-V\sigma + V\sigma C_{ys}^2) - & & & \\ - {}_0z(-S\sigma C_{xs} + V\sigma C_{ys} C_{zs}) & & & \\ sC_{zs} - {}_0x(-S\sigma C_{ys} + V\sigma C_{zs} C_{xs}) - & -S\sigma C_{ys} + V\sigma C_{zs} C_{xs} & S\sigma C_{xs} + V\sigma C_{ys} C_{zs} & C\sigma + V\sigma C_{zs}^2 \\ - {}_0y(S\sigma C_{xs} + V\sigma C_{ys} C_{zs}) - & & & \\ - {}_0z(-V\sigma + V\sigma C_{zs}^2) & & & \end{Vmatrix} =$$

$$= \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ s\beta\delta/F + S\sigma(\gamma - \alpha)/F - & C\sigma + V\sigma\beta^2\delta^2/F^2 & S\sigma\beta\gamma/F - V\sigma\alpha\beta\delta^2/F^2 & -S\sigma\alpha\delta/F - V\sigma\beta^2\gamma\delta/F^2 \\ - V\sigma(\alpha\delta^2 + \gamma\beta^2)/F^2 & & & \\ - s\alpha\delta/F - S\sigma\beta/F + & -S\sigma\beta\gamma/F - V\sigma\alpha\beta\delta^2/F^2 & C\sigma + V\sigma\alpha^2\delta^2/F^2 & -S\sigma\beta\delta/F + V\sigma\alpha\beta\gamma\delta/F^2 \\ + V\sigma\beta(\alpha\gamma - \delta^2 - \gamma^2)/F^2 & & & \\ - s\beta\gamma/F + S\sigma\delta/F + & S\sigma\alpha\delta/F - V\sigma\beta^2\gamma\delta/F^2 & S\sigma\beta\delta/F + V\sigma\alpha\beta\gamma\delta/F^2 & C\sigma + V\sigma\beta^2\gamma^2/F^2 \\ + V\sigma\delta(\alpha\gamma - \beta^2 - \alpha^2)/F^2 & & & \end{Vmatrix}.$$

S, C, and V are written for the sine, cosine, and versine (1—cosine), respectively. The screw axis passes through the point $({}_0x, {}_0y, {}_0z)$ and has direction cosines (C_{xs}, C_{ys}, C_{zs}) relative to XYZ. The screw advances the body on which it operates a distance s while rotating it through an angle σ.

The determinant of the screw matrix equals 1 if XYZ is right hand no matter whether the screw is right hand or left hand, and is —1 if the system is left hand. Note that many geometers and dynamicists use left hand coordinate systems.

$F^2 \equiv \alpha^2\delta^2 + \beta^2\delta^2 + \beta^2\gamma^2$; the screw axis lies in the planes: $\alpha x + \beta y + 0z + 1 = 0$ ($\|$ Z axis), $\gamma x + 0y + \delta z + 1 = 0$ ($\|$ Y axis).

Thes screw matrix when multiplied by the coordinate matrix of any point P, fixed in the body yields the coordinate matrix of the same point after the displacement,

(1)
$$\begin{Vmatrix} 1 \\ x' \\ y' \\ z' \end{Vmatrix} = \|S\| \begin{Vmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{Vmatrix},$$

(x, y, z) are the coordinates of P in XYZ before the displacement and (x', y', z') are the coordinates of P after the displacement. We notice in (A) that the screw matrix is greatly simplified if the origin of XYZ is chosen on the screw axis, and further simplified if one of the coordinate axes lies along the axis of the screw.

If we replace s by $-s$ and σ by $-\sigma$ in $\|S\|$ and then operate on x', y', z', we would expect to displace the body back to its original position. It turns out that this new matrix is the inverse of $\|S\|$, $\|S\|^{-1}$.

The derivation of the screw matrix may be found in [1].

The direction cosines of a line L fixed in the body are given after the displacement by

$$\left\| \begin{matrix} 0 \\ C'_{x1} \\ C'_{y1} \\ C'_{z1} \end{matrix} \right\| = \|S\| \left\| \begin{matrix} 0 \\ C_{x1} \\ C_{y1} \\ C_{z1} \end{matrix} \right\| . \tag{2}$$

3. Successive displacements relative to the same body

Successive displacements of one body relative to another, in which XYZ is fixed, can be represented by successive matrix multiplications. If the first displacement is represented by the screw matrix $\|S_1\|$ and the second by $\|S_2\|$, then the final coordinates of P are given by,

$$\left\| \begin{matrix} 1 \\ x'' \\ y'' \\ z'' \end{matrix} \right\| = \|S_2\| \, \|S_1\| \left\| \begin{matrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{matrix} \right\| . \tag{3}$$

Note the order of the matrices in the product, since in general matrix multiplication is noncommutative. This agrees with the fact that in general the result of finite rotational displacements depend on the order in which they were made. (The author was once unfortunate enough to choose rotations of π when demonstrating this to a class).

Since matrix multiplication is associative equation (3) suggests that there exists one physical screw represented by the screw matrix,

$$\|S\| = \{\|S_2\| \, \|S_1\|\} \tag{4}$$

which is equivalent to the successive applications of first $\|S_1\|$ and second $\|S_2\|$. (This is not to be confused with the situation in which a body is attached to XYZ by a chain of screws (see below)). When the indicated matrix multiplication is carried out in a numerical problem, $\|S\|$ is obtained as a matrix of 16 numbers. The problem then is to identify the physical screw from this matrix. Writing the matrix element in the ith row and jth column as ${}_{ij}S$ we can use (A) to identify the physical properties of the screw,

$$C\sigma = ({}_{22}S + {}_{33}S + {}_{44}S - 1)/2, \tag{5}$$

$$C_{xs} = ({}_{43}S - {}_{34}S)/(2S\sigma), \quad C_{ys} = ({}_{24}S - {}_{42}S)/(2S\sigma), \quad C_{zs} = ({}_{32}S - {}_{23}S)/(2S\sigma), \tag{6}$$

$$s = {}_{21}S\,C_{xs} + {}_{31}S\,C_{ys} + {}_{41}S\,C_{xs}. \tag{7}$$

Of the two positive values of σ less than 2π given by equation (5), the one which makes s positive is chosen if a right hand screw is desired. (A positive σ together with a positive s corresponds to a right hand screw). Because of the redundancy in the specification of the screw axis (two planes each through a different coordinate axis are sufficient to specify a line in space) one of ${}_0x$, ${}_0y$, or ${}_0z$ must be assigned a value.

Let

(8) $$ {}_0x = 0 , $$

(9) $$ {}_0y = [{}_{21}S(-V\sigma + V\sigma C_{zs}^2) - {}_{41}S(S\sigma C_{ys} + V\sigma C_{xs}C_{zs}) + s(V\sigma C_{xs} + S\sigma C_{ys}C_{zs})]/(2V\sigma C_{xs}C_{ys}) , $$

(10) $$ {}_0z = [{}_{21}S(-V\sigma + V\sigma C_{ys}^2) - {}_{31}S(-S\sigma C_{zs} + V\sigma C_{xs}C_{ys}) + s(V\sigma C_{xs} - S\sigma C_{xs}C_{zs})/](2V\sigma C_{xs}C_{ys}) . $$

The physical properties of the screw S in terms of the physical properties of the screws S_1 and S_2 are given in [1].

4. Transformation of coordinates

The relationship among the coordinates of a single point P in two coordinate systems $X_1Y_1Z_1$ and $X_2Y_2Z_2$ is given by

(11) $$ \begin{Vmatrix} 1 \\ x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ {}_{0_1}x_2 & C_{x_2x_1} & C_{x_2y_1} & C_{x_2z_1} \\ {}_{0_1}y_2 & C_{y_2x_1} & C_{y_2y_1} & C_{y_2z_1} \\ {}_{0_1}z_2 & C_{z_2x_1} & C_{z_2y_1} & C_{z_2z_1} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} 1 \\ x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{Vmatrix} , $$

where ${}_{0_1}x_2$ is the x_2 coordinate of the origin 0_1 of the $X_1Y_1Z_1$ system, etc This matrix is written as $\| T_{12} \|$. The reverse transformation from $X_2Y_2Z_2$ to $X_1Y_1Z_1$ is written $\| T_{21} \|$,

(12) $$ \| T_{21} \| = \| T_{12} \|^{-1} . $$

The relationship among the coordinates of the two origins in each other's systems is given by

(13) $$ \begin{Vmatrix} 0 \\ {}_{0_1}x_2 \\ {}_{0_1}y_2 \\ {}_{0_1}z_2 \end{Vmatrix} = -\| T_{12} \| \begin{Vmatrix} 0 \\ {}_{0_2}x_1 \\ {}_{0_2}y_1 \\ {}_{0_2}z_1 \end{Vmatrix} . $$

5. Transformation of the screw matrix from one coordinate system to another

If a certain physical screw is represented by the screw matrix $\| S \|_1$ in the $X_1Y_1Z_1$ system, the value of $\| S \|_2$, the matrix which represents the same screw displacement in $X_2Y_2Z_2$, is

(14) $$ \| S \|_2 = \| T_{12} \| \, \| S \|_1 \, \| T_{12} \|^{-1} . $$

If the initial relative position of the sub *1* and sub *2* systems are given by $\| T_{12} \|$ and then the sub *2* system is further displaced relative to the sub *1* system by the screw $\| S_{12} \|_1$, then the new coordinate transformation is given by

(15) $$ \| T'_{12} \| = \| T_{12} \| \, \| S_{12} \|_1^{-1} . $$

Now if $\| S_{12} \|$ is replaced by $\| T_{12} \|$, $\| T'_{12} \|$ becomes the unit matrix $\| 1 \|$, and $X_1 Y_1 Z_1$ and $X_2 Y_2 Z_2$ would be coincident. Therefore if the relative positions of bodies *1* and *2* is given by $\| T_{12} \|$, then $\| T_{12} \|$ is the screw matrix which would bring them back into coincidence and $\| T_{12} \|^{-1}$ is the screw which originally displaced them.

Therefore we see from equation (11) that $||\,|\bar{S}\,||$, the matrix obtained by striking out the first row and column of $||S||$ is the direction cosine matrix between two orthogonal coordinate systems of the same hand and has all the properties of this matrix (see equations (30) and (31)).

6. Chain of screws

Consider three bodies, *1*, *2*, and *3*, with $X_1Y_1Z_1$ fixed in body *1*, etc. Let the initial relative positions be specified by the transformations $||T_{12}||$ and $||T_{23}||$. Suppose body *2* is given an additional displacement of $||S_{12}||_1$ relative to *1*, taking body *3* with it, so that $||T_{23}||$ still holds, and then body *3* is given an additional displacement of $||S_{23}||_2$ relative to body *2*. This situation represents a *chain of screws* attaching body *3* to body *1*. In this case the order in which the screws turn is immaterial, the final position of body *3* relative to body *1* is the same.

The displacement of body *3* relative to body *1* is given by

$$||S_{13}||_1 = ||S_{12}||_1 \{\, ||T_{12}||^{-1} ||S_{23}||_2 ||T_{12}|| \,\}. \tag{16}$$

The initial position of body *3* relative to body *1* is given by

$$||T_{13}|| = ||T_{23}||\,||T_{12}|| \tag{17}$$

and after the two screw displacements by

$$||T'_{13}|| = ||T_{23}||\,||S_{23}||_2^{-1}||T_{12}||\,||S_{12}||_1^{-1}. \tag{18}$$

The expression in curly brackets is recognized as $||S_{23}||_1$ *before* screw $||S_{12}||$ acted (see equation (14)).

On the other hand the displacements $||S_{12}||_1$ and $||S_{13}||_1$ may be known and we wish to find the displacement of body *3* relative to body *2*

$$||S_{23}||_2 = ||T_{12}||\,||S_{12}||_1^{-1}||S_{13}||_1||T_{12}||^{-1}. \tag{19}$$

Before the displacement

$$||T_{23}|| = ||T_{13}||\,||T_{12}||^{-1} \tag{20}$$

and after the displacement

$$||T'_{23}|| = ||T_{13}||\,||S_{13}||_1^{-1}\{||T_{12}||\,||S_{12}||_1^{-1}\}^{-1} = ||T_{13}||\,||S_{13}||_1^{-1}||S_{12}||_1\,||T_{12}||^{-1}. \tag{21}$$

7. The determination of the screw matrix from the initial and final positions of the body

It is assumed that the coordinates of three noncolinear points fixed in the body are known before and after this displacement. This information is redundant but can be obtained from the information necessary to specify the two positions. ${}_1P$, ${}_2P$, and ${}_3P$, (Fig. 2) are the positions of these points before the displacement, and ${}_1P'$, ${}_2P'$, and ${}_3P'$ are the positions of these points after the displacement. The corresponding coordinates of these points are ${}_1x$, ${}_1x'$, etc.

To better visualize this problem the graphical solution will be discussed first. Anticipating the results, the axis of the screw which would produce the displacement is shown together with the concentric cylinders, each of length s, on which the helical paths of the points lie (Fig. 2). The ends of these cylinders are not coplanar, but if we translated the cords ${}_2P\,{}_2P'$ and ${}_3P\,{}_3P'$ so that ${}_2P$ and ${}_3P$ coincided with ${}_1P$, then ${}_1P'$, ${}_2P'$, and ${}_3P'$ would all lie on the top end of the large cylinder, and we would have determined the length of the cylinders, which is s, and the direction of the axis of the cylinders, which is the screw axis. This has been done in Fig. 3.

The next step is to locate a point on the axis of the screw and to determine σ, the angle of rotation of the screw. Fig. 4 is a view of the points normal to the screw

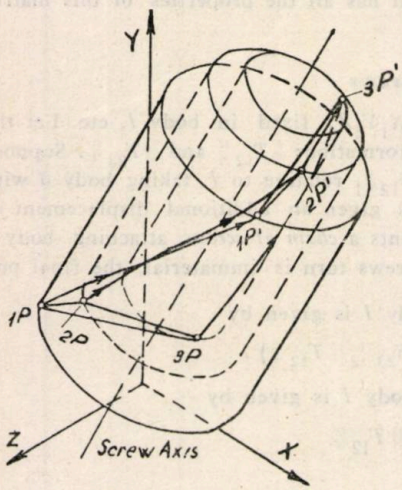


Fig. 2

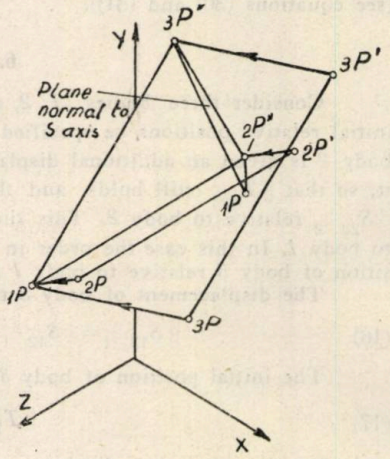


Fig. 3

axis. Because ${}_1P$ is brought to ${}_1P'$ by a rotation around this axis, the axis, seen end on as the point A, in this view, must lie on the normal bisecter of ${}_1P_1P''$. A must also lie on the normal bisecter of ${}_2P_2P''$. These two bisectors determine A. The fact that A must also lie on the normal bisecter of ${}_3P_3P'$ serves as a check on the accuracy of the drawing. The angles ${}_1PA_1P''$, ${}_2PA_2P'$, ${}_3PA_3P'$, are equal to the angle σ.

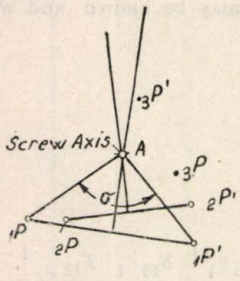


Fig. 4

The analytical method is not based on the graphical method. We note from equation (2) that the matrix which transforms the direction cosines of a line as it undergoes a displacement is formed from $\|S\|$ by deleting the first row and first column. Call this matrix $\|\overline{S}\|$. The direction cosine of the line ${}_1P_2P$ relative to the X axis is $({}_1x' - {}_2x')/({}_1P_2P)$, and the direction cosine of ${}_1P'_2P'$ relative to the X axis is $({}_1P' - {}_2P')/({}_1P'_2P')$. However the distance between the points is invariant during the displacement. Therefore from equation (2) we may write

$$(22)\qquad \begin{Vmatrix} ({}_1x' - {}_2x') & ({}_2x' - {}_3x') & ({}_3x' - {}_1x') \\ ({}_1y' - {}_2y') & ({}_2y' - {}_3y') & ({}_3y' - {}_1y') \\ ({}_1z' - {}_2z') & ({}_2z' - {}_3z') & ({}_3z' - {}_1z') \end{Vmatrix} = \|\overline{S}\| \begin{Vmatrix} ({}_1x - {}_2x) & ({}_2x - {}_3x) & ({}_3x - {}_1x) \\ ({}_1y - {}_2y) & ({}_2y - {}_3y) & ({}_3y - {}_1y) \\ ({}_1z - {}_2z) & ({}_2z - {}_3z) & ({}_3z - {}_1z) \end{Vmatrix},$$

or

$$(23)\qquad \|P'\| = \|\overline{S}\| \, \|P\|,$$

where $\|\overline{S}\|$ is obtained from $\|S\|$ by deleting the first row and first column, but retaining the original row and column numbering system for use in equations (5) and (6). Unfortunately we cannot solve directly for $\|\overline{S}\|$ by multiplying both sides of equations (23) by $\|P\|^{-1}$, since $\|P\|$ is singular (i.e. its determinant is zero) and therefore its inverse does not exist. $\|P'\|$ is also singular. We must make use of the fact that $\|\overline{S}\|$ is a direction-cosine matrix. On substituting numerical values in equation (23) 9 equations are obtained, only 3 of which are independent. For example, from the first row of $\|P'\|$ we have,

$$(24)\qquad {}_{11}P\,{}_{22}S + {}_{21}P\,{}_{23}S + {}_{31}P\,{}_{24}S = {}_{11}P',$$

$$(25)\qquad {}_{12}P\,{}_{22}S + {}_{22}P\,{}_{23}S + {}_{32}P\,{}_{24}S = {}_{12}P',$$

$$(26)\qquad {}_{13}P\,{}_{22}S + {}_{23}P\,{}_{23}S + {}_{33}P\,{}_{24}S = {}_{13}P'.$$

These equations cannot be solved for S's using Cramer's rule because the determinant of their coefficients is zero. (The determinant of a transposed matrix is equal to the determinant of the matrix). The three equations are reduced to two homogeneous equations by, e.g., multiplying equation (25) by ${}_{11}P_1$ and substracting it from ${}_{12}P_1$ times equation (24), etc. The two homogeneous equations are solved for the S's by making use of the fact that the sum of their squares is unity,

$$(27)\qquad {}_{22}S = \begin{vmatrix} ({}_{12}P'\,{}_{21}P - {}_{11}P'\,{}_{22}P) & ({}_{12}P'\,{}_{31}P - {}_{11}P'\,{}_{32}P) \\ ({}_{13}P'\,{}_{21}P - {}_{11}P'\,{}_{23}P) & ({}_{13}P'\,{}_{31}P - {}_{11}P'\,{}_{33}P) \end{vmatrix} /D,$$

$$(28)\qquad {}_{23}S = -\begin{vmatrix} ({}_{12}P'\,{}_{11}P - {}_{11}P'\,{}_{12}P) & ({}_{12}P'\,{}_{31}P - {}_{11}P'\,{}_{32}P) \\ ({}_{13}P'\,{}_{11}P - {}_{11}P'\,{}_{13}P) & ({}_{13}P'\,{}_{31}P - {}_{11}P'\,{}_{33}P) \end{vmatrix} /D,$$

$$(29)\qquad {}_{24}S = \begin{vmatrix} ({}_{12}P'\,{}_{11}P - {}_{11}P'\,{}_{12}P) & ({}_{12}P'\,{}_{21}P - {}_{11}P'\,{}_{22}P) \\ ({}_{13}P'\,{}_{11}P - {}_{11}P'\,{}_{13}P) & ({}_{13}P'\,{}_{21}P - {}_{11}P'\,{}_{23}P) \end{vmatrix} /D,$$

where D^2 equals the sum of the squares of the numerators.

These equations are not valid if the numerators are zero. (The solution involved dividing by the numerators). In this case equations (24), (25), and (26) are easily soluble directly.

To complete $\|\,\bar{S}\,\|$ with a minimum of work the following properties of the direction cosine matrix are mentioned; also the sign of $(D^2)^{1/2}$ must be chosen with these in mind. The determinant of the matrix is + 1 if XYZ is right hand. Each element in the matrix is equal to its cofactor. (This is very easily applied in a 3×3 matrix).

$$(30)\qquad \sum_{i=2}^{4} {}_{ij}S\,{}_{ik}S = \delta_{jk},$$ (Kronecker's delta), ($j, k = 2, 3,$ or 4); constant over each summation,

$$(31)\qquad \sum_{i=2}^{4} {}_{ji}S\,{}_{ki}S = \delta_{jk}.$$

Six of these conditions are independent, therefore the complete matrix may be determined from any three of its elements which are not all in the same row or column.

The coordinates of *any* one of the points may be used to determine the first column of $\|\,S\,\|$. E. g. using ${}_1P$,

$$(32)\qquad \begin{Vmatrix} 1 \\ {}_1x' \\ {}_1y' \\ {}_1z' \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ {}_{21}S & & & \\ {}_{31}S & & \bar{S} & \\ {}_{41}S & & & \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} 1 \\ {}_1x \\ {}_1y \\ {}_1z \end{Vmatrix}.$$

This completes the solution of the screw matrix. It can then be used in equation (1) to find the displacement of any other point fixed in the body. The physical properties of the screw can be determined by means of equations (5) to (10).

8. Infinitesimal displacements and the instant screw

As the displacement becomes infinitesimal, $\sigma \to d\sigma$, $C\sigma$ approaches 1, $V\sigma$ approaches zero, $S\sigma$ approaches $d\sigma$, and s approaches ds.

Substituting these values in (A), we obtain an expression for $\|\,S\,\|$ to use in equation (1) to obtain the increments in the coordinates of P during the displacement

(33) $$x' = x + (zC_{ys} - yC_{zs})\,d\sigma + ds C_{xs},$$

on dividing by dt and proceeding to the limit as dt approaches zero

(34) $$V_x = dx/dt = (x' - x)/dt = (zC_{ys} - yC_{zs})\,\dot{\sigma} + \dot{s}\,C_{xs}.$$

The total velocity of P relative to XYZ is given by

(35) $$\bar{V} = \dot{\bar{s}} + \dot{\bar{\sigma}} \times \bar{r},$$

where $\bar{r}$ is the position vector of P in the XYZ system measured from any point on the axis of the screw. This brings us logically to the concept of the *instantaneous screw* (or instant screw for short). The motion of a rigid body at any instant can be represented by an instant screw. If the motion is plane, $\dot{s}$ is zero and the instant screw pierces the plane of motion in the instant center. Just as the instant center describes centrodes in the body and in XYZ, which roll on each other without slipping, the instant screw generates axodes, surfaces which roll on each other and slip in the direction of the instant screw with a velocity $\dot{s}$. There are many useful theorems concerning instant screws [6]

9. Conclusion. Matrices in Modern Engineering.

In spite of the fact that matrix methods have been used to solve engineering problems for many years [2], [3] and are continuing to find wider use [4]...[7] few undergraduate engineers study matrices. Not only are matrices an aid in analytical work, but modern computers are readily programmed to manipulate matrices. It is high time that matrix methods appeared in our undergraduate engineering curricula.

Received the 11 V 1960

University of California, Department of Engineering, Los Angeles, U.S.A.

REFERENCES

1. Beggs I. S., *Ein Beitrag zur Analyse raümlicher Mechanismen,* Diss. Technische Hochschule Hannover, 1959.
2. Pipes L. A., Electr. Eng , 1937, **56**, pp. 1177-1190.
3. Thomson W. T., Appl. Mech., 1950, **17**, pp. 337-339.
4. Denavit J. a. Hartenberg R. S., Ibid., 1955, **22**, pp. 215-221.
5. Pestel E. a. Mahrenholtz O., Ing.-Archiv, 1959, **28**, S. 255-262.
6. Mangeron D. a. Drăgan C., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1959, **V (IX)**, *3-4*, pp. 331-338.
7. Beggs I. S., J. Opt. Soc. Amer., 1960, **50**, pp. 388-393.

МАТРИЦЫ ВИНТЫ

(Резюме)

Автор излогает, на основании работ [1], [4]...[7], имея в виду приложения к теории машин и механизмов, зависимость между матрицами винтами и преобразованиями координат и определяет эти матрицы предполагая изветсными начальное и конечное положение тела.

MATRICE ŞURUB

(Rezumat)

Autorul expune, pe baza lucrărilor [1], [4]...[7], în vederea aplicaţiilor la teoria mecanismelor şi maşinilor, legătura dintre matricea şurub şi transformările de coordonate şi determină o astfel de matrice fiind date poziţia iniţială şi finală a unui corp.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C.Z. 621.86

O VARIANTĂ FUNCŢIONALĂ NOUĂ A TRANSPORTOARELOR CU ORGAN FLEXIBIL ŞI CU FUNCŢIONARE SACADAT - ALTERNANTĂ

DE

AL. ROR, CRISTIAN LINDE ŞI C. APOSTOLIDE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Generalităţi

La organizarea în flux a unor procese de producţie, distanţele necesare dintre posturile de lucru succesive ale unei linii tehnologice pot rezulta, în general, de valori diferite, această variabilitate fiind determinată fie de parametrii dimensionali ai utilajelor folosite în posturile de lucru, fie de o serie de alţi factori (existenţa unei căi de acces care traversează linia tehnologică, prezenţa în zona liniei tehnologice a unor instalaţii auxiliare sau a unor elemente ale construcţiei etc.) (fig. 1 a).

Dacă, pentru mecanizarea deplasării produselor în lungul unei linii tehnologice în flux, cu distanţe de valori diferite între posturile de lucru succesive, sînt folosite transportoare cu organ flexibil şi cu funcţionare sacadat – pulsantă sau sacadat – alternantă, atunci trebuie executate, la fiecare deplasare a produselor, o serie de manevre suplimen-

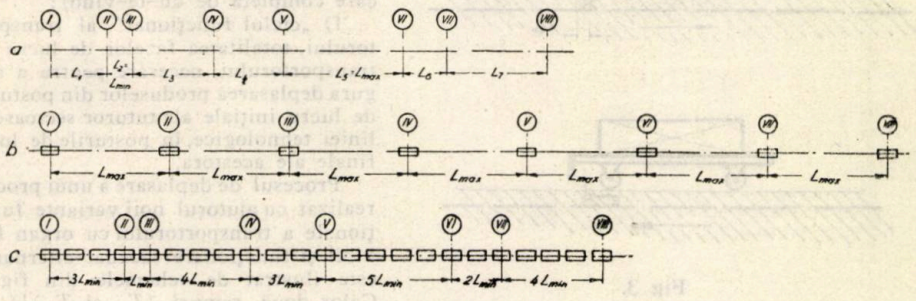


Fig. 1

tare (cuplări şi decuplări ale produselor la şi de la ramura activă a organului flexibil). Necesitatea acestor manevre suplimentare este determinată de faptul că transportoarele menţionate existente realizează, la fiecare ciclu funcţional, deplasări de valori egale ale tuturor produselor pe care le antrenează.

Pentru evitarea acestor manevre suplimentare, a căror prezenţă are efecte negative asupra exploatării liniei tehnologice, se recurge obişnuit la majorarea distanţelor necesare, dintre posturile de lucru, ceea ce conduce la una sau alta din următoarele două soluţii :

a) distanţele dintre posturile de lucru succesive au toate o aceeaşi valoare, egală cu valoarea distanţei maxime din seria distanţelor necesare (fig. 1 b) ;

b) distanţele dintre posturile de lucru succesive au valori care reprezintă multipli ai valorii distanţei minime din seria distanţelor necesare (fig. 1 c).

Ambele soluţii au dezavantajul măririi lungimii liniei tehnologice, ultima soluţie mai prezentînd şi dezavantajul majorării producţiei neterminate, datorită necesităţii de amplasare a mai multor produse pe linia tehnologică.

În cele ce urmează se prezintă principiul funcţional şi sînt stabilite relaţiile pentru calculul principalilor parametri ai unei variante funcţionale noi a transportoarelor cu organ flexibil şi funcţionare sacadat - alternantă, care permite deplasarea, fără manevre suplimentare, a produselor în lungul unei linii tehnologice în flux, indiferent de amplasamentul relativ al posturilor de lucru. Folosirea acestei variante funcţionale noi elimină, în consecinţă, necesitatea majorării distanţelor dintre posturile de lucru, evitînd apariţia dezavantajelor antrenate de această majorare.

Elaborarea acestei noi variante funcţionale a fost determinată de necesitatea soluţionării problemei deplasării mecanizate a vagoanelor în unul din atelierele pentru reparaţia materialului rulant de cale ferată din ţara noastră.

2. Definiţii. Principiul funcţional

Se defineşte :

a) „sector" al liniei tehnologice, porţiunea din linia tehnologică dintre două posturi de lucru succesive ;

b) „post de lucru iniţial" al unui sector, acel post de lucru al sectorului considerat din care trebuie deplasat produsul ;

c) „post de lucru final" al unui sector, acel post de lucru al sectorului considerat în care trebuie deplasat produsul ;

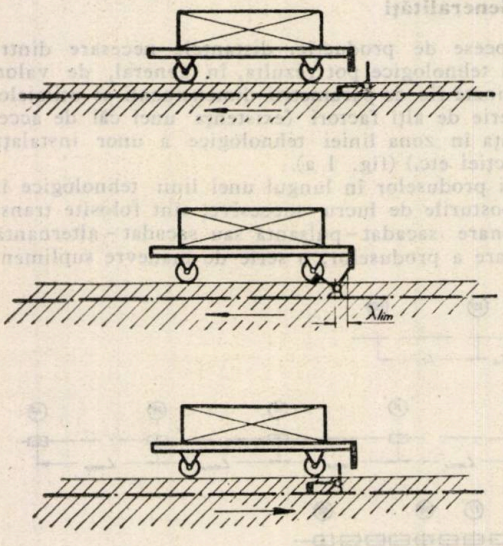


Fig 3.

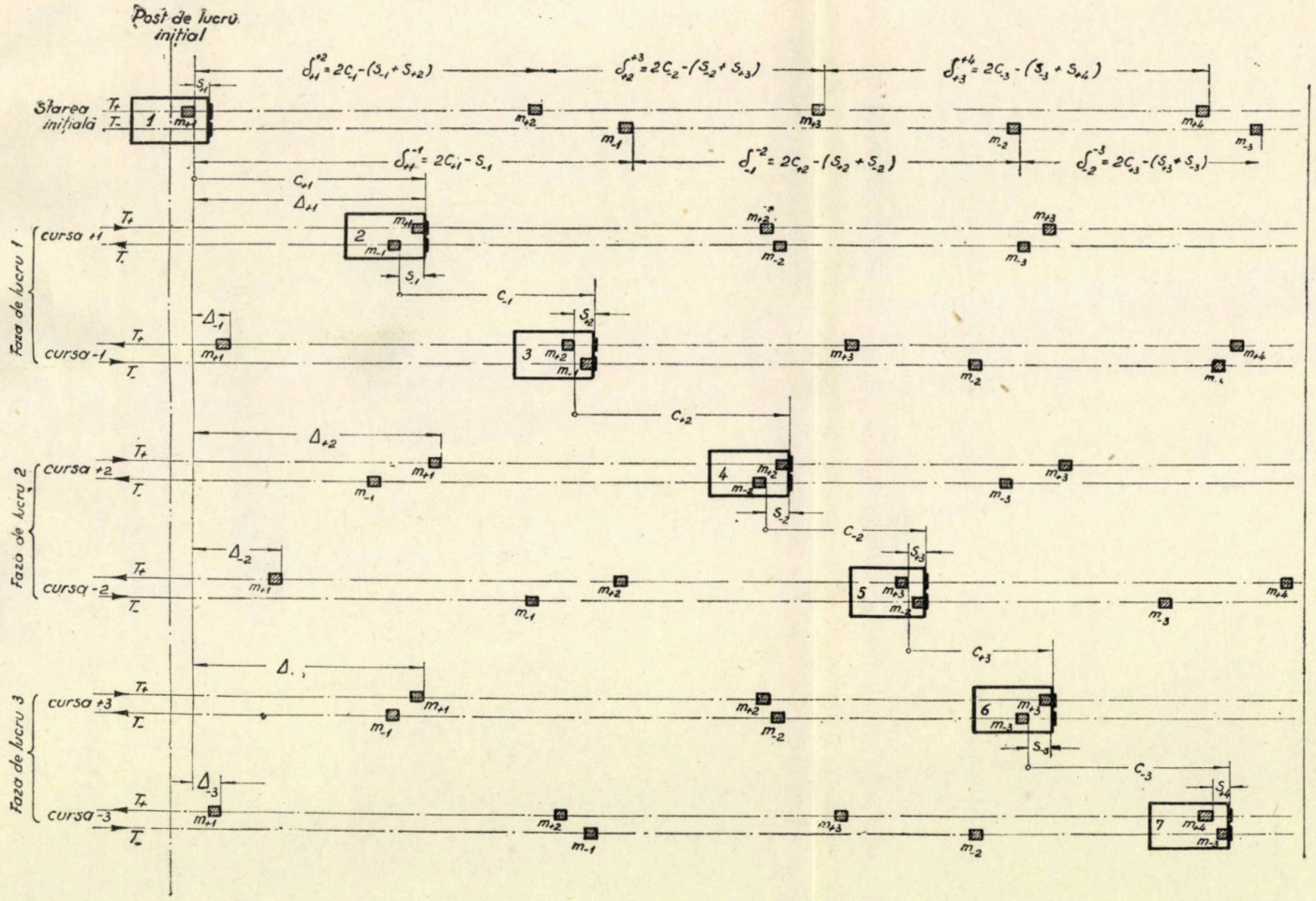
d) „cursă" a transportorului, procesul de deplasare a organului flexibil între două din stările sale de repaus consecutive (într-o cursă a transportorului cele două ramuri ale organului flexibil execută mişcări de sensuri inverse) ;

e) „fază de lucru" a transportorului, ansamblul a două curse succesive ale transportorului (într-o fază de lucru un punct de pe una sau alta din ramurile organului flexibil execută o mişcare completă de du-te-vino) ;

f) „ciclul funcţional" al transportorului, totalitatea fazelor de lucru ale transportorului, necesare pentru a asigura deplasarea produselor din posturile de lucru iniţiale ale tuturor sectoarelor liniei tehnologice, în posturile de lucru finale ale acestora.

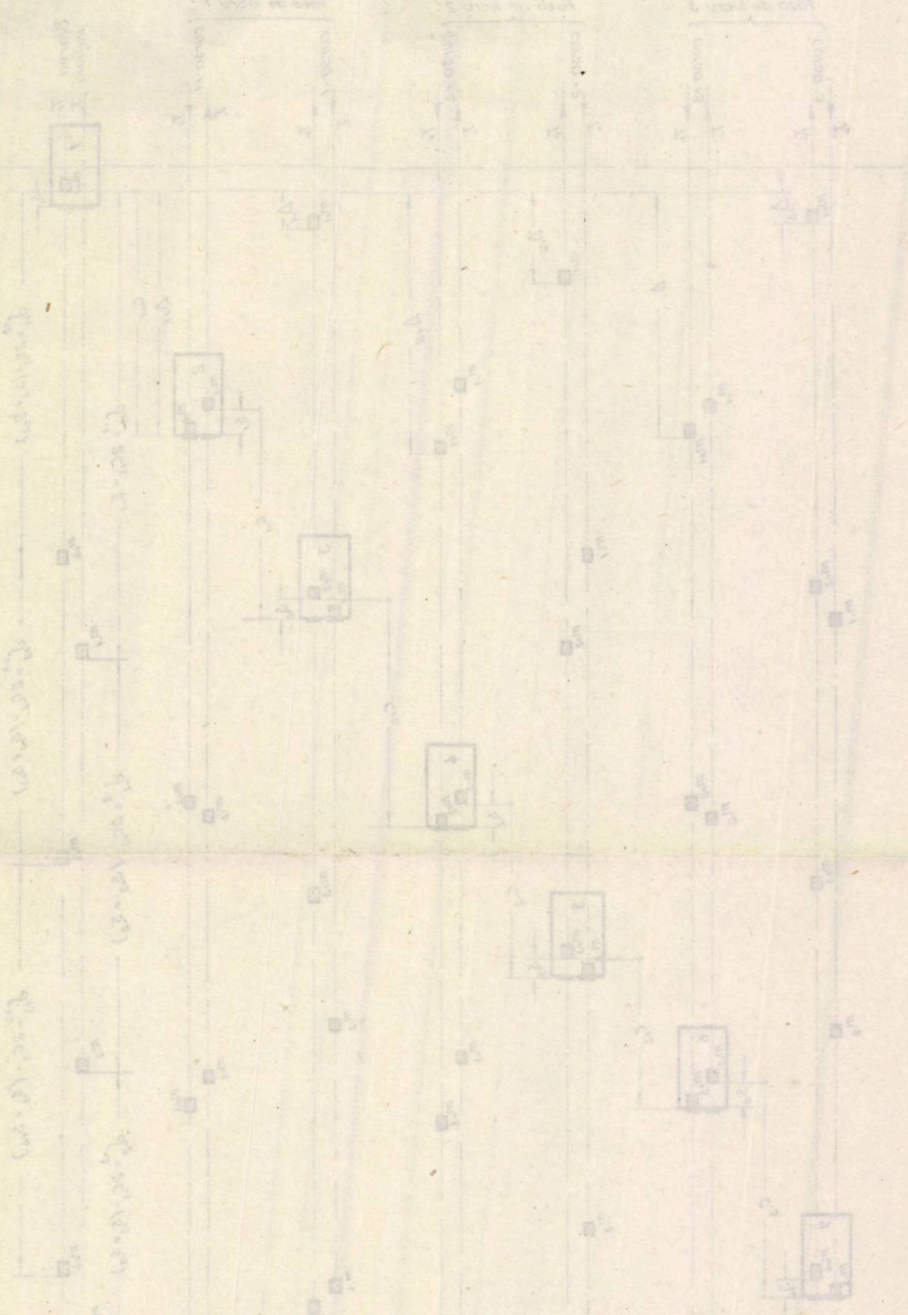
Procesul de deplasare a unui produs, realizat cu ajutorul noii variante funcţionale a transportorului cu organ flexibil şi funcţionare sacadat-alternantă, este ilustrat de schemele din fig. 2. Celor două ramuri (T_+ şi T_-)[1]) ale organului flexibil, pe care sînt montate dispozitivele pentru antrenare m_{+1}, m_{+2}, m_{+3} etc. (pe ramura T_+) şi respectiv m_{-1}, m_{-2}, m_{-3} etc. (pe ramura T_-), li se imprimă, de către un mecanism de acţionare, mişcări de du-te-vino. Datorită unei amplasări convenabile a celor două ramuri ale organului flexibil şi unei construcţii corespunzătoare a dispozitivelor pentru antrenare (fig. 3), acestea din urmă produc deplasarea unui produs atunci cînd iau contact cu nişte

[1]) Este notată cu T_+ acea ramură a organului flexibil care, în prima cursă a primei faze de lucru, se mişcă în sensul în care trebuie realizată deplasarea produselor pe linia tehnologică.



Valoarea deplasării produsului realizată numai într-o cursă a transportorului	Valoarea deplasării totale a produsului la sfîrșitul unei curse a transportorului	Valoarea distanței dintre poziția dispozitivului m_{+1} și poziția sa inițială
$a_{+1} = C_{+1} - S_{+1}$	$d_{+1} = a_{+1} = C_{+1} - S_{+1}$	$\Delta_{+1} = C_{+1}$
$a_{-1} = C_{-1} - S_{-1}$	$d_{-1} = d_{+1} + a_{-1} = C_{+1} + C_{-1} - (S_{+1} + S_{-1})$	$\Delta_{-1} = \Delta_{+1} - C_{+1} + C_{+1} - C_{-1}$
$a_{+2} = C_{+2} - S_{+2}$	$d_{+2} = d_{-1} + a_{+2} = C_{+1} + C_{-1} + C_{+2} - (S_{+1} + S_{-1} + S_{+2})$	$\Delta_{+2} = \Delta_{-1} + C_{+2} = C_{+1} + C_{+2} - C_{-1}$
$a_{-2} = C_{-2} - S_{-2}$	$d_{-2} = d_{+2} + a_{-2} = C_{+1} + C_{-1} + C_{+2} + C_{-2} - (S_{+1} + S_{-1} + S_{+2} + S_{-2})$	$\Delta_{-2} = \Delta_{+2} - C_{-2} = C_{+1} + C_{+2} - C_{-1} - C_{-2}$
$a_{+3} = C_{+3} - S_{+3}$	$d_{+3} = d_{-2} + a = C_{+1} + C_{-1} + C_{+2} + C_{-2} + C_{+3} - (S_{+1} + S_{-1} + S_{+2} + S_{-2} + S_{+3})$	$\Delta_{+3} = \Delta_{-2} + C_{+3} = C_{+1} + C_{+2} + C_{+3} - C_{-1} - C_{-2}$
$a_{-3} = C_{-3} - S_{-3}$	$d_{-3} = d_{+3} + a_{-3} = C_{+1} + C_{-1} + C_{+2} + C_{-2} + C_{+3} + C_{-3} - (S_{+1} + S_{-1} + S_{+2} + S_{-2} + S_{+3} + S_{-3})$	$\Delta_{-3} = \Delta_{+3} - C_{-3} = C_{+1} + C_{+2} + C_{+3} - C_{-1} - C_{-2} - C_{-3}$

Fig. 2



opritori solidarizați cu produsul respectiv (în fig. 2 acești opritori sînt figurați prin liniile îngroșate de la partea anterioară a produsului), dar numai în cazul cînd sensul mișcării dispozitivelor pentru antrenare coincide cu sensul în care trebuie deplasat produsul pe linia tehnologică.

În starea inițială, în dreptul produsului de deplasat aflat în poziția *1*, se găsește dispozitivul pentru antrenare m_{+1}. La efectuarea primei curse din prima fază de lucru (cursa $+1$), dispozitivul pentru antrenare m_{+1}, după ce ia contact cu opritorul respectiv, produce deplasarea produsului pînă în poziția *2*. Cînd produsul ocupă această poziție, în dreptul său ajunge dispozitivul pentru antrenare m_{-1}. La efectuarea cursei a doua din prima fază de lucru (cursa -1), dispozitivul pentru antrenare m_{-1}, după ce ia contact cu opritorul respectiv, produce deplasarea produsului pînă în poziția *3*. Cînd produsul ocupă această poziție, în dreptul său ajunge dispozitivul pentru antrenare m_{+2}. La funcționarea în continuare a transportorului, produsul este deplasat, succesiv, de către dispozitivele pentru antrenare: m_{+2}, la cursa $+2$, pînă în poziția *4*; m_{-2}, la cursa -2, pînă în poziția *5*; m_{+3}, la cursa $+3$, pînă în poziția *6*; m_{-3}, la cursa -3, pînă în poziția *7*; etc.

Pentru o linie tehnologică dată și pentru o anumită construcție a dispozitivelor pentru antrenare, numărul fazelor de lucru din ciclul funcțional al transportorului precum și valoarea curselor sale sînt precis determinate (v. § 3, B și C). Cu toate acestea, într-un ciclu funcțional al transportorului, produsele de pe linia tehnologică pot fi deplasate pe distanțe de valori diferite (egale cu lungimea sectoarelor pe care produsele trebuie să le străbată), fără manevre suplimentare, prin simpla amplasare corespunzătoare pe ramurile organului flexibil a ultimelor dispozitive pentru antrenare din diferitele sectoare ale liniei tehnologice. În adevăr, ultimul dispozitiv pentru antrenare dintr-un sector al liniei tehnologice poate fi astfel amplasat încît, în cursa sa de lucru, să parcurgă o distanță de o anumită valoare pînă în momentul contactului cu opritorul respectiv de pe produs și deci să realizeze și o deplasare de o anumită valoare a produsului.

3. Relațiile pentru calculul parametrilor transportorului

A. *Relații generale.* Notînd în general cu c_{+j} și c_{-j} valoarea primei, respectiv celei de a doua curse a transportorului dintr-o fază de lucru oarecare j (cursa $+j$ respectiv $-j$) și cu s_{+j} și s_{-j} valoarea distanței dintre opritorul corespunzător de pe produs și poziția ocupată de dispozitivul pentru antrenare m_{+j}, respectiv m_{-j}, la începutul cursei sale de lucru (cursa $+j$ pentru dispozitivul m_{+j} și cursa $-j$ pentru dispozitivul m_{-j}) și pe baza relațiilor indicate în fig. 2, se pot stabili următoarele relații valabile pentru oricare sector și pentru o fază de lucru oarecare j:

a) valoarea deplasării produsului realizată numai în prima cursă a fazei de lucru j (de către dispozitivul pentru antrenare m_{+j}):

$$a_{+j} = c_{+j} - s_{+j}; \tag{1}$$

b) valoarea deplasării produsului realizată numai în cursa a doua a fazei de lucru j (de către dispozitivul pentru antrenare m_{-j}):

$$a_{-j} = c_{-j} - s_{-j}; \tag{2}$$

c) valoarea deplasării totale a produsului la sfîrșitul primei curse a fazei de lucru j:

$$d_{+j} = d_{-(j-1)} + a_{+j} \tag{3}$$

sau

$$d_{+j} = \sum_{1}^{j} c_{+j} + \sum_{1}^{j-1} c_{-j} - \left(\sum_{1}^{j} s_{+j} + \sum_{1}^{j-1} s_{-j} \right); \tag{3a}$$

d) valoarea deplasării totale a produsului la sfîrșitul cursei a doua a fazei de lucru j:

(4) $$d_{-j} = d_{+j} + a_{-j}$$

sau

(4 a) $$d_{-j} = \sum_{1}^{j} c_{+j} + \sum_{1}^{j} c_{-j} - \left(\sum_{1}^{j} s_{+j} + \sum_{1}^{j} s_{-j} \right);$$

e) valoarea distanţei dintre poziţiile primului dispozitiv pentru antrenare de pe ramura T_+ (dispozitivul m_{+1}) ocupate la starea iniţială a transportorului şi respectiv la sfîrşitul primei curse a fazei de lucru j:

(5) $$\Delta_{+j} = \Delta_{-(j-1)} + c_{+j}$$

sau

(5 a) $$\Delta_{+j} = \sum_{1}^{j} c_{+j} - \sum_{1}^{j-1} c_{-j};$$

f) valoarea distanţei dintre poziţiile aceluiaşi dispozitiv pentru antrenare ocupate la starea iniţială a transportorului şi respectiv la sfîrşitul cursei a doua a fazei de lucru j:

(6) $$\Delta_{-j} = \Delta_{+j} - c_{-j}$$

sau

(6 a) $$\Delta_{-j} = \sum_{1}^{j} c_{+j} - \sum_{1}^{j} c_{-j};$$

g) valoarea distanţei, pentru starea iniţială a transportorului, dintre primele dispozitive pentru antrenare de pe cele două ramuri ale organului flexibil (dispozitivele m_{+1} şi m_{-1}):

(7) $$\delta_{+1}^{-1} = 2c_{+1} - s_{-1};$$

h) valoarea distanţei dintre două dispozitive pentru antrenare succesive de pe ramura T_+ (dispozitivele $m_{+(j-1)}$ şi m_{+j}):

(8) $$\delta_{+(j-1)}^{+j} = 2c_{-(j-1)} - (s_{-(j-1)} + s_{+j});$$

i) valoarea distanţei dintre două dispozitive pentru antrenare succesive de pe ramura T_- (dispozitivele $m_{-(j-1)}$ şi m_{-j}):

(9) $$\delta_{-(j-1)}^{-j} = 2c_{+j} - (s_{+j} + s_{-j}).$$

Observaţii. 1. Analizînd schemele din fig. 3, care reprezintă cîteva poziţii ale unui dispozitiv pentru antrenare atunci cînd el trece prin dreptul opritorului de pe produs mişcîndu-se în sens invers sensului în care trebuie deplasat produsul, se remarcă existenţa unei poziţii limită (determinată de distanţa $\lambda_{\lim}$ dintre dispozitiv şi opritorul respectiv), caracterizată prin aceea că, imediat după depăşirea ei, dispozitivul pentru antrenare trece în poziţia de anclanşare. În consecinţă:

a) dacă se urmăreşte ca un dispozitiv pentru antrenare să producă deplasarea produsului în dreptul căruia se află, atunci trebuie ca dispozitivul considerat să depăşească opritorul de pe produsul respectiv, astfel ca la începutul cursei sale de lucru să se găsească la o distanţă de opritor $\lambda_a > \lambda_{\lim}$ sau

(10) $$\lambda_a = \lambda_{\lim} + \varepsilon_a,$$

unde ε_a este o distanţă suplimentară necesară pentru asigurarea trecerii dispozitivului pentru antrenare în poziţie de anclanşare;

b) dacă se urmăreşte ca un dispozitiv pentru antrenare să nu producă deplasarea produsului în dreptul căruia se află, atunci trebuie ca dispozitivul considerat să nu depăşească opritorul de pe produsul respectiv cu o distanţă mai mare decît $\lambda_{\lim}$, adică, la începutul cursei sale în sensul deplasării produsului, acest dispozitiv trebuie să se găsească la o distanţă de opritor $\lambda_b < \lambda_{\lim}$, sau

$$\lambda_b = \lambda_{\lim} - \varepsilon_b, \tag{11}$$

unde ε_b este o rezervă de distanţă necesară pentru evitarea trecerii dispozitivului pentru antrenare, în poziţie de anclanşare.

Pe baza acestei observaţii rezultă că distanţele s_{+j} şi s_{-j}, ţinînd seama de definiţia lor şi de relaţia (10), trebuie să satisfacă condiţiei $s_{\pm j} \geqslant \lambda_{\lim} + \varepsilon_a$. Pe de altă parte, pentru a satisface cerinţa, evident raţională, de reducere a numărului fazelor de lucru din ciclul funcţional al transportorului, este necesar ca deplasările unui produs realizate în cursele diferitelor faze de lucru să fie cît mai mari, ceea ce conduce la concluzia că distanţele s_{+j} şi s_{-j} trebuie să fie cît mai mici (v. relaţiile (1) şi (2)), adică

$$s_{\pm j} = \lambda_{\lim} + \varepsilon_a. \tag{12}$$

2. Aşa cum se admite mai departe (v. § 3, *B*), deplasarea unui produs din postul de lucru iniţial al sectorului de lungime minimă pînă în postul său de lucru final se realizează în prima cursă a primei faze de lucru (cursa $+1$), de către singurul dispozitiv pentru antrenare existent în acest sector (dispozitivul m_{+1}). Pentru ca produsul, ajuns în postul de lucru final al sectorului minim la sfîrşitul cursei $+1$, să rămînă imobil pînă ce toate celelalte produse ajung şi ele în posturile de lucru finale ale celorlalte sectoare ale liniei tehnologice, trebuie ca, în restul cursei ciclului funcţional al transportorului, să fie exclusă: a) împingerea mai departe a acestui produs de către dispozitivul pentru antrenare m_{+1} din sectorul minim şi b) deplasarea acestui produs de către dispozitivul pentru antrenare m_{+1} din sectorul învecinat al cărui post de lucru iniţial coincide cu postul de lucru final al sectorului minim.

Pentru ca prima cerinţă să fie satisfăcută, este necesar ca la sfîrşitul primei curse din fazele de lucru ulterioare ale ciclului funcţional, dispozitivul pentru antrenare m_{+1} din sectorul minim şi deci şi dispozitivele pentru antrenare m_{+1} din celelalte sectoare să nu depăşească poziţiile ocupate la sfîrşitul cursei $+1$, adică $\Delta_{+j} \leqslant \Delta_{+1}$ sau, deoarece $\Delta_{+1} = c_{+1}$ (v. fig. 2),

$$\Delta_{+j} \leqslant c_{+1}. \tag{13}$$

Pentru ca a doua cerinţă să fie satisfăcută este necesar ca la sfîrşitul cursei a doua din fazele de lucru ale ciclului funcţional, cu excepţia cursei a doua din faza de lucru finală, dispozitivul pentru antrenare m_{+1} din sectorul învecinat cu sectorul minim şi deci şi dispozitivele pentru antrenare m_{+1} din celelalte sectoare să ocupe poziţii pentru care nu este posibilă anclanşarea produselor ce se află sau s-ar afla în posturile de lucru iniţiale ale respectivelor sectoare, adică, (v. fig. 2), $s_{+1} - \Delta_{-j} \leqslant \lambda_b$, $(j = 1, 2, ..., n-1)$, de unde $\Delta_{-j} \geqslant s_{+1} - \lambda_b$, $(j = 1, 2, ..., n-1)$, sau, ţinînd seama de relaţiile (11) şi (12),

$$\Delta_{-j} \geqslant \varepsilon_a + \varepsilon_b, \quad (j = 1, 2, .., n-1), \tag{14}$$

unde n este numărul fazelor de lucru care alcătuiesc un ciclu funcţional al transportorului.

La sfîrşitul cursei a doua din faza de lucru finală care închide ciclul funcţional al transportorului, toate elementele acestuia trebuie să fie readuse în poziţiile corespunzătoare stării iniţiale, în vederea executării unui nou ciclu funcţional. În consecinţă este necesar ca

$$\Delta_{-n} = 0. \tag{15}$$

B. *Valorile curselor transportorului.* Dacă se admite, aşa cum apare de altfel raţional, că deplasarea unui produs din postul de lucru iniţial al sectorului minim în postul de

lucru final al acestuia se realizează în prima cursă din prima fază de lucru (cursa + *1*), adică dacă se admite egalitatea $a_{+1} = L_{\min}$, atunci, ţinînd seama de relaţia (1), valoarea primei curse a transportorului este $c_{+1} = L_{\min} + s_{+1}$ sau, admiţînd pentru s_{+1} valoarea minimă dată de relaţia (12), rezultă:

$$c_{+1} = L_{\min} + \lambda_{\lim} + \varepsilon_a, \tag{16}$$

unde $L_{\min}$ este lungimea sectorului minim.

Pentru determinarea valorii primei curse din restul fazelor de lucru ale ciclului funcţional (fazele de lucru *2, 3*,..., *n*) se elimină mărimea Δ_{+j} între egalitatea (5) şi inegalitatea (13), obţinîndu-se

$$-\Delta_{-(j-1)} \geqslant c_{+j} - c_{+1}. \tag{17}$$

Pe de altă parte inegalitatea (14) se poate pune sub forma

$$\Delta_{-(j-1)} \geqslant \varepsilon_a + \varepsilon_b, \quad (j = 2, 3, \ldots, n). \tag{14 a}$$

Adunînd inegalităţile (17) şi (14 a) se obţine $c_{+j} \leqslant c_{+1} - (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$, sau ţinînd seama de relaţia (16), $c_{+j} \leqslant L_{\min} + \lambda_{\lim} - \varepsilon_b$, $(j = 2, 3, \ldots, n)$. Dacă se mai ţine seama şi de faptul că realizarea unor deplasări cît mai mari ale unui produs, în vederea reducerii numărului fazelor de lucru dintr-un ciclu funcţional, conduce la necesitatea unor curse de valori cît mai mari (v. relaţiile (1) şi (2)), apare raţional ca

$$c_{+j} = L_{\min} + \lambda_{\lim} - \varepsilon_b, \quad (j = 2, 3, \ldots, n). \tag{18}$$

Pentru determinarea valorii cursei a doua din fazele de lucru ale ciclului funcţional, cu excepţia fazei de lucru finale, (fazele de lucru *1, 2*,..., $n - 1$), se elimină mărimea Δ_{+j} între egalitatea (6) şi inegalitatea (13) obţinîndu-se $-\Delta_{-j} \geqslant c_{-j} - c_{+1}$. Adunînd această inegalitate cu inegalitatea (14) se obţine $c_{-j} \leqslant c_{+1} - (\varepsilon_a + \varepsilon_b)$ sau, ţinînd seama de relaţia (16), $c_{-j} \leqslant L_{\min} + \lambda_{\lim} - \varepsilon_b$, de unde, pentru motivul specificat la deducerea relaţiei (18), rezultă în definitiv

$$c_{-j} = L_{\min} + \lambda_{\lim} - \varepsilon_b, \quad (j = 1, 2, \ldots, n-1). \tag{19}$$

Pentru determinarea valorii cursei a doua din faza de lucru finală a ciclului funcţional se observă că relaţia (6) devine pentru $j = n$, $\Delta_{-n} = \Delta_{+n} - c_{-n}$, de unde, ţinînd seama de relaţia (15), $c_{-n} = \Delta_{+n}$, sau încă, pe baza relaţiei (5 a) particularizată pentru faza de lucru finală, $c_{-n} = \sum_{1}^{n} c_{+j} - \sum_{1}^{n-1} c_{-j} = c_{+1} + \sum_{2}^{n} c_{+j} - \sum_{1}^{n-1} c_{-j}$. Considerînd valorile mărimilor din membrul al doilea date de relaţiile (16), (18) şi (19) se obţine final relaţia

$$c_{-n} = L_{\min} + \lambda_{\lim} + \varepsilon_a. \tag{20}$$

O b s e r v a ţ i i. 1. Din compararea relaţiilor (16) şi (20), respectiv (18) şi (19), rezultă că

$$c_{+1} = c_{-n} = c' = L_{\min} + \lambda_{\lim} + \varepsilon_a \tag{21}$$

şi respectiv

$$c_{-1} = c_{+2} = \cdots = c_{-(n-1)} = c_{+n} = c'' = L_{\min} + \lambda_{\lim} - \varepsilon_b. \tag{22}$$

2. Din relaţiile (1) şi (2), ţinînd seama de relaţiile (12), (21) şi (22), rezultă că valorile maxime ale deplasărilor produsului care pot fi realizate în diferitele curse ale transportorului sînt

$$a_{+1} = a_{-n} = a' = L_{\min} \tag{23}$$

şi respectiv

(24) $$a_{-1} = a_{+2} = \ldots = a_{-(n-1)} = a_{+n} = a'' = L_{\min} - (\varepsilon_a + \varepsilon_b).$$

C. *Numărul fazelor de lucru din ciclul funcțional.* Numărul total de faze de lucru dintr-un ciclu funcțional al transportorului trebuie să fie suficient de mare pentru ca să se asigure deplasarea produsului, aflat în postul de lucru inițial al sectorului de lungime maximă, pînă în postul de lucru final al acestuia. Cu alte cuvinte, valoarea maximă posibilă a deplasării totale a produsului, care poate fi realizată în cele n faze de lucru ce alcătuiesc ciclul funcțional al transportorului, trebuie să fie

(25) $$d_{-n} \geqslant L_{\max},$$

unde $L_{\max}$ este lungimea sectorului maxim. Valoarea maximă posibilă a deplasării totale a produsului este dată de relația (4 a), exprimată pentru faza de lucru n, $d_{-n} = \sum_1^n c_{+j} + \sum_1^n c_{-j} - \left(\sum_1^n s_{+j} + \sum_1^n s_{-j}\right)$ sau $d_{-n} = c_{+1} + c_{-n} + \sum_2^n c_{+j} + \sum_1^{n-1} c_{-j} - \left(\sum_1^n s_{+j} + \sum_1^n s_{-j}\right)$, ținîndu-se seama de relațiile (12), (16), (18), (19) și (20), adică $d_{-n} = 2n\,[L_{\min} - (\varepsilon_a + \varepsilon_b)] + 2(\varepsilon_a + \varepsilon_b)$. Înlocuind această valoare în condiția (25) rezultă că numărul total de faze de lucru dintr-un ciclu funcțional al transportorului este dat de cel mai mic număr întreg care satisface inegalitatea

(26) $$n \geqslant [L_{\max} - 2(\varepsilon_a + \varepsilon_b)] / \{2\,[L_{\min} - (\varepsilon_a + \varepsilon_b)]\}.$$

D. *Numărul dispozitivelor pentru antrenare dintr-un sector.* În scopul stabilirii relațiilor pentru determinarea numărului necesar de dispozitive pentru antrenare dintr-un sector, trebuie să se examineze în prealabil desfășurarea procesului de aducere a unui produs în postul de lucru final al respectivului sector.

Din expunerea principiului funcțional (v. § 2) rezultă că dacă pentru deplasarea unui produs din postul de lucru inițial în postul de lucru final al unui sector oarecare este necesară executarea a ν faze de lucru, atunci aducerea produsului în postul de lucru final poate fi realizată — în funcție de lungimea sectorului considerat — fie de dispozitivul pentru antrenare $m_{+\nu}$ (montat pe ramura T_+ a organului flexibil), fie de dispozitivul peutru antrenare $m_{-\nu}$ (montat pe ramura T_- a organului flexibil). Ținînd seama de observația 1 de la § 3, B, pozițiile extreme succesive, ocupate în decursul unui ciclu funcțional al transportorului, de către dispozitivul pentru antrenare $m_{+\nu}$, respectiv $m_{-\nu}$, sînt reprezentate în fig. 4 a și respectiv fig. 4 b.

Dacă aducerea produsului în postul de lucru final este realizată de către dispozitivul pentru antrenare $m_{+\nu}$ atunci la începutul cursei $+\nu$ acest dispozitiv trebuie să se afle în dreptul produsului în poziție de anclanșare ($s_{+\nu} \geqslant \lambda_{\lim} + \varepsilon_a$). În cursa $+\nu$ dispozitivul antrenează produsul din poziția I în poziția II, corespunzătoare postului de lucru final al sectorului considerat, în care produsul rămîne imobil pînă la terminarea executării ciclului funcțional al transportorului.

Dacă aducerea produsului în postul de lucru final este realizată de către dispozitivul pentru antrenare $m_{-\nu}$ atunci la începutul cursei $-\nu$ acest dispozitiv trebuie să se afle în dreptul produsului în poziție de anclanșare ($s_{-\nu} \geqslant \lambda_{\lim} + \varepsilon_a$). În cursa $-\nu$ dispozitivul antrenează produsul din poziția I în poziția II, aflată în imediata apropiere a postului de lucru final al sectorului considerat. Produsul rămîne în poziția II pînă în cursa a doua a ultimei faze de lucru (cursa $-n$) cînd este antrenat, tot de către dispozitivul $m_{-\nu}$, în poziția III corespunzătoare postului de lucru final.

În consecință și ținînd seama de observația 2 de la § 3, B, pentru ca aducerea produsului în postul de lucru final al unui sector să poată fi realizată de un dispozitiv pentru antrenare montat pe ramura T_+ a organului flexibil, este necesar ca

(27) $$a' + (\varrho - 1)\,a'' \geqslant L,$$

iar pentru ca această operație să fie realizată de un dispozitiv pentru antrenare montat pe ramura T_- a organului flexibil este necesar ca

(28) $$a' + (\varrho - 1)\, a'' + (c' - c'') \geqslant L\,,$$

unde ϱ este numărul dispozitivelor pentru antrenare din sector iar L este lungimea sectorului.

Din condiţiile (27) şi (28), ţinînd seama de relaţiile (21).. (24), rezultă că numărul necesar de dispozitive pentru antrenare dintr-un sector este cel mai mic număr întreg care satisface inegalităţile

(29) $$\varrho \geqslant [L - (\varepsilon_a + \varepsilon_b)]/[L_{\min} - (\varepsilon_a + \varepsilon_b)]\,,$$

şi

(30) $$\varrho \geqslant [L - 2(\varepsilon_a + \varepsilon_b)]/[L_{\min} - (\varepsilon_a + \varepsilon_b)]\,.$$

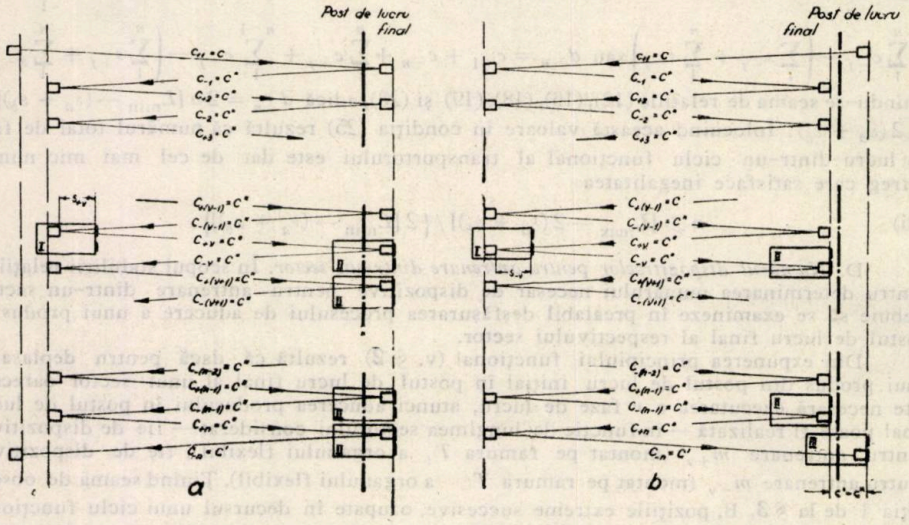


Fig. 4

Observaţii. 1. Dacă dispozitivele pentru antrenare sînt numerotate în ordinea funcţionării lor (*1* pentru m_{+1}, *2* pentru m_{-1}, *3* pentru m_{+2} etc.) atunci, după cum ϱ este un număr impar sau par, ultimul dispozitiv pentru antrenare dintr-un sector este amplasat fie pe ramura T_+ fie pe ramura T_- a organului flexibil.

2. Numărul fazelor de lucru necesare pentru asigurarea deplasării unui produs din postul de lucru iniţial al unui sector în postul de lucru final al acestuia este:

a) în cazul cînd ultimul dispozitiv pentru antrenare din sectorul considerat este amplasat pe ramura T_+ a organului flexibil

(31) $$r = (\varrho + 1)/2\,;$$

b) în cazul cînd ultimul dispozitiv pentru antrenare din sectorul considerat este amplasat pe ramura T_- a organului flexibil

(32) $$r = \varrho/2\,.$$

3. Pentru ca ultimul dispozitiv pentru antrenare dintr-un sector (dispozitivul $m_{+\nu}$ sau $m_{-\nu}$) să poată realiza deplasarea produsului exact în postul de lucru final al sectorului considerat, este necesar să se aleagă o valoare convenabilă pentru distanţa $s_{+\nu}$ sau $s_{-\nu}$. În general deci, pentru aceste distanţe nu se va putea folosi valoarea minimă dată de relaţia (12).

E. *Amplasarea dispozitivelor pentru antrenare. Primul dispozitiv pentru antrenare de pe ramura* T_+ *a organului flexibil* dintr-un sector oarecare (dispozitivul m_{+1}) se amplasează astfel încît, atunci cînd transportorul se află în starea inițială, distanța dintre acest dispozitiv și opritorul respectiv de pe produs (distanța s_{+1}) să aibă valoarea, admisă anterior (v. § 3, B),

$$s_{+1} = \lambda_{\lim} + \varepsilon_a . \tag{33}$$

Primul dispozitiv pentru antrenare de pe ramura T_- *a organului flexibil* dintr-un sector oarecare (dispozitivul m_{-1}) trebuie amplasat față de dispozitivul m_{+1}, atunci cînd transportorul se află în stare inițială, la o distanță dată de relația generală (7). Dacă dispozi-

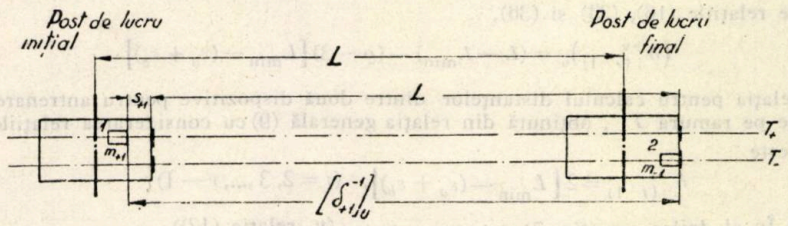


Fig. 5

tivul m_{-1} nu este ultimul dispozitiv pentru antrenare din sector, adică dacă se poate admite pentru distanța s_{-1} valoarea minimă, atunci, ținînd seama de relațiile (12) și (16), relația generală (7) devine

$$\delta_{+1}^{-1} = 2L_{\min} + \lambda_{\lim} + \varepsilon_a . \tag{34}$$

Dacă însă dispozitivul m_{-1} este ultimul dispozitiv pentru antrenare din sector, relația (34) nu mai este general valabilă. În acest caz dispozitivele pentru antrenare

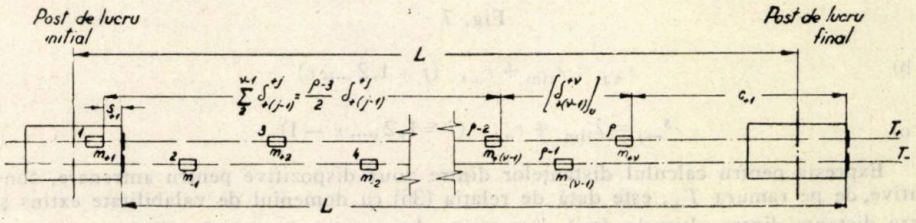


Fig. 6

m_{+1} și m_{-1} trebuie să se afle, pentru starea inițială a transportorului, în pozițiile din fig. 5, distanța dintre ele fiind deci $\left(\delta_{+1}^{-1}\right)_u = L + s_{+1}$, sau, ținînd seama de relația (33),

$$\left(\delta_{+1}^{-1}\right)_u = L + \lambda_{\lim} + \varepsilon_a . \tag{35}$$

Pentru stabilirea amplasamentului *celorlalte dispozitive pentru antrenare* dintr-un sector oarecare, trebuie să se considere separat cazul cînd ultimul dispozitiv din sector este montat pe ramura T_+ și separat cazul cînd acest dispozitiv este montat pe ramura T_- a organului flexibil.

a) În primul caz (fig. 6), se poate admite (v. relația (12))

$$s_{\pm j} = \lambda_{\lim} + \varepsilon_a , \quad (j = 1, 2, \ldots, \nu - 1). \tag{12a}$$

Relaţia pentru calculul distanţelor dintre două dispozitive pentru antrenare, consecutive, de pe ramura T_+, cu excepţia distanţei dintre ultimele două dispozitive de pe această ramură, obţinută din relaţia generală (8), cu considerarea relaţiilor (12 a) şi (19), este

$$\delta^{+j}_{+(j-1)} = 2\left[L_{\min} - (\varepsilon_a + \varepsilon_b)\right], \quad (j = 2,3,\ldots,\nu-1). \tag{36}$$

Relaţia pentru calculul distanţei dintre ultimele două dispozitive pentru antrenare de pe ramura T_+, ţinînd seama că pentru starea iniţială a transportorului dispozitive'e pentru antrenare ocupă poziţiile indicate în fig. 6, este $\left(\delta^{+\nu}_{+(\nu-1)}\right)_u = L + s_{+1} - c_{+1} - \frac{1}{2}\sum_{2}^{\nu-1}\delta^{+j}_{+(j-1)}$ sau $\left(\delta^{+\nu}_{+(\nu-1)}\right)_u = L + s_{+1} - c_{+1} - \left[(\varrho-3)/2\right]\delta^{+j}_{+(j-1)}$, sau încă, ţinînd seama de relaţiile (16), (33) şi (36),

$$\left(\delta^{+\nu}_{+(\nu-1)}\right)_u = (L - L_{\min}) - (\varrho-3)\left[L_{\min} - (\varepsilon_a + \varepsilon_b)\right]. \tag{37}$$

Relaţia pentru calculul distanţelor dintre două dispozitive pentru antrenare consecutive de pe ramura T_-, obţinută din relaţia generală (9) cu considerarea relaţiilor (12 a) şi (18), este

$$\delta^{-j}_{-(j-1)} = 2\left[L_{\min} - (\varepsilon_a + \varepsilon_b)\right], \quad (j = 2,3,\ldots,\nu-1). \tag{38}$$

b) În al doilea caz (fig. 7) se poate admite (v. relaţia (12))

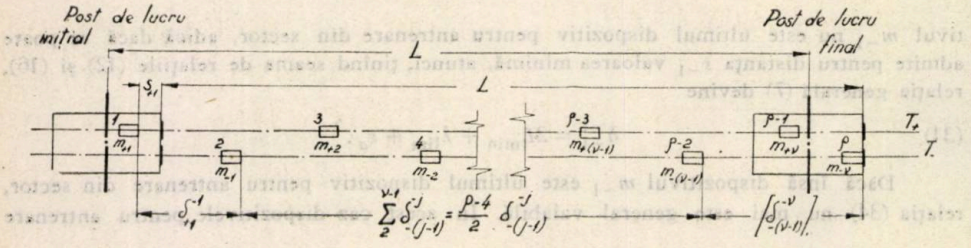


Fig. 7

$$s_{+j} = \lambda_{\lim} + \varepsilon_a, \quad (j = 1,2,\ldots,\nu) \tag{12 b}$$

şi

$$s_{-j} = \lambda_{\lim} + \varepsilon_a, \quad (j = 1,2,\ldots,\nu-1). \tag{12 c}$$

Expresia pentru calculul distanţelor dintre două dispozitive pentru antrenare, consecutive, de pe ramura T_+, este dată de relaţia (36) cu domeniul de valabilitate extins şi pentru distanţa dintre ultimele două dispozitive de pe această ramură, adică

$$\delta^{+j}_{+(j-1)} = 2\left[L_{\min} - (\varepsilon_a + \varepsilon_b)\right], \quad (j = 2,3,\ldots,\nu). \tag{36 a}$$

Relaţia pentru calculul distanţelor dintre două dispozitive pentru antrenare consecutive, de pe ramura T_-, cu excepţia distanţei dintre ultimele două dispozitive de pe această ramură, este relaţia (38).

Relaţia pentru calculul distanţei dintre ultimele două dispozitive de pe ramura T_-, ţinînd seama că pentru starea iniţială a transportorului dispozitivele pentru antrenare ocupă poziţiile indicate în fig. 7, este $\left(\delta^{-\nu}_{-(\nu-1)}\right)_u = L + s_{+1} - \delta^{-1}_{+1} - \sum_{2}^{\nu-1}\delta^{-j}_{-(j-1)}$, sau $\left(\delta^{\nu}_{-(\nu-1)}\right)_u = L + s_{+1} - \delta^{-1}_{+1} - \left[(\varrho-4)/2\right]\delta^{-j}_{-(j-1)}$ sau încă, ţinînd seama de relaţiile (33), (34) şi (38),

$$\left(\delta^{-\nu}_{-(\nu-1)}\right)_u = \left(L - 2L_{\min}\right) - (\varrho-4)\left[L_{\min} - (\varepsilon_a + \varepsilon_b)\right]. \tag{39}$$

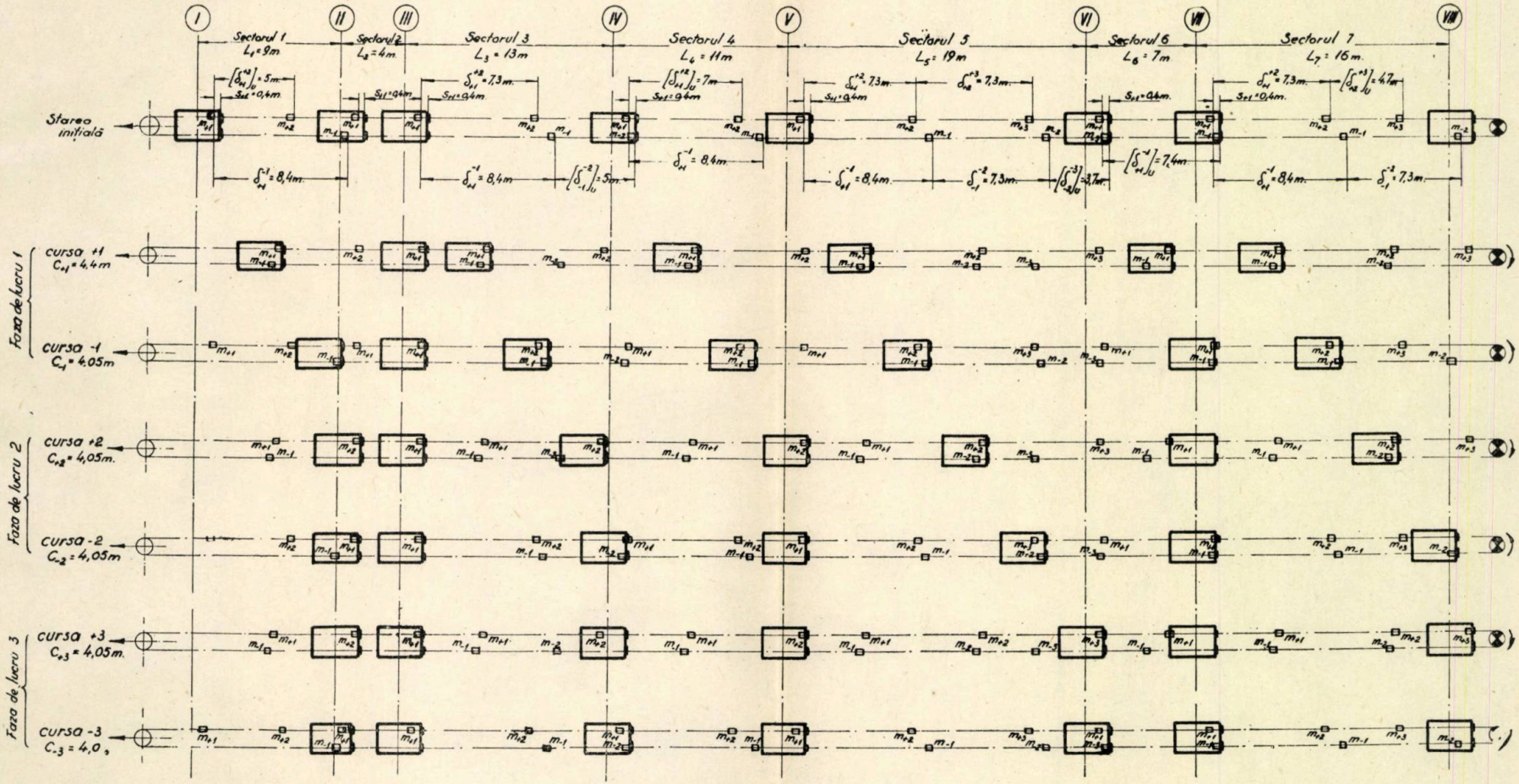
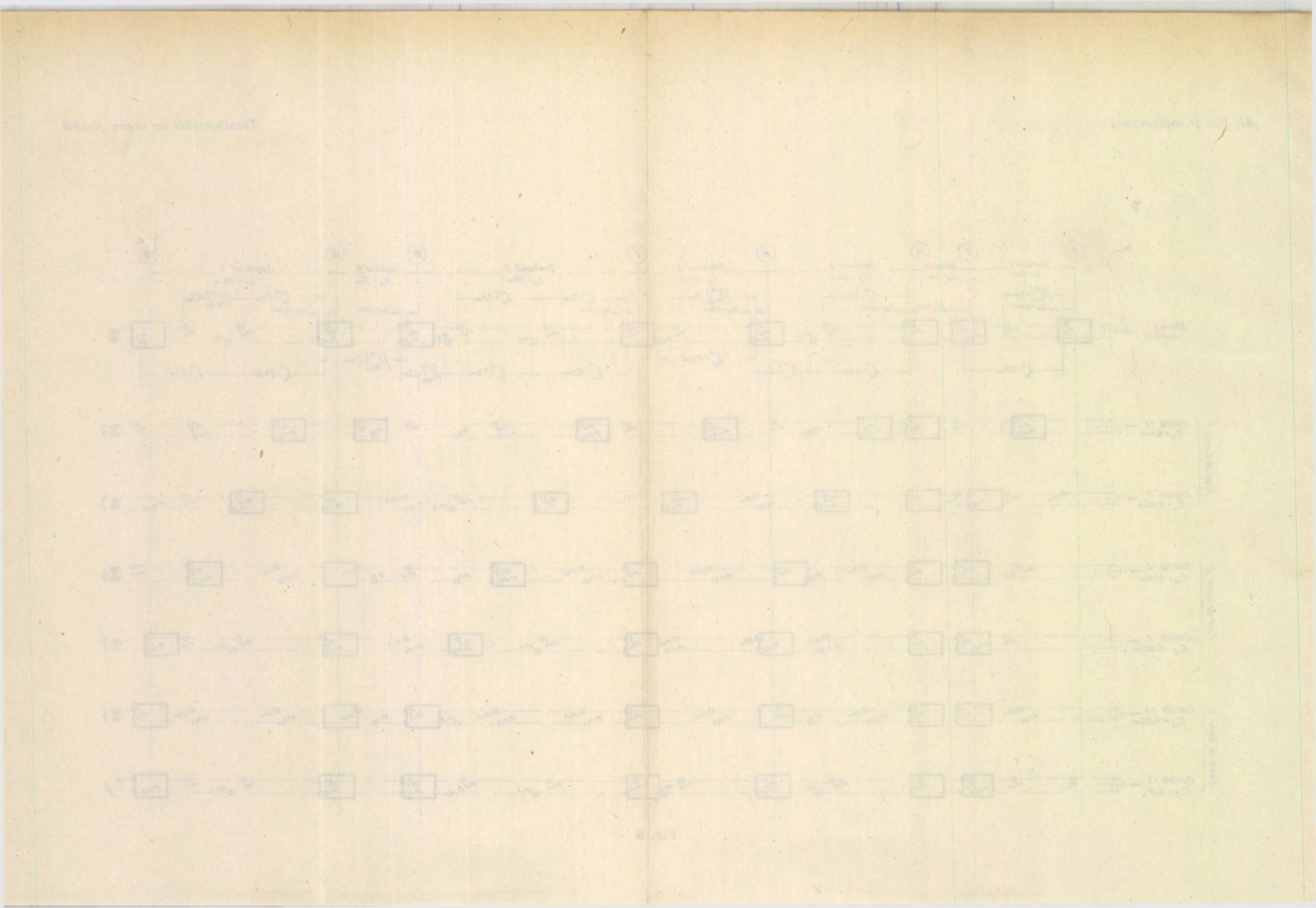

I
II
III
IV
V
VI
VII
VIII
Sectorul 1
$L_1 = 9m$
Sectorul 2
$L_2 = 4m$
Sectorul 3
$L_3 = 13m$
Sectorul 4
$L_4 = 11m$
Sectorul 5
$L_5 = 19m$
Sectorul 6
$L_6 = 7m$
Sectorul 7
$L_7 = 16m$
Starea inițială
cursa +1
$C_{+1} = 4,4m$
cursa -1
$C_{-1} = 4,05m$
cursa +2
$C_{+2} = 4,05m$
cursa -2
$C_{-2} = 4,05m$
cursa +3
$C_{+3} = 4,05m$
cursa -3
$C_{-3} = 4,0$ „
Faza de lucru 1
Faza de lucru 2
Faza de lucru 3

Fig. 8



4. Exemplu numeric

Pentru ilustrarea calculului parametrilor noii variante funcționale a transporto ului cu organ flexibil și funcționare sacadat-alternantă s-a ales o linie tehnologică cu 8 posturi de lucru amplasate ca în fig. 8, ($L_{min} = L_2 = 4$ m și $L_{max} = L_5 = 19$ m). S-a admis $\lambda_{lim} = 200$ mm, $\varepsilon_a = 200$ mm și $\varepsilon_b = 150$ mm.

Valorile calculate ale parametrilor transportorului sînt concentrate în tabelul 1. În fig. 8 sînt reprezentate atît starea inițială a transportorului cît și pozițiile dispozitivelor pentru antrenare și ale produselor deplasate la sfîrșitul fiecărei faze de lucru.

Tabelul 1

Sectorul		*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
Lungimea sectorului (L), (m)		9	4	13	11	19	7	16
Numărul total al fazelor de lucru din ciclul funcțional, (relația (26)), (n)		3						
Valoarea curselor extreme, (relațiile (16) și (20)), (m)		$c_{+1} = c_{-3} = 4{,}4$						
Valoarea curselor intermediare, (relațiile (18) și (19)), (m)		$c_{-1} = c_{+2} = c_{-2} = c_{+3} = 4{,}05$						
Numărul dispozitivelor pentru antrenare, (relațiile (29) și (30)), (Q)		3	1	4	3	6	2	5
Ramura organului flexibil pe care este montat ultimul dispozitiv pentru antrenare		T_+	T_+	T_-	T_+	T_-	T_-	T_+
Numărul fazelor de lucru necesare pentru deplasarea unui produs din postul de lucru inițial în postul de lucru final al unui sector, (relațiile (31) și (32)), (ν)		2	1	2	2	3	1	3
Amplasarea dispozitivelor pentru antrenare	s_{+1}, (relația (33)), (m)	0,4						
	$(\delta_{+1}^{-1})_u$, (relația (35)), (m)	—	—	—	—	—	7,4	—
	δ_{+1}^{-1}, (relația (34)), (m)	8,4	—	8,4	8,4	8,4	—	8,4
	$(\delta_{+1}^{+2})_u$, (relația (37)), (m)	5	—	—	7	—	—	—
	δ_{+1}^{+2}, (relația (36) sau (36a)), (m)	—	—	7,3	—	7,3	—	7,3
	$(\delta_{-1}^{-2})_u$, (relația (39)), (m)	—	—	5	—	—	—	—
	δ_{-1}^{-2}, (relația (38)), (m)	—	—	—	—	7,3	—	7,3
	$(\delta_{+2}^{+3})_u$, (relația (37)), (m)	—	—	—	—	—	—	4,7
	δ_{+2}^{+3}, (relația (36), sau (36a)), (m)	—	—	—	—	7,3	—	—
	$(\delta_{-2}^{-3})_u$, (relația (39)), (m)	—	—	—	—	3,7	—	—

5. Concluzii

a) Noua variantă funcţională a transportorului cu organ flexibil şi cu funcţionarea sacadat-alternantă permite deplasarea mecanizată a produselor în lungul unei linii tehnologice în flux, cu distanţe de valori diferite între posturile de lucru succesive, fără ca să necesite efectuarea unor manevre suplimentare în procesul de deplasare a produselor.

b) În comparaţie cu transportoarele existente, care pentru evitarea manevrelor suplimentare impun majorarea distanţelor dintre posturile de lucru, noua variantă funcţională prezentată are avantajul că nemodificînd valorile necesare ale acestor distanţe, nu implică nici mărirea lungimii liniei tehnologice şi nici mărirea numărului produselor amplasate pe aceasta.

c) Principalii parametri ai noii variante funcţionale a transportorului cu organ flexibil şi cu funcţionare sacadat-alternantă (valorile curselor, numărul fazelor de lucru dintr-un ciclu funcţional precum şi numărul şi amplasamentul dispozitivelor pentru antrenare) se pot calcula cu relaţiile deduse în cadrul articolului.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică şi organe de maşini
şi
Atelierele C. F. R. „Ilie Pintilie", Iaşi

НОВЫЙ ВАРИАНТ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА ТРАНСПОРТЕРА С ГИБКИМ ЭЛЕМЕНТОМ И С ПЕРЕМЕННО-ВОЗВРАТНЫМ ДВИЖЕНИЕМ

(Резюме)

Предлагаемый новый вариант рабочего процесса транспортеров с гибким органом и переменно-возвратным движением способствует механическому передвижению изделия по поточной линии обработки с различными расстояниями между рабочими местами, не требуя добавочных маневрирований в процессе продвижения изделия.

Даются отношения для расчёта главных параметров этого нового варианта рабочего процесса (значения ходов транспортера, общее число его рабочих фаз, количество и положение приспособлений для перемещения изделия)

UNE NOUVELLE VARIANTE DE FONCTIONNEMENT DES CONVOYEURS À ORGANE FLEXIBLE ET AU MOUVEMENT DE VAS-ET-VIENT

(Résumé)

On présente une nouvelle variante de fonctionnement des convoyeurs à organe flexible et au mouvement de vas-et-vient. Ce genre de convoyeurs permet le déplacement mécanisé des produits le long d'une ligne technologique en flux munie de stations inégalement éspacées, sans exiger des manoeuvres supplémentaires.

On y indique la manière dont les Auteurs ont déduit les relations destinées au calcul des paramètres les plus importants de cette nouvelle variante et nottament: les valeurs des courses du convoyeur, le nombre total des phases de son functionnement, le nombre et l'emplacement des dispositifs d'entraînement.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 621.16

COEFICIENTUL CARACTERISTIC AL PUTERII TURBINELOR

DE

GÉRARD D'ALBON şi DAN URSESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Indici existenţi privind proprietăţile economice ale turbinelor

În dezvoltarea intensivă actuală a electrificării, problema creerii unor centrale termoelectrice cu o economie cît mai bună este fundamentală. Turbinele cu aburi formează utilajul de bază al acestor centrale şi vor păstra lungă vreme acest rol.

Studiul limitelor superioare ale indicilor tehnico-economici ai turbinelor, cît şi a căilor posibile de perfecţionare a lor, prezintă un deosebit interes. Prin studiul de faţă am completat criteriile uzuale de urmărire a indicilor tehnico-economici, cu un criteriu nou, a cărui aplicare apare deosebit de fructuoasă.

Vom reaminti pe scurt stadiul actual al acestei probleme. Se cunosc relaţiile care există între randamentul relativ al turbinei şi coeficientul caracteristic $y = (\Sigma u^2)/[H_0(1+\alpha)]$ şi aceea dintre randamentul periferic al treptei şi coeficientul $x = u/c_1$. De asemenea, se cunoaşte variaţia randamentului interior relativ al treptei cu x. În ceea ce priveşte randamentul mecanic, prevederea lui se poate face cu suficientă precizie, pe bază de indici. Precizia acestor criterii este suficientă cînd este vorba de aplicarea lor la studiul posibilităţilor de mărire a randamentelor şi a legăturii ce există între randamentul, greutatea, gabaritul şi costul unităţilor.

În ceea ce priveşte valoarea investiţiilor raportate la unitatea de putere instalată, este cunoscută variaţia lor cu puterea şi viteza unităţilor, aceasta atît din elemente statice, cît şi din deducţiile teoretice ce se pot desprinde din coeficientul lui Parsons, care leagă, practic, randamentul relativ al turbinei de dimensiunile rotorului şi viteza lui de rotire. Casele constructoare au, cu siguranţă, indicaţii mai precise în aceste domenii, aplicabile producţiei lor specifice.

Un criteriu binecunoscut îl constituie şi relaţia care permite calculul puterii limită superioară a unei turbine:

$$P_1 = 439\,000\, U_z^2 H_0 \sqrt{\zeta H_0}\, \eta_{itel}\, \eta_{mec}/(K_z\, \vartheta_{2z}\, n^2\, v_{2z}) . \tag{1}$$

Dacă se analizează expresia puterii limită superioară se observă că ea poate fi calculată atunci cînd parametrii aburului la intrare, presiunea la evacuare şi viteza de rotaţie sînt cunoscute, ceilalţi parametri putînd fi determinaţi pe bază de indici sau considerente tehnico-economice.

Trebuie de observat aici că parametrii H_0 şi U_z din expresia (1) au valori maxime care evoluează în timp, căpătînd valori din ce în ce mai mari, pe măsură ce calităţile materialelor uzuale se îmbunătăţesc.

2. Coeficientul caracteristic al puterii turbinelor [1])

Vom defini coeficientul caracteristic al puterii unei turbine ca raportul dintre puterea ei şi puterea limită superioară a seriei de turbine din care face parte :

$$P_k = P/P_e \,. \tag{2}$$

Prin serie de turbine vom înţelege totalitatea turbinelor realizabile avînd aceiaşi parametri ai aburului [2]) de alimentare, aceeaşi presiune la condensator şi aceeaşi organizare funcţională a treptelor. Această ultimă condiţie nu este rigidă, organizarea optimă a unei turbine variind cu puterea caracteristică ; caracterul acestei condiţii se va preciza mai jos. O observaţie importantă pentru mai buna înţelegere a celor ce urmează este aceea că dimensiunile rotorului turbinelor, măsurate la nivelul diametrelor mijlocii, sînt impuse de randament şi de viteza de rotaţie n. Acest lucru se deduce imediat din expresia randamentului şi criteriul lui Parsons :

$$\eta_e = \eta_T \, \eta_{irel} \, \eta_{mec} \,, \tag{3}$$

$$\eta_i = f(y) = f\{(\Sigma u^2)/[H_0(1+\alpha)]\} \,. \tag{4}$$

Dacă se ţine seama că randamentul mecanic are valori apropiate de unitate şi care variază în limite restrînse, în studiul variaţiei randamentului efectiv se poate neglija importanţa lui.

Problema randamentului termic se pune numai în cazul turbinelor cu condensaţie. Pentru a obţine un randament efectiv dat, există o pereche optimă de valori η_T şi η_i care corespunde unui minim de investiţii. Pentru turbinele cu condensaţie, a impune η_T este echivalent cu a impune pe H_0 căci şi q variază în limite mici, anume

$$\eta_T = H_0/(i_0 - q). \tag{5}$$

Din relaţia (4) se deduce că pentru a realiza valoarea impusă a lui η_i va fi necesară o valoare impusă pentru Σu^2. Acest lucru implică un gabarit al rotorului, sub care nu se poate coborî, realizînd în acelaşi timp valoarea Σu^2 necesară. Valoarea minimă a gabaritului care realizează valoarea Σu^2 impusă poate fi evident stabilită dacă se cunosc valorile necesare ale lăţimii treptelor pe considerente pur geometrice. Pentru turbinele la care valorile coeficientului caracteristic al puterii sînt foarte mari sau foarte mici, considerente funcţionale fac, după cum vom arăta mai jos, ca soluţiile constructive să se abată de la această soluţie de gabarit minim, stabilit geometric.

Un raţionament similar arată că pentru turbinele cu contrapresiune gabaritul rotorului este impus de randamentul interior dorit a fi obţinut, la valori date ale aburului şi a vitezei. Trebuie de subliniat că acest caracter, de a avea gabaritul rotorului impus de valorile randamentului şi vitezei, este specific turbinelor spre deosebire de marea majoritate a maşinilor de forţă, unde dimensiunile sînt, în genere, funcţii dependente mai ales de putere şi viteză.

3. Proprietăţile turbinelor cu acelaşi coeficient caracteristic al puterii

În cele ce urmează vom considera două turbine oarecare I şi II *din aceeaşi serie* şi avînd viteze diferite n_I şi n_{II}.

Vom afecta cu indicii I şi II parametrii respectivi ai turbinelor I şi II şi cu indicele i, parametrii din treptele omoloage ocupînd locul i, în cele două turbine.

Vom arăta că dacă cele două turbine au diametrele în raportul :

---

[1]) În cele ce urmează precizia discuţiilor teoretice este cea uzuală, suficientă în domeniul raţionamentelor ce se referă la stabilirea de indici şi criterii pentru prevederi generale tehnico-economice.

[2]) În studiul de faţă ne-am referit la turbinele cu aburi, dar toate demonstraţiile în legătură cu turbinele ce au acelaşi coeficient caracteristic al puterii şi consecinţele referitoare la aplicaţiile practice ale acestei noţiuni, sînt aplicabile şi turbinelor cu gaze. În acest caz expresia puterii limită nu se mai raportează la condiţiile din ultima treaptă a turbinei, ci adesea la prima treaptă, care în cazul turbinelor cu gaze este cea mai solicitată din punct de vedere mecanic.

(6) $$d_{iII}/d_{iI} = n_I/n_{II},$$

rapoartele

(7) $$\vartheta_{iI} = \vartheta_{iII},$$

același număr de drepte

(8) $$z_I = z_{II}$$

și aceeași distribuție a căderilor termice în trepte

(9) $$h_{0i_I} = h_{0i_{II}},$$

atunci ele au același randament și același coeficient caracteristic al puterii.

În adevăr, în baza relației (6) rezultă:

(10) $$u_{iI} = \pi d_{iI} n_{iI}/60 = u_{iII} = \pi d_{iII} n_{iII}/60$$

și deci

(11) $$y_I = (\sum u_{iI}^2)/[H_{0I}(1+\alpha)] = y_{II} = (\sum u^2{}_{iII})/[H_{0II}(1+\alpha)],$$

căci turbinele fiind din aceeași serie $H_{0I} = H_{0II}$.

Turbinele având același indice Parsons, randamentele lor interioare relative sînt egale și fiind din aceeași serie au și același randament termic și deci și același randament efectiv, (cu aproximația cerută de raționamentele privind indicii tehnico-economici). Urmează să demonstrăm că în acest caz turbinele au și același coeficient caracteristic al puterii. În acest scop putem scrie:

(12) $$P_{kI} = A_{0I} H_{0I} D_I/P_{III}, \quad P_{kII} = A_{0II} H_{0II} D_{II}/P_{II},$$

unde A_{0I} și A_{0II} sînt factori de proporționalitate.

Scriem raportul coeficienților caracteristici ai puterilor; se obține:

(13) $$P_{kI}/P_{kII} = A_{0I} H_{0I} D_I P_{III}/(A_{0II} H_{0II} D_{II} P_{II}).$$

Deoarece, după cum s-a demonstrat anterior, $\eta_{iI} = \eta_{iII}$ și deci $A_{0I} = A_{0II}$ iar turbinele fiind din aceeași serie $H_{0I} = H_{0II}$, relația (13) devine:

(14) $$P_{kI}/P_{kII} = D_I P_{III}/(D_{II} P_{II}).$$

Din expresia debitelor rezultă:

(15) $$D_I = A_1 d_{iI} C_{1aiI} \gamma_{iI}/l_{iI}, \quad D_{II} = A_1 d_{iII} C_{1aiII} \gamma_{iII}/l_{iII},$$

unde A_1 este un factor de proporționalitate, același pentru ambele relații. Rezultă că raportul lor este:

(16) $$D_I/D_{II} = d_{iI}^2/d_{iII}^2,$$

deoarece conform ipotezei exprimată prin relația (10) la o corectă dimensionare pentru ambele turbine și la trepte similare ca proces funcțional $C_{1aiI} = C_{1aiII}$, iar la egale căderi termice în treaptă și la aceleași valori ale unghiurilor, valorile proiecției axiale a'e vitezei de ieșire din ajutaje sînt aceleași. De asemenea $\vartheta_{iI} = \vartheta_{iII}$ și $\gamma_{iI} = \gamma_{iII}$ conform ipotezelor, căci la turbine din aceeași serie, la o egală distribuție a căderilor termice în trepte și la un egal randament, greutățile specifice la ieșirea din trepte omoloage, sînt egale. Ținînd seama de relația (7) rezultă:

(17) $$D_I/D_{II} = n_{II}^2/n_I^2.$$

Pe de altă parte, ținînd seama de faptul că puterile limită superioare a turbinelor din aceeași serie sînt invers proporționale cu pătratul vitezei, (conform expresiei binecunoscute a puterii limită), rezultă că:

$$P_{iI}/P_{iII} = n_{II}^2/n_I^2 \quad \text{și} \quad P_{kI}/P_{kII} = (n_{II}^2/n_I^2).(n_I^2/n_{II}^2) = 1.$$

Rezumînd concluziile celor stabilite pînă aici rezultă că se pot realiza turbine din aceeaşi serie, cu acelaşi coeficient caracteristic al puterii, ce au următoarele proprietăţi comune: a) au acelaşi coeficient Parsons şi acelaşi randament, b) au aceleaşi viteze tangenţiale în trepte omoloage, c) au aceleaşi valori ale lui ϑ la trepte omoloage, d) au aceiaşi parametri ai aburului şi aceleaşi viteze în puncte omoloage, e) au acelaşi randamen periferic în trepte omoloage.

Deoarece în punctele omoloage, după cum s-a arătat mai înainte, avem aceleaşit viteze tangenţiale, rezultă şi aceleaşi valori ale vitezei la ieşirea din ajutaje.

Dacă presupunem că lăţimea ocupată de o treaptă este aceeaşi în ambele turbine, rezultă, evident, că gabaritul rotorului pentru turbine de aceeaşi putere caracteristică şi din aceeaşi serie este:

$$V_r = (\pi/4) \sum d_i^2 b_i \ (1 + 1/\vartheta_i)^2 ; \tag{17'}$$

în condiţiile enunţate cînd $\vartheta_{iI} = \vartheta_{iII}$ şi $b_{iI} = b_{iII}$, ţinînd seama de relaţia (6):

$$V_{rI}/V_{rII} = (d_{iI}/d_{iII})^2 = (n_{iII}/n_{iI})^2 \tag{18}$$

şi ţinînd seama de relaţia (17'), rezultă, în definitiv

$$V_{rI}/V_{rII} = P_I/P_{II} . \tag{19}$$

Deci cîtă vreme ipoteza $b_{iI} = b_{iII}$ este valabilă, raportul dintre gabaritul rotorului şi putere este acelaşi la turbine cu acelaşi coeficient caracteristic al puterii. Ipoteza $b_{iI} = b_{iII}$ este valabilă numai atîta vreme cît lăţimea treptelor rezultă numai din necesităţile procesului de circulaţie optimă a aburului (identitatea triunghiurilor de viteză şi a criteriilor de trasare optimă a paletelor la treptele omoloage). Această situaţie se întîlneşte la turbine de putere caracteristică mai mică spre mijlocie, cînd elementele constructive nu impun pentru treaptă lăţimi mai mari decît cele necesare procesului termic (pînă la cca. $P_k \leqslant 0{,}2$).

Pentru puteri caracteristice mai mari ($P_k > 0{,}2$) relaţia (19) se va modifica în sensul $V_{rI}/P_I < V_{rII}/P_{II}$ dacă $n_I > n_{II}$, căci în acest caz $b_{iI} < b_{iII}$, treptele pe diametcu mai mare vor avea lăţimi impuse din necesităţi constructive, bine cunoscute, mai mari.

Putem adăuga deci concluzia că, la puteri caracteristice mici, raportul dintre gabaritul rotorului şi putere este egal la o egală putere caracteristică, iar pentru puterile caracteristice mari, turbinele mai rapide, la o egală putere caracteristică, sînt avantajate din acest punct de vedere.

O cauză de abateri, în ceea ce priveşte egalitatea randamentelor la o egală valoare a coeficientului caracteristic y, ar putea-o constitui pierderile relative prin frecări şi ventilaţii, diferite, pentru turbinele de o egală putere caracteristică, comparate.

Vom arăta că valoarea relativă a pierderilor prin frecări şi ventilaţie pentru treptele cu $\varepsilon = 1$ este aceeaşi pentru treptele omoloage din ambele turbine.

Aplicăm formula lui Stoddola, particularizată pentru $\varepsilon = 1$:

$$N_{fviI} = 1{,}07 \lambda_{iI} \gamma_{iI} d_{iI}^2 u_{iI}^3 \, 10^{-10}, \quad N_{fviII} = 1{,}07 \lambda_{iII} \gamma_{iII} d_{iII}^2 u_{iII}^3 \, 10^{-10},$$

unde λ_i este un coeficient depinzînd de natura aburului în treapta i.

Ţinînd seama că parametrii aburului sînt aceiaşi în trepte omoloage, urmează că $\lambda_{iI} = \lambda_{iII}$, $\gamma_{iI} = \gamma_{iII}$ şi fiindcă $u_{iI} = u_{iII}$ rezultă:

$$N_{fviI}/N_{fviII} = (d_{iI}/d_{iII})^2 . \tag{20}$$

Ţinînd seama de relaţia (13) putem de asemenea scrie:

$$N_{fviI}/N_{fviII} = P_I/P_{II} , \tag{21}$$

deci şi valoarea relativă a pierderilor prin frecări şi ventilaţie este aceeaşi pentru ambele turbine. În consecinţă, ajungem la o altă concluzie importantă şi anume, că la acelaşi coeficient caracteristic al puterii, turbinele din aceeaşi serie care satisfac la condiţiile enunţate mai sus au şi acelaşi randament relativ în treaptă

(21') $$\eta_{i\,rel\,I} = \eta_{i\,rel\,II}\,.$$

Aceste ultime concluzii întăresc ipoteza făcută anterior în ceea ce priveşte indentitatea de parametri în trepte.

Egalitatea randamentelor $\eta_{i\,rel\,I} = \eta_{i\,rel\,II}$ este de asemenea mai riguroasă la turbinele de o egală putere caracteristică decît aceea ce se sprijină numai pe o egală valoare a coeficientului lui Parsons.

4. Dependenţa soluţiei constructive şi a economicităţii turbinei de coeficientul caracteristic al puterii

Această dependenţă poate fi studiată pentru orice serie de turbine cu aburi sau gaze. Noi nu vom întreprinde acest studiu în amănunt ci vom indica numai căile prin care poate fi realizat, pentru unele exemple.

Să considerăm o serie de turbine, caracterizate prin faptul că au toate treptele cu reacţiune şi, evident, posedă caracterele comune enunţate pentru turbinele din aceeaşi serie. În afară de aceasta, vom impune un acelaşi coeficient Parsons pentru toate turbinele. De la turbină la turbină, puterea caracteristică poate varia atît datorită variaţiei puterii cît şi a vitezei de rotaţie.

Se poate urmări modul în care variază proprietăţile turbinelor cu acelaşi coeficient al puterii caracteristice, punînd o condiţie restrictivă, de exemplu, studiind diverse turbine din aceeaşi serie şi de aceeaşi viteză, dar de diverse puteri.

Caracteristicile comune ale turbinelor din aceeaşi serie şi de egal coeficient al puterii caracteristice, stabilite în § 3, ne vor permite generalizarea concluziilor din acest studiu referitoare la dependenţa proprietăţilor turbinelor de coeficientul caracteristic al puterii şi în cazul cînd variaţia coeficientului caracteristic al puterii se obţine atît prin modificarea vitezei cît şi a puterii.

Pentru valori mici spre mijlocii ale acestui coeficient ($P_k = 0{,}02...0{,}15$) [3]) practica şi calculul arată că nu apar dificultăţi constructive sau funcţionale care să impună diametre la prima şi ultima treaptă. Pentru a realiza un anumit randament şi un anumit coeficient y va exista o cale optimă care duce la o construcţie cît mai uşoară şi cît mai ieftină a rotorului, deci un număr de trepte z dat şi valori optime determinate pentru diametrele lor. Distribuţia căderilor termice în trepte este în acest caz impusă.

În această gamă de valori a puterii caracteristice, trecerea de la o turbină la alta se poate face păstrînd toate elementele constante şi variind pe ϑ, anume

(22) $$\vartheta_{i\,I}/\vartheta_{i\,II} = P_{k\,II}/P_{k\,I}\,.$$

Această familie restrînsă de turbine poate fi proiectată în întregime, folosind relaţia (22) şi un proiect bine studiat pentru una din turbine.

Pentru $P_k < 0{,}002$, dacă se conservă diametrul d_1, rezultă înălţimi de palete inadmisibile din punct de vedere al randamentului ($l < 10$ mm); în acest caz distribuţia căderilor termice în trepte va fi obligator modificată (micşorîndu-se căderile termice în primele trepte) astfel că la egale valori ale lui $x = u/c_1 = \pi dn/(60c_1)$ să rezulte diametre mici. Evident, în acest caz ne abatem şi de la relaţia (22).

Pentru $P_k < 0{,}02$ gabaritul rotorului măsurat la nivelul diametrelor mijlocii va scădea atunci cînd creşte P_k, apropiindu-se de valoarea optimă.

Costul, greutatea şi gabaritul raportate la putere, scad foarte rapid cînd creşte puterea. În general, turbinele de această putere caracteristică sînt neeconomice sub aspectul investiţiilor, dacă le cerem randamente ridicate. În realitate, realizările cunoscute se bazează pe un compromis, micşorîndu-se randamentele, pentru a se realiza totuşi gabarite mai mici. Acest domeniu este în orice caz contraindicat pentru turbine cu reacţie.

În intervalul $0{,}002 < P_k < 0{,}15$, diametrele mijlocii şi deci randamentul se pot conserva. În acest caz gabaritul, măsurat la nivelul diametrelor mijlocii, rămîne constant, iar gabaritul total al rotorului, măsurat la nivelul capetelor de paletă, creşte.

---

[3]) Limitele depind în realitate şi de parametrii aburului, deci de serie. În această tratare generală ele au valoarea unei indicaţii aproximative.

Vom exprima raportul dintre V_r şi P în funcţie de P_k, pentru a studia variaţia lui; se obţine

$$V_r = \frac{\pi}{4} \sum d_1^2 b_i \left(1 + \frac{1}{\vartheta_i}\right)^2 = \frac{\pi}{4} \sum d_1^2 b_i + \frac{\pi}{2} \sum \frac{d_1^2 b_1}{\vartheta_i} + \frac{\pi}{4} \sum \frac{d_1^2 b_1}{\vartheta_1^2}$$

care se mai poate scrie sub forma:

$$V_r = V_{r_m} + \sum d_i b_i l_i . \tag{23}$$

Dacă se introduc notaţiile: $a_1 = l_1/l_z$,..., $a_i = l_i/l_z$,..., $a_z = l_z/l_z = 1$, atunci relaţia (23) capătă forma $V_r = V_{r_m} + l_z \sum d_i b_i a_i$. Observînd că V_{r_m} este volumul rotorului măsurat la nivelul diametrelor medii, constant pentru seria de turbine în domeniul studiat, iar $\sum d_i b_i a_i$ este de asemenea o constantă de formă în domeniul studiat, relaţia (23) devine

$$V_r = V_{r_m} + A l_z , \tag{24}$$

unde $A = \sum d_i b_i a_i$.

Notînd cu B raportul constant dintre puterea caracteristică şi Al_z [4]) relaţia (24) devine $V_r = V_{r_m} + BP_k$, iar volumul raportat la putere va fi dat de expresia

$$V_r / P = \left(V_{r_m} + BP_k\right) / \left(P_{\lim} P_k\right) . \tag{25}$$

Ţinînd seama de faptul că constanta B este mică, în domeniul studiat, faţă de V_{r_m} şi că $P_{\lim}$ este o constantă a seriei, rezultă că V_r / P scade repede cu creşterea lui P_k.

a) Cînd $0{,}15 < P_k < 0{,}8$ diametrul ultimei trepte nu mai poate fi conservat la valoarea optimă corespunzătoare gabaritului minim, din cauza valorilor prea mici ce le-ar căpăta ϑ.

b) Cînd $\vartheta \geqslant 7$ se poate executa paleta cu profil constant de la bază la vîrf.

Pînă la prima limită se poate merge redistribuind căderile termice astfel ca diametrele ultimei trepte să se mărească în limita vitezelor tangenţiale admisibile pentru construcţiile în tambur ($u = 200$ m). Această limită superioară a execuţiilor în tambur, cu palete cu profil constant, este uşor calculabilă, înlocuind în relaţia (1) $u = 200$, $\vartheta = 7$, şi $\zeta = 0{,}03...0{,}04$.

De aici mai departe, pentru a creşte puterile caracteristice, se deschid două căi:

a) Execuţia în disc a ultimelor trepte, cu majorarea vitezelor tangenţiale pînă la limita admisibilă, pentru construcţiile în disc (cu materiale cunoscute, limita vitezei tangenţiale, în condiţii economice este, $u = 400...440$ m/sec).

b) Folosirea paletelor cu profil variabil de la bază la vîrf, care permite micşorarea lui ϑ pînă la valoarea limită $\vartheta = 3$.

Aceste două mijloace pot fi folosite separat sau împreună, soluţiile optime corespunzînd, mai ales în cazul valorilor mai mari ale lui P_k, utilizării ambelor mijloace.

Cînd $P_k > 0{,}8$ chiar dacă se merge pînă la $u = 400$ m/sec şi $\vartheta = 3$ este necesar a se mări ζ peste valorile uzuale, atingîndu-se pentru $P_k = 1$ valoarea $\zeta = 0{,}07$. Din această cauză randamentele interioare relative ale turbinelor cu $P_k > 0{,}8$ suferă o scădere datorită pierderilor mărite de energie, corespunzătoare vitezei de ieşire din ultima treaptă. Pentru ameliorarea randamentului interior este indicată, în acest domeniu al valorilor lui P_k, utilizarea artificiilor cunoscute ce au drept scop recuperarea parţială a acestor pierderi.

Valorilor $P_k > 1$ le corespund turbine cu două sau mai multe eşapamente, care pot fi studiate după criterii similare.

---

[4]) În domeniul studiat puterea şi puterea caracteristică sînt proporţionale cu debitul şi deci cu înălţimea paletelor, celelalte elemente rămînînd constante.

Toate aceste limite indicate pot fi cu uşurinţă calculate, în primă aproximaţie, dacă parametrii seriei de turbine sînt precizaţi.

În ce priveşte randamentele, dacă s-ar conserva la întreaga serie valoarea $y = (\sum u^2)/[H_0(1+\alpha)] = \text{const.}$, aşa cum am presupus, randamentul interior relativ şi cel termic ar avea valori aproximativ constante în raport cu P_k pentru $0{,}02 < P_k < 0{,}8$.

Pentru $P_k < 0{,}02$ randamentul interior relativ are valori scăzute ce cresc sensibil cu P_k datorită creşterii valorilor coeficienţilor de viteză φ şi ψ cu înălţimea paletelor (creştere sensibilă la valori mici ale înălţimilor primelor trepte, în acest caz) şi datorită valorilor relative mari ale pierderilor prin frecări şi ventilaţie, ce scad şi ele sensibil cu creşterea lui P_k.

Pentru $P_k > 0{,}8$ randamentul $\eta_{i\,rel}$ scade cu creşterea lui P_k, din cauza valorilor mari ale pierderilor prin viteză reziduală la ieşirea din ultima treaptă. Această scădere poate fi atenuată în turbinele prevăzute cu mijloace de recuperare parţială a acestor pierderi

5. Coeficientul caracteristic al puterii unei porţiuni de turbină

Putem defini coeficientul caracteristic al puterii unei porţiuni formate din una sau mai multe trepte de turbină, încadrînd această parte în seria de turbine cu aceiaşi parametri ai aburului la intrare, la ieşire şi la evacuare. În acest caz se poate folosi relaţia $P_{kr} = P_r/P_{1r}$, unde P_r reprezintă puterea dezvoltată în partea studiată şi P_{1r} — puterea limită superioară a seriei de turbine alimentate cu aburi de parametri P_0 şi t_0 de la intrare în prima treaptă a lor şi cu evacuarea la presiunea p_r de ieşire a acestei porţiuni.

Din cauză că economia generală a turbinelor creşte cu valoarea coeficientului caracteristic al puterii este important a se considera şi puterea caracteristică şi deci economia generală a părţilor de turbină. Concluziile ce se pot trage pe această cale sînt deosebit de importante căci lămuresc proprietăţile turbinelor cu mai multe eşapamente şi perspectivele lor de dezvoltare.

Într-o turbină de înaltă presiune cu condensaţie, o parte, considerată ca formată din cîteva din primele trepte, apare cu o putere caracteristică mică chiar dacă face parte dintr-o turbină cu $P_k = 1$, căci coeficientul caracteristic al puterii creşte proporţional cu $1/v_{2z}$ şi deci destul de repede, cu presiunea de evacuare [5]).

Dacă se consideră mai multe turbine de aceeaşi viteză, alimentate la aceiaşi parametri p_0 şi t_0, cu un acelaşi randament interior relativ şi cu evacuarea la diverse presiuni, atunci conform expresiei puterii limită avem

$$P_{1r} = K H_0^{3/2}/v_{2z}, \tag{26}$$

unde: P_{1r} — puterea limită a corpului cu evuarea la presiunea p_r, $K = \dfrac{439\,000 v_{2z}^2 \sqrt{\zeta}\,\eta_{i\,rel}}{K_z \vartheta_{2z} n^2 \eta_m}$ şi v_{2z} — volumul specific la evacuare.

Raportul $H_0^{3/2}/v_{2z}$ indică variaţia relativă cu presiunea a puterii limită superioară a turbinelor, iar puterea caracteristică a unei părţi este exprimată în funcţie de puterea caracteristică a turbinei din care face parte, cu ajutorul relaţiei:

$$P_{kr} = P_k\, v_{2r}/v_{2z}, \tag{27}$$

unde P_{kr} — puterea caracteristică a părţii, v_{2r} — volumul specific la evacuarea din ultima treaptă a părţii, restul notaţiilor fiind cele uzuale.

Să considerăm, de exemplu, o serie de turbine alimentate la $p_0 = 29$ ata şi $t_0 = 400°C$ cu evacuarea la 0,05 ata sau avînd $p_0 = 200$ ata $t_0 = 585°C$, $p_{2z} = 0{,}05$ ata.

---

[5]) Creşterea lui $\gamma_{2z} = 1/v_{2z}$ — este mult mai rapidă decît scăderea lui H_0 provocată de presiunea ridicată la evacuare.

În tabelele 1 şi 2 sînt indicate valorile lui H_{0r} în funcţie de p_r de asemenea valorile lui v_{2z}/v_{2r} proporţionale cu $1/P_k$ care indică posibilitatea de mărire a puterii corpului. Calculul s-a făcut în ipoteza unui randament interior relativ, constant, $\eta_{irel} = 0{,}8$ (tabelul 1) şi $\eta_{irel} = 0{,}5$ (tabelul 2).

Tabelul 1

$p_0 = 29$ ata, $t_0 = 400^0\,C$, $p_{2z} = 0{,}05$ ata, $\eta_{irel} = 0{,}8$.

P_{2r} (ata)	0,05	0,1	0,5	1	2	5	10	15
H_0 (kcal/kg)	256	245	195	168	140	100	65	41
v_{2r} (m^3/kg)	25	13	3,2	1,8	0,95	0,45	0,26	0,18
v_{2z}/v_{2r}	1	1,93	7,8	13,9	26,3	55,5	96	139

Tabelul 2

$p_0 = 200$ ata, $t_0 = 585^0C$, $p_{2z} = 0{,}05$ ata, $\eta_{irel} = 0{,}5$.

P_{2r} (ata)	0,05	0,1	0,5	1	5	10	30	60	100	140
H_0 (kcal/kg)	360	342	294	270	210	180	127	86	51	28
v_{2r} (m^3/kg)	24	13	2	1,6	0,4	0,22	0,09	0,05	0,033	0,025
v_{2z}/v_{2r}	1	1,85	12	15	60	109	268	480	726	960

Din simpla examinare a acestor tabele se pot trage concluzii importante şi anume: din tabelul 1 se observă că corpul care efectuează detenta de la 29 ata la 10 ata, chiar dacă ar face parte dintr-o turbină de putere limită superioară ar avea un coeficient al puterii caracteristice foarte mic, $P_{cr} = P_k\, v_{2r}/v_{2z} = 1/96$. Acest corp, ce prelucrează 66 kcal/kg aburi, deci sub 25% din căderea termică totală, ar putea fi o roată Curtis. Ca această roată să fie economic utilizată, deci la o valoare a coeficientului caracteristic al puterii $P_{kr} > 0{,}4$, ar trebui să alimenteze cîteva zeci de corpuri, cu cîte două eşapamente simetrice şi de putere caracteristică $P_k = 2$, adică la limita superioară a turbinelor cu două eşapamente.

Concluzii similare se pot trage şi din examinarea tabelului 2 şi nimic nu împiedică ca problema să fie studiată sub acest aspect.

Notaţii

P_1 — puterea limită superioară a turbinei, (kw),
u — viteza tangenţială a rotorului, într-o treaptă oarecare, (m/sec),
u_z — viteza tangenţială în coroana mobilă a ultimei trepte a turbinei, (m/sec),
ζ_{0i} — fracţiunea din căderea termică disponibilă ce se pierde prin viteze reziduale, la ieşirea din ultima treaptă ($\zeta_{0i} = 0{,}02...0{,}04$),

H_0 — căderea termică disponibilă pe întreaga turbină, (kcal/kg),
l — lungimea paletei, (m),
d — diametrul mediu al coroanei de palete, (m),
$\vartheta = d/l$,
$\vartheta_z = d_z / l_z$, (acelaşi raport pentru ultima treaptă),
v — volumul specific al aburului, (m^3/kg),
v_{2z} — volumul specific al aburului la ieşirea din paletele mobile ale ultimei trepte, (m^3/kg),
k — coeficientul de îngustare,
ε — gradul de admisie al treptei,
η_e — randamentul global pe întreaga turbină sau treaptă,
n — viteza de rotaţie a turbinei, (rot/min),
η_{irel} — randamentul interior relativ pe întreaga turbină sau pe treaptă,
η_{mec} — randamentul mecanic al turbinei,
P_k — coeficientul caracteristic al puterii turbinei,
α — coeficientul de recuperare a căldurii, (α=0,04...0,06),
η_t — randamentul termic,
i_0 — entalpia aburului la intrarea în turbină, (kcal/kg),
q — cantitatea de căldură conţinută în condens, (kcal/kg),
b — lăţimea axială a unei trepte, (m),
V_r — volumul de gabarit al rotorului, (m^3),
V_{rm} — volumul de gabarit al rotorului măsurat la nivelul diametrului mediu, (m^3),
d_i — diametrul mediu al treptei ocupînd locul i, (m),
b_i — lungimea axială a treptei ocupînd locul i, (m),
l_i — lungimea paletei mobile a treptei ocupînd locul i, (m),
C_{1a} — viteza axială la intrare în treaptă, (m/sec).

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de maşini termice

BIBLIOGRAFIE

1. Şliahin N. P., *Turbine cu aburi,* Ed. Tehn, Buc., 1952, pp. 94—95, 158—160, (trad. din l rusă).
2. Stoddola A., *Turbines à vapeur et à gaz*, Dunod, Paris, 1925, pp. 203—204.
3. Kraft E. A., *La turbine à vapeur moderne,* Dunod, Paris, 1939, pp. 49—52.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ ТУРБИН (I)

(Резюме)

Характеристический коэффициент мощности турбины является отношением между мощностью турбины и максимальной мощностью турбины питаемой при тех же параметрах.

Этот коэффициент является хорошим технико-экономическим показателем. Турбины с одинаковыми характеристическими мощностями имеют заметно одинаковые удельные стоимости и одинаковый вес в отношении к их мощности.

Доказывается также, что две турбины с одинаковыми характеристическими коэффициентами мощности могут быть реализованы при следующих условиях: должны иметь тот же к. п. д., тот же вес ротора в отношении к их мощности, то же распределение ступенчатого термического падения, то же отношение между высотой и средним диаметром и те же относительные потери на трение и вентиляцию.

THE CHARACTERISTIC POWER COEFFICIENT OF A TURBINE (I)

(Summary)

The characteristic power coefficient of a turbine is the ratio between the power of the turbine and the maximum realizable power of a steam turbine fed at the same parameters.

This coefficient is a fit technical – economic index. The turbines of the same characteristic power have almost the same specific cost and same weight by power unit. Besides, it is demonstrated that two turbines of the same characteristic power coefficient may be realized under the following conditions: they should have the same output, same weight of rotor by power meet, same distribution of thermal drops in stages, same ratio between blade height and diameters and same relative bosses through friction and ventilation.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 621—592

FRÎNĂ CENTRIFUGALĂ AUTOREGLABILĂ

DE

VITALIE BELOUS

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

La macaralele rapide, la care viteza de coborîre depăşeşte mai mult decît de două-trei ori viteza de ridicare, se folosesc adeseori frîne centrifugale, care faţă de frînele pneumatice, electromecanice, electrohidraulice sau hidromatice, prezintă avantajul simplităţii.

Dintre frînele centrifugale, una dintre cele mai utilizate, este frîna centrifugală cu discuri (fig. 1), al cărui mod de funcţionare este următorul: sub acţiunea forţelor centrifugale F_c, discul *1*, montat prin pană pe arborele *2*, şi discul *4*, montat prin pană paralelă pe manşonul discului *1*, comprimînd arcul *5*, sînt apăsate pe discul fix *3* cu o forţă $X = zF_1 - k$, (z fiind numărul de contragreutăţi).

Arborele frînei *2* fiind sub acţiunea unui moment constant, transmis de sarcină (M_s), se roteşte iniţial uniform accelerat. Forţele centrifugale F_c crescînd, duc la mărirea treptată a apăsării X, a momentului de frînare M_f pe discuri şi implicit la încetinirea arborelui frînei. Dar această acţiune provoacă o micşorare a momentului de frînare, deci o nouă accelerare a frînei.

Practic se ajunge la o mişcare stabilizată atunci cînd momentul transmis de sarcină este egal cu momentul de frînare, mişcarea arborelui rămînînd o mişcare de rotaţie uniformă.

Scriind că momentul transmis de sarcină este egal cu momentul de frînare,

$$M_s = \frac{\mu X}{3} \cdot \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2} = \frac{i(zF_1 - k)\mu}{3} \cdot \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2} =$$

$$= \frac{izG}{g}\left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 \frac{a}{b} r \frac{\mu}{3} \cdot \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2} - \frac{ik\mu}{3} \cdot \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2},$$

rezultă

$$n = \sqrt{\frac{3{,}30^2 M_s\, bg}{iz\pi^2\, arG\mu} \cdot \frac{D^2 - d^2}{D^3 - d^3} + \frac{30^2 kg\, b}{zG\pi^2 ar}}, \tag{1}$$

unde, în afară de notaţiile cunoscute, avem: M_s — momentul transmis de sarcină, a şi b — braţele pîrghiilor contragreutăţilor, z — numărul de contragreutăţi, g — acceleraţia gravitaţiei, G — greutatea unei contragreutăţi, r — distanţa de la axa frînei pînă la centrul de greutate al unei contragreutăţi, μ — coeficientul de frecare între discurile frînei, k — forţa arcului, D şi d — diametrele exterioare şi interioare ale frînei, i — numărul de suprafeţe de frecare.

Considerînd pentru o frînă dată toate elementele, în afară de n şi M_s, constante, relaţia (1) se va putea scrie sub forma:

$$n = \sqrt{AM_s + B} \tag{1'}$$

în care A şi B sînt două constante.

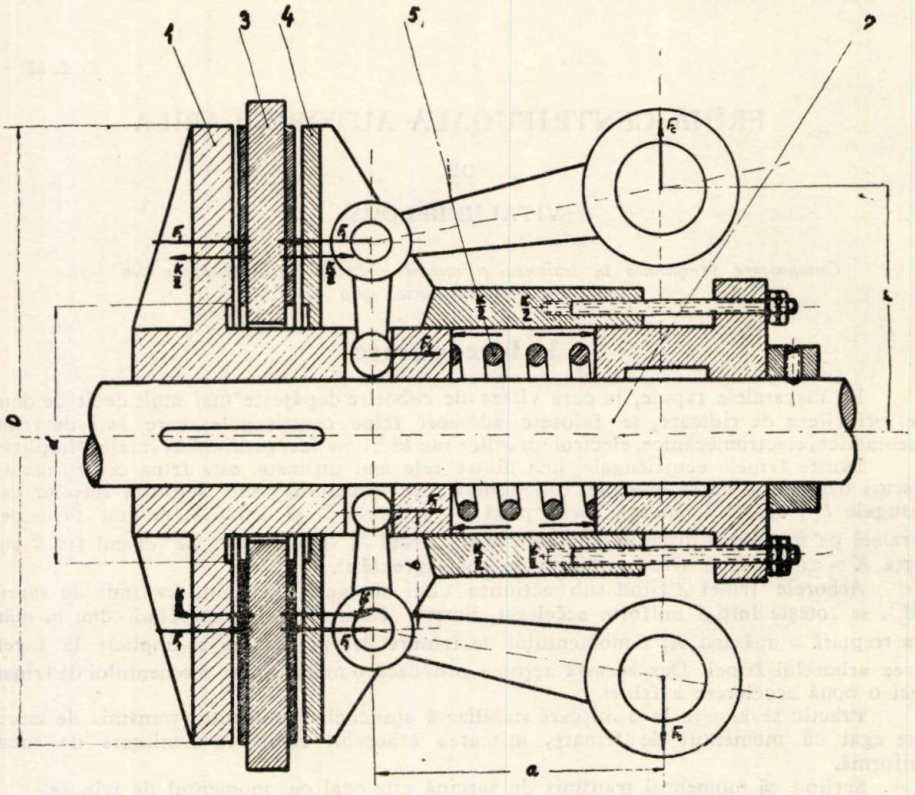


Fig. 1

Rezultă că turaţia frînei, deci şi viteza de coborîre, în cazul unei macarale, este variabilă cu mărimea momentului de torsiune transmis de sarcină, ceea ce înseamnă că sarcinile mari vor coborî cu viteze mari iar cele mici cu viteze mici, fapt care reprezintă dezavantajul principal al acestui tip de frîne.

2. Un nou principiu funcţional

Pentru a evita dezavantajul variaţiei vitezei de coborîre cu variaţia sarcinii, trebuie ca coeficientul A să se anuleze, în aşa fel încît să avem

$$n = \sqrt{B} = \text{const.} \tag{1''}$$

În acest scop trebuie ca în construcţia frînei să se introducă un element care sub acţiunea momentului transmis de sarcină să dea naştere la o forţă proporţională cu M_s şi de sens contrar forţei arcului k.

Una din cele mai simple soluţii constructive este cea reprezentată în fig. 2. Frîna, solidarizată prin intermediul unui semicuplaj *1*, de capătul arborelui rapid al mecanismului care urmează a fi frînat, este pusă

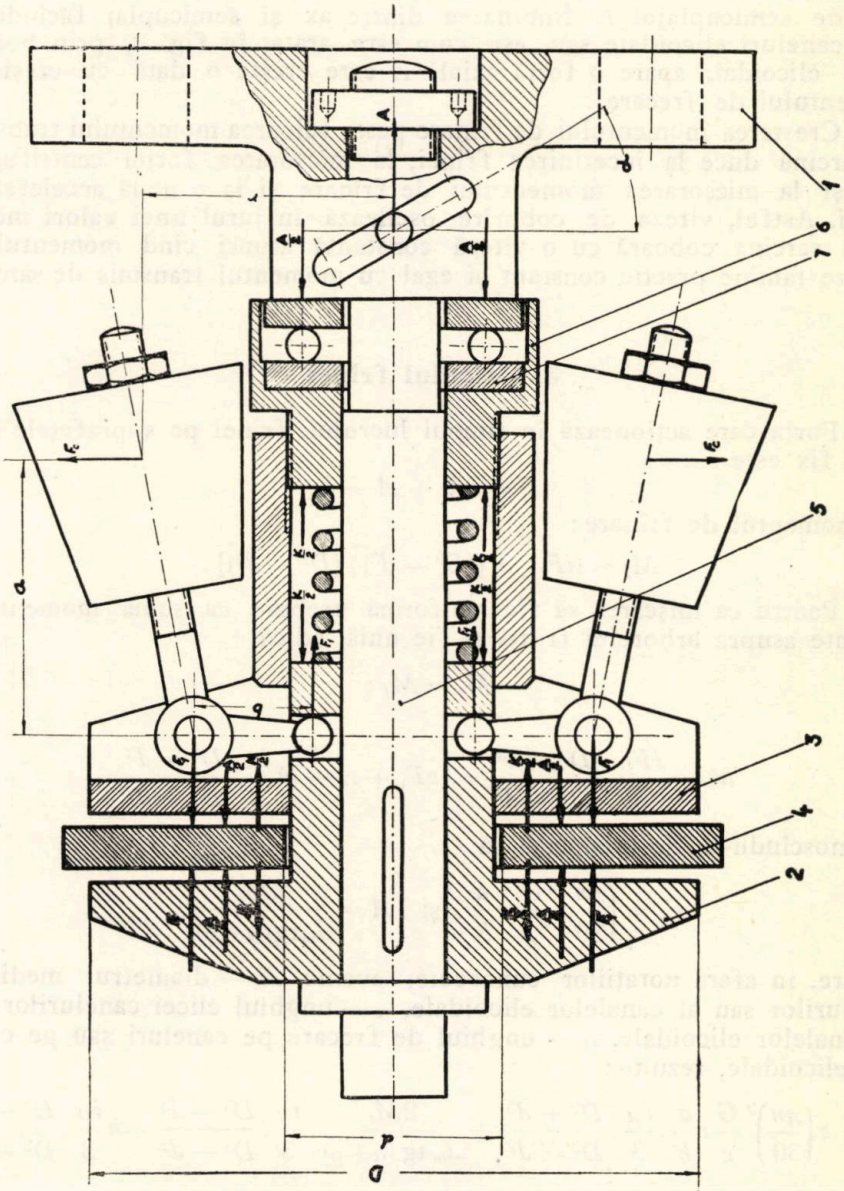


Fig. 2

în mişcare de rotaţie uniform accelerată sub acţiunea momentului transmis de sarcină pe arborele frînei M_s. În momentul cînd forţa centrifugă depăşeşte valoarea forţei arcului de defrînare ($zF_1 > k$), discurile

mobile *2* şi *3* încep să fie apăsate pe discul fix *4*, apărînd un moment de frecare rezistent.

Datorită acestui moment de frecare apare tendinţa de rotaţie a discurilor mobile *2* şi *3* şi a axului *5*, cu care sînt solidarizate la rotaţie, faţă de semicuplajul *1*. Îmbinarea dintre ax şi semicuplaj făcîndu-se prin caneluri elicoidale sau, aşa cum este arătat în fig. 2, prin bolţ şi canal elicoidal, apare o forţă axială A care creşte o dată cu creşterea momentului de frecare.

Creşterea momentului de frînare peste valoarea momentului transmis de sarcină duce la încetinirea frînei, la micşorarea forţei centrifugale deci şi la micşorarea momentului de frînare şi la o nouă accelerare a frînei. Astfel, viteza de coborîre oscilează în jurul unei valori medii. Final sarcina coboară cu o viteză constantă atunci cînd momentul de frînare rămîne practic constant şi egal cu momentul transmis de sarcină.

3. Calculul frînei

Forţa care acţionează în timpul lucrului frînei pe suprafeţele discului fix este

$$F = zF_1 + A - k,$$

iar momentul de frînare:

$$M_f = (iF\mu/3)\,[(D^3 - d^3)/(D^2 - d^2)].$$

Pentru ca mişcarea să fie uniformă trebuie ca suma momentelor aplicate asupra arborelui frînei să fie nulă, adică

$$M_s = M_f;$$

dar

$$M_s = \frac{iF\mu}{3}\cdot\frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2} = (zF_1 + A - k)\frac{i\mu}{3}\cdot\frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}$$

şi cunoscîndu-se de asemenea că

$$F_1 = \left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 \frac{G}{g} r \frac{a}{b} \quad \text{şi} \quad A = \frac{2M_s}{d_m \operatorname{tg}(\alpha + \varrho)},$$

în care, în afara notaţiilor cunoscute, avem: d_m — diametrul mediu al canelurilor sau al canalelor elicoidale, α — unghiul elicei canelurilor sau al canalelor elicoidale, ϱ — unghiul de frecare pe caneluri sau pe canalele elicoidale, rezultă:

$$M_s = z\left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 \frac{G}{g} r \frac{a}{b}\cdot\frac{i\mu}{3}\cdot\frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2} + \frac{2M_s}{d_m \operatorname{tg}(\alpha + \varrho)}\cdot\frac{i\mu}{3}\cdot\frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2} - k\frac{i\mu}{3}\cdot\frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}$$

sau

$$(2) \qquad n = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{g}{G}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{b}{a}\left[\frac{3}{i\mu}\cdot\frac{D^2 - d^2}{D^3 - d^3} - \frac{2}{d_m \operatorname{tg}(\alpha + \varrho)}\right] M_s + k\frac{g}{G}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{b}{a}}.$$

Pentru ca turaţia să fie constantă, oricare ar fi mărimea momentului transmis de sarcină, trebuie să se anuleze coeficientul lui M_s, adică,

$$\frac{3}{i\mu}\cdot\frac{D^2-d^2}{D^3-d^3}-\frac{2}{d_m \operatorname{tg}(\alpha+\varrho)}=0. \tag{3}$$

Dacă elementele frînei respectă condiţia (3), atunci turaţia frînei va fi dată de relaţia

$$n=\frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{kgb}{Gra}}. \tag{4}$$

Pentru reglarea turaţiei frînei se măreşte sau se micşorează forţa arcului k prin înşurubarea sau dezşurubarea piuliţei 6, sau se schimbă contragreutăţile.

Un prim prototip realizat în Laboratorul de maşini unelte, scule şi utilaj al Institutului politehnic din Iaşi are următoarele dimensiuni de bază :

$$D=135\text{ mm},\quad d=60\text{ mm},\quad \mu=0{,}1,\quad \varrho\approx 6^\circ,\quad z=2,\quad G=1\text{kg},$$

$$a=65\text{ mm},\quad b=32{,}5\text{ mm},\quad i=2,\quad d_m=30\text{ mm}.$$

Din condiţia (3) a rezultat valoarea unghiului α:

$$\alpha=\operatorname{arc\,tg}\frac{2i\mu}{3d_m}\cdot\frac{D^3-d^3}{D^2-d^2}-\varrho\approx 28^\circ.$$

Primele încercări ale frînei au confirmat posibilitatea folosirii noului principiu în construcţia frînelor centrifugale. Încărcînd arborele tobei mecanismului de ridicare cu momente de torsiune cuprinse între 520 şi 3120 kgcm nu s-au remarcat variaţii sensibile ale vitezei de coborîre, iar în cazul cînd bolţul este blocat în canalul elicoidal se remarcă, pentru acelaşi interval, variaţii de peste 50% ale vitezei de coborîre.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de maşini unelte, scule şi utilaj

BIBLIOGRAFIE

1. Богданов Е. С., Петунов П. З., *Тормозные устройства кранов*, Машгиз, М., стр. 202—208.
2. Александров М. П., *Тормоза подчемно-транспортных машин*, Машгиз, М., стр. 169—171.

САМОРЕГУЛИРУЮЩИЙ ЦЕНТРОБЕЖНЫЙ ТОРМОЗ

(Резюме)

Дается описание нового принципа работы центробежных тормозов. По этому принципу избегается главный недостаток существующих центробежных тормозов, т. е. изменение скорости вращения заторможенных валов с изменением на них приложенных моментов кручения.

FREIN CENTRIFUGAL AUTORÉGLABLE

(Résumé)

L'Auteur expose un nouveau principe fonctionnel des freins centrifugals. Selon ce principe on évite l'inconvénient des freins centrifugals connus, à savoir, la variation de la vitesse de l'arbre en fonction du moment de torsion appliqué.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 531.25

DETERMINAREA PE CALE GRAFICĂ A REACŢIUNILOR UNUI SOLID ÎN MIŞCARE SPAŢIALĂ

DE

N. IRIMICIUC

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

În cele ce urmează se prezintă un nou mod de rezolvare grafică a cunoscutei probleme de determinare a reacţiunilor unui solid în mişcare spaţială. Ca punct de plecare vom folosi relaţiile reprezentînd principiul lui d'Alembert şi care, în coordonate vectoriale cilindrice, au forma:

$$(1)\quad \begin{cases} \bar{f}_c^i + \sum\limits_{\nu} \bar{f}_{\nu c} + \sum\limits_{\mu} \bar{n}_{\mu c} = 0, \quad \bar{f}_a^i + \sum\limits_{\nu} \bar{f}_{\nu a} + \sum\limits_{\mu} \bar{n}_{\mu a} = 0, \\ \bar{m}_{0c}^i + \sum\limits_{\nu} \bar{m}_{0c}(\bar{f}_\nu) + \sum\limits_{\mu} \bar{m}_{0c}(\bar{n}_\mu) = 0, \quad \bar{m}_{0a}^i + \sum\limits_{\nu} \bar{m}_{0a}(\bar{f}_\nu) + \sum\limits_{\mu} \bar{m}_{0a}(\bar{n}_\mu) = 0, \end{cases}$$

unde $\bar{f}_c^i$ — componenta coplanară a rezultantei forţei de inerţie redusă, avînd suportul situat în planul reprezentării şi determinat în raport cu polul ales în planul reprezentării prin ecuaţia $\bar{r} = \lambda \bar{f}_c^i + (\bar{f}_c^i \times \bar{m}_{0a}^i)/\bar{f}_c^{i\,2}$; $\bar{f}_a^i$ — componenta axială a forţei de inerţie rezultantă redusă; $\bar{f}_{\nu c}$ şi $\bar{f}_{\nu a}$ — componentele cilindrice ale forţelor exterioare reduse; $\bar{n}_{\mu c}$ şi $\bar{n}_{\mu a}$ — componentele cilindrice ale reacţiunilor reduse; $\bar{m}_{0c}^i$ şi $\bar{m}_{0a}^i$ — componentele cilindrice ale momentului rezultant redus al forţelor de inerţie în raport cu polul ales, componente avînd expresiile: $\bar{m}_{0c}^i = \bar{m}_{Gc}^i - \bar{r}_{0Gc} \times \bar{a}_{Ga} - \bar{r}_{0Ga} \times \bar{a}_{Gc}$, respectiv $\bar{m}_{0a}^i = \bar{m}_{Ga}^i - \bar{r}_{0Gc} \times \bar{a}_{Gc}$, $\bar{r}_{0Gc}$ şi $\bar{r}_{0Ga}$ fiind componentele cilindrice ale vectorului de poziţie al centrului de greutate în raport cu polul ales; $\sum\limits_{\nu} \bar{m}_{0c}(\bar{f}_\nu)$ şi $\sum\limits_{\nu} \bar{m}_{0a}(\bar{f}_\nu)$ — momentele rezultante coplanare şi axiale ale forţelor exterioare; $\sum\limits_{\mu} \bar{m}_{0c}(\bar{n}_\mu)$ şi $\sum\limits_{\mu} \bar{m}_{0a}(\bar{n}_\mu)$ — momentele rezultante reduse, coplanare şi axiale, ale forţelor de legătură.

Determinarea componentelor cilindrice ale reacţiunilor necunoscute se va face prin impunerea următoarelor condiţii grafice:

A. În planul reprezentării: a) închiderea poligonului vectorial al forţelor coplanare reduse; b) închiderea poligonului funicular corespunzător forţelor coplanare; c) închiderea poligonului momentelor coplanare.

B. Pe axa reprezentării: închiderea liniei forţelor axiale.

În cazurile cînd punctele solidului supuse la legături sînt în număr mai mare de 2, alături de ecuaţia de echilibru a momentelor coplanare reduse vor mai fi folosite, de cîte ori va fi nevoie, ecuaţiile de momente în raport cu dreptele ce trec prin cîte două puncte, P_i şi P_j, primul fiind luat drept pol, ecuaţii care în coordonate vectoriale cilindrice iau forma foarte simplă:

$$\begin{aligned}(2)\qquad &\cos\psi_{ij}\,[\overline{m}^{i}_{ic}+\sum_{\nu}\overline{m}_{ic}(\overline{f}_{\nu})+\sum_{\mu}\overline{m}_{ic}(\overline{n}_{\mu})]\,\overline{u}_{\theta^{r}_{ij}}+\\ &+\sin\psi_{ij}\,[m^{i}_{ia}+\sum_{\nu}m_{ia}(\overline{f}_{\nu})+\sum_{\mu}m_{ia}(\overline{n}_{\mu})]=0,\end{aligned}$$

ψ_{ij} fiind unghiul pe care-l face segmentul P_iP_j cu planul reprezentării, iar θ^{r}_{ij} — unghiul pe care-l face proiecţia segmentului P_iP_j pe planul reprezentării cu axa origine pentru unghiuri, observîndu-se că produsul scalar care înmulţeşte pe $\cos\psi_{ij}$ se obţine prin proiectarea pe direcţia proiecţiei segmentului P_iP_j pe planul reprezentării, a vectorului rezultant al tuturor momentelor coplanare, iar termenul care înmulţeşte pe $\sin\psi_{ij}$ rezultă chiar din poligonul funicular.

Se va remarca, de asemenea, că în ecuaţie dispar două reacţiuni necunoscute şi anume, reacţiunile $\overline{N}_i$ şi $\overline{N}_j$, care trec prin axa P_iP_j.

În continuare se rezolvă problema determinării reacţiunilor în două cazuri frecvent întîlnite în practică:

a) *Cazul barei cu extremităţile situate pe curbe spaţiale prestabilite.*

Considerînd bara P_0P_1 şi luînd punctul P_0 drept centru de reducere, ecuaţiile (1) iau forma:

$$\begin{aligned}(1')\qquad &\overline{f}^{i}_{c}+\sum_{\nu}\overline{f}_{\nu c}+\overline{n}_{0c}+\overline{n}_{1c}=0,\quad \overline{f}^{i}_{a}+\sum_{\nu}\overline{f}_{\nu a}+\overline{n}_{0a}+\overline{n}_{1a}=0,\\ &\overline{m}^{i}_{0c}+\sum_{\nu}\overline{m}_{0c}(\overline{f}_{\nu})+\overline{m}_{0c}(\overline{n}_{1})=0.\end{aligned}$$

Construcţia, în planul reprezentării, a poligonului momentelor coplanare, permite să se determine momentul $\overline{m}_{0c}(\overline{n}_1)$, a cărui expresie este:

$$\overline{m}_{0c}(\overline{n}_1)=\overline{r}_{01c}\times\overline{n}_{1a}+\overline{r}_{01a}\times\overline{n}_{1c}.$$

Rezolvînd această ecuaţie vectorială în raport cu $\overline{n}_{1c}$, se obţine:

$$\overline{n}_{1c}=\mu\,\overline{r}_{01c}+[m_{0c}(\overline{n}_1)/r_{01a}]\,\overline{u}_{\theta^{m(\overline{n}_1)}-\pi/2},$$

adică, un prim loc geometric al extremităţii lui $\overline{n}_{1c}$ este dreapta paralelă la proiecţia segmentului P_0P_1 pe planul reprezentării, trecînd la dis-

tanța $m_{0c}(\bar{n}_1)/r_{01a}$ de punctul P_{1c}, proiecția pe planul reprezentării a punctului P_1.

Al doilea loc geometric se va obține observîndu-se că $\bar{n}_1$ trebuie să fie perpendiculară pe tangenta în P_1 la curba Γ_1 (deci pe viteza $\bar{v}_1$), rezultînd de aici relația:

$$\mathrm{pr}_{\bar{u}_{\theta_1^v+\pi/2}} \bar{n}_{1c} = \frac{\mathrm{pr}_{\bar{v}_{1c}} \bar{m}_{0c}(\bar{n}_1)}{r_{01a}} + \frac{r_{01c}}{r_{01a}} \cdot \frac{v_{1c}}{v_{1a}} \sin(\theta_{01}^r - \theta_1^v) \cdot \mathrm{pr}_{\bar{v}_{1c}} \bar{n}_{1c} = a + b\,\mathrm{pr}_{\bar{v}_{1c}} \bar{n}_{1c},$$

ceea ce înseamnă că al doilea loc geometric este o altă dreaptă, trecînd printr-un punct situat pe normala la viteza $\bar{v}_{1c}$, la distanța a de P_{1c}, dreapta formînd cu direcția vitezei $\bar{v}_{1c}$, unghiul γ dat de $\mathrm{tg}\,\gamma = b$.

Componenta $\bar{n}_{1c}$ se va obține unind punctul P_{1c} cu punctul de intersecție al celor două drepte reprezentînd cele două locuri geometrice găsite.

Relația (2), scrisă încă sub forma $\bar{m}_{0c}(\bar{n}_1) = \bar{r}_{01c}^0 \times \bar{n}_{1a}$, unde $\bar{r}_{01c}^0$ reprezintă vectorul de poziție al punctului în care suportul lui $\bar{n}_{1c}$ înțeapă planul paralel la planul reprezentării și conținînd centrul de reducere P_0, vector cunoscut acum, fiind perpendicular pe $\bar{m}_{0c}(\bar{n}_1)$ și avînd extremitatea pe suportul lui $\bar{n}_{1c}$, permite să se determine $\bar{n}_{1a}$.

Construcția poligoanelor vectoriale ale forțelor coplanare și axiale permite să se determine cu ușurință și componentele cilindrice ale reacțiunii $\bar{n}_0$.

b) *Cazul solidului cu două puncte* P_0 *și* P_1 *situate pe curbe spațiale prestabilite și cu un al treilea punct* P_2 *situat pe o suprafață dată.*

Această problemă se reduce la cea precedentă prin determinarea mai întîi a reacțiunii $\bar{n}_2$ a suprafeței, scriind momentul coplanar rezultant al forțelor, față de dreapta $\overline{P_0P_1}$, ceea ce conduce la relația:

$$n_2 = \frac{\cos\psi_{01}\left[\bar{m}_{0c}^i + \sum_\nu \bar{m}_{0c}(\bar{f}_\nu)\right] \bar{u}_{\theta_{01}^r} + \sin\psi_{01}\left[m_{0a}^i + \sum_\nu m_{0a}(\bar{f}_\nu)\right]}{\cos\psi_{01}\left[r_{02c}\sin\psi_{\nu 2}\,\bar{u}_{\theta_{02}^r - \pi/2} + r_{02a}\cos\psi_{\nu 2}\,\bar{u}_{\theta_2^\nu+\pi/2}\right] + \sin\psi_{01}\left[r_{02c}\cos\psi_{\nu 2}\sin(\theta_2^\nu - \theta_{02}^r)\right]},$$

$\psi_{\nu 2}$ fiind unghiul pe care-l face normala la suprafața $\sum$ în P_2, cu planul reprezentării, iar θ_2^ν — unghiul pe care-l face, în planul reprezentării, proiecția normalei cu axa origine pentru unghiuri.

Precizăm că termenii din membrul drept al relației ultime pot fi obținuți prin construcții grafice foarte simple.

De aici înainte problema se rezolvă ca și cea precedentă.

Institutul politehnic, Iași.
Catedra de mecanică și organe de mașini

BIBLIOGRAFIE

1. Federhofer K., *Graphische Kinematik und Kinetostatik des starren räumlichen System*, Jul. Springer, Wien, 1928.
2. Artobolevski I. I., *Teoria mecanismelor şi maşinilor*, Ed. tehn., Buc., 1955, (trad. din l. rusă).
3. Irimiciuc N., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **III (VII)**, *3—4*, pp. 196—199.
4. Irimiciuc N. şi Klepper I., Ibid., 1957, **III (VII)**, *3—4*, pp. 205—209.
5. Irimiciuc N., Ibid., 1958, **IV (VIII)**, *3—4*, pp. 303—304.
6. — Ibid., 1960, **VI (X)**, *1—2*, pp. 281—284.

ГРАФИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ТВЕРДОГО ТЕЛА В ПРОСТРАНСТВЕННОМ ДВИЖЕНИИ

(Резюме)

Основанный на, предложенном автором, методе цилиндрических векторных координат, дается новый метод графического решения задачи определения реакций твердого тела в пространственном движении.

LA DÉTERMINATION GRAPHIQUE DES RÉACTIONS D'UN SOLIDE EN MOUVEMENT SPATIAL

(Résumé)

L'Auteur expose dans cette Note un nouveau procédé de résolution graphique, basé sur la méthode des coordonnées vectorielles cylindriques, élaborée par lui, du problème de la détermination des réactions d'un solide en mouvement spatial.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C.Z. 624.04

РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК МАТРИЧНЫМ МЕТОДОМ

К. К. ПОНОМАРЕВ

1. *Введение*

Первые исследования в области применения теории матриц к задачам строительной механики принадлежат проф. И. М. Рабиновичу [1], [2], А. А. Гвоздеву [3], С. А. Бернштейну [4], и др. Широкое внедрение матричного исчисления к расчету инженерных сооружений на устойчивость и колебания осуществлено трудами проф. А. Ф. Смирнова [5], [6], [7] и его последователями. Применение матриц к интерпретации релаксационных методов проводилось в работах проф. М. М. Гофмана, В. Д. Шайкевича, С. Бенскотора и др. Начало матричной формулировки метода начальных параметров, ограничиваясь при этом задачами устойчивости, положено проф. А. Р. Ржаницыным [8].

Б настоящей работе, в отличие от ранее опубликованных, разработан единый матричный прием решения статически неопределимых балок на изгиб, устойчивость и колебания при помощи шаблонных матриц. Излагаемый метод является универсальным по применимости и позволяет расчитывать балочные системы любой сложности. Открывается возможность проведения расчлененного расчета балок, что делает его особенно удобным для программирования на электронных вычислительных машинах и дает возможность широко варьировать исходные параметры системы—тип опор, длины пролетов, моменты инерции и т. п.

Метод предельно упрощает и шаблонизирует вычислительный процесс предоставляя широкую возможность привлечения для его выполнения менее квалифицированных расчетчиков.

2. *Расчет на изгиб*

Дифференциальное уравнение изгиба k-того участка балки при постоянном моменте инерции и равномерно распределенной нагрузке имеет вид [9]:

$$EI_k y^{IV}(x) = q. \tag{1}$$

Его решение:

$$EI_k y(x) = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^3 + qx^4/24. \tag{2}$$

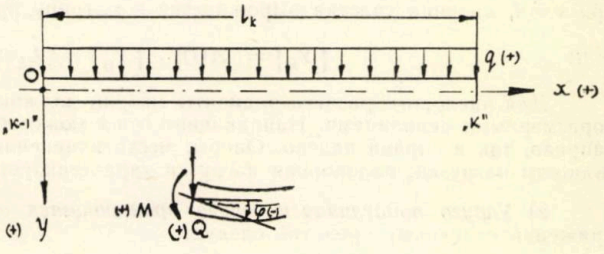


Рис. 1

Принимая правило знаков согласно рис. 1 и используя метод начальных параметров, постоянные интегрирования в уравнении (2) получают определенный смысл. Решение совместно со своими первыми производными может быть записано в виде системы:

$$(3)\quad \begin{cases} y_k^{л} = y_{k-1}^{п} - x\varphi_{k-1}^{п} + \dfrac{x^2}{2EI_k} M_{k-1}^{п} + \dfrac{x^3}{6EI_k} Q_{k-1}^{п} + \dfrac{qx^4}{24EI_k}, \\ -y' = \varphi_k^{л} = \varphi_{k-1}^{п} - \dfrac{x}{EI_k} M_{k-1}^{п} - \dfrac{x^2}{2EI_k} Q_{k-1}^{п} - \dfrac{qx^3}{6EI_k}, \\ -EIy'' = M_k^{л} = M_{k-1}^{п} + xQ_{k-1}^{п} + \dfrac{qx^2}{2}, \quad -EIy''' = Q_k^{л} = Q_{k-1}^{п} + qx, \quad q = q, \end{cases}$$

где $y_{k-1}^{п}, \varphi_{k-1}^{п}, M_{k-1}^{п}, Q_{k-1}^{п}$ — прогиб, угол поворота, изгибающий момент и поперечная сила в сечении правее опоры $k-1$; $y_k^{л}, \varphi_k^{л}, M_k^{л}, Q_k^{л}$ — тоже левее опоры k.

Аналогичные уравнения получаются при действии других типичных нагрузок на участке: сосредоточенной силы, момента и т. п., а также для любой распределенной нагрузки. При этом в системе (3) изменяются только последние грузовые члены. Принимая сечение $k-1$ за начальное и обозначая его индексом 0, система (3) в матричной форме примет вид

$$(4)\quad \begin{Vmatrix} y_k \\ \varphi_k \\ M_k \\ Q_k \\ 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & -x & \dfrac{x^2}{2EI_k} & \dfrac{x^3}{6EI_k} & \dfrac{qx^4}{24EI_k} \\ 0 & 1 & -\dfrac{x}{EI_k} & -\dfrac{x^2}{2EI_k} & -\dfrac{qx^3}{6EI_k} \\ 0 & 0 & 1 & x & \dfrac{qx^2}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & qx \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} y_0 \\ \varphi_0 \\ M_0 \\ Q_0 \\ 1 \end{Vmatrix},$$

или в компактной форме

$$(5)\quad \{Y_k\} = \|A_k\| \cdot \{Y_0\},$$

где $\{Y_0\}$ — матрица-столбец напряженного и деформированного состояния начального сечения; $\{Y_k\}$ — тоже для k-того сечения; $\|A_k\|$ — матрица участка.

В частных случаях, когда расчетное сечение на начальной опоре ($x = 0$), матрица $\|A_k\|$ вырождается в единичную матрицу $\|E\|$ и

$$(5\,а)\quad \{Y_k\} = \|A(0)\| \cdot \{Y_0\} = \|E\| \cdot \{Y_0\};$$

при $x = l$, матрица участка вырождается в матрицу пролета и

$$(5\,б)\quad \{Y_k\} = \|A(l)\| \cdot \{Y_0\} = \|L_k\| \cdot \{Y_0\}.$$

Для числового расчета элементы матриц должны быть безразмерными или равноразмерными величинами. Направление оси x может быть в общем случае как слева направо, так и справа налево. Опоры, места изменения поперечного сечения и интенсивности нагрузки, надопорная нагрузка характеризуется матрицами перехода.

а) *Упруго податливая и упруго вращающаяся опора* (рис. 2). Из условия сопряжения отдельных пролетов следует

$$(6)\quad y_{bk} = y_{ak}, \quad \varphi_{bk} = \varphi_{ak}, \quad M_{bk} = -\mu\varphi_k + M_{ak}, \quad Q_{bk} = -\varkappa y_k + Q_{ak}, \quad 1 = 1,$$

где $\varkappa$ — коэффициент жесткости опоры (в кг/см), а μ — тоже при повороте (в кг. см).

Соотношения между напряженными и деформированными состояниями левее и правее k-той опоры в матричной форме будут

(7) $$\{Y_{k+1}^b\} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mu & 1 & 0 & 0 \\ -\varkappa & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \cdot \{Y_k^a\} = \|F_k\| \cdot \{Y_k^a\},$$

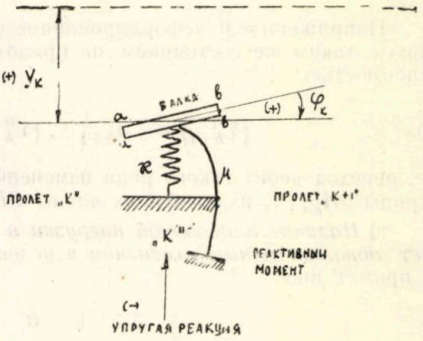


Рис. 2.

где $\|F_k\|$ — матрица перехода (упругой опоры).

При $\mu = 0$ опора упруго-податливого типа, при $\varkappa = 0$ — упруго вращающегося.

б) *Жесткая опора* (рис. 3). Условия сопряжения

(8) $$y_{bk} = y_{ak}, \quad \varphi_{bk} = \varphi_{ak}, \quad M_{bk} = M_{ak}, \quad Q_{bk} = Q_{ak} - S_k, \quad 1 = 1,$$

где S_k — неизвестная опорная реакция k-той опоры. Соотношения аналогичные (7):

(9) $$\{Y_{k+1}^b\} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - S_k / Q_{ka} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \cdot \{Y_k^a\} = \|F_k\| \cdot \{Y_k^a\}.$$

Величина S_k определяется с учетом дополнительного условия — равенства нулю прогиба на жесткой опоре, которое представляем в виде линейной зависимости произвольных постоянных C_1 и C_2:

(10) $$y_k \equiv m_k C_1 + n_k C_2 = 0,$$

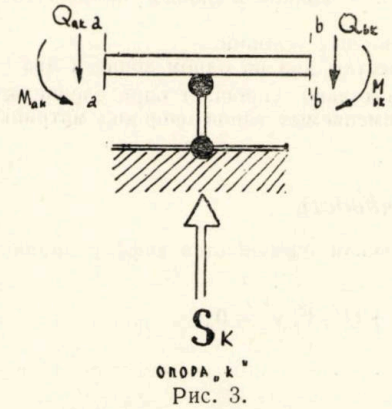


Рис. 3.

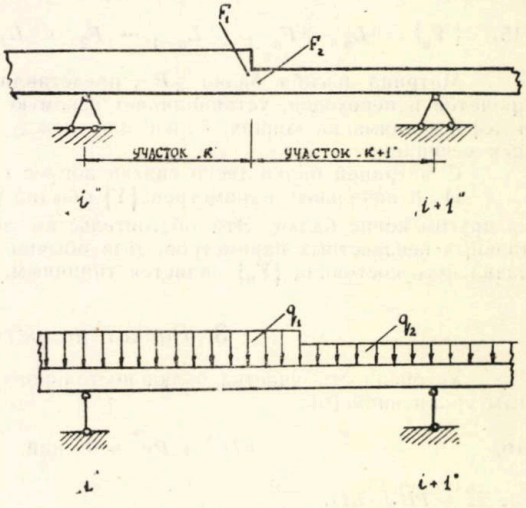


Рис. 4.

принимая вместо C_1 один из свободных параметров конца балки, а вместо C_2 — реакцию S_k. Другой свободный параметр конца балки и S_k выражаем в виде функции первого.

в) *Место изменения сечения или интенсивности нагрузки.* В этом случае (рис. 4) напряженное и деформированное состояние на границе участков не меняется, т. е. в матричной форме

(11) $$\left\{Y^{\text{Л}}_{k+1}\right\} = \left\{Y^{\text{П}}_{k}\right\}.$$

Напряженное и деформированное состояние левого конца k-того участка по сравнению с таким же состоянием на правом конце $k+1$ участка запишется матричной зависимостью:

(12) $$\left\{Y^{\text{П}}_{k+1}\right\} = \left\| A_{k+1} \right\| \cdot \left\{Y^{\text{П}}_{k}\right\} = \left\| A_{k+1} \right\| \cdot \left\| A_k \right\| \cdot \left\{Y^{\text{Л}}_{k}\right\},$$

т. е. переход через такого рода изменение выразится в числовых значениях элементов матрицы $\left\| A_{k+1} \right\|$, включающих члены EI и q.

г) *Наличие надопорной нагрузки в виде силы, момента, прогиба или поворота вызовет дополнительные изменения в условиях (6) и (8).* Равенство аналогично (7) или (9) примет вид:

(13) $$\left\{Y^{b}_{k+1}\right\} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & \bar{0} & y_{k,\,k+1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \bar{\varphi}_{k,\,k+1} \\ 0 & -\mu & 1 & 0 & \bar{M}_{k,\,k+1} \\ -\varkappa & 0 & 0 & 1 & \bar{Q}_{k,\,k+1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \cdot \left\{Y^{a}_{k}\right\} = \left\| \bar{F}_k \right\| \cdot \left\{Y^{a}_{k}\right\},$$

где $\left\| \bar{F}_k \right\|$ — матрица перехода с дополнительными силовыми или деформационными воздействиями на опоре (обозначены черточкой). Зная матрицы отдельных пролетов и переходов, легко определить напряженное и деформированное состояние в любом сечении балки. Из уравнений (13) и (5 б), следует

(14) $$\left\{Y^{\text{Л}}_{k+1}\right\} = \left\| \bar{F}_k \right\| \cdot \left\{Y_k\right\} = \left\| \bar{F}_k \right\| \cdot \left\| L_k \right\| \cdot \left\{Y^{\text{Л}}_{k}\right\},$$

или для общего случая n-участков (пролетов) балки

(15) $$\left\{Y_n\right\} = \left\| L_n \right\| \cdot \left\| \bar{F}_{n-1} \right\| \cdot \left\| L_{n-1} \right\| \cdots \left\| \bar{F}_2 \right\| \cdot \left\| L_2 \right\| \cdot \left\| \bar{F}_1 \right\| \cdot \left\| L_1 \right\| \cdot \left\{Y_0\right\} = \left\| P_n \right\| \cdot \left\{Y_0\right\}.$$

Матрица изгиба балки $\left\| P \right\|$, представляющая произведение простых матриц, пролетов и переходов, устанавливает искомую связь между силовыми воздействиями и деформациями на концах балки или между одним концом и любым промежуточным сечением.

С матрицей балки тесно связан вопрос граничных условий.

Из 8 начальных параметров $\{Y\}$ обычно известны два на одном конце и два — на другом конце балки. Это обстоятельство значительно упрощает определение остальных неизвестных параметров. Для обычно применяемых типов опор вид матрицы начального состояния $\{Y_0\}$ является типичным.

3. *Расчет на устойчивость*

Устойчивость участка балки постоянного сечения описывается дифференциальным уравнением [6]:

(16) $$EIy^{\text{IV}} + Py'' = 0 \quad \text{или} \quad y^{\text{IV}} + (\lambda^2 / l^2)\, y'' = 0,$$

где $\lambda^2 = Pl^2 / (EI)$.

Общее решение (16):

(17) $$y = C_1 + C_2 x + C_3 \cos(\lambda x/l) + C_4 \sin(\lambda x/l),$$

которое при определении постоянных интегрирования методом начальных параметров, вместе со своими тремя первыми производными образует систему (расчёт проводим слева направо):

$$(18)\quad \begin{cases} y_k = y_0 + xy_0' + \dfrac{l^2}{\lambda^2 EI}\left(\cos\lambda\dfrac{x}{l} - 1\right)M_0 + \dfrac{l^3}{\lambda^3 EI}\left(\sin\lambda\dfrac{x}{l} - \lambda\dfrac{x}{l}\right)Q_0, \\ y_k' = -\varphi_k = y_0' - \dfrac{l}{\lambda EI}\sin\lambda\dfrac{x}{l}\cdot M_0 + \dfrac{l^2}{\lambda^2 EI}\left(\cos\lambda\dfrac{x}{l} - 1\right)Q_0, \\ -EIy_k'' = M_k = \cos\lambda\dfrac{x}{l}\cdot M_0 + \dfrac{l}{\lambda}\sin\lambda\dfrac{x}{l}\cdot Q_0, \\ -EIy_k''' = Q_k = -\dfrac{\lambda}{l}\sin\lambda\dfrac{x}{l}\cdot M_0 + \cos\lambda\dfrac{x}{l}\cdot Q_0. \end{cases}$$

В матричной форме:

$$(19)\quad \begin{Vmatrix} y_k \\ -\varphi_k \\ M_k \\ Q_k \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & x & \dfrac{l^2}{\lambda^2 EI}\left(\cos\lambda\dfrac{x}{l} - 1\right) & \dfrac{l^3}{\lambda^3 EI}\left(\sin\lambda\dfrac{x}{l} - \lambda\dfrac{x}{l}\right) \\ 0 & 1 & -\dfrac{l}{\lambda EI}\sin\lambda\dfrac{x}{l} & \dfrac{l^2}{\lambda^2 EI}\left(\cos\lambda\dfrac{x}{l} - 1\right) \\ 0 & 0 & \cos\lambda\dfrac{x}{l} & \dfrac{l}{\lambda}\sin\lambda\dfrac{x}{l} \\ 0 & 0 & -\dfrac{\lambda}{l}\sin\lambda\dfrac{x}{l} & \cos\lambda\dfrac{x}{l} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} y_0 \\ -\varphi_0 \\ M_0 \\ Q_0 \end{Vmatrix},$$

или короче:

$$(20)\quad \{Y_k\} = \|A_k\| \cdot \{Y_0\},$$

где $\|A_k\|$ — матрица участка, аналогичная (5), которая при $x = l$ вырождается в матрицу пролета $\|L_k\| \equiv \|A_k(l)\|$ и равенство (20) принимает вид

$$(20\,а)\quad \{Y_k\} = \|L_k\| \cdot \{Y_0\}.$$

Цель расчета определение минимального собственного значения $\lambda = l\sqrt{P/(EI)}$.

а) *Случай однопролетной балки постоянного и переменного сечения.* Если $EI =$ **const.**, то в зависимости от типа концевых опор 4 граничные условия при $x = 0$ и $x = l$ образуют систему однородных уравнений.

Ввиду равенства нулю двух параметров на концах, в матрице (19), при $x = l$ вычеркиваются две строки и два столбца. Для каждой комбинации граничных условий получается свой определитель, равенство нулю, которого дает условие потери устойчивости и, следовательно, значение λ.

Например, для балки с шарнирно опертыми концами $y = 0$ и $M = 0$, вычеркивая в матрице (19) первый и третий столбцы, а также вторую и четвертую строки, получаем условие $(l/\lambda)\,\mathbf{sin}\,\lambda = 0$, откуда определяем значение λ.

При переменном сечении балки уравнение (16) сохраняется в пределах каждого участка определенной жесткости и тогда $\lambda_i^2 = Pl_i^2/(EI_i)$, где l_i — длина i – того участка с жесткостью EI_i. Так как на границе участков y, φ, M и Q постоянны, то на правом конце n-го участка

$$(21)\quad \{Y_n^{\text{пр}}\} = \|A_n\|\{Y_{n-1}^{\text{пр}}\} = \|A_n\| \cdot \|A_{n-1}\| \cdots \|A_2\| \cdot \|A_1\| \cdot \{Y_0\} = \|P_n\| \cdot \{Y_0\}$$

и переход границы участков заменяется простым произведением матриц отдельных участков. Здесь $\|P\|$ — матрица устойчивости балки, аналогичная (15) и получаемая по формуле (21) для i участков, имеет вид

$$\|P_i\| = \begin{Vmatrix} 1 & l & (N_i - 1)/P & l_i (T_i - \lambda_i l / l_i)/(P\lambda_i) \\ 0 & 1 & -\lambda_i R_i/(Pl_i) & (S_i - 1)/P \\ 0 & 0 & N_i & l_i T_i / \lambda_i \\ 0 & 0 & -\lambda_i R_i / l_i & S_i \end{Vmatrix}, \tag{22}$$

где для упрощения приняты следующие рекуррентные функции

$$\begin{cases} N_i = N_{i-1} c_i - (\lambda_{i-1}/\lambda_i) \cdot (l_i/l_{i-1}) R_{i-1} s_i, \\ R_i = N_{i-1} s_i + R_{i-1} c_i, \\ S_i = S_{i-1} c_i - (\lambda_i/\lambda_{i-1}) (l_{i-1}/l_i) T_{i-1} s_i. \\ T_i = S_{i-1} s_i + T_{i-1} c_i; \end{cases} \tag{23}$$

здесь:

$$l = l_1 + l_2 + l_3 + \ldots + l_i, \quad s_i = \sin \lambda_i, \quad c_i = \cos \lambda_i, \tag{24}$$

При $i = 0$: $N_0 = 1$; $R_0 = 0$, $S_0 = 1$; $T_0 = 0$.

При $i = 1$: $N_1 = c_1 = \cos \lambda_1$; $R_1 = s_1 = \sin \lambda_1$; $S_1 = c_1 = \cos \lambda_1$; $T_1 = s_1 = \sin \lambda_1$.

Удобная расчетная форма (при $i < 5$) достигается последовательным делением функций (23) на c_1, $c_1 c_2$, $c_1 c_2 c_3$ и т. д.,

$$\begin{cases} N_i^* = \dfrac{N_{i-1} c_i}{c_1 c_2 \ldots c_i} - \dfrac{\lambda_{i-1}}{\lambda_i} \cdot \dfrac{l_i}{l_{i-1}} \cdot \dfrac{R_{i-1}}{c_1 c_2 \ldots c_{i-1}} \cdot \dfrac{s_i}{c_i} = \\ \qquad = N_{i-1}^* - \dfrac{\lambda_{i-1}}{\lambda_i} \cdot \dfrac{l_i}{l_{i-1}} R_{i-1}^* t_i, \\ R_i^* = N_{i-1}^* t_i + \dfrac{\lambda_{i-1}}{\lambda_i} \cdot \dfrac{l_i}{l_{i-1}} R_{i-1}^*, \\ S_i^* = S_{i-1}^* - \dfrac{\lambda_i}{\lambda_{i-1}} \cdot \dfrac{l_{i-1}}{l_i} T_{i-1}^* t_i, \\ T_i^* = S_{i-1}^* t_i + \dfrac{\lambda_i}{\lambda_{i-1}} \cdot \dfrac{l_{i-1}}{l_i} T_{i-1}^*, \end{cases} \tag{23 а}$$

причем

$$\gamma_i = c_1 c_2 c_3 \ldots c_i, \quad \operatorname{tg} \lambda_i = t_i, \quad N_{i-1}^* = N_{i-1}/\gamma_{i-1}, \quad R_{i-1}^* = R_{i-1}/\gamma_{i-1},$$

$$S_{i-1}^* = S_{i-1}/\gamma_{i-1}, \quad T_{i-1}^* = T_{i-1}/\gamma_{i-1}.$$

Вычислим значения рекуррентных функций для $i = 1, 2, 3, 4$:

(23 б)
$$
\begin{cases}
N_1^* = \dfrac{N_0 c_1}{c_1} - \dfrac{\lambda_0}{\lambda_1}\cdot\dfrac{l_1}{l_0} R_0 \dfrac{s_1}{c_1} = N_0 = 1, \\
N_2^* = \dfrac{N_1 c_2}{c_1 c_2} - \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\cdot\dfrac{l_2}{l_1} R_1 \dfrac{s_2}{c_1 c_2} = 1 - \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\cdot\dfrac{l_2}{l_1} t_1 t_2, \\
N_3^* = 1 - \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\cdot\dfrac{l_2}{l_1} t_1 t_2 - \dfrac{\lambda_2}{\lambda_3}\cdot\dfrac{l_3}{l_2}\left(c_1 s_2 + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\cdot\dfrac{l_2}{l_1} s_1 c_2\right)\dfrac{t_3}{c_1 c_2} = \\
\quad = 1 - \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\cdot\dfrac{l_2}{l_1} t_1 t_2 - \dfrac{\lambda_2}{\lambda_3}\cdot\dfrac{l_3}{l_2} t_3\left(t_2 + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\cdot\dfrac{l_2}{l_1} t_1\right), \\
N_4^* = 1 - \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\cdot\dfrac{l_2}{l_1} t_1 t_2 - \dfrac{\lambda_2}{\lambda_3}\cdot\dfrac{l_3}{l_2}\left[t_2 t_3 + \dfrac{\lambda_3}{\lambda_4}\cdot\dfrac{l_4}{l_3} t_2 t_4 - \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\cdot\dfrac{l_2}{l_1}\left(t_1 t_3 + \right.\right. \\
\quad \left.\left. + \dfrac{\lambda_3}{\lambda_4}\cdot\dfrac{l_4}{l_3} t_1 t_4\right)\right] - \dfrac{\lambda_3}{\lambda_4}\cdot\dfrac{l_4}{l_3}\left(t_3 t_4 + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\cdot\dfrac{l_2}{l_1} t_1 t_2 t_3 t_4\right).
\end{cases}
$$

Аналогично:

(23 в)
$$
\begin{cases}
\dfrac{\lambda_1}{l_1} R_1^* = \dfrac{\lambda_1}{l_1} r_1, \quad \dfrac{\lambda_2}{l_2} R_2^* = \dfrac{\lambda_1}{l_1} t_1 + \dfrac{\lambda_2}{l_2} t_2, \\
\dfrac{\lambda_3}{l_3} R_3^* = \dfrac{\lambda_1}{l_1} t_1 + \dfrac{\lambda_2}{l_2} t_2 + \dfrac{\lambda_3}{l_3} t_3 - \dfrac{\lambda_1}{l_1} r_1 \dfrac{l_2}{\lambda_2} t_2 \dfrac{\lambda_3}{l_3} t_3, \\
\dfrac{\lambda_4}{l_4} R_4^* = \dfrac{\lambda_1}{l_1} t_1 + \dfrac{\lambda_2}{l_2} t_2 + \dfrac{\lambda_3}{l_3} t_3 + \dfrac{\lambda_4}{l_4} t_4 - \dfrac{\lambda_1}{l_1} t_1 \dfrac{l_2}{\lambda_2} t_2 \dfrac{\lambda_3}{l_3} t_3 - \\
\quad - \dfrac{\lambda_4}{l_4}\left(\dfrac{\lambda_1 l_2}{\lambda_2 l_1} t_1 t_2 t_4 - \dfrac{\lambda_2 l_3}{\lambda_3 l_2} t_2 t_3 t_4 - \dfrac{\lambda_1 l_2}{\lambda_2 l_1}\cdot\dfrac{\lambda_2 l_3}{\lambda_3 l_2} t_1 t_3 t_4\right);
\end{cases}
$$

(23 г)
$$
\begin{cases}
S_1^* = 1, \quad S_2^* = 1 - \dfrac{\lambda_2 l_1}{\lambda_1 l_2} t_1 t_2, \quad S_3^* = 1 - \dfrac{\lambda_2 l_1}{\lambda_1 l_2} t_1 t_2 - \left(\dfrac{l_1}{\lambda_1} t_1 + \dfrac{l_2}{\lambda_2} t_2\right)\dfrac{\lambda_3}{l_3} t_3, \\
S_4^* = 1 - \dfrac{\lambda_2 l_1}{\lambda_1 l_2} t_1 t_2 - \left(\dfrac{l_1}{\lambda_1} t_1 + \dfrac{l_2}{\lambda_2} t_2\right)\dfrac{\lambda_3}{l_3} t_3 - \\
\quad - \dfrac{\lambda_4 l_3}{\lambda_3 l_4}\left(t_3 + \dfrac{\lambda_3 l_2}{\lambda_2 l_3} t_2 + \dfrac{\lambda_3 l_2}{\lambda_2 l_3}\cdot\dfrac{\lambda_2 l_1}{\lambda_1 l_2} t_1\right) t_4 + \dfrac{\lambda_4 l_3}{\lambda_3 l_4}\cdot\dfrac{\lambda_2 l_1}{\lambda_1 l_2} t_1 t_2 t_3 t_4;
\end{cases}
$$

(23 д)
$$
\begin{cases}
\dfrac{l_1}{\lambda_1} T_1^* = \dfrac{l_1}{\lambda_1} t_1, \quad \dfrac{l_2}{\lambda_2} T_2^* = \dfrac{l_1}{\lambda_1} t_1 + \dfrac{l_2}{\lambda_2} t_2, \\
\dfrac{l_3}{\lambda_3} T_3^* = \dfrac{l_1}{\lambda_1} t_1 + \dfrac{l_2}{\lambda_2} t_2 + \dfrac{l_3}{\lambda_3} t_3 - \dfrac{l_1}{\lambda_1} t_1 \dfrac{\lambda_2}{l_2} t_2 \dfrac{l_3}{\lambda_3} t_3, \\
\dfrac{l_4}{\lambda_4} T_4^* = \dfrac{l_3}{\lambda_3} T_3^* + \dfrac{l_4}{\lambda_4}\left[1 - \dfrac{\lambda_2 l_1}{\lambda_1 l_2} t_1 t_2 - \left(\dfrac{l_1}{\lambda_1} t_1 + \dfrac{l_2}{\lambda_2} t_2\right)\dfrac{\lambda_3}{l_3} t_3\right] t_4.
\end{cases}
$$

Дальнейшие выражения ($i \geqslant 5$) становятся громоздкими, что для практических расчетов не имеет особого значения, так как в одном пролете редко жесткость изменяется более 4...5 раз. Удобная форма (при $i \leqslant 5$) достигается последовательным делением функций (23) на c_1, $c_1 c_2$, $c_1 c_2 c_3$ и т.д. Обобщенные условия потери устойчивости при наличии участков переменной жесткости получаются аналогично случаю $EI = \text{const}$. Например, для шарнирно-опертой однопролетной балки с 4 участками переменного сечения (граничные условия $y = 0$, $M = 0$), вычеркивая в матрице (22) первый и третий столбцы, а также вторую и четвертую строки, получаем $(l_i / \lambda_i)\, T_i = 0$.

При наличии бесконечно жестких участков ($EI = \infty$) значение l_k / λ_k становится неопределенным и оно находится предельным переходом.

Б) *Случай многопролетной балки переменного сечения.* При попролетном изменении сжимающей силы P_i матрицы участков и пролетов не изменяются, но на концах отдельных пролетов нарушаются условия сопряжения. Это находит свое отражение в матрицах переходов, которые для практически важных случаев таковы:

α) Упруго податливая и упруго вращающаяся опора:

$$\| F_i \| = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\mu}_i & 1 & 0 \\ -\bar{\varkappa}_i & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}; \tag{25}$$

частые случаи: $\bar{\mu}_i = 0$ — упруго податливая опора, $\bar{\varkappa}_i = 0$ — упруго вращающаяся опора.

β) Шарнир:

$$\| F_i \| = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \bar{h} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}. \tag{26}$$

Здесь h — число влияния (радиан/тм). При $h \to \infty$ получаем идеальный шарнир.

γ) Упругая податливая опора с шарниром. При переходе через такую опору

$$\| F_i \| = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \bar{h} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\bar{\varkappa}_i & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}. \tag{27}$$

При отсутствии жестких опор матрица устойчивости балки

$$\| P_n \| = \| L_n \| \cdot \| F_n \| \cdots \| L_2 \| \cdot \| F_2 \| \cdot \| L_1 \| \cdot \| F_1 \|, \tag{28}$$

где $\| F_i \|$ — матрицы переходов, аналогичные рассмотренным. Наличие жесткой опоры вносит дополнения.

δ) Жесткая опора. В этом случае в матрице (25) $\bar{\mu}_i = 0$, $\bar{\varkappa}_i \to \infty$, а при скользящем защемлении $\bar{\mu}_i \to \infty$. Для проведения предельного перехода целесообразно использовать ассоциированные матрицы. Каждой комбинации граничных условий соответствует один определитель характеристического уравнения второго порядка. Квадратная матрица четвертого порядка $\| A_k \|$ дает 36 таких определителей из которых строим ассоциированную матрицу $\| \bar{A} \|$ шестого порядка. Таким образом, каждый элемент ассоциированной матрицы пролета является определителем потери устойчивости

однопролетной балки с определенными граничными условиями. Соответствие индексов строк и столбцов матрицы $\|A\|$ со строками и столбцами ассоциированной матрицы $\|\overline{\overline{A}}\|$ устанавливается по схеме [10]:

Таблица 1

Комбинация i-той и k-той строки или, соответственно, m-го и n-го столбца $\|A\|$	1,2	1,3	1,4	2,3	2,4	3,4
Соответствующая комбинация индексов строк μ или столбцов ν элементов ассоциированной матрицы $\|\overline{\overline{A}}\|$	1	2	3	4	5	6

Таким образом, элемент ассоциированной матрицы $\overline{\overline{A}}_{\mu\nu} = \begin{vmatrix} a_{im} & a_{in} \\ a_{km} & a_{kn} \end{vmatrix}$.

Ниже приведено соответствие типов концевых опор и комбинации индексов элементов ассоциированной матрицы $\|A\|$.

Таблица 2

Левый конец / Правый конец	Свободный	Скользящее защемлен	Шарнирно оперт	Защемлен
Защемлен	11	12	15	16
Шарнирно оперт	21	22	25	26
Скользяще защемлен	51	52	55	56
Свободный	61	62	65	66

Так, например, ассоциированная матрица жесткой опоры (при $\overline{\mu}_i = 0$):

$$\|\overline{\overline{F}}_i\| = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \overline{\varkappa}_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{\varkappa}_i & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}; \tag{29}$$

упругой опоры с шарниром:

$$\|\overline{\overline{F}}_i\| = \begin{Vmatrix} 0 & \overline{h} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{h\varkappa}_i & 0 & 0 & 0 & \overline{h} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}; \tag{30}$$

упругой опоры:

$$(31)\qquad \|\overline{\overline{F_i}}\| = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \overline{\mu_i} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \overline{\varkappa_i} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \overline{\varkappa_i}\,\overline{\mu_i} & \overline{\varkappa_i} & 0 & 0 & \overline{\mu_i} & 1 \end{Vmatrix};$$

шарнира:

$$(32)\qquad \|\overline{\overline{F_i}}\| = \begin{Vmatrix} 1 & \overline{h} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \overline{h} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}.$$

В формулах (25)...(32): $\overline{h} = hEI/l$, $\overline{\varkappa} = [(l^3/EI)]\,\varkappa$, $\overline{\mu} = -[l/(EI)]\,\mu$.

Ассоциированная матрица пролета

$$(33)\qquad \|L_k\| = \begin{Vmatrix} 1 & -\frac{l}{\lambda EI}\sin\lambda & \frac{l^2}{\lambda^2 EI}(\cos\lambda - 1) & -\frac{l^2}{\lambda EI}\left(\sin\lambda + \frac{\cos\lambda - 1}{\lambda}\right) & \frac{l^3}{\lambda^2 EI}\left(\cos\lambda - \frac{\sin\lambda}{\lambda}\right) & \frac{l^4}{\lambda^4 E^2 I^2}(2 - 2\cos\lambda - \lambda\sin\lambda) \\ 0 & \cos\lambda & \frac{l}{\lambda}\sin\lambda & l\cos\lambda & \frac{l^2}{\lambda}\sin\lambda & \frac{l^3}{\lambda^3 EI}(\lambda\cos\lambda - \sin\lambda) \\ 0 & -\frac{\lambda}{l}\sin\lambda & \cos\lambda & -\lambda\sin\lambda & l\cos\lambda & \frac{l^2}{\lambda^2 EI}(1 - \lambda\sin\lambda - \cos\lambda) \\ 0 & 0 & 0 & \cos\lambda & \frac{l}{\lambda}\sin\lambda & \frac{l^2}{\lambda^2 EI}(\cos\lambda - 1) \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\lambda}{l}\sin\lambda & \cos\lambda & -\frac{l}{\lambda EI}\sin\lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}.$$

Используя основное свойство ассоциированных матриц — равенство их произведения произведению отдельных ассоциированных матриц, получаем ассоциированную матрицу устойчивости балки

$$(34)\qquad \|\overline{\overline{P_n}}\| = \|\overline{\overline{L_n}}\| \cdot \|\overline{\overline{F_n}}\| \cdots \|\overline{\overline{L_2}}\| \cdot \|\overline{\overline{F_2}}\| \cdot \|\overline{\overline{L_1}}\| \cdot \|\overline{\overline{F_1}}\|.$$

Для расчета устойчивости по формуле (34), ввиду соответствия каждого элемента ассоциированной матрицы устойчивости определенным граничным условиям, достаточно ограничиться вычислением одного необходимого элемента, что очень облегчает вычисления.

4. *Расчет на колебания*

Дифференциальное уравнение поперечных колебаний участка балки постоянного сечения

$$y^{(IV)} - [\mathfrak{M}_k \omega^2/(EI_k)]\, y = 0 \quad \text{или} \quad y^{(IV)} - (\lambda^4/l^4)\, y = 0, \tag{35}$$

где $\mathfrak{M}_k$ — погонная масса участка балки, ω — частота свободных колебаний, подлежащая определению.

Общий интеграл уравнения (35):

$$y = C_1 \sin(\lambda/l)\, x + C_2 \cos(\lambda/l)\, x + C_3 \operatorname{sh}(\lambda/l)\, x + C_4 \operatorname{ch}(\lambda/l)\, x. \tag{36}$$

Применяя метод начальных параметров и проводя расчет слева направо, получаем решение уравнения (35) и его первые три производные в виде системы:

$$\left\{\begin{aligned}
&y(x) = \psi_1(x)\, y_0 - \psi_2(x)\, l\varphi_0 - \frac{l^2}{EI}\psi_3(x)\, M_0 - \frac{l^3}{EI}\psi_4(x)\, Q_0,\\
&\varphi' \equiv l\varphi(x) = -\lambda^4 \psi_4(x)\, y_0 + \psi_1(x)\, l\varphi_0 + \frac{l^2}{EI}\psi_2(x)\, M_0 + \frac{l^3}{EI}\psi_3(x)\, Q_0,\\
&M' \equiv \frac{l^2 M(x)}{EI} = -\lambda^4 \psi_3(x)\, y_0 + \lambda^4 \psi_4(x)\, l\varphi_0 + \frac{l^3}{EI}\psi_1(x)\, M_0 + \frac{l^3}{EI}\psi_2(x)\, Q_0,\\
&Q' \equiv \frac{l^3 Q(x)}{EI} = -\lambda^4 \psi_2(x)\, y_0 + \lambda^4 \psi_3(x)\, l\varphi_0 + \lambda^4 \frac{l^2}{EI}\psi_4(x)\, M_0 + \frac{l^3}{EI}\psi_1(x)\, Q_0.
\end{aligned}\right. \tag{37}$$

Здесь:

$$\left\{\begin{aligned}
&\psi_1(x) = [\operatorname{ch}(\lambda/l)\, x + \cos(\lambda/l)\, x]/2,\\
&\psi_2(x) = [\operatorname{sh}(\lambda/l)\, x + \sin(\lambda/l)\, x]/(2\lambda),\\
&\psi_3(x) = [\operatorname{ch}(\lambda/l)\, x - \cos(\lambda/l)x]/(2\lambda^2),\\
&\psi_4(x) = [\operatorname{sh}(\lambda/l)\, x - \sin(\lambda/l)\, x]/(2\lambda^3).
\end{aligned}\right. \tag{38}$$

Штрихи указывают приведение отдельных членов к единой размерности в конечном результате.

При $x = l$ матрица их участка $\|A_k\|$ системы (37) вырождается в матрицу пролета $\|A_k(l)\| = \|L_k\|$ и напряженно-деформированное состояние в k-том сечении

$$\{Y_k\} = \|L_k\| \cdot \{Y_0\}. \tag{39}$$

Из каждых четырех элементов матриц-столбцов $\{Y_k\}$ и $\{Y_0\}$ два равны нулю. Это приводит к системе двух линейных уравнений, которая имеет решение (балка свободно колеблется), если ее определитель $\Delta = 0$. Таким образом, получается уравнение частоты собственных колебаний $\Delta = \Delta(\omega) = 0$ или $\Delta = \Delta(\lambda) = 0$ для однопролетных балок.

Для многопролетных балок (без жестких опор) могут применяться простые матрицы четвертого порядка. При наличии жестких опор, ассоциированные матрицы, будем применять всюду для дальнейшего изложения.

Для случая колебания ассоциированная матрица пролета

(40)
$$\|\overline{\overline{L}}_k\| =$$
$$\begin{Vmatrix}
\Phi_4 & \frac{l}{EI}\Phi_3 & \frac{l^2}{EI}\Phi_2 & -\frac{l^2}{EI}\Phi_2 & -\frac{l^3}{EI}\Phi_1 & \frac{l^4}{\lambda^4 (EI)^2}(\Phi_4 - 1) \\
-\lambda^4 \frac{EI}{l}\Phi_1 & 2\Phi_4 - 1 & l\Phi_3 & -l\Phi_3 & -2l^2\Phi_2 & -\frac{l^3}{EI}\Phi_1 \\
-\lambda^4 \frac{EI}{l^2}\Phi_2 & -\frac{\lambda^4}{l}\Phi_1 & \Phi_4 & 1-\Phi_4 & -l\Phi_3 & -\frac{l^2}{EI}\Phi_2 \\
\lambda^4 \frac{EI}{l^2}\Phi_2 & \frac{\lambda^4}{l}\Phi_1 & 1-\Phi_4 & \Phi_4 & l\Phi_3 & \frac{l^2}{EI}\Phi_2 \\
\lambda^4 \frac{EI}{l^3}\Phi_3 & 2\frac{\lambda^4}{l^2}\Phi_2 & \frac{\lambda^4}{l}\Phi_1 & -\frac{\lambda^4}{l}\Phi_1 & 2\Phi_4 - 1 & \frac{l}{EI}\Phi_3 \\
\lambda^4 \frac{(EI)^2}{l^4}(\Phi_4 - 1) & \lambda^4 \frac{EI}{l^3}\Phi_3 & \lambda^4 \frac{EI}{l^2}\Phi_2 & -\lambda^4 \frac{EI}{l^2}\Phi_2 & -\lambda^4 \frac{EI}{l}\Phi_1 & \Phi_4
\end{Vmatrix}.$$

Здесь:

(41)
$$\Phi_1 = (\operatorname{ch}\lambda \sin\lambda - \operatorname{sh}\lambda \cos\lambda)/(2\lambda^3), \quad \Phi_2 = \operatorname{sh}\lambda \sin\lambda/(2\lambda^2),$$
$$\Phi_3 = (\operatorname{ch}\lambda \sin\lambda + \operatorname{sh}\lambda \cos\lambda)/(2\lambda), \quad \Phi_4 = (1 + \operatorname{ch}\lambda \cos\lambda)/2.$$

Аналогично предыдущему элементы матрицы (40) $\overline{\overline{L}}_{ik}$ представляют определители собственных значений (характеристические уравнения) однопролетных балок при различных комбинациях граничных условий. Так, например, для защемленной балки $\overline{\overline{L}}_{16} = 0$. Соответственно этому, в ассоциированной матрице пролета (40) член $[l^4/(E^2 I^2)](\Phi_4 - 1)/\lambda^4 = 0$, или $\operatorname{ch}\lambda \cos\lambda = 1$, откуда определяем λ. Для безмассовых пролетов $\mu = 0$ и, следовательно, $\lambda = 0$. Тогда $\psi_1 = \psi_2 = 1$, $\psi_3 = 1/2$, $\psi_4 = 1/6$, ассоциированная матрица безмассового пролета

(42).
$$\|\overline{\overline{L}}_k\| =$$
$$\begin{Vmatrix}
1 & \frac{l_k}{EI} & \frac{l_k^2}{2EI} & -\frac{l_k^2}{2EI} & -\frac{l_k^3}{3EI} & -\frac{l_k^4}{12(EI)^2} \\
0 & 1 & l_k & -l_k & -l_k^2 & -\frac{l_k^3}{3EI} \\
0 & 0 & 1 & 0 & -l_k & -\frac{l_k^2}{2EI} \\
0 & 0 & 0 & 1 & l_k & \frac{l_k^2}{2EI} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{l_k}{EI} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{Vmatrix}.$$

Ассоциированные матрицы переходов:

а) Упругая опора со сосредоточенной массой:

$$(43)\qquad \left\| \overline{\overline{F}}_i \right\| = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \overline{\mu}_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \overline{\varkappa}_i & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \overline{\varkappa}_i \overline{\mu}_i & \overline{\varkappa}_i & 0 & 0 & \overline{\mu}_i & 1 \end{Vmatrix},$$

где $\overline{\mu}_i = [l/(EI)](\mu_i - \Theta\omega^2)$; $\overline{\varkappa}_i = [l^3/(EI)](\varkappa_i - m_i\omega^2)$; здесь: Θ — момент инерции массы, m — масса.

При отсутствии одной из упругих связей, матрица (43) еще более упрощается, т. к. $\mu_i = 0$ или $\varkappa_i = 0$. При $\mu_i = \varkappa_i = 0$ получаем ассоциированную матрицу сосредоточенной массы

$$(44)\qquad \left\| \overline{\overline{F}}_i \right\| = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\dfrac{\Theta_i\omega^2 l}{EI} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\dfrac{m_i\omega^2 l^3}{EI} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \dfrac{m_i\Theta_i\omega^4 l^4}{(EI)^2} & -m_i\omega^2\dfrac{l^3}{EI} & 0 & 0 & -\dfrac{Q_i\omega^2 l}{EI} & 1 \end{Vmatrix}.$$

б) Жесткая опора рассматривается как частный случай упругой при $\mu_i = 0$ и $\varkappa_i \to \infty$, и следовательно $\overline{\varkappa}_i \to \infty$. Ассоциированная матрица перехода

$$(45)\qquad \left\| \overline{\overline{F}}_i \right\| = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \overline{\varkappa}_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{\varkappa}_i & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Здесь $\overline{\varkappa}_i$ — принимается в качестве параметра. Члены уравнения частоты собственных колебаний без сомножителей $\overline{\varkappa}_i$ малы по сравнению с членами, умножаемыми на очень большое значение $\overline{\varkappa}_i$ и поэтому отбрасываются. Сумма членов, включающих $\overline{\varkappa}_i$ в качестве сомножителя ($\overline{\varkappa}_i$ выносится за скобки) при собственном значении ω должна равняться нулю, откуда получаем равенство для определения ω.

в) Вертикально скользящее защемление, в этом случае $\mu_i \to \infty$ и $\overline{\mu}_i \to \infty$. Ассоциированная матрица перехода

$$(46)\qquad \left\| \overline{\overline{F}}_i \right\| = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \overline{\varkappa}_i & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix}.$$

г) Упругая опора и шарнир — аналогично матрице полученной для расчета устойчивости.

Как видно из структуры матриц, при наличии распределенных по длине балки масс, погонные массы целесообразнее сосредоточить.

Если пролет состоит из K участков различного сечения (без наличия внешних усилий в местах переходов), то

$$(47)\qquad \left\| \overline{\overline{A}}_k \right\| \cdot \left\| \overline{\overline{A}}_{k-1} \right\| \cdot \ \cdots \ \cdot \left\| \overline{\overline{A}}_2 \right\| \cdot \left\| \overline{\overline{A}}_1 \right\| = \left\| \overline{\overline{P}}_k \right\|,$$

где $\left\| \overline{\overline{P}}_k \right\|$ — ассоциированная матрица произведения отдельных матриц участков, представляющая собою матрицу колебаний балки с учетом условий перехода

$$(48)\qquad \left\| \overline{\overline{L}}_k \right\| \cdot \left\| \overline{\overline{F}}_{k-1} \right\| \cdot \left\| \overline{\overline{L}}_{k-1} \right\| \cdot \left\| \overline{\overline{F}}_{k-2} \right\| \cdots \left\| \overline{\overline{L}}_2 \right\| \cdot \left\| \overline{\overline{F}}_1 \right\| \cdot \left\| \overline{\overline{L}}_1 \right\| = \left\| \overline{\overline{P}}_k \right\|,$$

где $\left\| \overline{\overline{F}}_i \right\|$ — ассоциированные матрицы переходов, $\left\| \overline{\overline{L}}_i \right\|$ — ассоциированные матрицы пролетов. Применение матричного метода дает возможность легко найти форму собственных колебаний и вынужденные колебания системы.

5. *Числовые примеры*

Пример 1

Определить прогибы, углы поворотов, моменты и поперечные силы балки на упругих опорах (рис. 5) в опорных сечениях. Дано: $\varkappa_0 = 40$ т/м, $\varkappa_1 = 100$ т/м, $\varkappa_2 = 50$ т/м, $\mu_0 = 20$ тм, $\mu_2 = 100$ тм, $EI_1 = 800$ тм^2, $EI_2 = 1600$ тм^2.

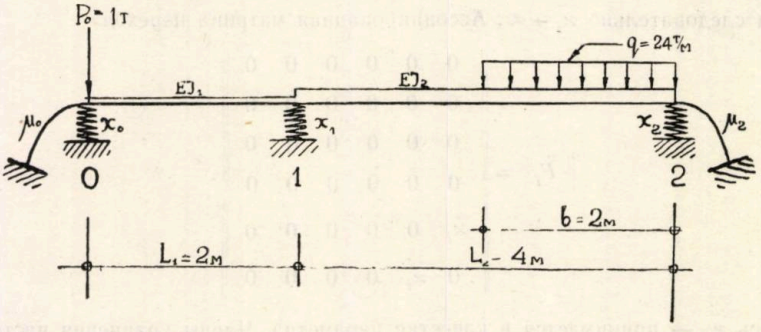


Рис. 5

Решение. Выражаем расчетные величины посредством условно принятых сравнительных единиц $l = 2$ м (для длин) и $P = 100$ т (для сил) в безразмерной форме:

$$l_1 = 1, \quad l_2 = 2, \quad b = 1, \quad \varkappa_0 = 0{,}8, \quad \varkappa_1 = 2, \quad \varkappa_2 = 1,$$
$$\mu_0 = 0{,}1, \quad \mu_2 = 0{,}5, \quad EI_1 = 2, \quad EI_2 = 4.$$

Для удобства записи расчет проводим при стократном увеличении нагрузки, учитывая это при конечном результате. Таким образом

$$100\ P_0 = 1, \quad 100\ q = 48.$$

Для компактности решения все вычисления проводим по предлагаемой схеме (таблица 3). Предварительно составляем матрицы двух пролетов $\|L_1\|$ и $\|L_2\|$ согласно (5) и матрицу напряженного и деформированного состояния начального сечения (на опоре *0*):

$$\{Y_0\} = \begin{Vmatrix} y_0 \\ \varphi_0 \\ \mu_0 \\ Q_0 \\ 1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} y_0 \\ \varphi_0 \\ -\mu_0\varphi_0 \\ -\varkappa_0 y_0 + P_0 \\ 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -0{,}8 \\ 0 \end{Vmatrix} y_0 + \begin{Vmatrix} 0 \\ 1 \\ -0{,}1 \\ 0 \\ 0 \end{Vmatrix} \varphi_0 + \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{Vmatrix} 1.$$

Таблица 3

Матрицы пролетов					Матрицы переходов			Матрицы напряженных и деформированных состояний сечения	
					y_0	φ_0	1		
					1	0	0	— 2,3437	
					0	1	0	—11,3287	
					0	— 0,1	0	1,1329	$\{Y_0\}$
					— 0,8	0	1	1,8750	
					0	0	1	1	
$\|L_1\|$	1	—1	1/4	1/12	0	14/15	— 41/40	1/12	9,5078	
	0	1	—1/2	—1/4	0	1/5	21/20	— 1/4	—12,6139	
	0	0	1	1	0	— 4/5	— 1/10	1	4,0079	$\{Y_1\}$
	0	0	0	1	0	$\underbrace{-4/5-28/15}_{-8/3}$	$0+41/20$	$\underbrace{1-1/6}_{5/6}$	—16,1406	
	0	0	0	0	1	0	0	1	1	
$\|L_2\|$	1	—2	1/2	1/3	1/2	— 34/45	— 299/120	—67/36	31,8592	
	0	1	—1/2	—1/2	—2	29/15	3/40	—19/6	— 8,5475	
	0	0	1	2	24	$\underbrace{-92/15-29/30}_{-213/30}$	$\underbrace{4-3/80}_{317/80}$	$\underbrace{80/3+19/12}_{339/12}$	0,0000	$\{Y_2\}$
	0	0	0	1	48	$\underbrace{-8/3+34/45}_{-86/45}$	$\underbrace{41/20+299/120}_{109/24}$	$\underbrace{293/6-67/36}_{1691/36}$	0,0000	
	0	0	0	0	1	0	0	1	1	

При переходе через упругую опору y_1 умножается на $-\varkappa_1$ и суммируется с поперечной силой Q_1. На схеме это выражено добавлением к четвертой строке матрицы перехода вторых чисел. Т. о. получаем усилия и деформации на опоре *1* в виде функции y_0 и φ_0. Это сокращение записи эквивалентно произведению слева $\{Y_1\} = \|F_1\| \cdot \|L_1\| \cdot \|Y_0\|$, т. е.

$$\underbrace{\begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}}_{\|F_1\|} \cdot \underbrace{\begin{Vmatrix} 14/15 & -41/40 & 1/12 \\ 1/5 & 21/20 & 1/4 \\ -4/5 & -21/10 & 1 \\ -4/5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}}_{\|L_1\| \cdot \{Y_0\}}.$$

Аналогичный принцип применен и при опрнделении $\{Y_2\}$.

Граничные условия непосредственно за опорой *2*: $M_2 = 0$, $Q_2 = 0$, откуда находим неизвестные начальные параметры y_0 и φ_0:

$$M_2 = -(213/30)\, y_0 + (317/80)\, \varphi_0 + 339/12 = 0,$$
$$Q_2 = -(86/45)\, y_0 + (109/24)\, \varphi_0 + (1691/36) = 0.$$

Откуда $y_0 = -2{,}3437$; $\varphi_0 = -11{,}3287$.

Теперь без труда определяем все числовые значения матриц $\{Y_0\}$, $\{Y_1\}$ и $\{Y_2\}$. Например $y_1 = (14/15)\, y_0 - (41/40)\, \varphi_0 + 1/12 = 9{,}5078$.

Размерности силовых воздействий и деформаций, учитывая принятое 100 — кратное увеличение нагрузки, следующие: прогибов $l/100 = 2$ см, углов поворота $1/100 = 0{,}01$, изгибающих моментов $Pl/100 = 2$ тм, поперечных сил $P/100 = 1$ т. Таким образом в опорных сечениях искомые величины нижеследующие:

Таблица 4

	Опора		
	0	*1*	*2*
прогиб (см)	—4,6874	19,0156	63,7184
угол поворота	—0,1133	—0,1261	—0,0855
	(=—6°28′)	(=—7°11′)	(=—4°53′)
изгиб. момент (тм)	2,2659	8,0158	—8,5000
поперечная сила (т)	1,8750	—16,1406	31,8592

Реакции упругой опоры *2*:

$$P_2^{\text{упр}} = Q_2 = -\varkappa_2 y_2 = -50.0{,}637184 = -31{,}8592 \text{ т}$$
$$M_2^{\text{упр}} = M_2 = -\mu_2 \varphi_2 = -100.(-0{,}0855) = 8{,}5500 \text{ тм}.$$

Пример 2

Определить условие потери устойчивости балки на опорах смешанного типа (рис. 6), если $l_1 = l_2 = 2$ м, $l_3 = 4$ м, $EI = 10$ тм^2, $\varkappa_3 = 20$ т/м.

Р е ш е н и е. Принимая в качестве сравнительных модулей $l = 2$ м и $P = 10$ т, получим исходные данные в безразмерном выражении

$$l_1 = l_2 = 1, \quad l_3 = 2, \quad \varkappa_3 = 4, \quad EI = 1/4.$$

Ассоциированная матрица устойчивости балки

$$\|\overline{\overline{P}}\| = \|\overline{\overline{L}}_3\| \cdot \|\overline{\overline{F}}_3\| \cdot \|\overline{\overline{L}}_2\| \cdot \|\overline{\overline{F}}_2\| \cdot \|\overline{\overline{L}}_1\|.$$

Так как граничные условия $y_1 = M_1 = 0$ и $y_4 = M_4 = 0$, то согласно таблица 2 условие потери устойчивости $\overline{\overline{P}}_{25} = 0$ (балка шарнирно опертая на концах).

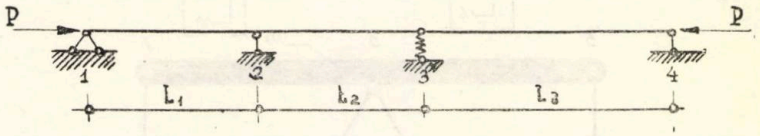


Рис. 6

Вычисление всей ассоциированной матрицы $\|\overline{\overline{P}}\|$ является излишним, т. к. член $\overline{\overline{P}}_{25}$ получается как произведение второй строки на пятый столбец. Исходные матрицы составляются элементарно и ввиду ограниченности места не приводятся. Пятый столбец произведения

$$\left(\|\overline{\overline{F}}_2\| \cdot \|\overline{\overline{L}}_1\|\right)_{i5} = \left\| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4\,[(\cos\lambda_1 - (\sin\lambda_1)/\lambda_1)]/\lambda_1^2 \\ (\sin\lambda_1)/\lambda_1 \end{matrix} \right\|.$$

Вторая строка оставшегося произведения ассоциированных матриц слева:

$$\left(\|\overline{\overline{L}}_3\| \cdot \|\overline{\overline{F}}_3\| \cdot \|\overline{\overline{L}}_2\|\right)_{2i} = \left\| \overset{(1)(2)(3)(4)}{\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot} \quad \frac{16}{\lambda\lambda_1} \overset{(5)}{\sin\lambda} \sin\lambda_1 \quad \frac{64}{\lambda\lambda_1^3} \overset{(6)}{\sin\lambda} (\lambda_1 \cos\lambda_1 - \sin\lambda_1) + \frac{4}{\lambda} \sin\lambda \right\|.$$

Здесь: λ_1 — соответствует первому и второму пролетам, λ — третьему пролету.

В пятом столбце первые четыре элемента нули ввиду чего вычисление во второй строке произведения слева первых четырех элементов является излишним (отсутствующие элементы обозначены точками). Член $\overline{\overline{P}}_{25}$ получается как результат суммирования произведений элементов второй строки на элементы пятого столбца:

$$\overline{\overline{P}}_{25} = 4 \frac{\sin\lambda}{\lambda} \cdot \frac{\sin\lambda_1}{\lambda_1} \left[\frac{32(\lambda_1 \cos\lambda_1 - \sin\lambda_1) + \lambda_1^3}{\lambda_1^3} \right].$$

Итак, условие потери устойчивости

$$\frac{\sin\lambda}{\lambda} \cdot \frac{\sin\lambda_1}{\lambda_1} \cdot \frac{32(\lambda_1 \cos\lambda_1 - \sin\lambda_1) + \lambda_1^3}{\lambda_1^3} = 0.$$

Минимальная критическая сила $P_{кр}$ определяется приравниванием нулю отдельных его сомножителей. В применяемом методе эта вычислительная операция $P_{кр}$ ни чем не отличается от известного способа расчета критической силы.

Пример 3. Определить частоты колебаний двухпролетной неразрезной балки (рис. 7) при нагружении равномерно распределенной массой.

Решение. В качестне модулей принимаем $l^* = l_2 = l_4 = 1$, $EI = 1$. Ассоциированная матрица колебаний рассматриваемой балки

$$\|\overline{\overline{P}}\| = \|\overline{\overline{L}}_4\| \cdot \|\overline{\overline{F}}_3\| \cdot \|\overline{\overline{L}}_2\| .$$

Уравнение частоты собственных колебаний балки с учетом граничных условий $\overline{\overline{P}}_{25} = 0$.

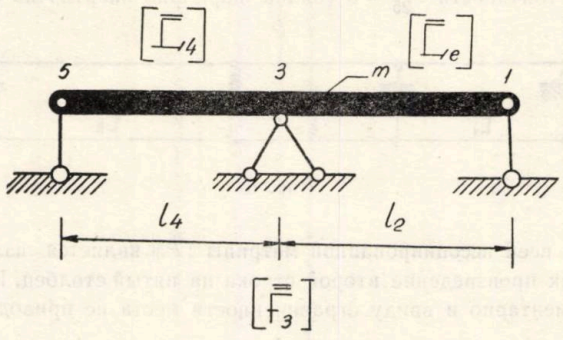


Рис. 7

Ассоциированные матрицы составляются:

а) для пролетов (см. раздел *Расчет колебаний*, теоретической части статьи)

$$\|\overline{\overline{L}}_2\| \cdot \|\overline{\overline{L}}_4\| = \begin{Vmatrix} \Phi_4 & \Phi_3 & \Phi_2 & -\Phi_2 & -\Phi_1 & (1-\Phi_4)/\lambda^4 \\ -\lambda^4\Phi_1 & 2\Phi_4 - 1 & \Phi_3 & -\Phi_3 & -2\Phi_2 & -\Phi_1 \\ -\lambda^4\Phi_2 & -\lambda^4\Phi_1 & \Phi_4 & 1-\Phi_4 & -\Phi_3 & -\Phi_2 \\ \lambda^4\Phi_2 & \lambda^4\Phi_1 & 1-\Phi_4 & \Phi_4 & \Phi_3 & \Phi_2 \\ \lambda^4\Phi_3 & 2\lambda^4\Phi_2 & \lambda^4\Phi_1 & -\lambda^4\Phi_1 & 2\Phi_4 - 1 & \Phi_3 \\ \lambda^4(\Phi_4 - 1) & \lambda^4\Phi_3 & \lambda^4\Phi_2 & -\lambda^4\Phi_2 & -\lambda^4\Phi_1 & \Phi_4 \end{Vmatrix};$$

б) для жесткой опоры

$$\|F_3\| = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \overline{\varkappa} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{\varkappa} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Выполняя элементарное перемножение трех матриц получаем элемент:

$$\overline{\overline{P}}_{25} = 4\overline{\varkappa}\,\Phi_1\,\Phi_2 = \overline{\varkappa}\,(\sin^2\lambda \operatorname{sh}\lambda \operatorname{ch}\lambda - \sin\lambda\cos\lambda \operatorname{sh}^2\lambda)/\lambda^5 .$$

Приравнивая правую часть равенства нулю (согласно граничным условиям), после деления на $\cos\lambda\,\mathrm{sh}\,\lambda\,\mathrm{ch}\,\lambda$, получаем уравнение частот $\sin\lambda\,(\mathrm{tg}\,\lambda - \mathrm{th}\,\lambda) = 0$. Корни уравнения $\lambda_1 = \pi$, $\lambda_2 = 3{,}927$, $\lambda_3 = 2\pi$, $\lambda_4 = 7{,}068$,..., а соответствующие частоты

$$\omega_1 = (9{,}87/l^2)\sqrt{EI/m}, \quad \omega_2 = (15{,}4/l^2)\sqrt{EI/m},$$

$$\omega_3 = (39{,}5/l^2)\sqrt{EI/m}, \quad \omega_4 = (49{,}9/l^2)\sqrt{EI/m}.$$

Полученный результат полностью подтверждается решением этой же задачи обычным способом [11].

Следует отметить, что при решении задачи составление матриц выполняется почти механически, а производимые действия весьма шаблонны.

Как видно из примеров № 2 и № 3, применяемый метод отличается только до составления характеристического (векового) уравнения. Последующий ход вычислений (например, определение критической силы или частоты колебаний, зная λ) остается без изменений.

6. *Выводы*

Применяемый метод имеет ряд преимуществ:

а) Позволяет *единым* приемом решать статически неопределимые балки на все виды воздействий.

б) Отпадает необходимость выбора основной системы и решения канонических уравнений без ущерба для точности результатов.

в) Расчет проводится методом расчленения, что имеет большее преимущество для программирования решения задач на электронных счетных машинах одним циклом. Применение метода сил и деформаций для этой цели приводит к ряду отдельных циклов программы.

г) Ход вычислений предельно шаблонизируется и упрощается.

д) Возникает возможность быстрого анализа влияния вариации исходных параметров на результат расчета.

е) Структура применяемых матриц проста. Схематизация расчета способствует уменьшению ошибок вычисления и сроков выполнения проектно-расчетных работ.

Наибольшая эффективность применяемого метода наблюдается в следующих случаях:

а) Многопролетные балки с большим количеством опор (особенно упругих) и сложным нагружением.

б) Необходимость проведения анализа влияния изменения основных параметров системы (нагрузок, типов числа опор, пролетов, жесткостей и т.д.), на конечный результат в процессе расчета.

в) Наличие электронных счетно-вычислительных машин, хотя ручной способ вычисления обеспечивает также достаточную эффективность применения.

Матричный прием является наиболее прогрессивным, т.к. открывает путь к применению электронных счетных устройств в строительной механике и ведет к возможности механизации всего процесса проектирования.

Серьезным препятствием к применению электронных устройств в настоящее время в работе инженера является недостаток программ и время, необходимое для разработки новых (примерно около двух месяцев).

Облегчающим обстоятельством является то, что новые программы можно образовать из составления отдельных частей стандартных программ (например умножение матриц, решение системы уравнений и т.д.).

Поступила 21 II 1960 г.

ВЗИПП, Москва, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Рабинович И. М., Труды МИИТ, 1927, *3*, (работа закончена в 1924 г.).
2. — *К теории статических неопределимых ферм*, М., 1933.
3. Гроздев А. А., *Расчет статически неопределимых систем*, М., 1927.

4. Бернштейн С. А., *Новый метод определения частот колебаний упругих систем*, ВИА РККА, М., 1939.
5. Смирнов А. Ф., Труды МИИТ, 1946, *69*.
6. — *Статическая и динамическая устойчивость сооружений*, М., 1947.
7. — *Устойчивость и колебания сооружений*, М., 1958.
8. Ржаницин А. Р., *Устойчивость равновесия упругих систем*, М., 1955.
9. Рабинович И. М., *Курс строительной механики*, ч. **II**, М., 1954.
10. Гантмахер Ф. Р., *Теория матриц*, М., 1954.
11. Бернштейн С. А., *Основы динамики сооружений*, М., 1939, стр. 66.

CALCULATION OF CONTINUOUS BEAMS BY THE MATRIX METHOD

(Summary)

The author discusses principles for calculation of continuous beams for bending, buckling and vibration by employing the matrix method.

The established method enables preparation of problems to be solved by electronic computers. Numerical examples are supplied at the end of this article.

METODĂ MATRICIALĂ ÎN CALCULUL GRINZILOR CONTINUE

(Rezumat)

Se expune o metodă matricială ce se aplică în calculul diverselor probleme legate de studiul grinzilor continue. Algoritmul metodei elaborate se pretează la executarea calculelor cu maşini electronice. Articolul se ilustrează cu exemple.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 624.04; 519.21

PROBLEME DE PROBABILITATE ÎN CALCULUL LA STĂRILE LIMITĂ

NOTA I

DE

ANTON ŞESAN, SILVIA COVALI, N. GHEORGHIU şi ADRIAN VULPE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Siguranţa construcţiilor nu poate fi riguros studiată decît ca o problemă complexă de probabilitate. Caracterul ei probabilistic este determinat de natura mărimilor de calcul (sarcini, proprietăţi fizico-mecanice ale materialelor, caracteristici geometrice), care sînt variabile aleatorii. Folosirea în calcul numai a valorilor medii aritmetice (momente de ordinul I), neasociate cu celelalte caracteristici ale domeniului de variaţie (momente de ordin superior) a mărimii aleatorii, nu poate avea nici o semnificaţie, după cum raportul între înălţimile a două prizme oarecare nu poate caracteriza raportul volumelor. Introducerea unui coeficient de siguranţă arbitrar, ca raport a două valori medii (solicitare-rezistenţă), nu poate să exprime mărimea siguranţei unei construcţii, acest raport fiind lipsit de semnificaţie.

Relaţia matematică pentru stabilirea siguranţei, ca probabilitate de depăşire a unei anumite stări limită, trebuie să reprezinte prognoza fundamentală riguroasă — în limitele unei probabilităţi acceptate — bazată pe studiul probabilistic al variabilelor aleatorii, prin prelucrarea unui volum important de date statistice (culese după o metodologie adecvată), cu ajutorul teoriei probabilităţilor şi a analizei statistice. În această privinţă metoda sovietică de calcul la stările limită reprezintă un salt important de la concepţia coeficientului de siguranţă unic, arbitrar, neştiinţific la concepţia siguranţei ca problemă de probabilitate. Coeficienţii de siguranţă diferenţiaţi (de omogenitate şi suprasarcină) sînt determinaţi ştiinţific, pe baza analizei statistice, şi cuprind într-o formă implicită probabilitatea de nedepăşire a unei valori limită.

Vom analiza problema siguranţei structurilor sub trei aspecte: a) siguranţa ca probabilitate funcţie de o singură variabilă, b) siguranţa ca probabilitate funcţie de mai multe variabile, c) siguranţa rezultată din compunerea probabilităţilor mai multor variabile.

2. Siguranţa ca probabilitate funcţie de o singură variabilă

Presupunînd că siguranţa unei structuri, depinde de o singură variabilă aleatorie x, cu domeniul de variaţie $(0, +\infty)$, este necesar să se cunoască legea ei de distribuţie. Această variabilă x apare, însă, ca rezultat al compunerii tuturor variabilelor reale, variabile care în unele cazuri pot fi în număr infinit. Plecînd de la considerente de natură fizică şi statistică, s-au adoptat, pînă în prezent, ca distribuţii clasice de bază, funcţiile de densitate Laplace-Gauss, Pearson III şi distribuţia valorilor extreme, cu variante obţinute prin schimbare de variabilă (logaritmică normală, legea logaritmică a valorilor extreme, Kriţko-Menkel etc).

Variabilele aleatorii întîlnite în calculul structurilor au un caracter strict pozitiv. De aceea funcţia de densitate de forma $f(x) = [1/(\sqrt{2\pi}\sigma)] \exp[-(x-m)^2/(2\sigma^2)]$ (Laplace-Gauss) cu domeniul de variaţie $(-\infty, +\infty)$ şi doi parametri independenţi m şi σ, determinaţi cu ajutorul momentelor de ordinul I şi II, poate fi utilizată în cazul distribuţiilor empirice simetrice (cu momentul de ordinul III nul) şi cu coeficienţi de variabilitate foarte mici ($C_v = 5 \ldots 7\%$). Pentru distribuţii la care coeficienţii de variabilitate au valori mari se pot obţine, în cazul extrapolării, valori negative pentru variabile — lipsite de semnificaţie reală — sau probabilităţi mici pentru valori ale variabilei nu prea îndepărtate de centrul curbei, deoarece *à priori* funcţia Gauss implică probabilităţi foarte mici variabilelor puţin îndepărtate de centrul curbei. Pe de altă parte chiar dacă alura curbei Laplace-Gauss corespunde alurii distribuţiei empirice totuşi trebuie de avut în vedere că ea reprezintă curba limită rezultată din însumarea unui număr infinit de variabile cu ponderi egale.

Prin schimbarea de variabilă a funcţiei Laplace-Gauss se obţine funcţia de densitate logaritmică normală de forma

$$f(x) = [1/(\sqrt{2\pi}\sigma)] \exp[-(\ln x - m)^2/(2\sigma^2)]$$

—la care logaritmul variabilei urmează legea Laplace-Gauss—şi care restrînge domeniul de variaţie numai la valori pozitive $(0, +\infty)$, convenabilă din acest punct de vedere variabilelor întîlnite în calculul construcţiilor. Această transformare apare justificată şi din considerente fizice, deoarece variabilele întîlnite reprezintă rezultatul suprapunerii unor efecte nu numai pe cale aditivă (variabile gaussiene) ci şi pe cale multiplicativă. Totuşi şi funcţia obţinută pe această cale implică *à priori* probabilităţi foarte mici pentru valori ale variabilei puţin îndepărtate de centrul curbei şi are de asemenea numai doi parametri independenţi variabili (m şi σ, respectiv momente de ordin I şi II).

Pentru domeniul valorilor pozitive (singurul care are semnificaţie în ceea ce priveşte domeniul de variaţie a variabilelor care caracterizează structurile) funcţia Pearson III joacă acelaşi rol ca funcţia Laplace-Gauss pentru valori infinite. Funcţia de forma $f(\xi) = [\beta^\gamma / \Gamma(\gamma)]\ \xi^{\gamma-1} e^{-\beta\xi}$, cu domeniul de variaţie $(0, +\infty)$, ai cărei coeficienţi pot reprezenta $\gamma = m^2/\sigma^2 = 1/C_v^2$, $\beta = m/\sigma^2$ şi $\Gamma(\gamma) = \int_0^\infty \xi^{\gamma-1} e^{\xi} d\xi$, are însă tot numai doi

parametri variabili independenţi (existînd o legătură între momentele de ordinul I, II şi III, $C_v = \alpha$).

Transformînd însă variabila ξ (Pearson III) cu relaţia $x = a\xi^b$ se ajunge la o funcţie Kriţko-Menkel de tipul:

$$f(x) =$$
$$= [1/m(x)][\Gamma\gamma+b)/\Gamma(\gamma)]^{\gamma/b}\,[1/[\Gamma(\gamma)b][x/m(x)]^{\gamma/b-1}\exp\{-[\Gamma(\gamma+b)/\Gamma(\gamma)][x/m(x)]\}^{1/b},$$

care în afară de faptul că variază numai de la 0 la $+\infty$, prezintă trei parametri independenţi (m, C_v şi α) şi un singur maxim, astfel încît apare ca cea mai indicată pentru variabilele din domeniul construcţiilor.

Deoarece în realitate se dispune pentru fiecare variabilă şi caz în parte de un număr redus de observaţii (rezultate) — după ce în prealabil legea de distribuţie a fost determinată pe un număr mare de rezultate— şi ţinînd seama că important în calculul construcţiilor este studierea funcţiilor de distribuţie în zona valorilor extreme (a probabilităţilor mici) unde deosebirile dintre repartiţii sînt esenţiale, se pot determina valorile extreme — maxime $f_1(x)$ sau minime $f(x)$ — cunoscîndu-se funcţia de repartiţie $\bar{F}(x)$ şi distribuţia $\bar{f}(x)$ a populaţiei infinite de observaţii pentru un grup n (număr mic) de observaţii şi anume:

$$f_1(x) = n[1 - \bar{F}(x)]^{n-1}\bar{f}(x), \qquad f(x) = n[\bar{F}(x)]^{n-1}\bar{f}(x),$$

şi pentru $n \to \infty$:

$$f(x) = \exp[-\exp(-x)], \quad f_1(x) = 1 - \exp[-\exp(-x)].$$

Dacă funcţia de distribuţie — prin intermediul căreia se pot extrapola observaţiile făcute, independent de numărul de încercări — este cunoscută, atunci momentele de orice ordin sînt unic determinate. Problema inversă, adică determinarea distribuţiei cu ajutorul momentelor — ceea ce constituie de fapt problema de bază în trecerea de la distribuţii empirice la funcţii de densitate (teoretice) — nu mai este atît de simplă, deoarece legi de distribuţie cu totul diferite ca expresie analitică pot avea unele momente egale. Numai cunoscînd întregul şir de momente, legea de distribuţie devine unic determinată.

Practic însă, cu o eroare admisibilă, se pot determina primele trei momente. Din mulţimea distribuţiilor care au primele trei momente egale rămîne să se aleagă, în raport cu natura variabilei şi alura curbei de distribuţie empirică, funcţiile de distribuţie teoretice. Curba aleasă trebuie să corespundă distribuţiei empirice în limita abaterilor admise, verificarea făcîndu-se cu ajutorul criteriilor χ^2 sau Kolmogorov.

O altă cale de a aproxima distribuţia căutată este aceea a dezvoltării în serie a funcţiei de densitate $f(x)$. Astfel $f(x) = C_1\varphi_1(x) + C_2\varphi_2(x) + \dots + C_n\varphi_n(x) + \dots$, în care $\varphi_i(x)$ sînt un şir de funcţii ortogonale pe semiaxa pozitivă $(0, +\infty)$ iar $C_n = \int_0^\infty f(x)\varphi_n(x)\,dx$; dacă $\varphi_n(x)$ sînt polinoame, C_n apar drept combinaţii liniare de momente.

Dacă se cunosc primele n momente, se pot determina coeficienţii $C_1, \dots, C_n$. Funcţia de repartiţie va fi atunci:

$$F(x) = \int_0^{\infty} [C_1 \varphi_1(x) + \cdots + C_n \varphi_n(x)]\, dx .$$

Această funcţie de repartiţie este satisfăcătoare în cazul cînd seria $f(x)$ este rapid şi uniform convergentă.

3. Siguranţa ca probabilitate funcţie de mai multe variabile

Un alt mod de a aborda problema — care interesează în mod deosebit în cazul cînd siguranţa structurilor depinde de mai multe variabile (aşa cum de altfel se întîmplă în realitate) — ar fi acela de a găsi o ecuaţie diferenţială care să fie satisfăcută de funcţia de densitate sau de repartiţie rezultantă. Acest mod ar prezenta avantajul că ecuaţia diferenţială ar sintetiza în ea ceea ce este comun şi caracteristic unui grup vast de fenomene. Fiecare distribuţie care ar interesa s-ar individualiza din soluţiile ecuaţiei respective prin condiţiile iniţiale şi la limită. De exemplu, pentru sarcini (x) şi rezistenţe (y) date, probabilitatea de distrugere devine certitudine atunci cînd timpul $t \to +\infty$. Se cunoaşte faptul că majoritatea funcţiilor de densitate utilizate — funcţiile Laplace-Gauss, Pearson III, β necompletă — sînt soluţii ale ecuaţiei diferenţiale stabilită de Pearson, $y'/y = (x + a)/(bx^2 + cx + d)$.

4. Siguranţa rezultată din compunerea probabilităţilor mai multor variabile

În variaţia siguranţei unei structuri intervin un mare număr de variabile aleatorii cu ponderi diferite, dintre care sarcinile şi caracteristica de rezistenţă a materialului au influenţele dispersive cele mai mari. La rîndul lor aceste două variabile aleatorii sînt funcţii stochastice de alte mărimi care intervin fiecare cu ponderea lor în realizarea unei anumite valori a celor două variabile. De data aceasta vrem să determinăm legătura dintre aceste două sau mai multe variabile, ţinînd seama de caracterul lor aleator, în vederea stabilirii valorii limite a funcţiei rezultante pentru o anumită probabilitate.

Dacă această valoare limită o exprimăm numai pentru o singură variabilă, funcţie de coeficientul său de variaţie, atunci ea va fi de forma $S = S_0(1 \pm \alpha C_v)$. Aceasta reprezintă tocmai expresia din calculul la stările limită, ca metodă de determinare a lui $k = 1 - \alpha_k C_{v_R}$ sau $n = 1 + \alpha_n C_{v_P}$. Valoarea acestui coeficient este unică pentru o anumită probabilitate la curbe simetrice (cu momentele centrate de ordinul III nule) şi variază între anumite limite pentru aceeaşi probabilitate şi coeficient de variaţie C_v, funcţie de asimetrie şi de momentele de ordin superior ($> \mathrm{III}$).

Dacă în expresia siguranţei vrem să cuprindem influenţa mai multor variabile aleatorii, exprimate explicit prin momentele de ordinul I (medii aritmetice), atunci expresia valorii limită a funcţiei rezultante poate fi de forma $S_{\text{total}} = S_{0\,\text{total}} \pm \alpha^* \sigma_{\text{total}} = S_{0\,\text{total}} (1 \pm \alpha^* C_{v\,\text{total}})$ în care $\sigma_{\text{total}} =$

$$= \sqrt{\sigma_a^2 (\partial s/\partial a)^2 + \sigma_b^2 (\partial s/\partial b)^2 + \cdots + \sigma_{ab}^2 [\partial^2 s/(\partial a \partial b)] + \cdots}$$

Pentru două variabile aleatorii, exprimate prin momentele de ordinul I şi coeficienţii de variabilitate, relaţia la care ajungem este de forma :

$$R_0 = P_0(1-\alpha^{*2}C^2_{v_{RP}} + \alpha^* \sqrt{C^2_{v_R} + C^2_{v_P} - 2C^2_{v_{RP}} - \alpha^{*2}C^2_{v_R}C^2_{v_P}})/(1-\alpha^{*2}C_{v_R}).$$

Deoarece variabilele R şi P sînt în genere independente, $C_{v_{RP}} = 0$.

Aproximîndu-se acoperitor că numitorul $1 - \alpha^{*2}C_{v_R} = 1$ se ajunge la relaţia $R_0 = P_0(1 + \alpha^* \sqrt{C^2_{v_R} + C^2_{v_P}})$. Această relaţie este o formă explicită a probabilităţii de dărîmare prin coeficientul α, care poate fi ales de proiectant funcţie de probabilitatea limită impusă.

Dacă siguranţa se exprimă nu funcţie de mediile aritmetice ale celor două variabile, ci de valorile limită ale variabilelor, corespunzătoare unor anumite probabilităţi, atunci relaţia devine $R = fP$, R fiind efortul capabil limită al elementului funcţie de o anumită probabilitate (F_1) de depăşire a acestei valori, P — solicitarea limită corespunzătoare unei anumite probabilităţi (F_2) de depăşire a ei, f — factorul de corecţie care asigură construcţiei sau elementului de construcţii o probabilitate (F) de dărîmare impusă.

Coeficientul f corespunde coeficientului m al condiţiilor de lucru (din calculul la stările limită) care de data aceasta poate fi supraunitar sau subunitar după cum probabilitatea de simultaneitate a lui R şi P depăşeşte sau se găseşte sub probabilitatea limită de dărîmare.

Probabilitatea de depăşire a unei anumite stări limită, în intervalul $10^{-6} \ldots 10^{-3}$, trebuie considerată diferit în funcţie de : starea limită la care conduce şi consecinţele depăşirii acestei stări limită, importanţa elementului, durata lucrării şi pericolul de pierderi de vieţi omeneşti, rezervele de calcul static, metoda de calcul a probabilităţilor, precizia de stăpînire a momentelor şi ordinul momentelor luate în considerare.

În încheiere trebuie menţionat că şi coeficientul de omogenitate k din metoda de calcul la stările limită apare ca o funcţie stochastică de un număr mare de variabile (timp—prin durata acţiunii sarcinilor exterioare, viteza de încărcare, frecvenţa de aplicare a sarcinilor exterioare, care intervin în oboseala materialului, natura solicitărilor, dimensiunea elementelor — factorul scară, efectul de perete, vîrsta materialului), care intervin cu ponderi diferite în funcţie de condiţiile şi interpendenţa acţiunilor lor. Pentru considerarea acestor influenţe sînt necesare numeroase date statistice referitoare la legătura lor reciprocă şi variaţia lor pentru anumite condiţii date.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de rezistenţa materialelor,
statică şi beton armat

BIBLIOGRAFIE

1. Мюллер Р. А., *Вопросы безопасности и прочности строительных конструкций*, М., 1952, стр. 88—119.
2. Рыжаницын А. Р., Строит. пром., 1952, *6*, стр. 22—25.
3. Беляев Б. И., Ibid., 1951, *11*, стр. 23—27.
4. Freudenthal M., Proc. Amer. Soc. Civil, Eng., 1954, **80**, *468*, pp. 1—32.
5. Lévi R., Travaux, 1957, *277*, pp. 539—545.
6. Onicescu O., Mihoc G., Ionescu-Tulcea C. T., *Calculul probabilităţilor şi aplicaţii*, Ed. Acad. RPR, Buc., 1956.
7. Дунин-Барковский И. В., Смирнов Н. В., *Теория вероятности и математическая статистика в технике*, М., 1955.

ПРОБЛЕМЫ ВЕРОЯТНОСТИ ПРИ РАСЧЕТЕ СООРУЖЕНИЙ ПО ПРЕДЕЛЬНЫМ СОСТОЯНИЯМ

Заметка I

(Резюме)

Безопасность сооружений будучи сложной задачей вероятности, более точный прогноз можно получить — при заданных пределах вероятности — только путем изучений переменных по теории вероятности и проработкой большего количества статистических данных.

Анализом теоретических функций плотности, наиболее подходящих эмпирическим распределениям строго положительных переменных, а также их определением по теории моментов, доказывается, что кроме статистического определения расчетных коэффициентов — в методе по предельным состояниям — безопасность всего сооружения можно представить как проблему вероятности, связывая случайные независимые переменные дифференциальным уравнением обобщенного вида.

PROBLÈMES DE PROBABILITÉ DANS LE CALCUL AUX ÉTATS LIMITES

Note I

(Résumé)

La sûreté des constructions est un problème complexe de probabilité et on ne peut obtenir une prognose fondamentale rigoureuse — dans les limites d'une certaine probabilité acceptée — que par l'étude probabilistique des variables aléatoires et par l'interprétation d'un volume important de dates statistiques.

En analysant les fonctions de densité théoriques adaptées aux distributions empiriques obtenues pour les variables strictement positives, ainsi que leur détermination à l'aide de la théorie des moments, on démontre qu'en dehors de la détermination probabilistique des coefficients de sûreté différenciés —qui interviennent dans la méthode des états limites — la sûreté de la structure dans son ensemble peut être exprimée comme problème de probabilité, en liant les variables aléatoires indépendantes par une équation différentielle, de forme généralisée.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 691.7

CONTRIBUŢII LA STUDIUL ELEMENTELOR GRINZILOR CU ZĂBRELE METALICE

DE

EMANOIL MUNTEANU-ADĂSCĂLIŢEI, I. DUMITRESCU şi ADRIAN RADU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 19–21 mai 1956

1. Introducere

Cu toată sporirea producţiei de oţel din ţara noastră, problema economiei oţelului rămîne mereu actuală.

La proiectarea construcţiilor metalice se urmăreşte, pe lîngă o economie de material, şi realizarea economiei de manoperă, atît a celei necesare executării construcţiei în uzină cît şi a manoperei de montare a ei pe şantier. O altă tendinţă o constituie restrîngerea timpului de montare. Preocuparea predominantă rămîne însă reducerea cantităţii de oţel.

Momentul important în propăşirea construcţiilor metalice l-a constituit introducerea sudării în locul nituirii. Sudarea a determinat realizări însemnate în ce priveşte alcătuirea mai variată a secţiunilor, mai bine adaptate specificului diferitelor solicitări. Ea a permis obţinerea unor importante economii de oţel, mergînd pînă la 10..15% în comparaţie cu vechile soluţionări bazate pe folosirea nituirii. Astfel, inginerul de azi nu va consimţi să se priveze de avantajele pe care le oferă sudarea. În lucrarea de faţă noi ne vom situa pe poziţia folosirii exclusivă a îmbinărilor sudate.

Cu toate realizările de pînă acum în domeniul construcţiilor metalice, este evident că posibilităţile constructive permit încă multe şi diverse îmbunătăţiri sub toate aspectele, ca de exemplu: acela al alcătuirii unor secţiuni cît mai eficiente, sau al evitării surplusurilor nejustificate de material etc. Ştim, de pildă, ce cantitate mare de oţel se iroseşte în alcătuirea aşa-ziselor „secţiuni constructive" supradimensionate, sau a unor elemente constructive neprevăzute în calcule. Alte pierderi sînt datorite imperfecţiunilor sortimentului de laminate, toleranţelor prea mari etc. Toate acestea pot fi parţial, iar unele chiar total, evitate.

Progresele tot mai rapide ale tehnicii din ultimile decenii impun adesea revizuirea unor norme, reguli sau uzanţe în materie de construcţii metalice, stabilite mai de mult şi care în prezent pot să nu fie potrivite ca, de pildă, problema săgeţilor admisibile, a grosimii minime permise a elementelor constructive etc.

În prezent, în domeniul construcţiilor metalice, problema economiei materialului determină pe deplin linia de lucru a construcţiilor. Scopul lor îl continuă găsirea unor căi noi pentru economia oţelului. Mergînd pe acest drum se poate admite, în situaţia economică actuală din ţara noastră, chiar o oarecare sporire a manoperei — în limite raţionale — dacă acest lucru s-ar traduce printr-o scădere a cantităţii de metal.

2. Problema stabilităţii elementelor comprimate

În căutarea mijloacelor noi de obţinere a unor construcţii mai uşoare, adică alcătuite din mai puţin oţel, o atenţie deosebită trebuie acordată proiectării raţionale a secţiunilor. În cazul grinzilor cu zăbrele mai multe probleme pune proiectarea secţiuni-

lor comprimate ale barelor, una din ele fiind și aceea a stabilității tălpilor comprimate ale grinzilor. În practica sovietică, precum și în alte țări, se folosește adesea, în special la construcția acoperișurilor metalice, așezarea contravîntuirilor orizontale la fiecare al doilea nod al fermelor, ceea ce dublează lungimea de flambaj a barelor tălpii în direcția normală pe planul grinzii. Dispozitivele constructive care permit contravîntuirea fiecărui nod al tălpii nu sînt totdeauna folosite. Căutînd să precizăm cifric efectul economic al ultimei soluții, noi am ajuns la concluzia că ea duce la micșorarea greutății tălpii superioare cu 17...20%, ceea ce reprezintă o economie, la greutatea grinzii întregi, de ordinul a 6...7%. Acest fapt nu trebuie trecut cu vederea la proiectare.

3. Forma secțiunilor

Alegerea justă a formei secțiunii are o mare însemnătate în scopul micșorării consumului metalului. În alcătuirea oricărei secțiuni se pune următoarea problemă: pornind de la o secțiune de suprafață dată să se găsească un mod de distribuire a materialului care să determine parametrii optimi de rezistență și stabilitate pentru solicitarea considerată. De cele mai multe ori această cercetare conduce la tendința de resfirare maximă a materialului, cum ar fi în cazul pieselor încovoiate sau a celor comprimate. Folosirea profilelor din table subțiri ne-a arătat că restricțiile în ce privește grosimea minimă a elementelor și condițiile impuse de stabilitatea lor locală pot găsi soluționări favorabile.

Examinînd un număr de secțiuni curent folosite, precum și cele propuse de diferiți autori și încă unele secțiuni noi, s-a putut face un studiu comparativ din care prezentăm aici numai graficul concentrator (fig. 1).

Studiul s-a extins asupra ambelor cazuri de contravîntuire: legarea fiecărui nod sau din două în două noduri. S-au examinat cîteva ipoteze de încărcare pentru diferite mărimi de deschideri și travei.

Din cercetarea comparativă a secțiunilor au rezultat în special avantajele secțiunilor tubulare pentru alcătuirea tălpilor comprimate și mai ales a secțiunilor laminate în formă de tub pătrat. Cele formate din corniere, sudate în forma unei secțiuni închise pătrate, se arată mai puțin indicate, necesitînd cordoane lungi de sudură.

Tubul pătrat față de cel rotund prezintă avantajul prinderii mai lesnicioase a zăbrelelor (care se poate face prin sudarea lor de fața tubului îndreptată spre interiorul grinzii), apoi nu necesită, ca cel rotund, tăieri complicate, curbe, a zăbrelelor la capete. O scurgere mai bună a eforturilor la această prindere directă se poate realiza prin introducerea unor elemente suplimentare la noduri (diafragme etc.).

Soluțiile cele mai eficiente se vor obține însă, în cazul grinzilor ușoare, prin folosirea profilelor din table subțiri îndoite.

O dată cu îmbunătățirea formei secțiunilor trebuie urmărită și problema importantă a reducerii numărului de secțiuni supradimensionate. Numărul barelor supradimensionate la grinzile cu deschideri sub 24 m este foarte mare Dacă considerăm drept o secțiune minimă, din punct de vedere constructiv, aceea a unei bare alcătuită din două corniere $60\times60\times6$, constatăm că la o grindă de 20 m deschidere, cu zăbrele de sistem triunghiular, dreptunghiular sau combinat, numărul barelor supradimensionate formează, față de numărul lor total, 60%, respectiv 64% și 75%.

Din această cauză greutatea reală a grinzilor, față de cea teoretică, crește de la 45% (zăbrele sistem triunghiular) la 107% (sistem combinat). Se pune deci problema determinării unei secțiuni constructiv acceptabile, care să aibă o suprafață redusă, evitînd astfel supradimensionarea excesivă a barelor cu eforturi mici. Această secțiune minimă ar putea fi formată dintr-o singură cornieră de $60\times60\times6$ întoarsă cu 45°. Îmbinarea unei astfel de zăbrele cu tălpile este ușor realizabilă prin sudare. Sînt posibile și alte soluții de alcătuire a barelor economice pentru preluarea eforturilor reduse.

4. Influența formei grinzilor și a sistemului de zăbrele

Forma grinzilor reprezintă încă un factor care influențează asupra cantității de material necesar. Forma triunghiulară se arată mult mai nefavorabilă decît aceea cu tălpi paralele sau decît grinda parabolică, care realizează 8% economie față de grinda cu tălpi paralele și 20% față de ferma triunghiulară.

Dezavantajele cunoscute ale grinzilor parabolice au determinat restrîngerea întrebuințării lor. În prezent s-a generalizat folosirea fermelor trapezoidale, mai ales în

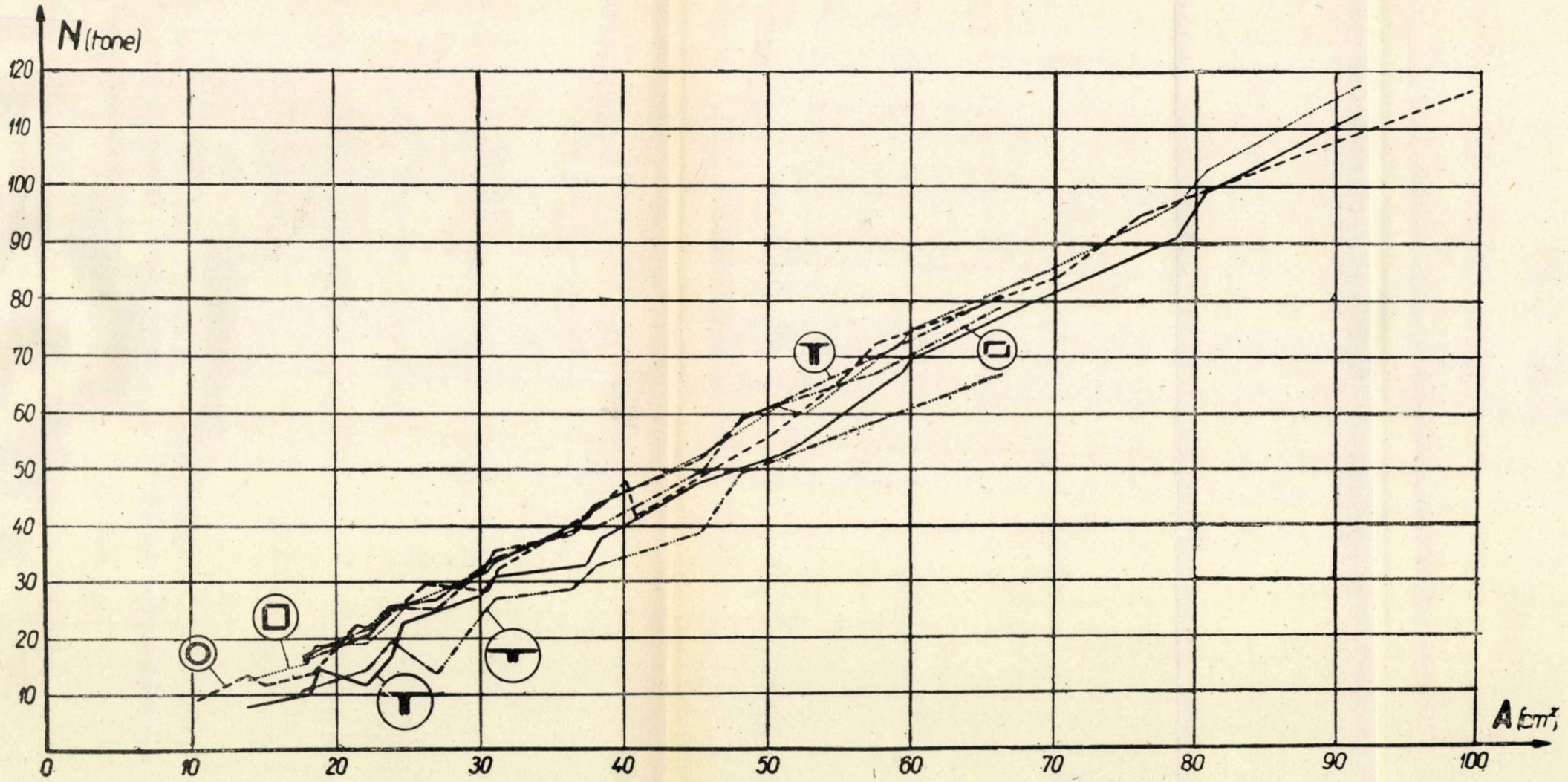
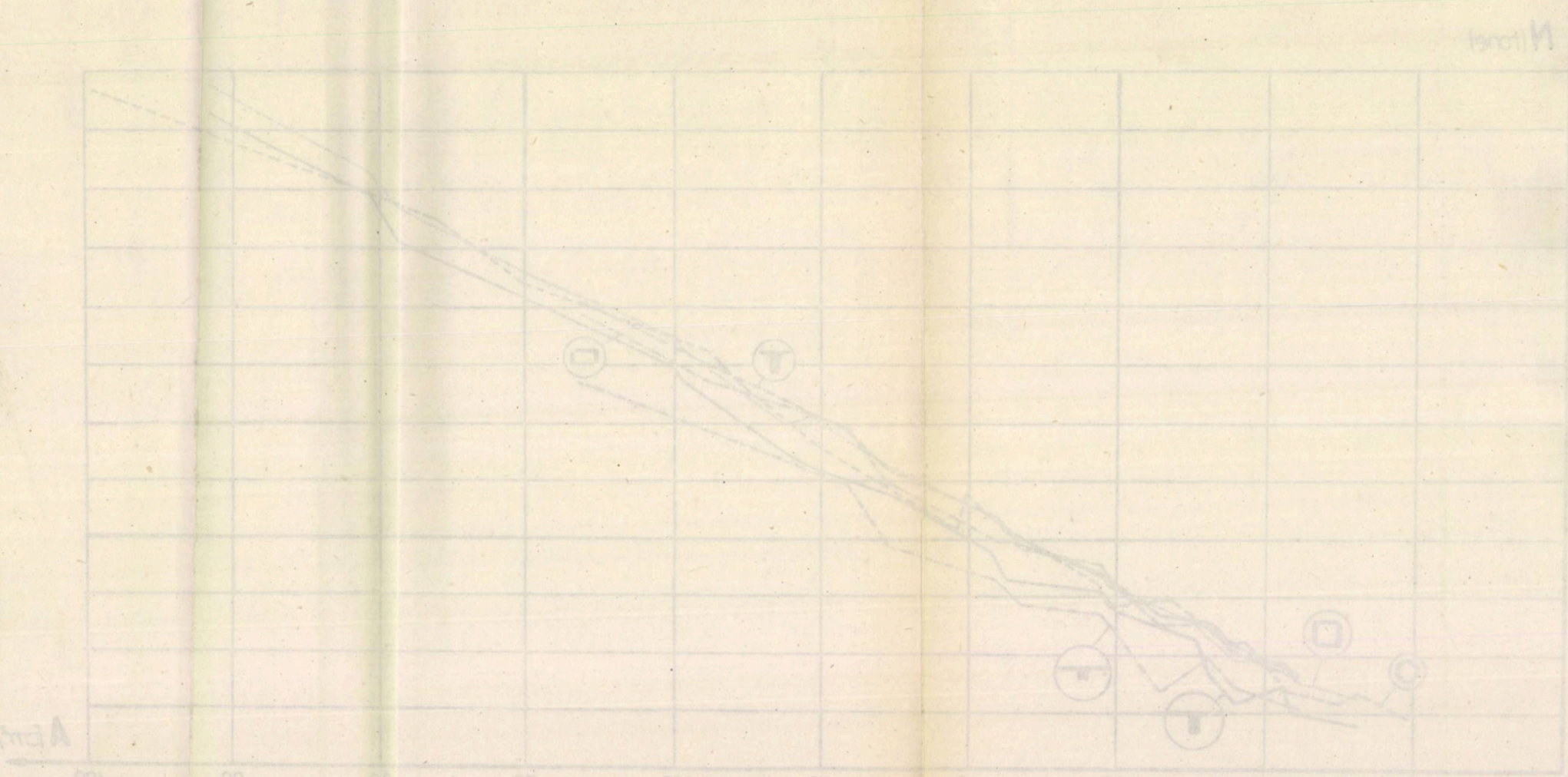


Fig. 1. — Capacitatea portantă a barelor comprimate pentru diferite tipuri de secțiuni ($l_x = 2{,}25$ m, $l_x / l_y = 1$).



proiectarea acoperişurilor halelor industriale. Această formă este susceptibilă de unele îmbunătăţiri. Prin suprimarea a patru bare de la extremităţi (fig. 2) se realizează nu numai o economie de oţel la ferme, dar se suprimă şi cele două pane de streaşină, chesoanele extreme rezemîndu-se pe zid. Folosind unele dispozitive speciale este perfect posibil de a asigura în această soluţie atît etanşeitatea învelitorii, cît şi integritatea ei la acţiunile climatice.

Cînd se folosesc la acoperişuri pane din oţeluri U, se pun adesea la creastă, din anumite consideraţii constructive, două pane alăturate. Înlocuindu-le printr-o singură pană dublu T se economiseşte şi o a treia pană.

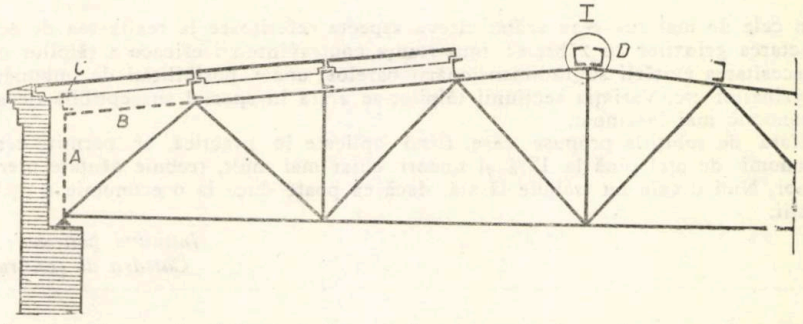


Fig. 2. — Economii obţinute prin suprimarea anumitor elemente ale construcţiei metalice: bare (*A*, *B*) şi pane (*C*, *D*).

Sistemul de zăbrele mai economic este cel triunghiular simplu cu montanţi suplimentari (la fiecare al doilea nod). Lungimea totală a zăbrelelor la alte sisteme este mai mare: cu 27% la sistemul dreptunghiular şi cu peste 100% la cel combinat. Din studiile noastre rezultă că greutatea reală a diagonalelor faţă de greutatea totală a grinzii reprezintă, la sistemul triunghiular — 40%, la cel dreptunghiular — 47% şi la sistemul combinat — 57%.

Greutatea reală a unei ferme trapezoidale cu zăbrele de sistem triunghiular este mai redusă cu 9% faţă de o aceeaşi fermă dar cu zăbrele sistem dreptunghiular şi cu 30% faţă de cel combinat.

5. Necesitatea variaţiei secţiunii tălpilor

Problema alcătuirii secţiunilor nu poate fi privită separat de aceea a variaţiei secţiunilor. La grinzile cu zăbrele acest aspect intervine numai în cazul tălpilor, eforturile din zăbrele fiind, de cele mai multe ori, constante de-a lungul lor.

În practica de proiectare se menţine părerea că schimbarea secţiunii tălpilor la grinzile cu deschideri sub 24 m nu ar fi avantajoasă. Această afirmaţie necesită să fie cercetată mai în amănunt.

Eforturile din tălpile grinzilor cu zăbrele variază din panou în panou. Ar urma deci să schimbăm secţiunea tălpii la fiecare nod. Rezultă o creştere a manoperei care scumpeşte lucrarea, încît economia de material nu ar realiza o reducere a costului construcţiei. Privind însă problema nu din punct de vedere al costului total, ci al economisirii oţelului, procedeul apare favorabil.

Se pune întrebarea dacă economia de material rezultată din variaţia de la panou la panou a secţiunilor ar fi mai mare decît cantitatea de oţel folosită pentru elementele de îmbinare necesare.

La executarea îmbinărilor prin nituire îmbinările rezultă mai complicate şi la ele se foloseşte într-adevăr mult material: la fiecare nod sînt necesare corniere de acoperire a căror greutate poate reprezenta o treime sau chiar 50% din materialul economisit. În cazul sudării însă, variind secţiunea tălpilor la noduri, putem suda barele cap la cap, încît, la talpa comprimată, nu avem adesea nevoie de material în plus, afară de electrozi; la talpa întinsă sporul de material va fi minim.

În cazul tălpilor formate din două corniere este indicat, în loc de a schimba tipul de cornieră la fiecare panou, să se adopte soluţia folosirii unor corniere continue, de la

streașină la creastă, secțiunea lor fiind determinată de efortul cel mai mic, acela din panoul extrem. Variația secțiunii se va obține prin aplicarea, în celelalte panouri, a unei platbande peste corniere, secțiunea platbandei variînd de la panou la panou. Soluția necesită însă cordoane de sudură lungi.

Calculele comparative făcute au arătat că prin schimbarea secțiunii tălpilor se pot aduce economii pînă la 15...16,5% din greutatea tălpilor, rezultînd pentru întreaga grindă o reducere a cantității de metal pînă la 10%.

6. Concluzii

În cele de mai sus s-au arătat cîteva aspecte referitoare la realizarea de economii în proiectarea grinzilor cu zăbrele: importanța contravîntuirii eficace a tălpilor comprimate, necesitatea evitării supradimensionării barelor, unele posibilități de îmbunătățire a formei grinzilor etc. Variația secțiunii tălpilor se arată în special susceptibilă de a da un efect economic mai însemnat.

Afară de soluțiile propuse care, fiind aplicate în practică, ar permite realizarea unor economii de oțel pînă la 15% și uneori chiar mai mult, trebuie căutate mereu alte soluții noi. Nici o cale nu trebuie lăsată, dacă ea poate duce la o economie a oțelului în construcții.

Institutul politehnic, Iași
Catedra de construcții

К ИЗУЧЕНИЮ ЭЛЕМЕНТОВ СТАЛЬНЫХ ФЕРМ

(Резюме)

Указываются несколько возможностей снижения количества стали необходимой для изготовления ферм. Для каждого случая дается получаемая экономия (в процентах). Показывается, что изменение сечений поясов может дать до 10% экономии стали в фермах пролетом до 24-х метров.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Несущая способность стержней различных сечений ($l_x = 2{,}25$ м, $l_x / l_y = 1$).

Рис. 2. — Экономия стали полученная исключением некоторых элементов металлической конструкции: стержней (A, B) и прогонов (C, D).

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE DES ÉLÉMENTS DES POUTRES TRIANGULÉES

(Résumé)

On présente nombre de procédés qui permettent la réduction de la quantité d'acier nécéssaire à la réalisation des poutres triangulées, en y indiquant l'efficacité de chaque méthode proposée. On démontre aussi que la variation des sections des membrures supérieures et inférieures peut conduire à la diminution du poids des poutres de moins de 24 m de portée, diminution pouvant atteindre 10% de leur poids.

Explication des figures

Fig. 1. — Capacité portante des barres comprimées pour différents types de sections envisagées ($l_x = 2{,}25$ m, $l_x / l_y = 1$).

Fig. 2. — Économies obtenues par la suppression de certains éléments de la charpente métal-lique: barres (A, B) et pannes (C, D).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 691.2

CONTRIBUŢIUNI LA STUDIUL STERILULUI ARS DE MINĂ DE COMĂNEŞTI CA AGREGAT ÎN BETOANE

DE

VLADIMIR BOGHIAN, VIRGIL FOCŞA, ANATOLIE MIHUL
şi LUIZA TANASACHE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

În cenrul carbonifer Comăneşti, în apropierea vechilor exploatări miniere de la Supan, Asău, Ferneşti şi Plopul, există importante rezerve de steril ars, care poate fi utilizat, local, ca agregat în betoane, în condiţii tehnico-economice avantajoase.

În lucrarea de faţă se prezintă rezultatele studiilor efectuate în cadrul facultăţii de construcţii din Iaşi şi a filialei INCERC-Iaşi, privind caracteristicile sterilului ars de mină de Comăneşti (halda Supan I) şi a betoanelor din acest agregat, pe baza cărora s-au executat în anii 1956...1957 primele construcţii — două cămine de studenţi la Iaşi, cu pereţi din blocuri mari de beton din steril ars — şi care pînă în prezent se comportă satisfăcător.

2. Date geologice

Forajele efectuate în diferite zone ale haldei Supan I arată că sterilul ars se prezintă în straturi cu grosime variabilă (3,5...11,00 m) cu discontinuităţi. Datorită distribuţiei neuniforme a cărbunelui în momentul depozitării sterilului în haldă, materialul este neomogen, alternînd cu straturi de steril incomplet ars, cărbune şistos etc., sau avînd incluse pungi de steril incomplet ars. Sterilul incomplet ars are în general o culoare (roşietic-gălbuie) distinctă de cea a sterilului ars (roşietică) şi, la o exploatare mai atentă poate fi evitat, condiţie esenţială pentru prevenirea contracţiilor mai accentuate care pot conduce la fisurarea betonului.

3. Caracteristici fizico-mecanice

Sterilul ars de Comăneşti este un material granular, de la praf şi fracţiuni lamelare pînă la bolovăniş, care necesită a fi concasat pentru a putea fi utilizat ca agregat în betoane. Analiza granulometrică a fracţiunii 0/30 mm (înainte de concasare) indică un conţinut ridicat în fracţiune măruntă şi fină: 23,4% fracţiune 0/1 mm din care 14,1% granule mai mici de 0,2 mm (tabelul 1), depăşind prevederile normativelor pentru utilizarea sterilului ars la betoane.

Tabelul 1

% din greutate trecut prin ciurul cu ochiuri de					
0,2 mm	1 mm	3 mm	7 mm	15 mm	30 mm
14,1	23,4	36,9	56,2	78,7	100

Prin concasarea granulelor mai mari de 30 mm se reduce proporţia fracţiunilor fine şi mărunte şi se îmbunătăţeşte compoziţia granulometrică a agregatului.

Materialul conţine granule sfărîmicioase din zgură şi pămînt ars care în unele zone ajung pînă la 13,6% pentru fracţiunea 15/30 mm şi 15,5% pentru fracţiunea 7/15 mm. Forma granulelor de steril ars, rezultate după concasarea fracţiunii mai mare de 30 mm, este în general plată (tabelul 2).

Tabelul 2

Fracţiunea	b/a			c/a		
mm	min.	max.	medie	min.	max.	medie
7/15	0,41	1,0	0,63	0,06	0,46	0,25
15/30	0,43	0,93	0,69	0,11	0,61	0,30

Absorbţia relativ mare de apă, la presiune normală (tabelul 3), datorită porozităţii mari a agregatului cît şi a conţinutului ridicat în fracţiune fină, indică necesitatea de a fi umezit înainte de prepararea betonului. Determinarea absorbţiei de apă la diferite intervale de timp, pentru fracţiunile 7/15 mm şi 15/30 mm (tabelul 4) arată că procesul de saturare se petrece destul de rapid, fiind suficient dacă agregatul este stropit cu apă cu 10...15 minute înainte de prepararea betonului. Sterilul ars de mină de Comăneşti are greutatea specifică $\gamma_s = 2\,148$ kg/m^3, greutatea specifică aparentă $\gamma_{sa} = 1\,586$ kg/m^3 şi porozitatea medie de 26%, apropiindu-se mult din aceste puncte de vedere de cărămida ceramică.

Tabelul 3

Fracţiunea	Absorbţia de apă
mm	%
1	34,50
0/30	27,30
1/30	24,60
3/30	20,70
7/30	15,80
15/30	12,00

Tabelul 4

Fracţiunea	Greutatea specifică în grămadă kg/m^3			
	material afînat		material îndesat	
mm	uscat	umed	uscat	umed
0/30	1 028	1 133	1 285	1 430
1/30	940	1 038	1 160	—
3/30	921	1 012	—	—

În grămadă sterilul ars are o greutate specifică care variază funcţie de starea sa, uscată sau umedă, de gradul de afînare şi de granulozitate, de la 900 kg/m^3 la 1 430 kg/m^3 (tabelul 4).

Tabelul 5

Componenţi chimici	SiO_2	CaO	MgO	SO_3 (solub.)	SO_3 (insolub.)	SO_3 (total)
Conţinut (media) %	68	0,96	lipsă	1,26	1,77	3,03

Rezultatele analizei chimice (tabelul 5) arată la fracţiunea 0/30 mm o cantitate de 3,03% sulf total, deci în limitele admise de normative (3%). Sulfaţii solubili (1,26%) depăşesc limita admisă de normative (1%). În ce priveşte ceilalţi compuşi cu efect dăunător betonului, oxidul de calciu se află în cantităţi foarte mici (0,96%) iar oxidul de magneziu lipseşte.

Conţinutul în sulf total şi sulfaţi solubili este mai mare la fracţiunile fine de steril ars. Astfel, la fracţiunea 0/1 mm conţinutul în sulf total (exprimat în SO_3) este de 4,52% iar conţinutul în sulfaţi solubili (exprimaţi în SO_3) este 2,80%, în timp ce la fracţiunea 15/30 mm conţinutul în sulf total este de numai 1,65%, şi de sulfaţi solubili de 0,63% (tabelul 6).

Tabelul 6

Fracţiunea mm	Conţinutul %		
	cărbune nears	sulf total (expr. în SO_3)	sulfaţi solub. (expr. în SO_3)
0/1	1,50	4,52	2,80
0/7	1,56	2,77	—
0/30	1,19	1,77	1,26
3/30	—	—	1,15
7/15	1,06	2,45	0,95
15/30	1,09	1,65	0,63

Aceeaşi situaţie se observă şi în ceea ce priveşte conţinutul în cărbune nears. La fracţiunea 0/1 mm conţinutul de cărbune nears este de 1,50% iar la fracţiunea 0/30 mm—1,19% cărbune nears. În general însă cărbunele nears nu depăşeşte limita admisă de normative (2%).

Se poate afirma că în sterilul ars de mină de Comăneşti conţinutul în componenţi chimici dăunători betonului este apropiat de limitele admise de normative, iar prin micşorarea proporţiei de fracţiune fină şi măruntă (0/3 mm), acest conţinut poate fi redus sub aceste limite.

4. Betoane din steril ars de Comăneşti

Prin cercetările efectuate s-a căutat a se stabili, în primul rînd, posibilitatea obţinerii unor betoane din steril ars cu rezistenţe mecanice suficient de mari şi în acelaşi timp cu greutate şi conductivitate termică mică, ca materiale pentru pereţi, luînd în considerare influenţa următorilor factori asupra acestor caracteristici: granulozitatea agregatului, dozajul şi marca cimentului, raportul A/C, condiţiile de întărire a betonului.

Pentru îmbunătăţirea calităţii agregatului în ceea ce priveşte granulozitatea s-a căutat a se reduce parţial conţinutul în fracţiune fină şi măruntă, micşorîndu-se astfel şi conţinutul în componenţi chimici dăunători (cărbune nears, sulf etc.).

Caracteristicile betoanelor de steril ars s-au studiat pe cuburi cu latura de 20 cm şi prisme cu dimensiunile $10 \times 10 \times 55$ cm. Agregatul a fost udat în prealabil cu apă (cu circa 15 minute înainte de prepararea betonului). Amestecarea în betonieră a durat 4 minute. Compactarea betonului s-a făcut normal. Betonul s-a confecţionat cu ciment $P400$, cu $R_{c28} = 404$ kg/cm^2.

Rezultatele privind rezistenţa la compresiune şi greutatea specifică aparentă a betonului realizat, funcţie de granulozitatea agregatului şi de dozajul de ciment, sînt prezentate în tabelul 7.

Folosind ciment $P400$, cu dozaje de 150...175 kg/m^3, se pot realiza betoane cu rezistenţă la compresiune de 60...70 kg/cm^2; cu dozaj de ciment de 200...220 kg/m^3 se pot realiza betoane cu rezistenţă la compresiune de 90...100 kg/cm^2 iar cu dozaje de ciment de 220...250 kg/m^3 se pot obţine betoane cu rezistenţa la compresiune de 100...110 kg/cm^2. Rezultatele cele mai bune în ceea ce priveşte rezistenţa la compresiune se obţin pentru betonul cu agregat din sorturile 0/7 mm şi 7/30 mm în proporţiile 55% respectiv 45%, cît şi pentru cazul cînd cele două sorturi se iau în proporţii egale. În aceste cazuri rezistenţele la compresiune ale betoanelor realizate sînt foarte apropiate (fig. 1).

Tabelul 7

Nr. crt.	Compoziţia betonului: agregat sort % 0/7 mm	7/30 mm	dozaj ciment kg/m³	A/C	γ_{sa} kg/m³ proaspăt	28 zile	R_c kg/cm² 7 zile	28 zile
1			170	2,80	1 880	1 780	—	72
2	70	30	204	2,38	1 870	1 760	—	88
3			250	1,94	1 890	1 820	—	94
4			265	1,44	1 800	1 760	—	103
5			148	2,99	1 900	1 860	—	60
6	55	45	202	2,19	1 950	1 880	—	92
7			251	1,75	1 970	1 930	51	116
8			152	2,45	1 940	1 860	36	69
9			174	2,26	1 910	1 840	42	78
10	50	50	203	2,18	1 970	1 910	—	92
11			220	2,05	1 920	1 840	51	102
12			249	1,70	1 830	1 715	59	113
13			184	2,28	1 840	1 720	—	68
14	40	60	203	1,89	1 920	1 880	36	77
15			260	1,65	1 960	1 825	56	111

O b s e r v a ţ i e. Valoarea mare a raportului A/C a fost determinată atît de capacitatea mare de absorbţie a agregatului şi în special a fracţiunii fine cît şi din condiţia de a obţine o lucrabilitate mai bună. S-a considerat totodată că prin adoptarea unui raport A/C mărit, chiar dacă se micşorează într-o anumită măsură rezistenţele mecanice, în schimb se obţine un beton mai poros, factor esenţial pentru conductivitatea termică.

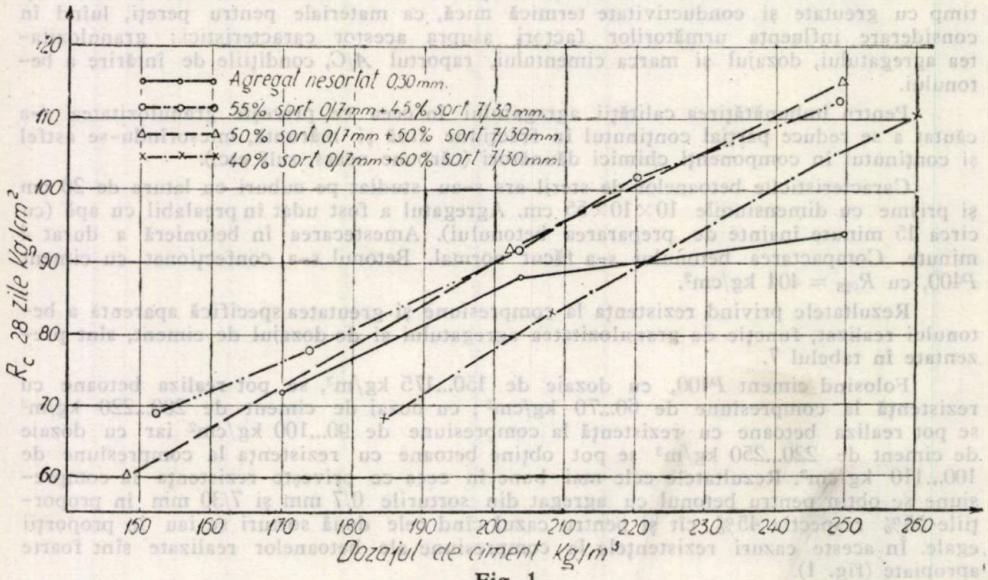


Fig. 1

Rezistenţele la compresiune ale betonului din agregat nesortat, cu fracţiune fină şi măruntă pînă la 70%, sînt mai mici cu 10...15% decît la betoanele cu sorturile de agregat 0/7 mm şi 7/30 mm luate în proporţii egale.

La betoanele cu ciment metalurgic (*M*300), mai puţin sensibile la acţiunile agresive ale sulfaţilor, s-au obţinut rezistenţe la compresiune (tabelul 8) cu 30...35% mai mici decît rezistenţele la compresiune ale betoanelor cu ciment *P*400 avînd acelaşi dozaj de ciment şi aceeaşi granulozitate (sorturile 0/7 mm şi 7/30 mm în proporţii egale).

Tabelul 8

Nr. crt.	Dozaj de ciment kg/m³	*A/C*	R_c kg/cm²	
			7 zile	28 zile
1	175	2,77	—	50
2	190	2,56	—	55
3	205	2,12	28	62
4	230	1,97	—	74
5	245	1,78	40	85

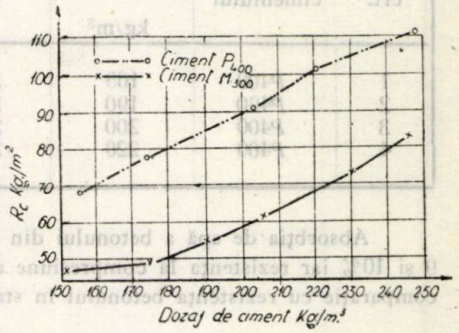


Fig. 2

Astfel, la betonul cu dozaj de 175 kg/m³ ciment *M*300, s-au obţinut betoane cu rezistenţe la compresiune de 50 kg/cm² faţă de 78 kg/cm² cît s-a obţinut la betonul cu acelaşi dozaj de ciment *P*400, iar cu dozaj de 200 kg/m³ ciment *M*300 s-a obţinut o rezistenţă la compresiune de 62 kg/cm² faţă de 92 kg/cm² cît s-a obţinut la betonul de ciment *P*400 (fig. 2).

Prin eliminarea fracţiunii fine şi mărunte din agregat (0/1 mm; 0/3 mm şi 0/7 mm) se pot obţine betoane cu γ_{sa} = 1 500...1 700 kg/m³ (tabelul 9), corespunzătoare din punct de vedere termic, şi cu rezistenţe mecanice suficiente (30...70 kg/cm²) pentru zidării de pereţi.

Tabelul 9

Nr. crt.	Granulozitatea agregatului mm	Marca cimentului	Dozaj de ciment kg/m³	*A/C*	γ_{sa} kg/m³		R_{c28} kg/cm²
					proaspăt	28 zile	
1	1/30	*P*400	200	1,71	1 740	1 675	71
2	3/30	*P*400	200	1,60	—	1 680	50
3	7/30	*P*400	205	1 58	—	1 480	30
4	3/15	*P*400	195	1,58	1 590	1 500	39
5	7/15	*P*400	182	1,69	1 560	1 470	28

Betonul din steril ars, întărit prin aburire, în condiţii de şantier, la temperatura de 85°, timp de 4+12+4 ore, la 7 zile de la confecţionare are o rezistenţă la compresiune variind între 75 şi 80% din rezistenţa sa la compresiune la vîrsta de 28 zile (tabelul 10), ceea ce permite la prefabricatele mari (blocuri mari pentru pereţi) să poată fi manipulate şi transportate în depozit, după tratarea termică, fără a prezenta pericol de degradare.

Rezistenţa betonului din steril ars, aburit, continuă să crească în timp, la vîrsta de 50 zile fiind mai mare cu 10...15% faţă de rezistenţa la compresiune la vîrsta de 28 zile (fig. 3).

Tabelul 10

Nr. crt.	Marca cimentului	Dozaj de ciment kg/m³	A/C	R_c kg/cm²		
				7 zile	28 zile	50 zile
1	P400	165	2,2	48	49	56
2	P400	190	2,26	51	66	70
3	P400	200	2,2	55	67	77
4	P400	220	2,1	63	88	100

Absorbţia de apă a betonului din steril ars cu granulozitate continuă, variază între 9 şi 10% iar rezistenţa la compresiune a betonului saturat cu apă scade cu 12...14% în comparaţie cu rezistenţa betonului în stare uscată (tabelul 11).

Tabelul 11

Nr. crt.	Absorbţia de apă %	R_c kg/cm²		Scăderea rezistenţei %
		stare uscată	saturat cu apă	
1	10,2	76,2	65,6	14
2	9,3	84,0	73,6	12,4
3	8,9	93,4	81,5	13

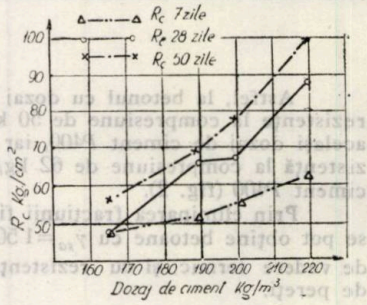


Fig. 3

Cercetările privind comportarea la îngheţ-dezgheţ arată că betoanele cu agregat avînd granulozitate continuă, întărite în condiţii obişnuite, cît şi prin aburire, au o comportare satisfăcătoare. Faţă de pierderea de rezistenţă la compresiune de 25%, cît se

Tabe

Nr. crt.	Granulozitatea agregatului mm	Dozaj de ciment kg/m³	γ_{sa} kg/m³		
			umiditate normală	complet uscat	saturat cu apă
1	0/30	200	1 590	1 500	1 783
2	1/30	210	1 575	—	1 795
3	1/30	210	1 640	1 555	1 830
4	3/15	200	1 450	—	—
5	3/15	177	1 400	1 300	1 534

admite prin normative, la un număr de 15 cicluri de îngheţ-dezgheţ la betonul cu dozaj de 165 kg/m³ ciment, pierderea de rezistenţă la un număr de 22 cicluri îngheţ-dezgheţ a fost de 27,7% (tabelul 12), în timp ce la betonul cu acelaşi dozaj de ciment, întărit prin aburire, pierderea de rezistenţă după un număr de 32 cicluri îngheţ-dezgheţ a fost de numai 9,5%.

La betonul cu dozaj de 200 kg/m³ ciment, întărit în condiţii normale, pierderea de rezistenţă la compresiune după 22 cicluri îngheţ-dezgheţ a fost de 13,85%, iar betonul cu dozaj de 220 kg/m³ ciment a avut o pierdere de rezistenţă de numai 9,5%.

Tabelul 12

Nr. crt.	Dozaj ciment P400 kg/m³	Vîrsta beton zile		Nr. cicl. îngheţ-dezgheţ	R_c kg/cm²			Pierdere greutate %	Obs.
		început îngheţ	încercare		martor	probă	pierd. %		
1	165	45	67	22	48,75	35,3	27,7	—0,5	
2	200	39	61	22	64,7	64,7	13,85	+0,6	
3	220	33	55	22	103	95	7,26	+1,32	
4	165	11	—	32	49,5	44,85	9,5	—0,5	aburit

Conductivitatea termică a betonului din steril ars de Comăneşti este apropiată de conductivitatea termică a zidăriei de cărămidă (tabelul 13).

La umiditatea de echilibru corespunzătoare condiţiilor climatice de laborator, conductivitatea termică a betonului din steril ars variază cu granulozitatea agregatului. Astfel, betonul din agregat cu granulozitatea 0/30 mm (γ_{sa} = 1 590 kg/m³) are λ = 0,56 kcal/m h °C, în timp ce betonul cu granulozitatea 3/15 mm are λ = 0,46 kcal/m h °C, saturat cu apă, betonul din steril ars de Comăneşti are conductivitatea termică λ = 0,78...1,33 kcal/m h °C. Avînd în vedere creşterea aproximativ proporţională a conductivităţii termice cu creşterea greutăţii specifice aparente, rezultă că pentru betoane din steril ars de Comăneşti cu γ_{sa} = 1800...1900 kg/m³ şi pentru umiditatea de exploatare a pereţilor, conductivitatea termică poate fi luată egală cu λ = 0,67...0,70 kcal/m h °C.

lul 13

c kcal/kg °C			λ kcal/m h °C		
umiditate normală	complet uscat	saturat cu apă	umiditate normală	complet uscat	saturat cu apă
0,215	0,19	0,34	0,56	0,445	1,04
0,22	—	0,27	0,52	—	0,78
0,21	0,18	0,34	0,61	0,47	1,33
0,21	—	—	0,48	—	—
0,21	0,19	0,34	0,46	0,43	0,85

5. Concluzii

Sterilul ars de mină de Comăneşti, exploatat cu atenţie pentru a evita amestecarea cu impurităţi (steril incomplect ars, şisturi de cărbune etc.) poate fi folosit ca agregat economic local în betoane pentru pereţi.

La sterilul ars (Halda Supan I) cu granulozitatea 0/30 mm, conţinutul în cărbune nears nu depăşeşte 2% iar conţinutul în sulf total (SO_3) este în medie 2,8%. Singurul component chimic care depăşeşte limitele admise de normative este sulful solubil (1,36% faţă de 1% admis). Ceilalţi componenţi dăunători betonului, CaO, MgO, acizi humici etc., se găsesc în cantităţi în general reduse.

Prin concasarea fracţiunilor mari şi sortarea corespunzătoare, cu dozaje normale de ciment se poate obţine o gamă variată de betoane ca marcă şi greutate. Astfel, folosind agregat cu compoziţie granulometrică 50...55% sort 0/7 mm şi 50...45% sort 7/30 mm, cu ciment *P*400 se pot obţine următoarele mărci de betoane: a) cu dozaj de ciment de 150...175 kg/m³ — marca 50...70; b) cu dozaj de ciment de 200 kg/m³ — marca 90; c) cu dozaj de ciment de 250 kg/m³ — marca 110.

Greutatea corespunzătoare a acestor betoane variază în limitele 1 750...1 950 kg/m³

Folosind agregat cu granulozitatea 3/15 mm şi 3/30 mm, se pot obţine betoane macroporoase cu marca 30...50, cu γ_{sa} = 1 500...1 700 kg/m³.

Betonul din steril ars de Comăneşti, chiar cu agregat în stare naturală, conţinînd fracţiunea 0,30 mm în proporţie de 21...25%, întărit în condiţii normale, rezistă la peste 25 cicluri de îngheţ-dezgheţ, dacă primul îngheţ survine la cel puţin 28 zile de la confecţionare şi dacă betonul are dozajul de ciment de minimum 175 kg/m³.

Conductivitatea termică a betonului din steril ars în stare uscată cu γ_{sa} = 1 500... 1 600 kg/m³ este λ = 0,4...0,5 kcal/m h °C iar pentru betonul cu γ_{sa} = 1 800...1 900 kg/m³ (cu umiditatea de exploatare a pereţilor) este λ = 0,67...0,75 kcal/m h °C.

Construcţiile experimentale executate la Iaşi în anii 1956...57 — două cămine de studenţi cu pereţi din blocuri mari de beton din steril ars de Comăneşti — după trei ani de la darea în exploatare se comportă în condiţii satisfăcătoare şi nu prezintă fenomene din care să rezulte acţiunea dăunătoare a sulfului din steril asupra betonului.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de construcţii,
şi
INCERC, Iaşi

К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ НЕПРИГОДНЫХ ГОРЕЛЫХ ПОРОД КОМАНЕШТСКИХ МИН КАК ЗАПОЛНИТЕЛИ В БЕТОНАХ

(Резюме)

Исследуются физико-механические свойства непригодных горелых пород, извлекаемых из камено-угольных мин залежей Команешты (Халда Супан). Анализируется употребление этого материала как заполнители в бетоне для кладки стен. Даются результаты физико-механических свойств полученных бетонов.

Из этого материала, три года тому назад, в Яссах было построено два пятиэтажных студенческих общежития со стенами из больших бетонных блоков. Постройки до настоящего времени находятся в хорошем состоянии.

STUDIUM DES GEBRANNTEN HALDENMATERIALS AUS COMĂNEŞTI ALS BETONZUSCHLAGSTOFF

(Zusammenfassung)

Der Aufsatz bringt zunächst die Versuchsergebnisse betreffs der physiko-mechanischen Eigenschaften des gebrannten Haldenmateriale aus Comăneşti (Halde Supan).

Es werden die Möglichkeiten der Verwendung dieses Materials als Zuschlagstoff für Betonwände analysiert. Gleichfalls werden die Prüfergebnisse über die physiko-mechanischen Charakteristiken des erhaltenen Betons gebracht.

Dieses Material wurde bei dem Bau von zwei Studentenheime in Jassy angewendet. Beide Bauwerke bestehen aus fünf Geschosse (einschliesslich das Untergeschoss), die Wände sind aus Betongrossblöcken aus gebranntem Haldenmaterial. Beide, seit drei Jahren ausgeführten Bauwerke verhalten sich günstig.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 691.2

STUDIUL NISIPURILOR DIN ÎMPREJURIMILE IAŞULUI

DE

AL. CHELĂRESCU, OREST NICHITA, EUGEN FLOREA
şi FLORIN CONSTANTINESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

Studiul nisipurilor din împrejurimile oraşului Iaşi a devenit necesar pentru a veni în ajutorul întreprinderilor de construcţii în ce priveşte realizarea sarcinilor trasate de plenara C. C. al P. M. R. din noiembrie 1958 cu privire la reducerea preţului de cost al construcţiilor, prin eliminarea transporturilor la distanţe mari. Totodată acest studiu continuă tradiţia creată la facultatea de construcţii din Iaşi privind valorificarea materialelor de construcţii locale.

În lucrarea de faţă prezentăm rezultatele cercetărilor efectuate asupra nisipurilor din carierele Valea Lupului şi un studiu comparativ al acestora cu cele din masivul Repedea [1] (Cataig, Coasta Bîrnovei, Afloriment-Bîrnova), toate situate în apropierea oraşului Iaşi.

Carierele de nisip de la Valea Lupului sînt situate la vest de oraşul Iaşi, la o distanţă de cca. 9 km de centrul oraşului, la liziera de vest a satului Valea Lupului. Acest nisip se extrage de foarte multă vreme prin puţuri şi se întrebuinţează la prepararea mortarelor de zidărie de către localnici. Nisipurile studiate de noi au fost recoltate din puţurile săpate din loc în loc între valea pîrîiaşului Tăuteşti şi dealul La Coşăre, situate pe teritoriul G. A. S. Valea Lupului.

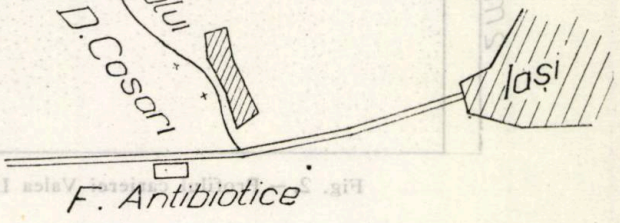


Fig. 1. — Amplasamentul carierei Valea Lupului.

Aceste puţuri se află răspîndite începînd de la picior sudic al dealului La Coşăre şi se continuă spre pădurice din partea de nord a acestui deal, pe o lungime de cca. 600 m şi o lăţime de cca. 300 m.

Coborînd în aceste puţuri am constatat că nisipul apare în două straturi: la partea de jos a carierei se observă un strat de nisip grosier grunţos de cca. 2 m grosime, în care se văd cu ochiul liber nodule calcaroase, silicioase şi cu puţină argilă, granule de cuarţ şi resturi fosilifere sub formă de cochilii calcaroase. Urmează un strat de argilă de 0,50 m, deasupra căruia apare un strat de nisip fin, grăunţos, de cca. 1,5 m grosime. Deasupra stratului de nisip urmează un strat de löess de cca. 1,5 m grosime. Cernut pe un ciur de 3 cm se obţine un reziduu de cca. 1/2 din volumul nisipului cernut, alcătuit din granule cuarţoase, nodule calcaroase-argiloase şi resturi de fosile.

Stratul de nisip descris de noi continuă mai departe pe versantul vestic al pîrîaşului Tăuteşti, adică sub casele locuitorilor din sat, atît de o parte cît şi de alta, de-a lungul şoselei Iaşi–Podul Iloaie, în dreptul fabricii de antibiotice.

Urmează ca în cadrul studiilor tehnice, prin foraje sau puţuri, să se exploreze întinderea acestor două straturi pentru a determina volumul celor două corpuri de nisip ce au mai rămas de exploatat.

Făcînd analiza mineralogică am constatat că nisipul din stratul superior are o compoziţie corespunzătoare unui nisip silicios conţinînd în medie 70,82% SiO_2.

Nisipul din stratul inferior este mai grosier si conţine numai 55% SiO_2, restul fiind format din granule de calcar şi material argilos.

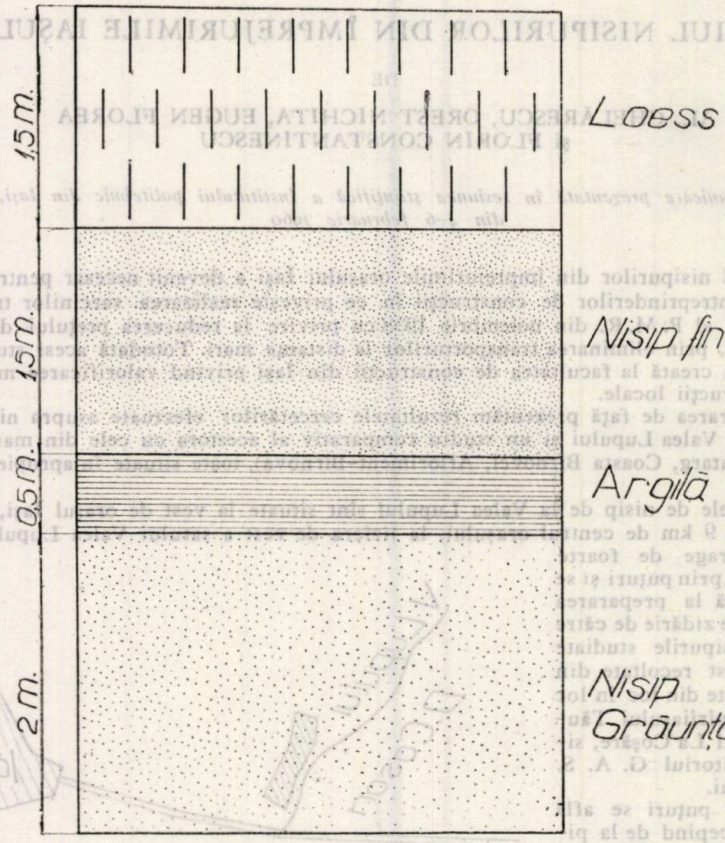


Fig. 2. — Profilul carierei Valea Lupului.

În tabelul 1 se dă compoziţia chimică a nisipurilor din împrejurimile Iaşului în care, în afară de nisipul de Valea Lupului, sînt cuprinse şi nisipurile din masivul Repedea.

Rezultă că nisipul de Valea Lupului este mai sărac în SiO_2 decît celelalte nisipuri din apropierea Iaşului. Conţinutul cel mai bogat în SiO_2 îl are nisipul de Catarg, iar nisipul de Valea Lupului nr. 2 are cel mai redus conţinut în SiO_2.

Nisipul de Valea Lupului, ca şi celelalte nisipuri din jurul Iaşului, are o compoziţie mineralogică poliminerală.

Analizînd comparativ cu prevederile STAS 1667–54 reziduurile de pe site (tabelul 2), rezultă că nisipurile locale din jurul Iaşului nu satisfac cerinţele STAS-ului în ce priveşte compoziţia granulometrică, fiind mai fine. Modulul de fineţe, exceptînd nisipul nr. 2 de

Tabelul 1
Compoziția chimică

Componenți %	Valea Lupului nr. 1	Valea Lupului nr. 2	Catarg	Afloriment Bîrnova 1
Insolubile în HCl (SiO_2)	70,82	55,80	92,78	86,28
Al_2O_3	1,77	3,36	3,02	3,30
Fe_2O_3	3,13	4,74	0,94	0,46
CaO	11,20	18,34	2,18	3,24
MgO	0,68	0,88	0,56	0,73
Pierderi de calcinare	11,46	16,34	0,68	3,49
	99,06	99,46	100,16	97,50
Rezultă un conținut în $CaCO_3$ (%)	20	32		

Tabelul 2
Compoziția granulometrică

Felul nisipului rămas pe sita cu ∅ (mm) %	Valea Lupului nr. 1	Valea Lupului nr. 2	Catarg	Coasta Bîrnovei Ciobanu	Afloriment Bîrnova 1	Condiții STAS 1667-54 utiliz.
7	2,43	10,03	—	—	0,45	—
3	4,51	15,60	4,4	7,1	0,06	13...28
1	9,43	23,06	1,8	8,2	0,8	30...60
0,6	18,14	21,27			0,15	
0,2	47,46	22,45	66,1	29,7	23,51	79...85
0,09	11,90	5,55	24,7	52,0	70,5	
sub 0,09	6,13	2,64	3	3	5,65	
Total	100	100	100	100	100	
Modul de finețe	2,41	3,47	1,89	2,64	2,24	

Tabelul 3
Părți levigabile

Felul nisipului	Valea Lupului nr. 1	Valea Lupului nr. 2	Catarg	Coasta Bîrnovei	Condiții STAS
Părți levigabile %	4,9	9,05	8	16	max. 5 pt. mortar marca 50.

Tabelul 4
Greutatea specifică aparentă și volumul de goluri

Felul nisipului	Greutatea specifică aparentă în grămadă t/m³		Volumul de goluri %		Greutate specifică
	afînat	îndesat	afînat	îndesat	g/cm³
Valea Lupului nr. 1	1,468	1,675	39,74	31,24	2,436
Valea Lupului nr. 2	1,4705	1,6847	40,88	32,84	2,487

Valea Lupului, este sub 3, ceea ce caracterizează nisipurile fine în literatura sovietică de specialitate. Cel mai mic modul de finețe îl are nisipul de Catarg și anume, 1,89. Nisipul de Valea Lupului nr. 2 are modulul de finețe peste 3, datorită unei fracții de 10% de nisip cu granule cu diametrul peste 7 mm. Deoarece această fracție se ciuruiește și se îndepărtează la folosirea nisipului pentru mortare, am putea să nu o luăm în considerație.

Analizînd compoziția granulometrică pe fracții se constată că la fracția de 1 mm, chiar și nisipul de Valea Lupului nr. 2 are un procent de numai 23% față de 30..60% cerut de STAS.

Conform STAS 662-49, pentru a fi întrebuințate la drenuri sau la filtrarea apei, nisipurile trebuie să aibă un conținut de granule sub 0,2 mm, de maximum 1%.

Ascensiunea capilară este mai mare decît 12 cm și anume 14,15 cm și deci nisipurile nu pot fi utilizate în straturi filtrante.

Rezultă că părțile levigabile depășesc, în general, proporția admisă de STAS (tabelul 3). Marea majoritate a părții levigabile este alcătuită din argilă. Nisipul pentru mixturi asfaltice nu trebuie să aibă mai mult de 2% părți levigabile.

Volumul golurilor nu depășește procentul cerut de STAS (40%) (tabelul 4).

Analizînd comparativ nisipurile din jurul Iașului, în ce privește compoziția chimică și compoziția granulometrică, pe baza datelor din tabelele 1 și 2, se constată că la nisipul cu cel mai mare conținut în SiO_2 (92,78%—Catarg) se înregistrează cel mai mic modul de finețe (1,89), iar la nisipul cu cel mai mic conținut în SiO_2 (55,80%—Valea Lupului nr. 2), se înregistrează cel mai mare modul de finețe (3,47). Și la restul nisipurilor pe măsură ce scade conținutul în SiO_2 crește modulul de finețe. Din această cauză este greu de apreciat comparativ calitatea nisipurilor din jurul Iașului din punct de vedere al compoziției chimice și al compoziției granulometrice în ansamblu, deoarece scăderea conținutului în SiO_2 reduce calitatea nisipului, iar creșterea modulului de finețe îmbunătățește calitatea nisipului. Aceste două fenomene, care influențează în sens contrar calitatea nisipului, se produc simultan.

Deși nisipurile de la Valea Lupului nu satisfac cerințele STAS-ului în ce privește compoziția granulometrică analizată pe fracțiuni, fiind mai fine, totuși avantajele economice ale folosirii lor de către unitățile de construcții din Iași au făcut necesar studiul rezistenței la compresiune a mortarelor confecționate cu aceste nisipuri. Încercările s-au făcut asupra mortarelor de zidărie și tencuieli (tabelele 5 și 6) cu dozajele uzuale prevăzute de STAS 1030-55. S-a utilizat ciment *P*400, dozajul de ciment fiind calculat pe baza formulelor din STAS 1030-55, pentru fiecare marcă de mortar.

Tabelul 5

Rezultatele încercării la compresiune a mortarelor de zidărie

Felul mortarului	Felul nisipului de Valea Lupului	Dozaj	Marca mortarului	Rezistența obținută kg/cm²
Ciment	1	1 : 4	100	50,4
Ciment-var	1	1 : 0,4 : 5	50	18,6
Ciment-var	2	1 : 0,4 : 5	50	17,4
Ciment-var	1	1 : 0,7 : 7	25	7,8
Ciment-var	2	1 : 0,7 : 7	25	10,8
Var-ciment	1	1 : 1 : 10	10	7,2
Var-ciment	2	1 : 1 : 10	10	5,1
Var	1	1 : 3	4	2,4
Var	2	1 : 3	4	2,5

Pentru mortarele de var și var-ciment s-a utilizat pastă de var cu greutatea specifică aparentă în grămadă de 1,3 t/m³. Rezistența mortarelor la compresiune s-a determinat prin încercarea cuburilor cu dimensiunile 7/7/7 cm, confecționate în matrițe metalice pe un fund de cărămidă, pentru a obține date ținînd cont și de absorbția apei din mortar de către cărămidă.

În acest caz, aşa cum arată S k r a m t a e v [4], raportul liant/apă nu mai reprezintă factorul hotărîtor al rezistenţei mortarelor. I. A. K i r e e n k o [2] consideră însă că nisipul fin necesită o cantitate mai mare de apă pentru umezirea minimă a suprafeţei granulelor şi propune luarea în considerare a diferitelor valori optime pentru factorul apă/ciment. STAS-urile romîneşti prevăd însă confecţionarea epruvetelor pe fund poros şi noi am lucrat în acest mod.

Tabelul 6

Rezultatele încercării la compresiune a mortarelor pentru tencuieli

Felul mortarului	Felul nisipului de Valea Lupului	Dozaj	Marca mortarului	Rezistenţa obţinută kg/cm²
Ciment	1	1 : 0,3 : 4	50	37,5
Ciment	2	1 : 0,3 : 4	50	26,4
Var-ciment	1	1 : 1 : 6 5	25	15,9
Var-ciment	2	1 : 1 : 6,5	25	13,5

Rezistenţa mortarelor la compresiune s-a determinat pe probe avînd vîrsta de 20 zile, în acest interval ele fiind păstrate în condiţiile cerute de STAS.

Din analiza tabelului 5 se constată că reducerea rezistenţei mortarelor pentru zidărie este cuprinsă între 50...68% din marcă pentru mărcile 25...50 şi 28...49% din marcă pentru mărcile 4...10

Reducerea rezistenţei mortarelor pentru tencuieli este cuprinsă între 25 şi 47,2% din marcă.

Valoarea mică a rezistenţei mortarelor cu nisipuri fine se explică prin creşterea însemnată a suprafeţei lor specifice, comparativ cu nisipul grosier grăunţos, ceea ce reduce gradul de acoperire a suprafeţei granulelor cu pastă de ciment.

Făcînd o anchetă asupra cîtorva clădiri la executarea cărora s-a folosit nisipul de Valea Lupului, am constatat în laborator că deşi ele prilejuiesc obţinerea de mortare cu rezistenţă redusă sub condiţiile indicate de STAS, totuşi în aceste clădiri tencuielile s-au comportat satisfăcător, ceea ce a contribuit ca mulţi cetăţeni din oraşul Iaşi să folosească aceste agregate.

Concluzii

1. Exploatarea nisipurilor din carierele Valea Lupului prezintă avantaje economice incontestabile datorită distanţei de transport reduse (sub 10 km) pînă în oraşul Iaşi.

2. Aceste nisipuri sînt însă de slabă calitate avînd un conţinut sărac în SiO_2, o granulozitate fină şi părţi levigabile ce depăşesc proporţia admisă de STAS.

3. Greutatea specifică a acestor nisipuri, greutatea specifică aparentă şi volumul de goluri se încadrează în limitele cerute de STAS.

4. Cuburile de mortar confecţionate cu aceste nisipuri au înregistrat o rezistenţă redusă cu 50% faţă de marcă şi în unele cazuri şi mai redusă.

5. Pentru drumuri aceste nisipuri pot fi utilizate : a) la straturi izolante la fundaţii de drumuri, b) la înoroiri de macadamuri, c) la pavaje de piatră, d) ca strat de fundaţie la trotuare, e) în stratul de bază al drumurilor, folosind nisip stabilizat cu ajutorul lianţilor hidraulici (adause 5...10%) sau lianţi hidrocarbonaţi [5].

Propuneri

1. Nisipurile din jurul Iaşului pot fi îmbunătăţite prin îndepărtarea fracţiilor sub 0,15 mm.

2. La prepararea mortarelor şi betoanelor s-ar putea reduce influenţa negativă a nisipurilor fine, amestecînd nisipurile naturale cu nisipuri obţinute prin concasarea pietrei de Repedea.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de materiale de construcţii

BIBLIOGRAFIE

1. Chelărescu Al. şi colab, Bu'et. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, 3—4, pp. 351—388.
2. Кипеенко И. А., Стр. пром., 1955, *1*, стр. 41—44.
3. Хохолев К. И., Пухальский Г. В., Лапшин Н. Г., Ibid., 1955, *10*, стр. 32—34.
4. Scramtaev B. G., *Materiale de construcţii*, E.S.A.C., Buc., 1954, (trad. din l. rusă).
5. *** *Construcţii rutiere din materiale locale*, I.D.T., Buc., 1960.
6. *** *Cercetări betoane şi mortare*, I.D.T., Buc., 1959, (trad. din l. rusă).
7. Гордон С. С., *Пески для бетонов*, Госиздроймат, М., 1957.

ИЗУЧЕНИЕ ПЕСКОВ ЯССКОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

(Резюме)

В работе приведены исследования месторождения и результаты лабораторных работ в связи с химическим и минералогическим составами и физикохимическими свойствами на основании которых определяются возможности рационального применения мелких песков в растворах и дорожном строительстве.

Предложены способы переработки их для обогащения.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Расположение месторождения Валя-Лупулуй.
Рис. 2. — Профиль месторождения Валя-Лупулуй.

ÉTUDE DES SABLES AUX ALENTOURS DE JASSY

(Résumé)

On présente les résultats des études effectuées sur le terrain et des recherches de laboratoire concernant la composition chimique et minéralogique, ainsi que les propriétés physiques et mécaniques des sables aux alentours de Jassy, afin de pouvoir apprécier les possibilités de l'utilisation rationnelle de ces sables fins pour la préparation du mortier et pour les constructions routières.

On propose de même quelques procédés pour améliorer leur qualité.

Explication des figures

Fig. 1. — L'emplacement de la carrière de Valea Lupului.
Fig. 2. — Le profil de la carrière de Valea Lupului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 625.7

OBSERVAŢII PRIVIND ACŢIUNEA SARCINILOR MOBILE REPETATE ASUPRA UNOR SISTEME RUTIERE SUPLE

DE

D. ATANASIU, VICTOR CIUBOTARU şi LEON VASILESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi, din 28 — 30 octombrie 1960

1. Introducere

În prezent este bine cunoscut specialiştilor din domeniul teoriei rezistenţei complexelor rutiere că starea de viabilitate a unui drum este în cea mai mare măsură influenţată de starea fizică a terenului de fundaţie şi de caracteristicile şi regimul sarcinilor mobile.

De obicei, faţă de costul important al suprastructurii drumurilor moderne, atenţia este concentrată asupra măsurilor directe sau indirecte care conduc la micşorarea grosimii straturilor ce alcătuiesc sistemul rutier fără a prejudicia rezistenţa complexului. În majoritatea cazurilor măsurile cele mai economice s-au dovedit a fi acelea care au avut ca rezultat ameliorarea capacităţii portante a terenului de fundaţie şi a straturilor de bază.

În staţia pilot pentru cercetări rutiere din Iaşi, în cursul anului 1960 s-au început o serie de studii avînd ca scop precizarea legilor comportării unor sisteme rutiere suple sub acţiunea sarcinilor repetate reproduse de sistemul de rulare. Rezultatele obţinute pînă acum de autori sînt prezentate în cele ce urmează.

2. Programa şi metodica încercărilor

Datele din literatura de specialitate sînt foarte sărace în indicaţii privind comportarea sistemelor rutiere cu straturi de bază stabilizate cu ciment. Avînd în vedere economicitatea acestor sisteme pentru multe regiuni ale ţării, inclusiv regiunea Iaşi, pe pista circulară a staţiei pilot au fost luate în cercetare sistemele rutiere arătate în tabelul 1 şi fig. 1. S-au obţinut sisteme rutiere cu moduri de alcătuire diferite şi rezistenţe variate.

Aceste sisteme rutiere au fost aşezate pe acelaşi fel de pămînt de fundaţie, compactat în straturi, la umiditatea apropiată de optimul Proctor. În cursul cercetărilor infrastructura a fost adusă în condiţii de umi-

ditate apropiate de cele care au loc în terasamentele reale ale căilor de comunicaţii.

Tabelul 1

Nr. sist.	Denumirea sistemului	Caracteristici		
		îmbrăcăminte	fundaţie	teren de fundaţie
1	Beton asfaltic pe fundaţie bistrat din pămînt stabilizat cu ciment.	Beton asfaltic cu agregat de balastieră pe binder de mărgăritar: a) strat uzură 2,5 cm; b) binder 3 cm.	Pămînt stabilizat cu ciment executat în două straturi, în prealabil ameliorat cu nisip de rîu 30% : a) superior 12 cm, cu 12% ciment; b) interior 8 cm, cu 8% ciment.	Pămînt local prăfos argilos, izolat în cuva circulară.
2	Sandasfalt pe fundaţie bistrat din pămînt stabilizat cu ciment.	Sandasfalt pe binder de mărgăritar: a) strat uzură 3 cm; b) binder 3 cm.	Idem	Idem
3	Covor de mortar asfaltic la cald pe fundaţie din pămînt stabilizat cu ciment şi adaus de var.	Mortar asfaltic la cald 3 cm.	Pămînt stabilizat cu ciment şi adaus de var executat într-un singur strat de 15 cm, în prealabil ameliorat cu nisip de rîu: a) ciment 9% ; b) var 2% ; c) nisip de rîu 15%.	Idem
4	Covor de mortar asfaltic la rece (subif) pe fundaţii din pămînt stabilizat cu ciment şi adaus de var.	Mortar din subif 3 cm.	Idem	Idem
5	Covor de mortar asfaltic la rece (subif) pe fundaţie din pămînt stabilizat cu ciment.	Mortar din subif 3 cm.	Pămînt stabilizat cu ciment executat într-un singur strat de 15 cm, în prealabil ameliorat cu nisip de rîu: a) ciment 10% ; b) nisip de rîu 30% .	Idem

După terminarea execuţiei sistemelor şi după trecerea timpului necesar pămîntului stabilizat pentru întărire, pista experimentală a fost dată în circulaţie. După cum s-a mai arătat, în staţia pilot sarcinile mobile sînt transmise complexului rutier de către un sistem de rulare alcătuit

dintr-un braț de 10 m lungime, articulat la mijloc într-un pivot și prevăzut la capete cu cîte o roată de autocamion.

Presiunea medie efectivă la contactul dintre roată și îmbrăcăminte a fost de 5,5 kg/cm^2. Sarcina transmisă de pneuri, de cîte 2,5 t, s-a deplasat cu viteza de 20 km/oră cu o frecvență de aplicație a sarcinii de 21,2 treceri pe minut. Această frecvență ar corespunde la o coloană de autovehicule mișcîndu-se cu o viteză de 38 km/oră la o distanță de cca. 30 m unul de altul. Variația coeficientului dinamic la transmiterea presiunilor pe terenul de fundație, pentru creșterea vitezei liniare de la 20 km/oră la cea de 38 km/oră, este neînsemnată pentru circulația pe îmbrăcăminți asfaltice. Folosind un dispozitiv special automat, brațul are o deplasare și în direcția axului său longitudinal, astfel încît se obține în stație încărcarea repetată a unei benzi centrale a pistei de 78 cm lățime.

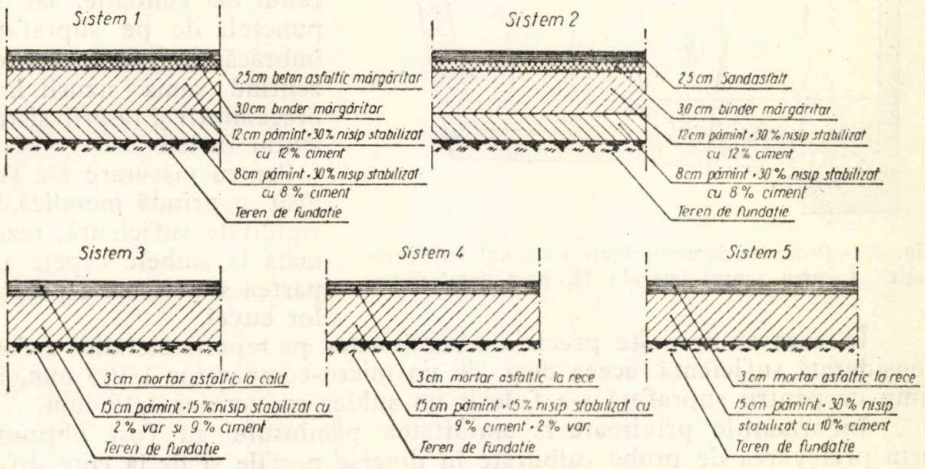


Fig. 1. — Caracteristicile sistemelor rutiere încercate pe pista circulară a stației pilot Iași.

În etapa I-a observațiile s-au făcut pe sistemele rutiere în condițiile inițiale de umiditate și compactare. În etapa II-a, în terenul de fundație a fost introdusă o cantitate de apă suplimentară care să aducă pămîntul într-o stare de umezire cît mai apropiată de cea de calcul.

Întrucît pînă în prezent pe rețeaua rutieră din R. P. R. nu au fost efectuate studii și observații sistematice asupra regimului de umiditate a terasamentelor, stabilirea umidității de calcul în terasamentul pistei s-a făcut prin extrapolarea raionării rutier-climatice de pe teritoriul învecinat din U. R. S. S. [1]. Pe baza umidităților indicate pentru zonele *3* și *4* s-a considerat în cazul nostru o umiditate de calcul de 0,65...0,70 din limita de curgere a pămîntului folosit în fundație.

Ca procedeu de umidificare a terenului de fundație s-au folosit căile obișnuite care se întîlnesc în cazul terasamentelor drumurilor în exploatare și anume:

a) prin inundarea șanțului lateral (pe jumătatea din pista corespunzătoare sistemelor *3*, *4* și *5*);

b) prin inundarea stratului drenant de la partea inferioară a cuvei (pe jumătatea corespunzătoare sistemelor *1* şi *2*), (fig. 2).

Paralel cu creşterea numărului de treceri ale sarcinilor mobile s-au efectuat măsurători pe reperi metalici speciali, fixaţi în fundaţie, precum şi pe puncte luate la suprafaţa îmbrăcăminţilor asfaltice în profile stabilite. Datele obţinute de la reperii speciali au fost interpretate ca deformaţii permanente acumulate în timp de terenul de fundaţie, iar la punctele de pe suprafaţa îmbrăcăminţii — ca reprezentînd suma uzurii îmbrăcăminţii şi tasării sistemului rutier.

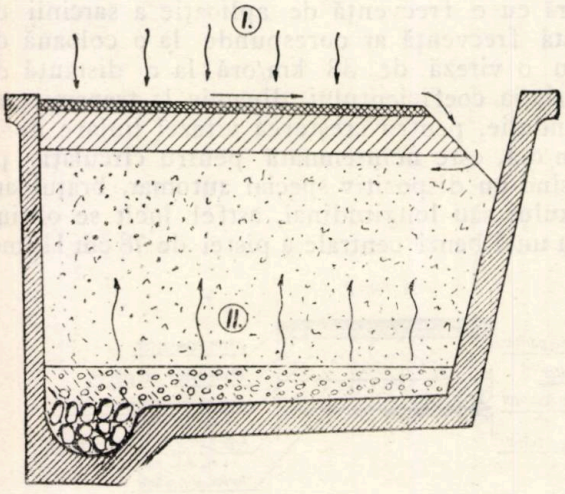


Fig. 2. — Procedee de umidificare a terenului de fundaţie: I. prin şanţul lateral; II. prin capilaritate

Pentru măsurare s-a folosit o grindă metalică de rigiditate suficientă, rezemată la ambele capete pe partea superioară a pereţilor cuvei.

În ceea ce priveşte precizia măsurătorilor pe reperii metalici a fost considerată suficientă aceea dată de un micro-comparator 1/100 mm, în timp ce pentru suprafaţă s-a folosit un şubler cu vernier 1/10 mm.

Informaţiile privitoare la umiditatea pămîntului au fost obţinute prin prelevarea de probe tulburate în diverse profile şi de la cote diferite în adîncime cu ajutorul unei foreze de diametru mic (2 ţoli).

3. Efectele circulaţiei mecanice

Repetarea sarcinilor pe pista staţiei în etapa I-a de încercare (aşa cum a fost definită mai sus), după 69000 treceri pe aceeaşi urmă, a produs tasări care nu au putut fi înregistrate cu instrumentele de precizia celor folosite de noi. De asemenea nu s-au observat degradări importante ale sistemului rutier.

Acţiunea forţelor tangenţiale ale roţilor pe pneuri s-a redus la un efect de uzură a îmbrăcăminţilor, proporţională cu numărul de treceri ale sistemului de rulare.

Măsurătorile efectuate cu şublerul (fig. 3) au arătat o creştere constantă şi foarte redusă a uzurii (pînă la 1 mm); în acelaşi timp măsurătorile de tasare efectuate cu microcomparatorul, pe reperii metalici, nu au înregistrat nici o coborîre (fig. 4, 5 şi 6).

Rezultă clar că terasamentul executat în conformitate cu regulile tehnice actuale se comportă, sub acţiunea tensiunilor transmise de vehicule în sistemul rutier, foarte apropiat de stadiul elastic. La creşterea sarcinii

Fig. 3. — Măsurarea uzurii cu precizia de 1/10 mm.

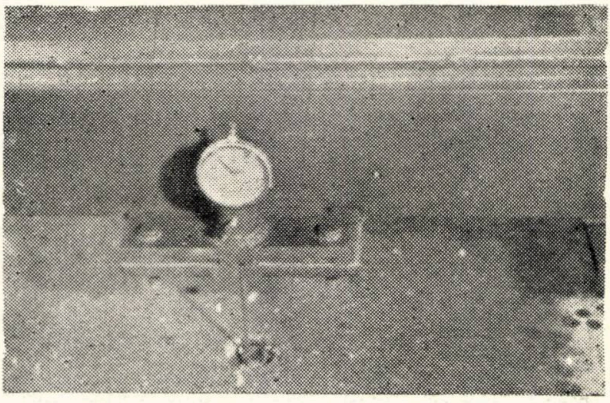


Fig. 4. — Măsurarea tasării cu precizia de 1/100 mm.

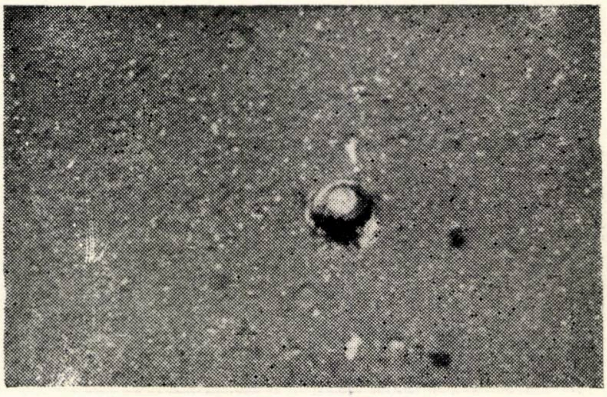


Fig. 5. — Reper metalic pentru urmărirea tasării.

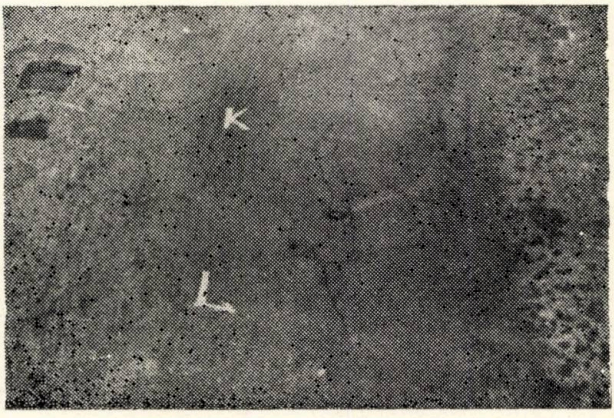


Fig. 6. — Fisuri observate în zona reperului *3*.

pe roată sau la micșorarea portanței straturilor rutiere, stadiul reversibil de deformație poate fi depășit.

Cu totul altfel se desfășoară fenomenul de interacțiune în situația cînd sistemul rutier s-a aflat în etapa II-a a încercărilor.

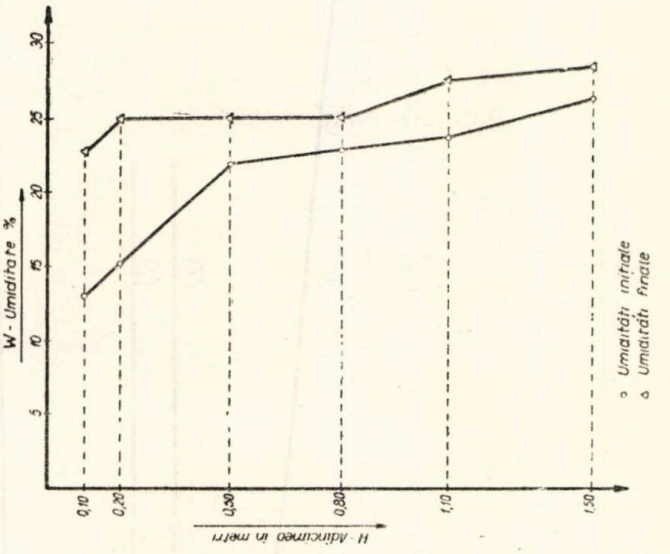


Fig. 8. — Variația umidității pe adîncimea terenului de fundație (prin infiltrație din șanț).
o — umiditate inițială ; Δ — umiditate finală.

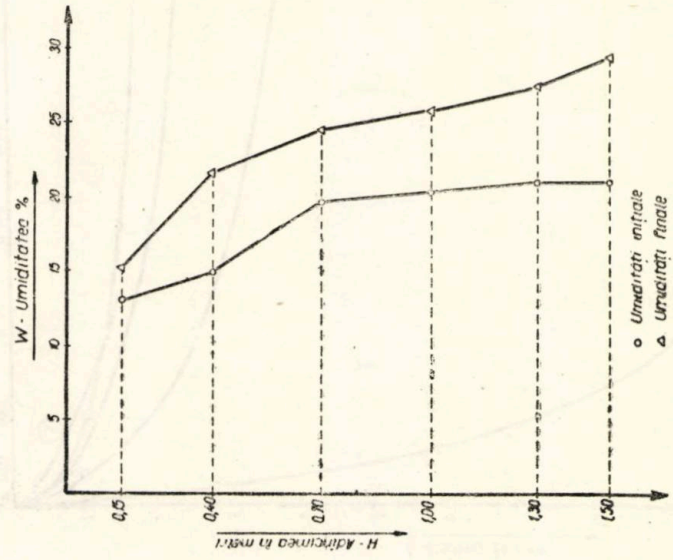


Fig. 7. — Variația umidității pe adîncimea terenului de fundație (prin capilaritate).
o — umiditate inițială ; Δ — umiditate finală.

Creșterea tasărilor se explică, în această etapă, prin reducerea capacității portante a terenului de fundație ca urmare a trecerii acestuia într-o stare fizică mai defavorabilă, considerată de noi ca apropiată de cea de

calcul. Variaţia umidităţii, ca urmare a accesului apei în infrastructură, este determinată de sursa de umezire. Astfel, conform fig. 7, umiditatea creşte de la bază (1,50 m) pînă la partea de sub fundaţii, creşterile fiind maxime

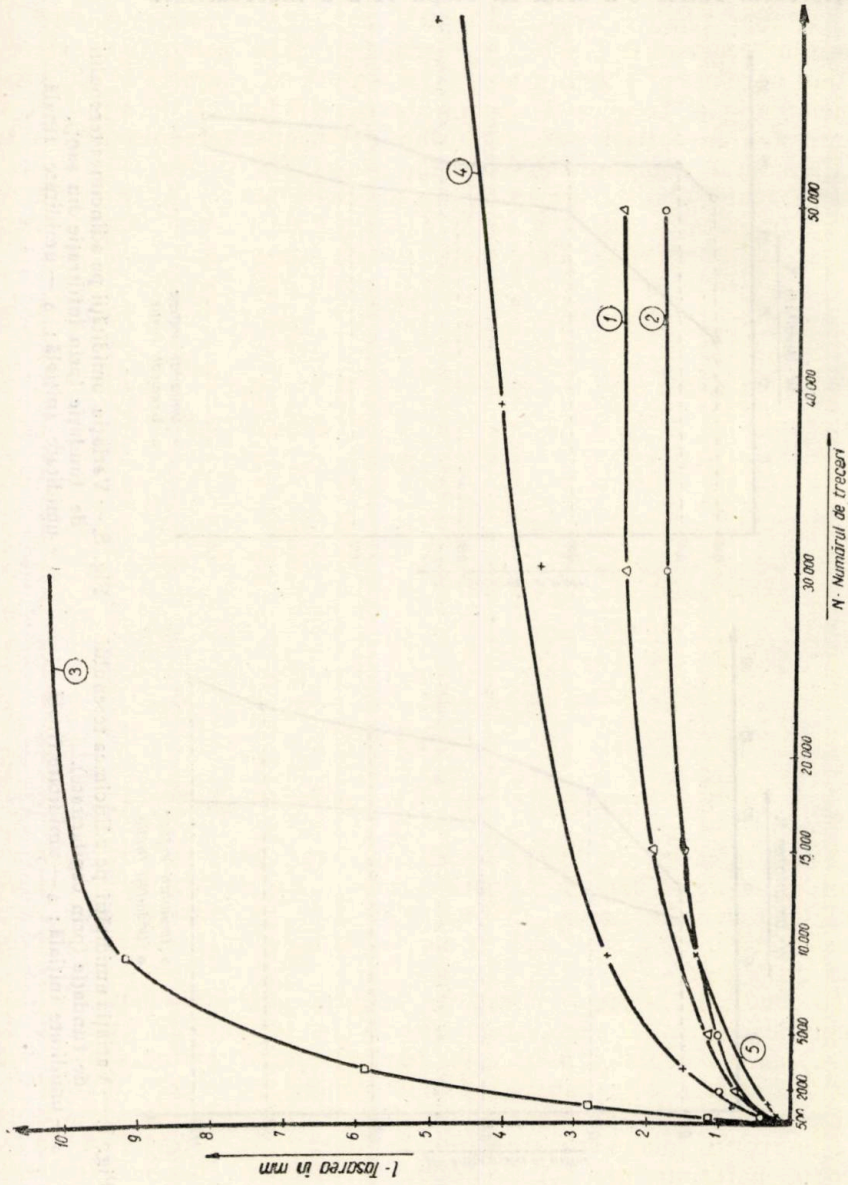


Fig. 9. — Variaţia tasărilor în raport cu numărul N al trecerilor repetate pe aceeaşi urmă.

la partea superioară a stratului drenant. Transportul de apă în zona activă a terenului de fundaţie s-a realizat în acest caz prin capilaritate (zona aferentă sistemelor *1* şi *2*).

Pentru sistemele *3*, *4* și *5* sursa de umezire o constituie apa adunată în șanțul lateral și provenită din ploaia artificială. Conform fig. 8 se constată că umidificarea s-a produs mai intens în stratul de la suprafață, atenuîndu-se treptat în adîncime.

Așa cum de altfel era de așteptat, acumularea cea mai intensă a deformațiilor ireversibile are loc la sistemele rutiere *3*, *4* și *5*, deoarece capacitatea portantă a acestora este mai redusă în comparație cu aceea a sistemelor *1* și *2*. În această situație devine evident că deformațiile permanente cresc în același sens cu tensiunile transmise terenului de fundație.

Caracterul asimptotic al curbelor prezentate în fig. 9 arată că intensitatea acumulării deformațiilor nu depinde numai de capacitatea portantă a complexului rutier ci și de raportul dintre componenta permanentă și cea reversibilă a deformației totale sub sarcină.

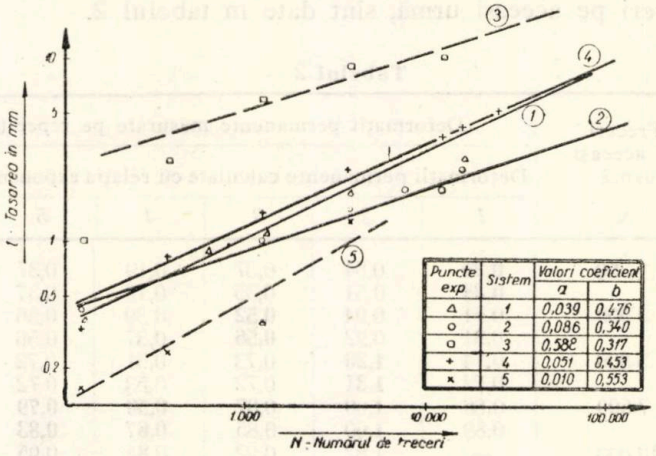


Fig. 10. — Reprezentarea tasărilor în coordonate bilogaritmice.

Astfel, pînă la cca 30 000 treceri a sarcinii mobile, acumularea deformațiilor se desfășoară pe o scară intensă, datorită faptului că raportul dintre componentele permanente și reversibile este foarte mare. Pe măsură ce numărul de treceri devine mai mare acest raport scade continuu, tinzînd către zero.

În condițiile încercărilor noastre, pămîntul din zona activă a suferit sub acțiunea sarcinilor repetate un proces de consolidare, care s-a consumat aproape complet — indiferent de rezistența sistemului rutier — după cca. 30 000 treceri, corespunzînd la 7 500 treceri pe aceeași urmă.

Examinînd aspectul curbelor din fig. 9, care exprimă variația tasărilor l în raport cu numărul trecerilor repetate N, se constată că din punct de vedere matematic ele pot fi exprimate printr-o funcție exponențială de forma $l = aN^b$, în care: coeficientul a depinde de tasarea sistemului la prima trecere a sarcinii, coeficientul b depinde de intensitatea acumulării deformațiilor în fundație, adică de mărimea tensiunilor transmise terenului precum și de proprietățile reologice ale acestuia.

În sistemul bilogaritmic de coordonate toate aceste curbe ar trebui să se transforme în drepte. Aşa cum rezultă din fig. 10 acest lucru este valabil pentru curbele corespunzătoare sistemelor *1*, *2* şi *4*, în timp ce pentru sistemele *3* şi *5* se constată abateri importante. Examinînd cu atenţie situaţia sistemelor rutiere în zona reperilor *3* şi *5* s-a observat că starea de fisurare în vecinătatea acestora a cauzat dislocarea reperilor metalici din fundaţia de pămînt stabilizat. De aici s-a tras concluzia că tocmai mişcarea relativă a reperilor în raport cu straturile rutiere a cauzat perturbările observate de la relaţia exponenţială.

În vederea verificării acestei concluzii, în diverse profile transversale au fost fixaţi 6 reperi metalici care au fost supuşi unui program special de observare. În zona activă a terenului de fundaţie — pe aceleaşi căi ca mai sus — umiditatea a fost sporită cu încă 2...3 procente.

Rezultatele obţinute în urma repetării aplicării sarcinii mobile, pînă la 12 500 treceri pe aceeaşi urmă, sînt date în tabelul 2.

Tabelul 2

Nr. crt.	Treceri pe aceeaşi urmă	Deformaţii permanente măsurate pe reper (mm)					
		Deformaţii permanente calculate cu relaţia exponenţială (mm)					
	N	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
1	750	**0,25**	0,54	0,37	0,19	0,37	**0,37**
		0,28	0,51	0,35	0,19	0,37	**0,40**
2	2 500	0,51	0,94	**0,52**	0 39	0,56	0,81
		0,51	0,92	**0,56**	0,37	0,56	0,77
3	5 000	0,74	**1,20**	0,73	0,51	0,72	1,19
		0,72	**1,31**	0,72	0,53	0,72	1,13
4	7 500	0,86	1,60	0,87	**0,59**	**0,79**	1,33
		0,89	1,60	0,85	**0,67**	**0,83**	1,41
5	10 000	—	1,82	0,92	0,84	0,95	1,76
		—	1,85	0,95	0,79	0,92	1,65
6	12 500	1,21	2,10	1,02	0,96	1,01	1,92
		1,16	2,07	1,03	0,88	0,99	1,86

Abaterile absolute maxime ale deformaţiilor calculate cu relaţia exponenţială faţă de cele măsurate direct au loc pentru perechile de valori trecute în tabel cu caractere aldine şi sînt cuprinse între 5 şi 13%. Pentru toate celelalte perechi de valori abaterile sînt cu mult mai mici.

Procesul de acumulare a deformaţiilor permanente sub acţiunea repetării sarcinilor — la o nouă sporire a umidităţii în terenul de fundaţie — se desfăşoară prin urmare după aceeaşi lege exponenţială. Valorile coeficienţilor *a* şi *b* se schimbă datorită modificării caracteristicilor de rezistenţă a straturilor inferioare sub influenţa apei.

De menţionat faptul că în timpul accesului apei în infrastructură s-a produs un efect de umflare a îmbrăcăminţilor de pe pistă. Aceste deformaţii generale, cauzate de deformaţiile structurale de absorbţie ale particulelor active din terenul de fundaţie, sînt de natură diferită de cele produse de repetarea sarcinilor mobile. Fiind condiţionate de prezenţa apei absorbite pe suprafaţa particulelor din pămînt, aceste deformaţii

dispar cînd umiditatea coboară la nivelul anterior. Are loc deci un fenomen de pulsație a îmbrăcămintei rutiere, independent de efectul de consolidare cauzat de deformațiile structurale sub sarcină.

4. Concluzii

Pe baza celor arătate mai sus se desprind următoarele concluzii privind acțiunea sarcinilor repetate asupra unor sisteme rutiere suple.

1. Efectul repetării sarcinilor pe sisteme rutiere nerigide cu straturi de bază din pămînt stabilizat cu ciment se evidențiază prin: a) uzura îmbrăcămintei pe intervalul de timp corespunzător unei capacități portante ridicate a complexului rutier; b) acumularea deformațiilor permanente în intervalul de timp corespunzător sezonului de umiditate ridicată în zona activă a infrastructurii.

2. Intensitatea acumulării deformațiilor ireversibile în sistemul rutier se poate exprima printr-o relație exponențială. Aceasta arată că, pentru cazurile studiate, pămîntul a suferit un proces de consolidare.

Viteza de acumulare depinde de coeficientul de siguranță al complexului rutier, influențat în mare măsură de proprietățile reologice ale terenului de fundație.

Legea exponențială de acumulare a deformațiilor permanente în complexul rutier este aplicabilă și acelor cazuri cînd într-un anumit moment al procesului de consolidare, sub acțiunea sarcinilor repetate se produce o nouă sporire a umidității în stratul portant al infrastructurii drumului.

3. Elaborarea schemelor de calcul pentru sistemele rutiere suple cu capacitate portantă ridicată este indicat să se facă pe baza caracteristicilor elastice ale materialelor straturilor rutiere și ale terenului de fundație, indiferent de sezonul care se adoptă ca stare de calcul.

4. Starea limită corespunzătoare deformațiilor maxime în îmbrăcăminte — în cazul unor sisteme rutiere de rigiditate medie și mică — trebuie studiată neapărat în legătură cu proprietățile mecanice ale pămînturilor la sarcini repetate.

Măsurile cele mai eficace de obținere a unei stabilități bune a îmbrăcămintei trebuie să fie îndreptate în special în direcția ameliorării proprietăților vîscos-plastice din zona activă a terasamentului drumului.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de drumuri și poduri
și
Sfatul popular al regiunii Iași,
Stația pilot pentru cercetări rutiere

BIBLIOGRAFIE

1. Иванов Н. Н. и др., *Проектирование дорожных одежд*, Автотрансиздат, М., 1955.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕЙСТВИЯ ПОДВИЖНЫХ ПОВТОРНЫХ НАГРУЗОК НА ДОРОЖНЫЕ СИСТЕМЫ С ЦЕМЕНТО-ГРУНТОВЫМ ОСНОВАНИЕМ

(Резюме)

Даются результаты, полученные на Ясской кольцевой лабораторной дорожке в 1960 году, при исследовании некоторых дорожных покрытий с цементо-грунтовым основанием, работающих под действием повторных подвижных нагрузок.

После 69 000 проходов подвижных нагрузок по одному и тому же следу не было обнаружено осадки основания уплотненного при влажности вычисляемой по оптимуму Проктора.

При увеличении влажности до 0,65...0,70 W_m, в активной зоне основания наблюдаются постоянные осадки, увеличивающиеся с возрастанием числа проходов, по экспоненциальному закону.

Сделаны выводы, что предельное состояние дорожных покрытий при максимальных деформациях следует изучать всегда в связи с механическими свойствами грунтов дорожных оснований при повторных нагрузках.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Строительные характеристики дорожных покрытий, испытанных при Ясской кольцевой лабораторной дорожке.
Рис. 2. — Способы увлажнения грунтов дорожного основания: I. боковыми канавами; II. капилярностью.
Рис. 3. — Измерение изнашивания с точностью до 1/10 мм.
Рис. 4. — Измерение тассирования с точностью до 1/100 мм.
Рис. 5. — Металлический репер для наблюдения тассировки.
Рис. 6. — Трещины наблюдаемые в окресности репера *3*.
Рис. 7. — Изменение влажности по глубине дорожного основания (при капилярности). o — начальная влажность, Δ — конечная влажность.
Рис. 8. — Изменение влажности по глубине дорожного основания (при просачивании из канав). o — начальная влажность, Δ — конечная влажность
Рис. 9. — Изменение осадков по мере нарастания числа проходов по одному следу (N).
Рис. 10. — Изображение осадков в билогарифмических координатах.

QUELQUES OBSERVATIONS CONCERNANT L'ACTION DES CHARGES MOBILES RÉPÉTÉES SUR DES SYSTÈMES ROUTIERS SOUPLES

(Résumé)

On présente les résultats obtenus au cours de l'année 1960, sur la piste laboratoire pour des essais routiers de Jassy, quant au comportement sous l'action des charges mobiles des systèmes routiers avec couches de base en sol stabilisé à ciment.

Après 69 000 passages sur une même trace, le sol de fondation compacté à l'optimum Proctor n'atteste pas des déformations sensibles.

En modifiant l'humidité du sol de fondation jusqu'à 0,65...0,70 de la limite de liquidité, les tassements plastiques de la fondation étudiée suivent loi exponentielle par rapport au nombre des passages

À la suite de ces observations on propose qu'on étudie toujours l'état limite des déformations maxima admises dans les systèmes routiers souples par rapport aux propriétés mécaniques du sol de fondation sous l'action des charges répétées.

Explication des figures

Fig. 1. — Les caractéristiques des systèmes routiers essayés sur la piste circulaire du laboratoire de Jassy.
Fig. 2. — Procédés d'humectation du sol de fondation: I. par le fossé lateral; II. par capilarité.
Fig. 3. — Mesure de l'usure à 1/10 mm près.
Fig. 4. — Mesure du tassement à 1/100 mm près.
Fig. 5. — Répère métallique à mesurer le tassement.
Fig. 6. — Fissures observées dans la voisinage du répère *3*.
Fig. 7. — La variation de l'humidité du sol de fondation en profondeur (infiltration par le fossé latéral). o — humidité initiale; Δ — humidité finale.
Fig. 8. — La variation de l'humidité du sol de fondation en profondeur (infiltration par capilarité). o — humidité initiale; Δ — humidité finale.
Fig. 9. — La variation des tassements par rapport au nombre N des passages répétés sur la même trace.
Fig. 10 — La représentation des tassements en coordonnées bilogarithmiques.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 526

К ВОПРОСУ УРАВНОВЕШИВАНИЯ ПОЛИГОНОМЕТРИИ

В. В. ВАЙНАУСКАС

Строгое уравновешивание разнородных величин целесообразно только в тех случаях, когда влияние ошибок различной природы на искомые неизвестные примерно одинаковое, когда есть возможность установить правильные относительные веса измеренных величин, когда систематические ошибки измеренных величин незначительны и когда имеется достаточное количество избыточных измерений. Поэтому строгое уравновешивание полигонометрии по способу наименьших квадратов ввиду незначительного повышения точности искомых величин часто заменяется рациональными упрощенными способами уравновешивания. Повсюду в производстве применяемые способы строгого и раздельного (линейное распределение невязок) уравновешивания полигонометрии всем хорошо известны своими преимуществами и недостатками.

Автор статьи рассматривает новый способ раздельного уравновешивания полигонометрических ходов произвольной формы путем применения двуступеньчатого линейного распределения невязок в приращениях координат после предварительного устранения угловой невязки. При разработке способа, главным образом, и было обращено внимание на простоту раздельного уравновешивания и получаемую точность при строгом уравновешивании по способу наименьших квадратов с равномерным искажением непосредственно измеренных величин.

По сути дела сама идея способа очень проста. Как известно, при обычном линейном распределении невязок в отдельных случаях примычные углы полигонометрических ходов получают поправки, значительно превышающие даже предельные ошибки измерения, что явно несовместимо с основными принципами теории ошибок и способа наименьших квадратов. Этим серьезным недостатком и ограничивается наиболее широкое применение сравнительно удобного способа уравновешивания для более точных работ полигонометрии. В целях устранения указанного единственного несовершенства нами предлагается после первичного распределения невязок произвести вторичное распределение невязок следующим образом: полученные поправки для первой и последней линий хода уменьшаются в два раза, а вследствие этого полученные вторичные невязки в приращениях координат распределяются прямо пропорционально остальным линиям хода. В результате проведенного двуступеньчатого линейного распределения невязок недопустимые искажения примычных углов хода уменьшаются в два раза, вернее, вводимые вторичные угловые поправки распределяются на первые и вторые углы с концов хода. При этом вторичные угловые поправки будут приведены в соответствие с требованиями способа наименьших квадратов, что вводимые поправки в непосредственно измеренные величины по крайней мере не будут превышать предельные ошибки измерения. Следует отметить, что при этом незначительно будет нарушено правильное уравновешивание линейных измерений. Однако этот недостаток в случае надобности при весьма тщательных работах может быть легко устранен путем повышения точности измерения первой и последней линий хода в $\sqrt{2}$ раза, т. е. увеличением веса в 2 раза по сравнении с остальными линиями хода. При этом точность окончательных результатов получается близкой к точности, достигаемой при уравновешивании полигонометрических ходов по способу наименьших квадратов.

В целях обоснования предлагаемого способа уравновешивания полигонометрических ходов воспользуемся методом неопределенных весовых коэффициентов, который в этом случае оказался наиболее гибким и удобным, чем какие либо другие. Для

упрощения теоретических выводов в начале проанализируем применимость данного способа к уравновешиванию вытянутых равносторонних ходов, а полученные результаты распространим на хода произвольной формы.

После предварительного исправления углов, угловую невязку, поперечную невязку вытянутого равностороннего хода, развернутого параллельно оси абсцисс, можно представить в следующем виде

$$u = ns\mathrm{d}\beta'_1 + (n-1)\,s\mathrm{d}\beta'_2 + (n-2)\,s\mathrm{d}\beta'_3 + \ldots + s\mathrm{d}\beta'_n \tag{1}$$

и ошибку для i-ой точки хода

$$\mathrm{d}y'_i = is\mathrm{d}\beta'_1 + (i-1)\,s\mathrm{d}\beta'_2 + (i-2)\,s\mathrm{d}\beta'_3 + \ldots + s\mathrm{d}\beta'_i, \tag{2}$$

где

$$\mathrm{d}\beta'_i = \mathrm{d}\beta_i - f_\beta/(n+1) = \mathrm{d}\beta_i - [\mathrm{d}\beta]_1^{n+1}/(n+1), \tag{3}$$

s — длина сторон хода, $\mathrm{d}\beta_i$ — ошибки измерения углов в радианной мере.

Переходя к независимым ошибкам измерения, исходные функции (1) и (2) с учетом (3) преобразуются в

$$u = ns\mathrm{d}\beta_1 + (n-1)\,s\mathrm{d}\beta_2 + (n-2)s\mathrm{d}\beta_3 + \ldots + s\mathrm{d}\beta_n - (n/2)s\,[\mathrm{d}\beta]_1^{n+1}, \tag{4}$$

$$\mathrm{d}y'_i = is\mathrm{d}\beta_1 + (i-1)\,s\mathrm{d}\beta_2 + (i-2)\,s\mathrm{d}\beta_3 + \ldots + s\mathrm{d}\beta_i - \{i(i+1)/[2(n+1)]\}\,[\mathrm{d}\beta]_1^{n+1}. \tag{5}$$

Истинную ошибку окончательно уравновешенной ординаты i-ой точки хода получим как $\mathrm{d}y_i = \mathrm{d}y'_i - uQ_i$, где Q_i — коэффициент распределения поперечной невязки или по терминологии способа наименьших квадратов, неопределенный весовой коэффициент.

В приведенном выражении подставляя соответствующие значения, получим:

$$\mathrm{d}y_i = is\mathrm{d}\beta_1 + (i-1)\,s\mathrm{d}\beta_2 + (i-2)\,s\mathrm{d}\beta_3 + \ldots + s\mathrm{d}\beta_i - \{i(i+1)/[2(n+1)]\}\,[\mathrm{d}\beta]_1^{n+1} -$$
$$- ns\mathrm{d}\beta_1 Q_i - (n-1)\,s\mathrm{d}\beta_2 Q_i - (n-2)\,s\mathrm{d}\beta_3 Q_i - \ldots - s\mathrm{d}\beta_n Q_i + (n/2)\,s\,[\mathrm{d}\beta]_1^{n+1} Q_i.$$

Переходя по правилам теории ошибок от истинной ошибки к средней квадратичной ошибке, путем суммирования арифметических рядов, получаем[1]):

$$m_{y_i} = \frac{m_\beta s}{\varrho}\sqrt{\frac{n(n+1)(n+2)}{12}Q_i^2 - \frac{i(i+1)(3n-2i+2)}{6}Q_i + \frac{i(i+1)}{12(n+1)}[2(n+1)(2i+1) - 3i(i+1)]}. \tag{6}$$

Для оценки точности в продольном направлении хода, зависящей от ошибок линейных измерений, воспользуемся известной формулой

$$m_{x_i} = m_s\sqrt{i - nQ_i^2} = \mu\sqrt{s}\,\sqrt{i - nQ_i^2}, \tag{7}$$

где μ — коэффициент влияния случайных ошибок измерений линий.

При обычном раздельном уравновешивании полигонометрического хода неопределенный коэффициент равен

$$Q_i = i/n. \tag{8}$$

При уравновешивании по способу наименьших квадратов коэффициент распределения поперечной невязки выразится формулой

$$Q_i = 6[k(n-k+1)]_1^{k=i}/[n(n+1)(n+2)]. \tag{9}$$

---

[1]) Вывод данной формулы параллельно был сделан и сотрудником кафедры геодезии КПИ, доц. канд. техн. наук З. П. Тамутисом.

Нетрудно сообразить, что при двуступеньчатом распределении невязок в полигонометрическом ходе неопределенные коэффициенты могут быть вычислены по следующим формулам:

$$(10) \qquad Q_1 = 1/(2n) \qquad Q_i = Q_1\{1 + 2(i-1)[1 + 1/(n-2)]\}, \qquad Q_n = Q_{n-1} + Q_1 = 1.$$

В целях сравнения получаемой точности при различных способах распределения невязок в полигонометрических ходах по формулам (6) и (7) составлена таблица 1 остаточных средних квадратических ошибок для i-вых точек хода.

Таблица 1

Способ уравновешивания / Точки полигонометрического хода (i)		Обычное раздельное уравновешивание		Строгое уравновешивание		Двуступеньчатое раздельное уравновешивание			Примечания
		m_{yi} мм	m_{xi} мм	m_{yi} мм	m_{xi} мм	m_{yi} мм	m_{xi} мм	m_{xi} *) мм	
0	20	0	0	0	0	0	0	0	Данные таблицы вычислены при $\frac{m_\beta}{\varrho} s = \frac{4'' \times 100\,000}{206\,265''} \approx \pm 2$ мм $\mu\sqrt{s} = 0{,}0005\sqrt{100} = \pm 5$мм что соответствует полигонометрии IV класса.
1	19	±2,7	±4,9	±1,8	±4,9	±2,0	±5,0	±3,0	
2	18	5,1	6,7	3,7	6,7	4,4	6,6	5,7	
3	17	7,2	7,8	5,7	7,8	6,5	8,1	7,2	
4	16	9,0	8,9	7,7	8,9	8,4	9,1	8,1	
5	15	10,5	9,7	9,5	9,7	10,1	9,8	9,2	
6	14	11,7	10,2	11,0	10,2	11,4	10,4	9,7	*) При двуступеньчатом распределении невязок подсчитаны продольные ошибки, когда веса первой и последней линий увеличены в два раза.
7	13	12,7	10,7	12,3	10,7	12,5	10,8	10,2	
8	12	13,4	11,0	13,2	11,0	13,3	11,1	10,7	
9	11	13,8	11,1	13,7	11,1	13,8	11,2	10,8	
10	10	13,9	11,2	13,9	11,2	13,9	11,2	10,9	

По данным таблицы 1 можно заключить, что рассматриваемый способ уравновешивания полигонометрических ходов по точности практически может стоять наравне с строгим уравновешиванием по способу наименьших квадратов. Интересно отметить, что при повышении точности измерения первой и последней сторон хода в $\sqrt{2}$ раза, если сравнивать средние квадратические ошибки положения точек, получаемые по формуле $M_i = \sqrt{m_{y_i}^2 + m_{x_i}^2}$, то заметим, что наименьшие значения окажутся при новом способе уравновешивания.

Для сравнения размеров вторичных угловых поправок при условии $u_{\max} = f_s = [s]/10\,000$ составлена таблица 2. При анализируемом способе уравновешивания полигонометрии вторичные угловые поправки подсчитываются по следующим формулам, вывод которых не представляет каких либо трудностей:

$$(11) \qquad \begin{cases} v_{\beta_1} = -v_{\beta_{n+1}} = (\varrho/2)[u/(ns)], \\ v_{\beta_2} = -v_{\beta_n} = v_{\beta_1} + 2v_{\beta_1}/(n-2) = -[v_{\beta_{n+1}} + 2v_{\beta_{n+1}}/(n-2)]. \end{cases}$$

Таблица 2

Способ уравновешивания	Поправки углов \ n	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Раздельное уравновешивание	$v''_{\beta_1} = -v''_{\beta_{n+1}}$	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
Строгое уравновешивание	$v''_{\beta_1} = -v''_{\beta_{n+1}}$	16	14	13	11	11	10	9	9	8	8	7	7
	$v''_{\beta_2} = -v''_{\beta_n}$	8	9	9	8	8	8	7	7	7	6	6	6
Двуступеньчатое раздельное уравновешивание	$v''_{\beta_1} = -v''_{\beta_{n+1}}$	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	$v''_{\beta_2} = -v''_{\beta_n}$	20	17	15	14	13	13	12	12	12	12	12	11

Примечание. В таблице 2 приняты обозначения: n — число сторон в ходе; v''_{β_i} — вторичные поправки в углы, выраженные в секундах.

Данные таблицы 2 позволяют заключить, что при новом способе уравновешивания вторичные угловые поправки в сравнении с поправками получаемыми при строгом уравновешивании, практически являются величинами одного порядка, причем в случае появления предельной невязки они для обычной длины ходов не превышают предельные ошибки измерения углов. Разумеется, что в остальных случаях они будут намного меньшими. При этом нужно исключить особо короткие хода, в которых при всех способах уравновешивания угловые поправки превышают ошибки измерения углов. Они подлежат отдельному рассмотрению.

Что касается вопроса уравновешивания полигонометрических ходов произвольной формы по рекомендуемому способу, то нет никакого сомнения, что в этом случае полученные выводы для вытянутого равностороннего хода останутся в силе, так как при нем автоматически учитываются закономерности накопления как угловых так и линейных ошибок измерений вне зависимости возможности их разделения. Этим и определяется достоинство раздельного уравновешивания полигонометрических ходов путем двуступеньчатого распределения невязок в приращениях координат.

При уравновешивании полигонометрических сетей с использованием двуступеньчатого распределения невязок в отдельных ходах веса для координат узловых точек достаточно вычислять по формулам $P_x = P_y = 1/[s]$, тем более, что этого требует и сама природа способа.

В целях иллюстрации приложен пример уравновешивания полигонометрического хода путем двуступеньчатого распределения невязок в приращениях координат (см. таблицу 3).

Поступила 5 XII 1959 г.

Каунасский политехнический институт, СССР

SUR LE PROBLÈME D'ÉQUILIBRAGE DANS LA POLYGONOMÉTRIE

(Résumé)

On expose une nouvelle méthode d'équilibrage sousdivisé des pas polygonométriques de forme arbitraire. La méthode consiste, après l'élimination préalable de la tolérance angulaire, dans l'application aux variations des coordonnées des tolérances en distribution linéaire et en deux échelons.

ASUPRA PROBLEMEI DE ECHILIBRARE ÎN POLIGONOMETRIE

(Rezumat)

Se expune o nouă metodă de echilibrare separată a paşilor poligonometrici de formă arbitrară. Metoda constă, după eliminarea prealabilă a toleranţei unghiulare, în aplicarea la variaţii de coordonate a toleranţelor în distribuţie liniară în două trepte.

Таблица 3

Уравновешивание полигонометрического хода путем двуступеньчатого линейного распределения невязок в приращениях координат

№ точек	Углы поворота (левые)	Дирекционные углы α	Длины линий s	$\cos\alpha$ $\sin\alpha$	Приращения координат Δx	Приращения координат Δy	$v_{\Delta x}$	$v_{\Delta x}$	$v_{\Delta y}$	$v'_{\Delta y}$	Координаты x	Координаты y	Примечания
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
A													$[s]' = [s] - (s_1 + s_n)$
		101°38′ 46″											
B	104°12′ 45″ −2										+ 212,421	+7 835,154	
		25°51′ 29″	423,678	+0,899877	−6	+9							
					+381,258	+184,784	−11,7	+5,8	+17,8	−8,9			
1	181°32′ 13″ −2			+0,426143							+ 593,673	+8 109,947	
		27°23′ 40″	366,123	+0,887860	−12	+18							
					+325,066	+168,458	−10,1	−1,7	+15,4	+2,7			
2	174°18′ 00″ −2			+0,460114							+ 908,727	+8 188,423	
		21°41′ 38″	412,725	+0,929172	−13	+21							
					+383,493	+152,563	−11,4	−2,0	+17,4	+3,0			
3	188°17′ 49″ −2			+0,369648							+1 302,207	+8 341,007	
		29°59′ 25″	248,645	+0,866110	−8	+12							
					+215,354	+124,286	− 6,9	−1,2	+10,6	+1,8			
4	173°28′ 42″ −2			+0,499857							+1 517,553	+8 465,305	
		23°28′ 05″	207,548	+0,917283	−7	+10							
					+190,380	+ 82,653	− 5,8	−1,0	+ 8,8	+1,5			
5	180°02′ 40″ −2			+0,398237							+1 707,926	+8 547,968	
		23°30′ 43″	156,267	+0,916977	−5	+8							
					+143,293	+ 62,341	− 4,3	−0,7	+ 6,6	+1,1			
6	184°15′ 11″ −2			+0,398940							+1 851,214	+8 610,317	
		27°45′ 52″	138,117	+0,884870	−5	+7							
					+122,216	+ 64,478	− 3,8	−0,7	+ 5,8	+1,0			
7	178°42′ 31″ −3			+0,465838							+1 973,425	+8 674,802	
		26°28′ 20″	107,485	+0,895151	−1	+2							
					+96,215	+ 47,913	− 3,0	+1,5	+ 4,5	−2,2			
C	128°08′ 12″ −3			+0,445764							+2 069,639	+8 722,717	
		329°36′ 26″											
D							−57,0	0	+87,0	0			
Σ	1 487°58′ 03″		$[s] = 2\,060{,}588$		+1 857,275	+887,476	$f'_x = +7{,}3$		$f'_y = -11{,}1$				
	$f_\beta = +20$		$[s]' = 1\,529{,}425$		$f_x = +0{,}057$	$f_y = -0{,}087$							
	$f_{\beta\,\text{доп.}} = \pm 24$				$f_s = +0{,}104$								
					$\frac{f_s}{[s]} = \frac{1}{20\,000}$								

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 677.024 ; 539.1

A METHOD USING RADIOACTIVE ISOTOPES FOR DETERMINING WASHING FASTNESS OF A PERMANENT FINISH BASED ON METHYLCELLULOSE

BY

IOSIF IONESCU-MUSCEL, ELENA STANCIU STOIAN, E. WAGNER, I. GĂINARU and M. GĂINARU

Paper presented at the scientific session of the Economical Science Institute „V. I. Lenin", Bucharest, April 14—16, 1959

1. Introduction

Technique of applying permanent finishes on woven textiles was sensibly improved in the last fifteen years. In general, reliable method and equipment are not available to measure accurately washing fastness of these finishes. In Soviet Union, this problem was more extensively studied and general conclusion was reached that washing operations, rate of loss in subsequent washes depending upon intrinsic nature of the finish, as well as on finishing method used [5], [1].

In literature, informative data are found concerning the use of radioactive isotopes as tracers in investigating some mechanisms involved in the chemical reactions, and brief surveys concerning quality control of such finishing treatments as : bleaching, dyeing, printing, etc.

Practical methods based upon use of radioisotopes are not yet available for assessing washing fastness of a finish. The basic idea of such a method would consist in finishing the woven fabric with a substance having a radioactive isotope component as tracer (radioactive indicator) and in succesive measurements of radioactive activity of finished fabric, this being previously washed 1 to 20 times.

Our research work was carried out to evolve a method for determining the washing fastness of a finish based on methylcellulose, that was applied on cotton fabrics. In this country, such a finishing process was carried out by a team of research workers, led by Dr. I. Roman, at the Textile Research Institute, Bucharest.

In this process, cotton fabric (for end-uses as : sheeting, shirting, table-cloth, collar underlinings, etc.) is finished with methylcellulose dissolved in an aqueous solution of 6% NaOH.

For preparing methylcellulose, defibred alkalicellulose was used, which was supplied, before prematuration by „Viscofil" Mill for manufacturing viscose. This alkalicellulose was treated for methylation with CH_3Cl, for 4 hours at 70°C, under continuous shaking. Amount of methyl chloride added to the methylation bath was corresponding to a substitution degree of 0,3. Methylcellulose resulted was washed in cold water, neutralized with 5% H_2SO_4 (in a stainless steel vessel), washed again and dried. A viscous solution was next prepared, with the folowing components : methylcellulose — one part, water — two parts, 12% NaOH solution — ten parts. Solution obtained was diluted in 2,5% NaOH solution, till optimum methylcellulose percent was obtained for finishing the fabric (3% methylcellulose for sheeting cloth, 2...3% for zephyr cloth, 5%

for collar underlinings, etc.). Cotton cloth was padded through this solution in a single passage in a padroll machine, and then throughly squeezed, water being 100% exhausted

In the next operation, cotton cloth was immersed in a 93% sulphuric acid solution (50 g H_2SO_4 in 1 l of water), then squeezed, washed in cold water (in the rope-washing machine) and dried (on a tenter-frame).

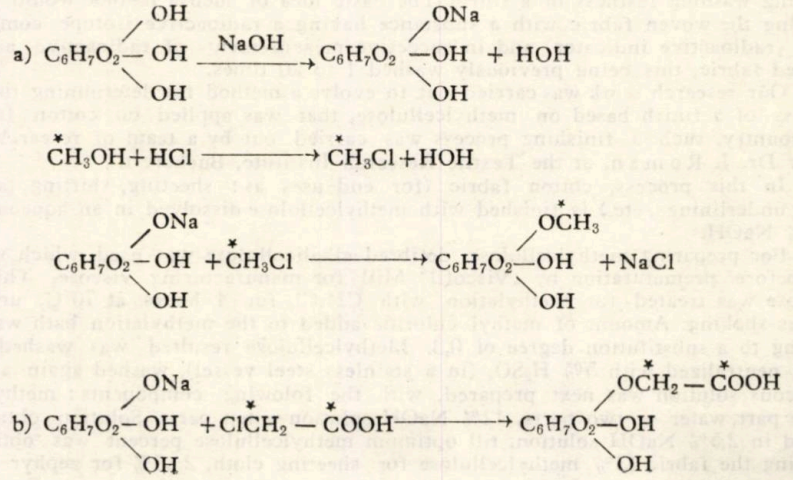
2. Principle of work

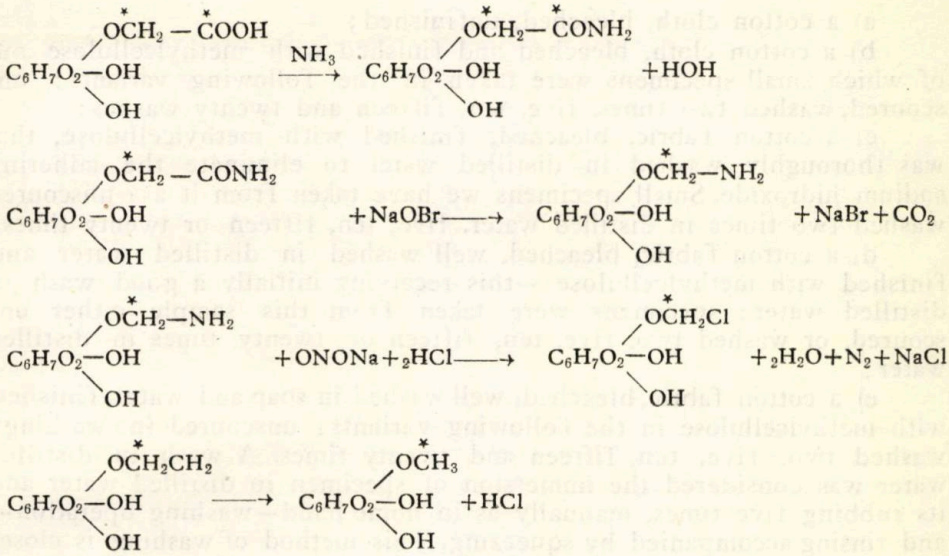
We investigated two methods of work as being considered more adequate:

a) Finishing cotton cloth with a methylcellulose-based product in which carbon atoms should be labelled (radioactive) and then evaluating the radioactivity of the cotton cloth after a number of washings carried out in certain conditions (identical for every washing).

b) Finishing the cotton cloth with ordinary methylcellulose, then exposing it in the reactor — in view of sodium reactivation (*a priori* assuming that a portion of sodium atoms of alkalicellulose are left unsubstituted during metylation process) and measuring radioactivity of the cotton cloth after successive washes.

In working with labelled carbon atoms, advantage of a safe protection results against radiation danger, since radioactive isotope $^{14}_{6}C$ is emitting β-radiations (low radiations) with an average energy of 0,155 MeV. By use of this isotope, succesive washes and measurements of radioactivity are possible, in no forced speed, since this isotope has a radioactive constant equal to $3{,}8399.10^{-12}$ s^{-1} and a half-time of 5720 years. But practically, the latter method could not be used, because the methylcellulose having a labelled carbon atom (tracer) is not available in this country and its preparation would involve either use of methylic alchool with labelled atom (a substance being available in this country) or chloracetic acid with a labelled atom. Reactions which would interfere would be the following:





Acording to the same method of preparing methylcellulose, work an be carried out using chlormalonic acid ($ClCH<\begin{matrix}COOH\\COOH\end{matrix}$) instead of chloracetic acid.

In case a), both methylic alchool and methyl chloride being volatile, danger of inhallation is extreme (in conditions of reactions mentioned). In case b), in spite of minimum volatility of the substance, the corresponding reactions are complicated and are carried out with extremely low efficiencies (in particular Hoffmann and Sandmeyer reactions). In the other hand, method b) is only theoretically interesting in so far, for its practical use requires a careful laboratory investigation and more thorough thermodynamical calculations, if sufficient orientation as to intimate progress of the process has to be given.

In this respect, literature do not include all necessary informative stages data concerning some intermediate that require such a preliminary work of investigation [8], [4]. Such a method of work would b) be recommended only after other more operative ways have been tried with no practical results.

We accepted the assumption that in methylation of alkalicellulose, unsubstituted sodium atoms are left, and that in washing the finished cloth, sodium atoms are gradually eliminated together with the finish.

Trials were carried out in laboratories of the Textile Research Institute, at laboratories of Atomic Physics Institute and in those of the Economical Science Institute, Bucharest.

3. Method of work

During an initial stage, preparation of the following samples was carried out in view of their radioactivation in the reactor:

a) a cotton cloth, bleached, unfinished;

b) a cotton cloth, bleached and finished with methylcellulose out of which small specimens were taken in the following variants: unscoured, washed two times, five, ten, fifteen and twenty washes;

c) a cotton fabric, bleached, finished with methylcellulose, that was thoroughly washed in distilled water to eliminate the adhering sodium hidroxide. Small specimens we have taken from it as: unscoured washed two times in distilled water, five, ten, fifteen or twenty times;

d) a cotton fabric, bleached, well washed in distilled water and finished with methylcellulose — this receiving initially a good wash in distilled water; specimens were taken from this sample either unscoured, or washed two, five, ten, fifteen or twenty times in distilled water;

e) a cotton fabric, bleached, well washed in soap and water, finished with methylcellulose in the following variants: unscoured (no washing), washed two, five, ten, fifteen and twenty times. A wash in distilled water was considered the immersion of specimen in distilled water and its rubbing five times, manually as in home hand—washing operation—and rinsing accompanied by squeezing. This method of washing is closer to conditions of washing during wear of textile materials than to conditions of comercial laundering.

To evaluate behaviour of finish during washing of textile material, each specimen was irradiated in the reactor at a neutron flux (flow) (10^{10} neutrons/cm^2.sec.) for 10 h. in view of reactivation of sodium present. Then, radioactivity of specimens was measured and results obtained are shown in Tables 1...5.

Table 1

Fastness to successive washes of a bleached cotton cloth (no purposely washed) finished with methylcellulose

No. of specimen	No. of washes in distilled water	Radioactivity imp./min.	Losses of finish %
1	0	919	—
2	2	610	33,6
3	5	321	65,0
4	10	267	70,9
5	15	268	70,9
6	20	266	70,9

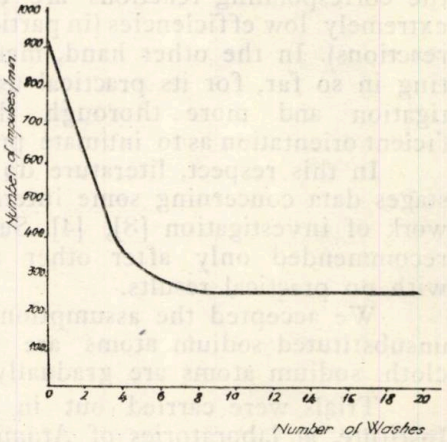


Fig. 1. — Loss of finish in bleached cloth as related to number of washes.

Graph in Fig. 1 shows the loss in finish of the cloth in relation to number of washes.

Graph in Fig. 2 represents finish losses in this fabric, related to number of washings.

Table 2

Fastness to successive washings of a bleached cloth, finished with methylcellulose, washed in distilled water and well rinsed

No. of specimen	No. of washes in distilled water	Radioactivity imp./min.	Losses of finish %
1	0	920	—
2	2	472	48,7
3	5	392	57,4
4	10	298	67,6
5	15	298	67,6
6	20	294	68,0

Table 3

Fastness to successive washings of a bleached cloth, thoroughly washed in distilled water, finished with methylcellulose (no purposely washed)

No. of specimen	No. of washes in distilled water	Radioactivity imp./min.	Losses of finish %
1	0	925	—
2	2	566	38,8
3	5	355	61,6
4	10	325	64,9
5	15	268	71,0
6	20	266	71,0

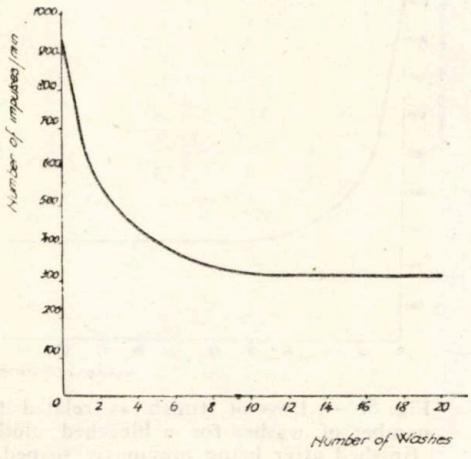


Fig. 2.— Loss of finish in bleached cloth in relation to number of washes, methylcellulose being well washed in distilled water, preceding preparation of finish.

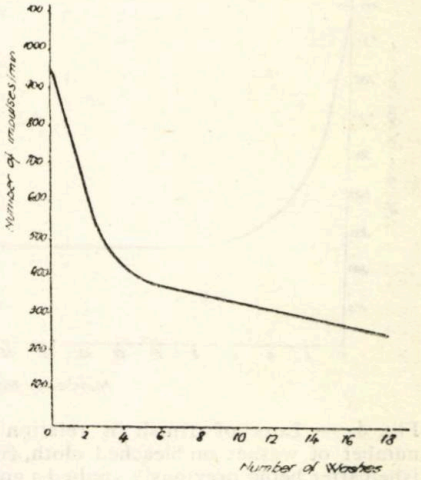


Fig. 3. — Loss of finish as related to number of washes applied to a bleached cloth that was finished after being washed in distilled water (methylcellulose no purposely washed).

Diagram of Fig. 3 shows the finished losses compared to number of washings.

EGYETEM KÖNYVTÁR BUDAPEST

Diagram of Fig. 4 shows the finished losses compared to number of washings.

Table 4

Fastness to successive washings of a bleached cloth washed in distilled water, finished with methylcellulose, this cloth being previously washed in distilled water

No. of specimen	No. of washes in distilled water	Radioactivity imp./min.	Losses of finish %
1	0	873	—
2	2	459	47,4
3	5	310	64,4
4	10	239	72,4
5	15	255	70,7
6	20	240	72,4

Table 5

Fastness to washing of o cotton cloth bleached and soaped, then finished with methylcellulose

No of specimen	No. of washes in distilled water	Radioactivity imp./min.	Losses of finish %
1	0	933	—
2	2	451	55,7
3	5	334	64,2
4	10	255	72,7
5	15	269	71,2
6	20	263	71,8

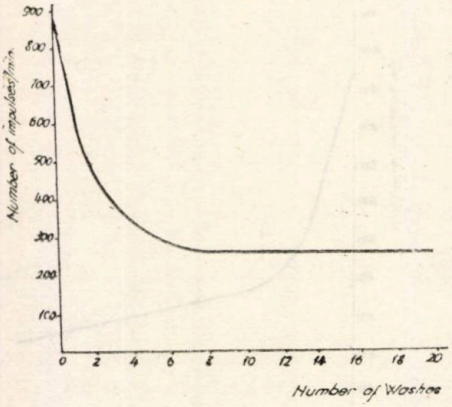


Fig. 4. — Loss of finish in relation to number of washes on bleached cloth, finished after being previously applied a good washing in distilled water to both cotton cloth and methylcellulose.

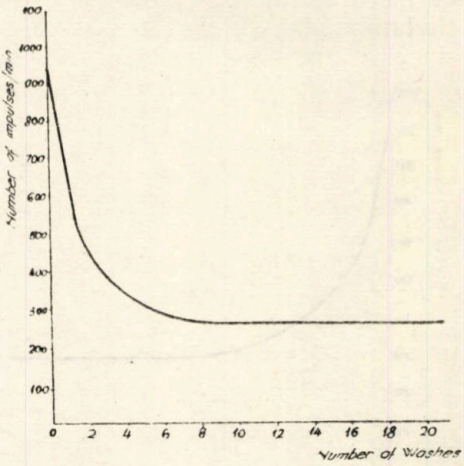


Fig. 5. — Loss of finish as related to number of washes for a bleached cloth, finished after being previously soaped.

Diagram of Fig. 5 shows the finished losses compared to number of washings.

Measurements were taken in the following conditions: small disc, having a diameter of aprox. 2 cm, were cut from these specimens, and thus shaped, they were exposed in the atomic reactor. Measurement of

radioactivity present on specimens was carried out by means of the Geiger-Müller Counter, type VAZ 320 with reckoning device type B_2. All measurements were carried out in the same geometrical conditions and corrections were made for desintegration of radioactive isotopes obtained.

4. Analysis of results

Tables 1...5 and graphs of Fig. 1...5 essentially show that cotton cloth loses in washing the following sodium amounts in percent:

after 2 washes	33...56%
after 5 washes	57...64%
after 10 washes	65...73%
after 15 washes	67...72%
after 20 washes	68..72%

Evidence is clear that sodium losses in washing the finished textile material, became unsignificant after a number of ten washings.

Accordingly, the graph of losses shows a curve that describes a flat horizontal line (after the tenth wash) (Fig. 1...5).

Of particular interest, is the well-proved fact that bleached cloth still contains some percent of sodium atoms after 15...20 washings in distilled water. If sodium atoms of alkalicellulose used in the preparation of methylcellulose would have been completely substituted in the methylation and sulphuric acid process of neutralization, — during final stage of the finishing process.

All —ONa groups from alkalicellulosic chain cycle would have become — OH groups — after 10...20 washes, the bleached specimens would not have presented radioactivity as a result of neutron action in the reactor, — excepting the following cases :

a) neutrons in the reactor reactivate another nuclids, besides the $^{24}_{11}Na$;

b) measured radioactivity is resulting from action of atoms originating from two separate sources ;

c) sodium as chemical component of cotton fibres (to be identified in the ash content) and

d) sodium in the cloth finish.

Analysis of desintegration and absorption curves led us to the conclusion that specimens contain two radioactive species, namely 24 Na and 42 K.

In view of a more complete elucidation and understanding, sodium and potassium content of cellulose was also assessed,—cellulose being initially well washed in distilled water. Amounts of bleached, finished, radioactivated and washed cloth were taken as cellulose — till its activity was coinciding to horizontal portion of the curve in plotted diagrams. For this purpose three sodium carbonate and three potassium bicarbonate specimens were simultaneously irradiated in the reactor (to obtain average of results) and ten specimens of such a cellulose (to obtain average of results) — all these being accurately weighted. After measuring activity of specimens, average activity was calculated as number of

impulses/min. per gram of sodium A_{Na} in sodium carbonate, activity A_K per gram of potassium and activity A_M per gram of cellulose. Amount of sodium x of cellulose in g% is given by the relation $x=(A_M/A_{Na})\,100$. In test conditions, $A_{Na}=31\,085\,320$ and $A_M=12\,530$ impulses/min., $x=\frac{12\,530\,.\,100}{31\,085\,320}=0{,}040$. A content of 0,40 g sodium in 100 g cellulose tested was found.

It is known in literature [11], [12] that bleached cotton deposits, in burning, a content of 0,4% ash, this ash having the following components:

Potassium sulphate	32,2
Sodium carbonate	15,9
Calcium carbonate	13,5
Magnesium phosphate	13,1
Magnesium carbonate	5,1
Sodium sulphate	4,6
Aluminium oxide	3,9
Iron oxide	2,7
Potassium chloride	2,5
Silica	1,0
Other elements	5,5

It results that 100 g cellulose contains 0,064 g Na_2CO_3 and 0,018 g Na_2SO_4 or 0,036 g sodium.

In an analogous manner, it is calculated that 100 g cellulose contains 0,06 g potassium (compared to 0,069 g potasium in literature).

This unexpected agreement between results of chemical method and those radiochemically found using the radiochemical method for determining sodium and potassium content absorbed from the soil by cotton plant during growth process, led to the conclusion that sodium and potassium in the finish are eliminated after 5... 10 washes, only sodium and potassium that belong to native cellulose being left in the fibre.

5. Conclusion

a) In process of preparing methylcellulose some percent of sodium atoms of alkalicellulose ist left unsubstituted but disappears after aprox. 5...10 washes in water.

b) It cannot be stated if elimination of sodium in washing bleached fabric is due to elimination of finish that has sodium as a component, —or if it is the consequence of detaching sodium in saponification,— the finish devoid of sodium being left bound to the fabric.

c) Therefore, a method for assessing washing fastness of a finish is only possible if,—instead of a weakly bound element, as is the case of unsubstituted sodium—a chemical element is taken as nuclid tracer— this chemical element being strongly bound to the methylcellulose molecule.

d) In investigating sodium behaviour in methylcellulose, we evolved at the same time a new radiochemical method for determining per-

cent sodium and potassium content in cotton fibrous mass. This quick, accurate and simple method, that is easy to handle, is also recommended for determining salt content of various vegetables and fruits.

Received the 7 IV 1963

Economical Science Institute „V. I. Lenin", Bucharest,
Textile Research Institute, Bucharest,
Atomic Physics Institute, Bucharest

BIBLIOGRAFIE

1. Glasstone S., *Sourcebook on Atomic Energy,* P. van Nostrand Co, N. Y., 1950.
2. Sanielevici Al., *Introducere în radioactivitate,* Ed. Tehn., Buc., 1957.
3. Raiski S. M, Smirnov V. F., *Bazele fizice ale metodei indicatorilor radioactivi,* Ed. Acad. R. P. R., Inst. de st. Rom.-Sov., Buc., 1956, (transl. from russian).
4. Neniţescu C., *Chimia Organică,* vol. **II**, Ed. Tehn., Buc., 1958.
5. Broda E., Schönfeld T., *Die technische Anwendungen der Radioaktivität,* Porta-Verlag, München, 1956.
6. Dandel P, *La radioactivité au service de la chimie et de l'industrie,* Presses Universitaires, Paris, 1955.
7. Brandford J. R, *Radioizotopis in Industry,* Reinhold Publishing Coop., N. Y., 1943.
8. Tatocenko L. K., Medvediev S. V., *Aplicaţiile defectoscopiei cu raze gama în industrie,* Ed. Tehn., Buc., 1956, (transl. from. russian).
9. Nesmeianov A. N., Baranov V. I., Zaborenko K. B., Rudenko N. P., Prislekov I. A., *Lucrări practice de radiochimie,* Ed. Tehn., Buc., 1959, (transl. from russian).
10. Ionescu-Muscel I., *Materie primă textilă,* vol. **I**, Ed. Tehn., Buc., 1955.
11. — *Studiul materialelor fibroase,* Ed. tehn., Buc., 1956.
12. Le Claire G. H., Cabbs H. V., Ind. a. eng. chem., 1958, *3.*

МЕТОД ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАДИОАКТИВНЫХ ИЗОТОПОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ПРОМЫВКИ ТКАНЕЙ ПРИ УДАЛЕНИИ ФАКТОРОВ ОКОНЧАТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ НА БАЗЕ МЕТИЛЦЕЛЛЮЛОЗЫ

(Резюме)

Предлагается метод определения скорости промывки хлопчатобумажных тканей при удалении некоторых факторов окончательной обработки.

Метод основывается на измерении содержания натрия в ткани, при окончательной обработке которой был использован фактор содержащий радиоактивный изотоп; измерения производятся до и после нескольких промывок.

Устанавливается, что потеря фактора окончательной обработки, пропорциональна числу промывок и снижению радиоактивности ткани.

Радиоактивным носителем взят натрий из алкалинной целлюлозы служивший для приготовления метилцеллюлозы, использованной как фактор окончательной обработки.

При помещении обработаной ткани в атомный реактор, незамененный ^{23}Na из метилцеллюлозы превращается в реактивный изотоп ^{24}Na.

По мере увеличения числа промывок ткани уменьшается число импульсов в минуту и становится постоянным после 5...10 промывок.

Использованием нового метода определения содержания натрия биологического происхождения в небеленной и необработанной хлопчатобумажной ткани (натрий как минеральная соль), авторы устанавливают, что активный натрий остающийся в обработанной ткани после 5...10 промывок, не принадлежит фактору окончательной обработки, а натуре хлопчатника - растения.

Отмечается, что успешность метода основанного на принципе радиоактивности для определения скорости промывки при факторе обработки содержащем метилцеллюлозу, связана с использованием радиоактивного индикатора в тесной связи с метилцеллюлозой.

Элемент со слабой связью, как в случае незамененного натрия, оказывается совсем не действителен.

O METODĂ DE UTILIZARE A IZOTOPILOR RADIOACTIVI PENTRU DETERMINAREA VITEZEI DE SPĂLARE A AGENTULUI DE FINISARE PERMANENT BAZAT PE METILCELULOZĂ

(Rezumat)

S-a elaborat o metodă de determinare a vitezei de spălare a unor agenţi de finisare ce se folosesc la ţesături de bumbac. Metoda se bazează pe măsurarea conţinutului în sodiu a ţesăturii la a cărei finisare s-a folosit un agent conţinînd un izotop radioactiv, măsurătorile executîndu-se înainte de spălare şi după un număr de spălături.

S-a admis că pierderea agentului de finisaj este proporţională cu numărul de spălături şi cu descreşterea radioactivităţii ţesăturii.

Drept trasor radioactiv s-a ales sodiu, extras din celuloză alcalină ce a servit în prepararea metilcelulozei folosită ca finisor.

Prin expunerea ţesăturii finisate în reactorul atomic, ^{23}Na din metilceluloză nesubstituit se transformă în izotopul radioactiv ^{24}Na.

O dată cu creşterea numărului de spălături a ţesăturii, descreşte numărul de impulsuri pe minut. Acest număr devine constant după 5...10 spălături.

Prin folosirea noii metode de determinare a conţinutului în sodiu de origine biologică încorporat la ţesăturile de bumbac neînălbit şi nefinisat (sodiu ca sare minerală), autorii verifică faptul că sodiul activ ce mai rămîne în ţesătura finisată după 5...10 spălături nu mai aparţine agentului spălător, ci naturii intrinsece a fiecărui bumbac-plantă.

Se menţionează că eficienţa metodei bazate pe principiul radioactivităţii, pentru determinarea rapidităţii de spălare a agentului de finisare conţinînd metilceluloză, este legată de folosirea trasorului în strînsă dependenţă cu metilceluloza. Un element cu legături slabe, aşa cum este cazul sodiului nesubstituit, este cu totul ineficient.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 667.1/.3

INFLUENŢA UNUI CÎMP VIBRATOR ASUPRA VITEZEI DE VOPSIRE A ŢESĂTURILOR DIN FIBRE CELULOZICE CU COLORANŢI DIRECŢI

DE

MIŞILIM GRINDEA şi FLORIN VĂLU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

Interacţiunea colorant-fibră, în procesul tinctorial, se caracterizează în esenţă prin acţiuni de atracţie, dar şi de respingere.

Acţiunile de atracţie se datoresc afinităţii colorantului pentru fibră, care rezultă din legăturile ce se pot stabili între particulele de colorant — prin grupele funcţionale caracteristice, şi fibră — prin grupele funcţionale ale acesteia. Precum se ştie, aceste legături sînt de natură variată, printre ele fiind şi legături chimice primare, dar în cele mai multe cazuri, legături secundare intermoleculare [1].

Acţiunile de respingere se datoresc în cele mai multe cazuri potenţialului electrocinetic ce se stabileşte între fibră şi soluţia de colorant cu care este tratată. Pe lîngă această „barieră" de potenţial mai intervine încă o barieră dată de stratul concentrat de colorant, ce se formează în prima fază a vopsirii în jurul fibrei. Acţiunea de frînare a difuziei în fibră se datoreşte, între altele, şi afinităţii colorantului pentru fibră, concentraţiei în creştere în interiorul fibrei etc.

Pentru învingerea barierelor şi acţiunilor de frînare ce stau în calea colorantului, în drumul său spre locurile unde urmează a se fixa în fibră, procesul tinctorial poate fi activat pe mai multe căi şi anume:

a) activarea termică, (de exemplu încălzirea flotei) măreşte numărul de grupe de molecule cu energie cinetică medie mai mare de cît aceea necesară pentru învingerea barierelor;

b) pentru învingerea barierii de potenţial o cale deosebit de eficace este folosirea adausului de electroliţi neutri în flotă, care practic micşorează acest potenţial.

Activarea termică este astăzi calea cea mai utilizată şi eficacitatea ei se oglindeşte în metodele practice noi, care se bazează pe folosirea temperaturilor mai mari ca 100°C, temperatură maximă folosită în procesele clasice.

Principial însă este clar că energia de activare poate fi furnizată şi pe alte căi: pe cale mecanică (agitarea flotelor) [2] şi pe cale sonică (folosind ultrasunetele).

În privinţa ultrasunetelor se pot cita din literatură [3], [4], o serie de lucrări experimentale şi încercări de transpunere în practică. De asemenea au fost întreprinse studii pentru cercetarea efectului de turbulenţă în flote, prin introducerea de şicane în curentul flotei şi prin folosirea canalelor înguste prin care circulă ţesătura şi au fost brevetate metode pentru realizarea cîmpului vibrator, prin oscilarea unor cilindri cu palete profilate, cum este cazul jigherului firmei „Benninger" [5], sau al dispozitivului construit de cercetătorii sovietici Susman, Podobedov, Petrova şi Iakubenko [6]. În sfîrşit, au fost studiate efectele turbodinamice obţinute în aparatele de vopsit centrifugale [7].

În lucrarea de faţă ne-am propus să studiem cu ajutorul unui aparat de laborator, proiectat şi construit de noi, influenţa unui cîmp vibrator dat, asupra vitezei de vopsire, în cazul unor coloranţi direcţi.

În procesul tinctorial se formează un strat concentrat de coloranţi în soluţia de pe suprafaţa ţesăturii, strat a cărui grosime şi concentraţie influenţează viteza de vopsire. Cîmpul vibrator aplicat în apropierea acestui strat, mărind energia cinetică a moleculelor de coloranţi, activează vopsirea, în sensul grăbirii trecerii colorantului în fibră.

Micşorarea concentraţiei soluţiei în acest strat este compensată prompt de restul soluţiei şi ca rezultat total procesul de vopsire este accelerat şi deci durata procesului tehnologic de vopsire este micşorată. De altfel, o verificare concretă a acestei influenţe a fost făcută şi de noi în cazul a trei coloranţi, la trei temperaturi diferite, folosiţi pentru vopsirea şifonului.

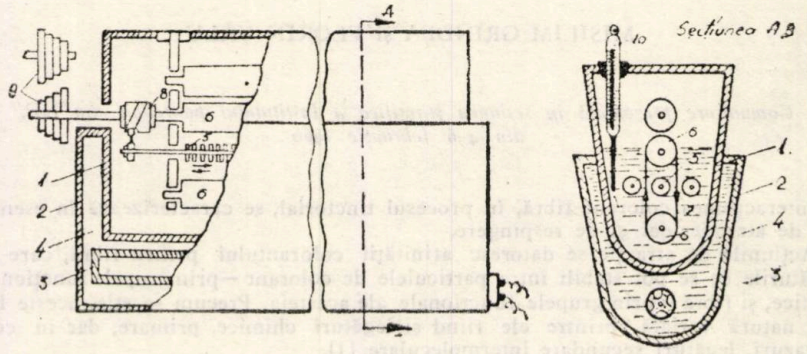


Fig. 1

Aparatul reprezentat în fig. 1 este format dintr-o cadă obişnuită *1*, avînd o capacitate de 1 l, prevăzută cu mantaua de încălzire *2*, cu sistemul electric de încălzire *3* a fluidului încălzitor *4*. Dispozitivul pentru mişcarea ţesăturii *7*, care este cusută în bandă fără fine, şi dispozitivul vibrator *5*, sînt fixate pe un schelet comun pentru a putea fi introduse şi scoase din cadă. Dispozitivul de mişcare a ţesăturii este format din doi cilindri *6* iar cel de vibrare este format din trei tije mobile asamblate la un suport comun, care primeşte mişcarea printr-o rolă de la un tambur cu came spaţiale fixat pe axul principal al *8* aparatului, care este acţionat de un motor electric. Pe lungimea tijelor corespunzătoare lăţimii ţesăturii sînt fixate aripioare pentru crearea cîmpului vibrator. Pentru realizarea diferitelor viteze şi a diferitelor frecvenţe aparatul este prevăzut cu o colecţie de conuri etajate *9* şi tambure cu came spaţiale diferite. Temperatura este măsurată cu termometrul *10*.

Pentru studierea altor procese în afară de vopsire, ca: spălarea ţesăturilor, aplicarea apretului, aparatul este prevăzut la partea superioară cu un cilindru de stoarcere.

Materialul folosit pentru construcţia aparatului, în contact cu soluţia de colorant, este oţelul inoxidabil.

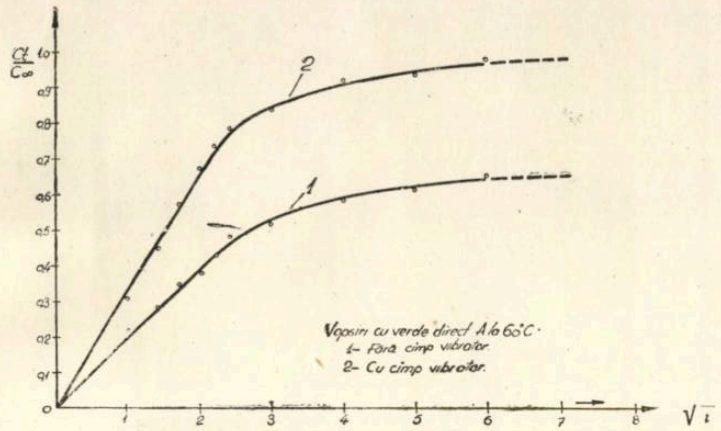


Fig. 2

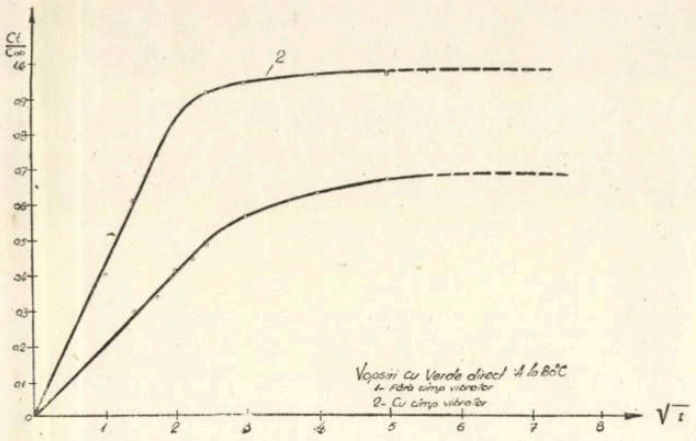


Fig. 3

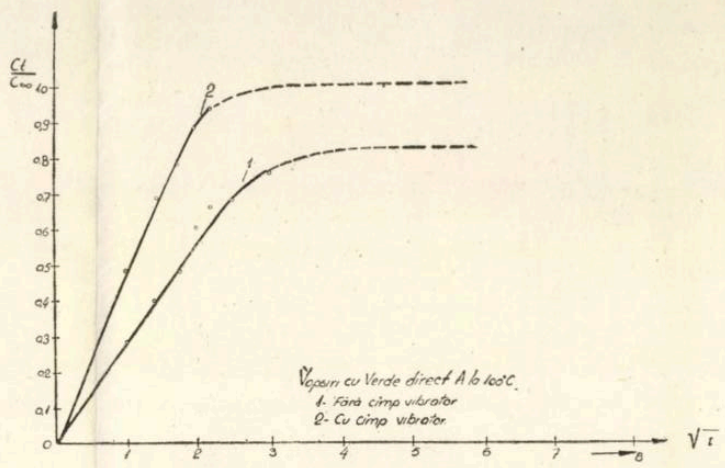


Fig. 4

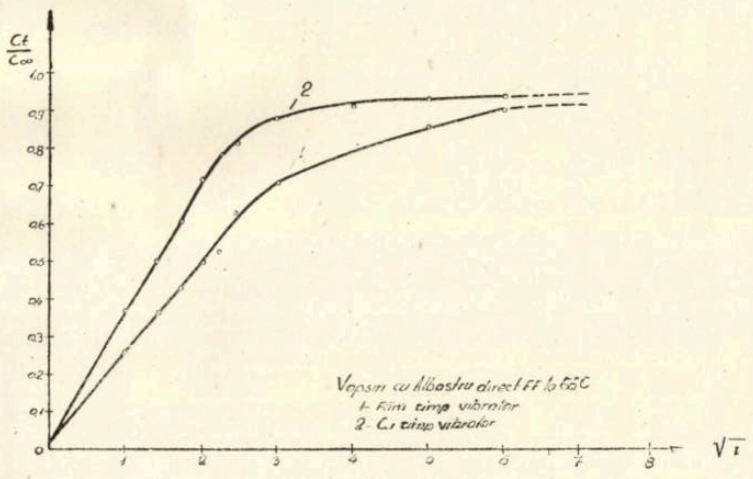


Fig. 5

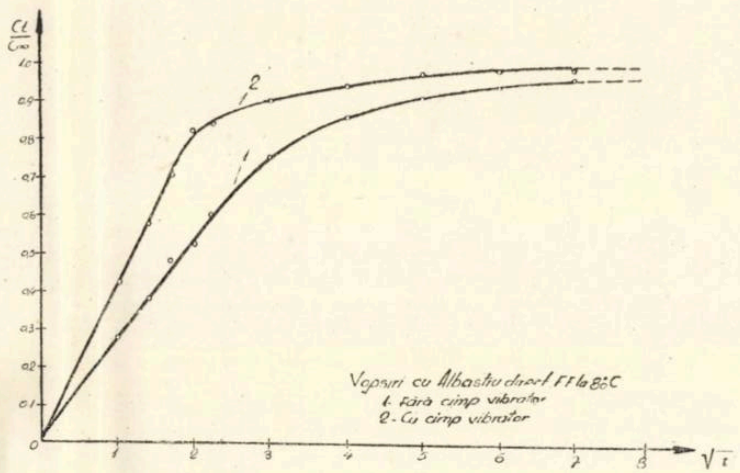


Fig. 6

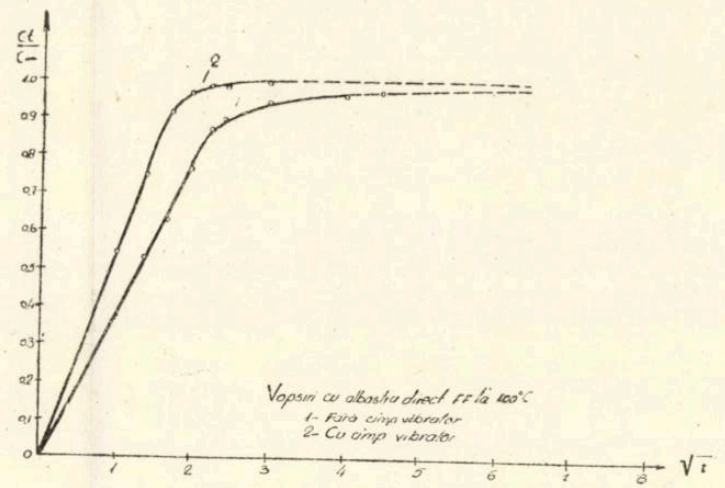


Fig. 7

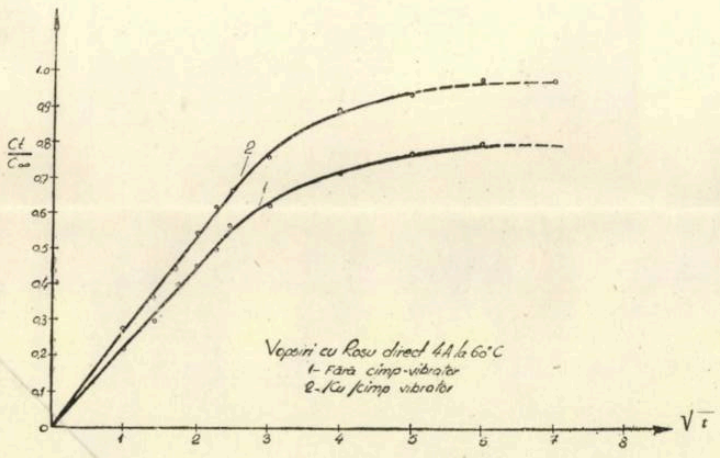


Fig. 8

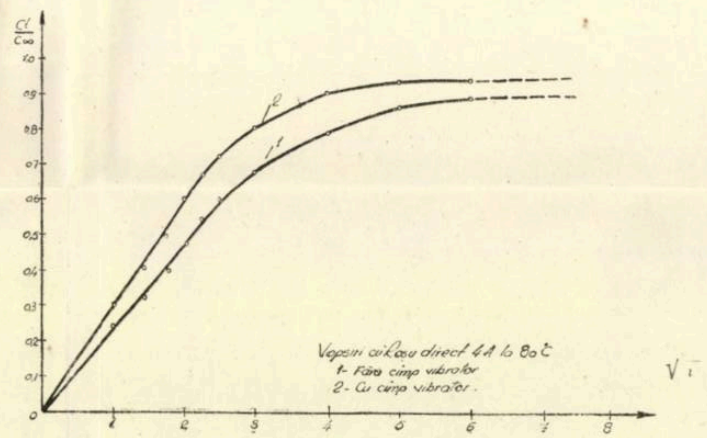


Fig. 9

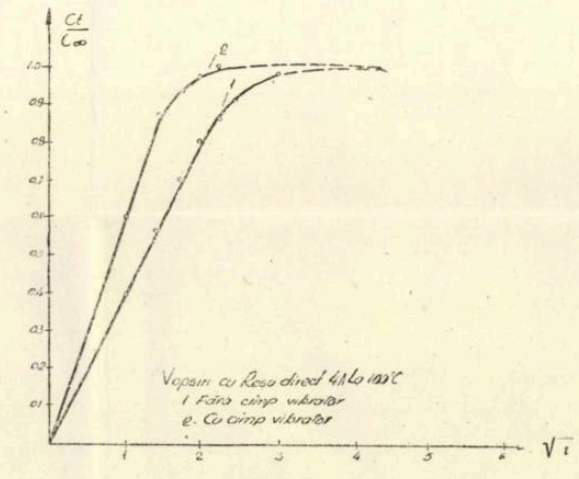
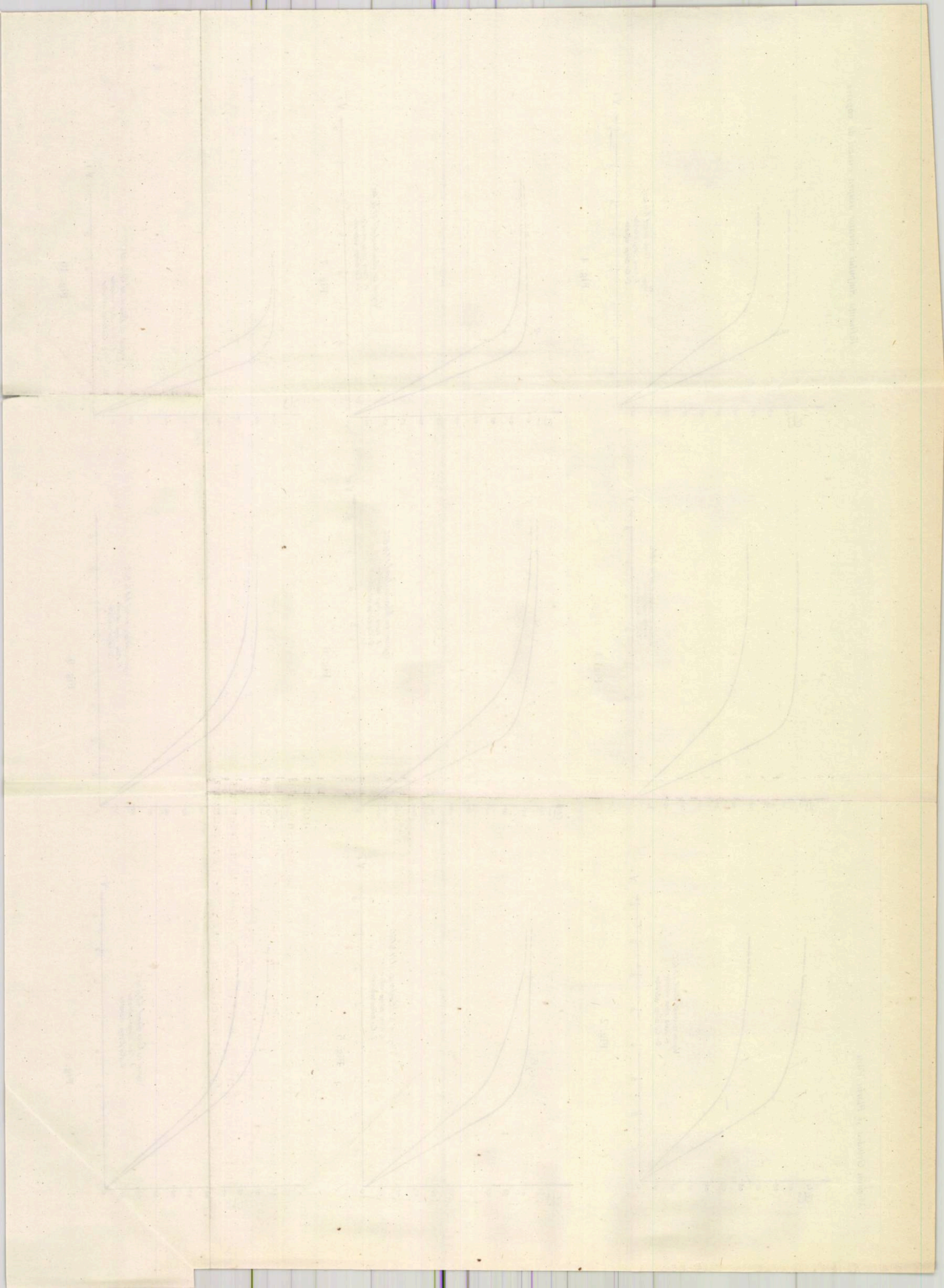


Fig. 10



La aparatul nostru am menținut deocamdată constante, viteza de circulație a țesăturii și cîmpul vibrator, dorind să verificăm, în primul rînd, influența unui cîmp vibrator, arbitrar ales.

Pentru verificarea influenței cîmpului vibrator am lucrat la temperaturi constante, cu și fără cîmp vibrator, iar pentru interpretarea rezultatelor am considerat viteza de vopsire egală cu viteza de difuzie în fibră în primii timpi ai vopsirii. Dacă vopsirea se face din acest strat concentrat de soluție, din jurul fibrei, viteza de vopsire se poate considera egală cu viteza de difuzie.

Pentru determinarea coeficientului de difuzie se folosesc, conform datelor din literatură, fie folii de formă regulată, fie fibre filate de formă cilindrică. În aceste cazuri se poate calcula coeficientul de difuzie dintr-o relație dedusă de A. V. Hill [8] din relația fundamentală a lui Fick.

Pentru cazul fibrelor de formă necilindrică, cum este cel al fibrelor de bumbac sau de lînă, este frecvent folosită în cercetare o relație simplificată, care dă rezultate satisfăcătoare în multe cazuri și anume

$$C_t / C_\infty = 2\sqrt{Dt/\pi}, \tag{1}$$

unde: D — coeficientul de difuzie, t — timpul de vopsire, C_t — concentrația de colorant în fibră la timpul t, C_∞ — concentrația de colorant în fibră la echilibru.

Această relație a fost aplicată de Speakman-Smith [9] și de alți cercetători [10] pentru unele probleme ale vopsirii lînei.

Dacă se reprezintă într-un sistem de coordonate raportul C_t/C_∞ în funcție de $\sqrt{t}$, din relația (1) se obține o dreaptă atîta timp cît la suprafața fibrei se menține o concentrație constantă, adică atîta timp cît colorantul care pătrunde în fibră este înlocuit cu o cantitate egală de colorant din flotă.

Din datele noastre experimentale rezultă într-adevăr o variație liniară numai pentru un anumit timp al vopsirii, timp care variază cu condițiile de agitare. Acest timp este mai mare în cazul vopsirilor făcute numai cu circularea materialului (fără cîmp vibrator) și el descrește în cazul agitării cu cîmp vibrator.

Din relația (1), scrisă sub forma simplificată

$$y = ax, \tag{2}$$

unde: $y = C_t/C_\infty$, $a = 2\sqrt{D/\pi}$, $x = \sqrt{t}$, rezultă că $\sqrt{D}$ este proporțional cu panta (tg α) din curbele noastre. Deci $\operatorname{tg}^2 \alpha$ constituie o măsură (bineînțeles aproximativă, avînd în vedere, relația simplificată) a lui D. În orice caz $\operatorname{tg}^2 \alpha$ chiar dacă nu redă valoarea exactă a lui D, este indiscutabil utilă folosirea acestei măsurări pentru aprecieri comparative.

În folosirea relației de mai sus C_∞ (cantitatea de colorant luată la echilibru de fibră) a fost considerată, în lucrarea de față, cantitatea de colorant luată de materialul fibros în momentul cînd extincția soluției de colorant a fost constantă.

Un indiciu utilizat în cercetarea de specialitate este acela al timpului de semivopsire. Prin timp de semivopsire se înţelege timpul necesar pentru absorbţia jumătăţii din cantitatea de colorant luată la echilibru.

În lucrarea noastră timpul de semivopsire a fost calculat din diagrame, conform relaţiei folosite, adică pătratul abscisei corespunzătoare ordonatei de 0,5.

Datele experimentale sînt prezentate în fig. 2...10 (în care punctele reprezintă datele obţinute experimental) şi tabelele 1...3, pentru vopsiri efectuate pe ţesătură de bumbac neapretată cu şi fără cîmp vibrator, la

Tabelul 1

Colorant pe fibră, la extincţia constantă a soluţiei (g colorant/100 g fibră)

Nr. crt.	Colorantul	Modul de vopsire	Temperatura		
			60°C	80°C	100°C
1	Verde direct *A*	Fără cîmp vibrator	0,68	0,67	0,62
		Cu cîmp vibrator	0,92	0,85	0,72
2	Albastru direct *FF*	Fără cîmp vibrator	1,27	0,62	0,61
		Cu cîmp vibrator	1,60	0,95	0,91
3	Roşu direct *4A*	Fără cîmp vibrator	1,00	0,85	0,84
		Cu cîmp vibrator	1,40	1,07	1,02

Tabelul 2

Timpul de semivopsire (minute)

Nr. crt	Colorantul	Modul de vopsire	Temperatura		
			60°C	80°C	100°C
1	Verde direct *A*	Fără cîmp vibrator	7,10	6,26	3,24
		Cu cîmp vibrator	2,42	1,32	1,21
2	Albastru direct *FF*	Fără cîmp vibrator	4,20	3,45	1,69
		Cu cîmp vibrator	1,96	1,44	0,90
3	Roşu direct *4A*	Fără cîmp vibrator	5,07	4,65	1,56
		Cu cîmp vibrator	3,61	2,89	0,72

Tabelul 3

Coeficientul de difuzie

Nr. crt	Colorantul	Modul de vopsire	Temperatura					
			60°C		80°C		100°C	
			tg α	tg^2 α	tg α	tg^2 α	tg α	tg^2 α
1	Verde direct *A*	Fără cîmp vibrator	0,95	0,90	1,00	1,00	1,40	1,96
		Cu cîmp vibrator	1,60	2,60	2,15	4,65	2,40	5,76
2	Albastru direct *FF*	Fără cîmp vibrator	1,30	1,69	1,40	1,96	1,90	3,61
		Cu cîmp vibrator	1,35	1,82	2,10	4,20	2,70	7,30
3	Roşu direct *4A*	Fără cîmp vibrator	1,10	1,21	1,20	1,44	1,80	3,24
		Cu cîmp vibrator	1,35	1,82	1,50	2,25	3,00	9,00

temperaturile de 60°C, 80°C și 100°C, cu trei coloranți direcți fabricați în R. P. R. (roșu direct 4*A*, albastru direct *FF* și verde direct *A*).

Din datele experimentale prezentate în tabelul 1 rezultă, în primul rînd, pentru cei trei coloranți studiați de noi, o creștere a cantității de colorant absorbită pînă la extincția constantă a soluției, în cazul vopsirii cu cîmp vibrator.

Dacă considerăm că totdeauna într-un proces tinctorial numai o parte din cantitatea de colorant introdusă în soluție este absorbită de fibră, putem denumi această parte ca fracțiunea de colorant activă în vopsire, în condiții date. Fără îndoială că mărimea acestei fracțiuni este funcție de condițiile de vopsire. Ea este influențată pozitiv de adausul de electrolit în flotă și totuși negativ de temperatură, fiind vorba de cantitatea de colorant absorbită la echilibru și nu de viteza cu care este absorbită. Influența temperaturii rezultă și din datele cuprinse în tabelul 1.

Influența pozitivă a cîmpului vibrator trebuie înțeleasă în felul următor: cîmpul vibrator mărește numărul de fracțiuni cu energie cinetică necesară învingerii barierelor ce se opun intrării colorantului în fibră, se mărește astfel fracțiunea de colorant activă în soluție, dar spre deosebire de temperatură, care în interiorul fibrei se opune forțelor de atracție, micșorînd astfel cantitatea de colorant luată la echilibru, cîmpul vibrator nu-și exercită această influență negativă în interiorul fibrei.

Este interesant însă de remarcat că influența negativă a temperaturii în privința repartiției la echilibru a colorantului se resimte mai mult la temperaturi ridicate. Acest lucru se observă clar în cazul a doi coloranți studiați mai sus.

Datele referitoare la influența cîmpului vibrator asupra vitezei de vopsire sînt reprezentate în tabelul 2, sub formă de timpuri de semivopsire. Se constată că pentru toți coloranții și la toate temperaturile timpurile de semivopsire înregistrează scăderi substanțiale în cadrul vopsirilor cu cîmp vibrator. Pe baza scăderii timpului de semivopsire se poate prevedea o scădere substanțială a timpului total de vopsire în condiții industriale.

Influența cîmpului vibrator rezultă în mod evident și din tabelul 3, în care sînt redați coeficienții de difuzie, mai corect, factorii de proporționalitate ai acestor coeficienți deduși din relația (2). Pentru toți coloranții studiați se observă că valorile lui $tg^2\alpha$, care reprezintă în fond factorul de proporționalitate, cresc substanțial, în cazul folosirii cîmpului vibrator. Creșterea acestui indice variază între 7,8 ... 58%, pentru creșterile cele mai mici și 194 ... 365% pentru cele mai mari.

Concluzii

a) Folosirea cîmpului vibrator influențează procesul tinctorial, în sensul posibilității de reducere a timpului necesar de vopsire, în practica industrială.

b) Se poate întrevedea o mai bună pătrundere a colorantului în vopsirea țesăturilor groase.

c) Este posibilă o îmbunătățire a randamentului de colorant, deci realizarea unei economii de colorant.

BIBLIOGRAFIE

1. Беленкий Л. И., *Теория крашения и опыты практического применения*, Гизлегпром, М., 1958.
2. Викерстафф Т., *Физическая химия крашения*, Изд. ИЛ, М., 1956, (trad. din l. engleză).
3. Котлярский Л. Б., Лег. пром., 1958, **18**, *11*, стр. 31—33.
4. Junger N. G., Dyestuff Reporter, 1957, **46**, p. 58.
5. Ernst W., Textil Rundschau, 1954, *12*, S. 621—623.
6. Susman M. N., Podobedow M. S., Petrova E. A., Jakubenko S. K., Textil-Praxis, 1956, *4*, S. 376—379.
7. Fornelli D., Amer. Dyestuff Rep., 1955, *14*, pp. 416—418.
8. Hill A. V., Proc. Roy. Soc., 1928, **B 104**, p. 39.
9. Speakman J. B., Smith I., J. Soc. Dyers Col., 1936, **52**, p. 121.
10. Sheppard, Houck, Dittmar, J. Phys. Chem., 1942, **46**, p. 158.

ВЛИЯНИЕ ВИБРАЦИОННОГО ПОЛЯ НА СКОРОСТЬ ОКРАШИВАНИЯ ТКАНЕЙ ИЗ ЦЕЛЛЮЛОЗНОГО ВОЛОКНА ПРЯМЫМИ КРАСИТЕЛЯМИ

(Резюме)

На основании полученных экспериментальных данных по крашению целлюлозных тканей в вибрационном поле и вне его, авторы заключают, что вибрационное поле действует благоприятно на скорость диффузии и на продолжительность окрашивания.

INFLUENCE D'UN CHAMP VIBRATEUR SUR LA VITESSE DE TEINTURE DES TISSUS À FIBRES CELLULOSIQUES AVEC DES COLORANTS DIRECTS

(Résumé)

Les Auteurs présentent quelques résultats concernant l influence du champ vibrateur sur le phénomène tinctorial. Se basant sur des données expérimentales dans le cas des teintures executées avec ou sans champ vibrateur, on constate l'influence favorable du champ vibrateur quant à la vitesse de difussion et au temps de teinture.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUA
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 677.05

DEFORMAŢII ALE ELEMENTELOR COMPONENTE ALE FIRELOR RĂSUCITE (I, II)

DE

N. BĂDAN, MIŞU ZEIDMAN, MIRCEA NETEA şi OLIMPIA TALAŞMAN

Comunicări prezentate în sesiunile ştiinţifice ale Institutului politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958 şi 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Un loc deosebit în analiza structurii firelor răsucite este rezervat determinării deformaţiilor elementelor componente (fibre şi fire simple). Pentru uşurarea acestei analize se consideră fire cu structură ideală, adică: fire simple componente cu structură tubulară, cu secţiune constantă, circulară, nedeformabilă, şi cu axele dispuse pe elice circulare drepte, cu pas constant.

2. Curbura şi torsiunea suplimentară a firelor simple

Axa unui fir simplu se găseşte astfel aşezată într-un plan tangent la cilindrul drept de rază R, încît formează unghiul β cu axa xx a cilindrului. La o distanţă Δl de punctul de tangenţă A se află punctul B, a cărui proiecţie pe un plan normal la axa cilindrului este B' (fig. 1 a). Se roteşte punctul B în jurul generatoarei cilindrului care trece prin A, pînă atinge cilindrul. Aceeaşi rotaţie o va efectua şi punctul B' care se va situa pe cercul cu centrul în O (fig. 1 b). Notînd cu $\Delta\theta$ unghiul de rotaţie, rezultă egalitatea:

$$\overline{AB'} = R\,\Delta\theta\,. \tag{2.1}$$

Pe de altă parte însă,

$$\overline{AB'} = \overline{AB}\,\sin\beta = \Delta l\,\sin\beta\,, \tag{2.2}$$

de unde rezultă

$$\Delta\theta = (\Delta l/R)\,\sin\beta\,. \tag{2.3}$$

Rotaţia susmenţionată poate fi reprezentată printr-un vector avînd direcţia generatoarei ce trece prin A, sensul — conform regulii triedrului drept şi mărimea direct proporţională cu unghiul de rotaţie

$$\Delta V = C\,\Delta\theta\,, \tag{2.4}$$

unde C — scara vectorilor.

Aplicînd acest vector în A şi descompunîndu-l după direcţiile binormalei (b) şi tangentei (t), rezultă componentele $\Delta\bar{V}_1$ şi $\Delta\bar{V}_2$ (fig. 1 c). Vectorul $\Delta\bar{V}_1$, a cărui mărime este

$$\Delta V_1 = \Delta V \sin\beta, \tag{2.5}$$

reprezintă, ca şi ΔV, tot o rotaţie, dar în jurul binormalei (curbura). Acestei rotaţii îi corespunde un unghi $\Delta\gamma$ (unghiul de curbură), astfel încît

$$\Delta V_1 = C\Delta\gamma\,. \tag{2.6}$$

Definind curbura ca raport între unghiul de curbură şi lungimea corespunzătoare de arc, rezultă din relaţiile de mai sus

$$K = \Delta\gamma/\Delta l = (1/R)\sin^2\beta. \tag{2.7}$$

La rîndul său vectorul ΔV_2, a cărui mărime este

$$\Delta V_2 = \Delta V\cos\beta\,, \tag{2.8}$$

reprezintă şi el o rotaţie, însă în jurul tangentei (torsiunea);

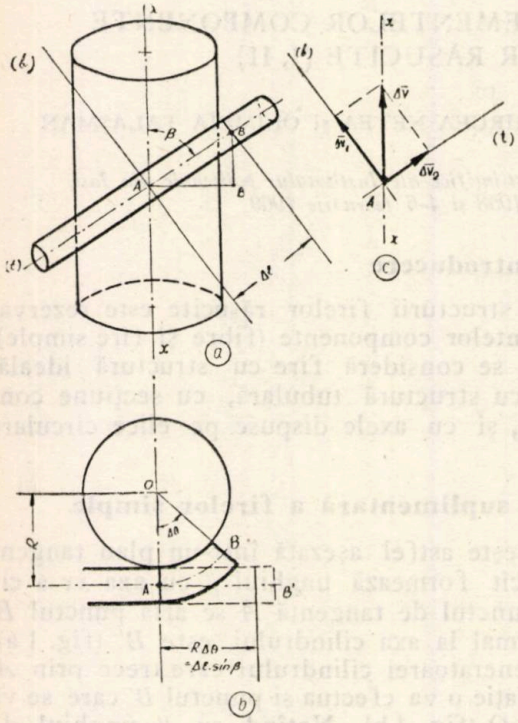


Fig. 1.

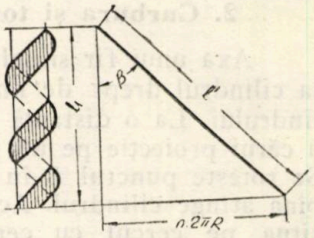


Fig. 2.

acestei rotaţii îi corespunde un unghi $\Delta\varphi$ (unghiul de răsucire), astfel încît

$$\Delta V_2 = C\,\Delta\varphi\,. \tag{2.9}$$

Definind torsiunea ca raport între unghiul de răsucire şi lungimea corespunzătoare de arc, rezultă

$$T_s = \Delta\varphi/\Delta l = (1/R)\sin\beta\cos\beta\,. \tag{2.10}$$

S-a notat această torsiune cu T_s deoarece ea reprezintă tocmai torsiunea suplimentară a firului simplu, cînd acesta se află în structura firului răsucit. În adevăr, secţiunile normale ale firului simplu fiind

solidare cu axa acestuia, unghiul $\Delta\varphi$ reprezintă rotirea secțiunii din B față de secțiunea din A.

Dacă firul simplu posedă și o torsiune inițială T_0, atunci torsiunea sa finală va fi

$$T' = T_0 \pm T_s. \tag{2.11}$$

Notînd cu T_1 torsiunea de răsucire și ținînd seama de relația fundamentală $\operatorname{tg}\beta = RT_1$ rezultă o altă expresie a torsiunii suplimentare, anume:

$$T_s = T_1 \cos^2 \beta. \tag{2.12}$$

Semnele + sau — în formula (2.11) se iau după cum T_1 are același sens sau sens invers cu T_0 (răsucire ZZ sau ZS).

Expresia de mai sus a torsiunii suplimentare este valabilă numai atît timp cît firul ocupă o poziție elicoidală și orice modificare a unghiului β atrage după sine și modificarea lui T_s. De aceea, încercarea de a determina valoarea practică a torsiunii suplimentare prin metode care duc la îndreptarea firului simplu, vor da rezultate eronate.

Fie o lungime l' de fir simplu, din care s-a creat o lungime l_1 de fir răsucit, cu n spire complete și un unghi de răsucire β. După desfășurarea în plan a firului simplu rezultă:

$$l_1 = l' \cos \beta, \tag{2.13}$$

și cum

$$T_1 = n/l_1, \tag{2.14}$$

formula torsiunii suplimentare devine

$$T_s = (n/l') \cos \beta.$$

Dacă prin metoda utilizată firul simplu se îndreaptă, atunci $\beta = 0$ și $\cos \beta = 1$, iar torsiunea suplimentară găsită va fi

$$T'_s = n/l', \tag{2.15}$$

(n și l' nefiind modificate prin îndreptare).

Înlocuind din nou pe l' cu valoarea sa dată de (2.13), rezultă:

$$T'_s = (n/l_1) \cos \beta = T_1 \cos \beta. \tag{2.16}$$

Discordanța dintre (2.12) și (2.16) provine tocmai din cauza poziției firului simplu. Cu această ocazie trebuie remarcată analogia între firele răsucite și firele înfășurate pe o țeavă. Un fir înfășurat pe țeavă ocupă o poziție elicoidală și, datorită acestei forme, el are o torsiune suplimentară. Desfășurarea axială de pe țeavă este echivalentă cu îndreptarea firului la torsiometru, prin distrugerea celorlalte fire componente. În ambele cazuri unghiul β se anulează, fără a se modifica numărul de spire (n) și lungimea de fir (l'). Deci, prin desfășurarea axială, firul capătă un supliment de torsiune, egal cu raportul dintre numărul de spire înfășurate și lungimea corespunzătoare de fir (cf. (2.15)).

3. Poziţia fibrelor în firul simplu

Deşi torsiunea suplimentară a firului simplu, la fel ca şi torsiunea iniţială, este constantă, unghiul de înclinare al fibrelor faţă de axa acestuia variază în lungul fibrei, din cauza deformaţiei firului simplu.

Înainte de a intra în componenţa firului răsucit, firul simplu avea torsiunea iniţială T_0, astfel încît unei distanţe Δl între două secţiuni transversale îi corespundea un unghi de rotaţie

$$\Delta\alpha = T_0 \Delta l . \tag{3.1}$$

O fibră situată într-un strat al firului simplu, de rază a, va avea un unghi de înclinare β_0 faţă de axă, dat de relaţia

$$\operatorname{tg} \beta_0 = a T_0 = a \, \Delta\alpha / \Delta l . \tag{3.2}$$

După ce firul simplu intră în firul răsucit această relaţie rămîne valabilă doar pentru acele fibre cărora le corespunde o lungime de generatoare egală cu Δl. După curbare, lungimea generatoarelor deformate va diferi de la un loc la altul.

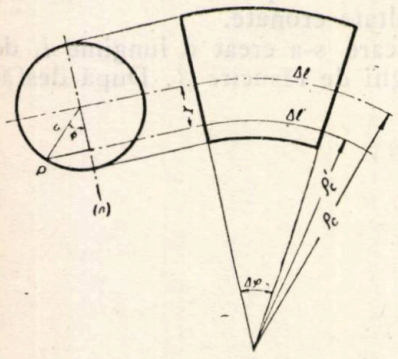


Fig. 3

Fie o fibră situată în stratul de rază a şi un punct al ei, P, a cărui poziţie în secţiunea transversală a firului simplu este caracterizată de unghiul Φ dintre raza ce trece prin P şi normala principală (n). În acest loc lungimea generatoarei va fi $\Delta l'$, căreia îi corespunde o rază de curbură ϱ_c'. Considerînd că axa firului simplu îşi păstrează lungimea iniţială Δl şi că acesteia îi corespunde raza de curbură

$$\varrho_c = R/\sin^2 \beta , \tag{3.3}$$

rezultă din fig. 3 următoarea relaţie

$$\Delta l / \varrho_c = \Delta l' / \varrho_c' . \tag{3.4}$$

Pe de altă parte însă,

$$\varrho_c' = \varrho_c - a \cos \Phi . \tag{3.5}$$

Rezultă

$$\Delta l' = \Delta l \, [1 - (a/R) \sin^2 \beta \cos \Phi] . \tag{3.6}$$

Unghiul $\Delta\alpha$ definit în (3.1) fiind acelaşi pentru orice punct al secţiunii transversale şi înlocuind în relaţia (3.2) pe Δl prin $\Delta l'$, rezultă unghiul de înclinare al fibrei faţă de axa firului simplu, anume

$$\psi = \operatorname{arctg} (a \, \Delta\alpha / \Delta l') = \operatorname{arctg} \, [a R T_0 / (R - a \sin^2 \beta \cos \Phi)] . \tag{3.7}$$

Notînd cu λ raportul dintre numărul de răsuciturі ale firului simplu, așa cum se găsește aceasta în firul răsucit (T'), și numărul de răsuciturі ale acestuia din urmă pe o lungime corespunzătoare a sa, adică

$$\lambda = T'/(T_1 \cos\beta), \tag{3.8}$$

și ținînd seama de (2.11) și (2.12), rezultă în cele din urmă o altă formă a relației (3.7):

$$\operatorname{tg}\psi = aRT_1 \cos\beta\,(\lambda \mp \cos\beta)/(R - a\sin^2\beta\cos\Phi). \tag{3.9}$$

4. Alungirea fibrelor

Fie o porțiune de fir simplu, de lungime Δl, și care prin răsucire nu-și modifică dimensiunile. O fibră situată într-un strat de rază a și avînd față de axa acestuia, înainte de răsucire, un unghi de înclinare β_0, va avea o lungime Δf, dată de relația

$$\Delta f = \Delta l/\cos\beta_0. \tag{4.1}$$

După răsucire intervin următoarele modificări: lungimea de generatoare corespunzătoare punctului P, unde este situat elementul de fibră, devine $\Delta l'$, iar unghiul de înclinare a fibrei devine ψ. Lungimea elementului de fibră, corespunzătoare acestei noi situații ($\Delta f'$) poate fi exprimată cu ajutorul relației

$$\Delta f' = \Delta l'/\cos\psi. \tag{4.2}$$

Din relația (3.7) rezultă

$$\cos\psi = F(\Phi)/\sqrt{F^2(\Phi) + a^2T_0^2}, \tag{4.3}$$

unde s-a notat $F(\Phi) = 1 - (a/R)\sin^2\beta\cos\Phi$.

Ținînd seama de (4.3) și (3.6), relația (4.2) devine:

$$\Delta f' = \Delta l\sqrt{F^2(\Phi) + a^2T_0^2}. \tag{4.4}$$

Alungirea specifică a fibrei, survenită numai în urma răsucirii firului, va fi

$$e_r = \Delta f'/\Delta f - 1. \tag{4.5}$$

Înlocuind în (4.1) pe $\cos\beta_0$ prin

$$\cos\beta_0 = 1/\sqrt{1 + a^2T_0^2} \tag{4.6}$$

și apoi introducînd valorile lui $\Delta f'$ din (4.4) și Δf din (4.1), în (4.5), rezultă

$$e_r = \sqrt{[F^2(\Phi) + a^2T_0^2]/(1 + a^2T_0^2)} - 1. \tag{4.7}$$

Mai departe se presupune că lungimea firului se modifică o dată cu trecerea în firul răsucit și că această modificare are o valoare constantă în lungul firului simplu. Coeficientul de modificare a lungimii

firului simplu (C_s') este definit ca raportul dintre lungimea modificată (l_s sau Δl_s) şi cea iniţială (l sau Δl) a acestui fir

$$C_s' = l_s / l = \Delta l_s / \Delta l . \tag{4.8}$$

Cunoscînd coeficientul de scurtare a firului răsucit (C_{sr}), se determină C_s' cu ajutorul relaţiei simple

$$C_s' = C_{sr} / \cos\beta = C_{sr} \sqrt{1 + R^2 T_1^2} . \tag{4.9}$$

Noii lungimi de fir (Δl_s) îi va corespunde o nouă lungime de generatoare deformată în punctul P, ($\Delta l_s'$), modificată în acelaşi raport ca şi Δl_s. Deci:

$$\Delta l_s' = \Delta l_s F(\Phi) C_s' . \tag{4.10}$$

Unghiul de înclinare a fibrei se modifică şi el o dată cu modificarea torsiunii iniţiale. Aceasta din urmă devine

$$T_0' = T_0 / C_s', \tag{4.11}$$

iar noul unghi de înclinare (ψ') va fi dat de relaţia

$$\cos\psi' = F(\Phi) / \sqrt{F^2(\Phi) + a^2 T_0^2 / C_s'^2} . \tag{4.12}$$

În aceste noi condiţii lungimea elementului de fibră, în poziţia dată de punctul P, se va modifica şi ea, devenind

$$\Delta f_s' = \Delta l_s' / \cos\psi' = \Delta l \sqrt{C_s'^2 F^2(\Phi) + a^2 T_0^2} . \tag{4.13}$$

Alungirea specifică a fibrei, în cazul cînd intervine modificarea lungimii firului simplu, va fi dată deci de

$$e_r' = \Delta f_s' / \Delta f - 1 = \sqrt{[C_s'^2 F^2(\Phi) + a^2 T_0^2] / (1 + a^2 T_0^2)} - 1 . \tag{4.14}$$

Alungirea specifică a fibrei, dată de una din relaţiile (4.7) sau (4.14), este o alungire locală, deoarece ea corespunde unui anumit punct P al fibrei. Deoarece fibra îşi schimbă poziţia în secţiunea normală a firului simplu (unghiul Φ variabil), atunci în locuri diferite ale fibrei vor apare alungiri diferite. Alungirea maximă va corespunde punctului celui mai depărtat de axa de răsucire ($\Phi = \pi$, $\cos\Phi = -1$) şi alungirea minimă, punctului celui mai apropiat de această axă ($\Phi = 0$, $\cos\Phi = 1$). În acest din urmă caz pot apare în fibră alungiri negative (comprimări), dacă

$$C_s' [1 - (a/R) \sin^2\beta] < 1 .$$

În afara alungirilor extreme se poate stabili şi o alungire medie. Aceasta va corespunde, aproximativ, valorii medii a unghiului Φ, ($\Phi_{med} = (2n - 1)\pi/2$), şi, în mod corespunzător, $\cos\Phi_{med} = 0$. Alungirea medie a fibrei va fi atunci

$$e_{rmed}' = \sqrt{(C_s'^2 + a^2 T_0^2) / (1 + a^2 T_0^2)} - 1 . \tag{4.15}$$

Această alungire medie poate fi nulă cînd $C'_s = 1$, sau diferită de zero, cînd $C'_s \neq 1$.

Distribuirea uniformă a alungirilor (și eforturilor) în lungul fibrei, în vederea obținerii alungirii medii, este legată de posibilitatea de alunecare a fibrelor în interiorul firului. Printre factorii care influențează posibilitatea de alunecare a fibrei se numără: lungimea de fibră corespunzătoare variației maxime a alungirilor și forțele transversale de apăsare asupra fibrelor. În ceea ce privește primul factor, acesta se poate determina prin lungimea de fibră corespunzătoare unui unghi $\Phi = \pi$ (de la alungirea minimă la cea maximă). Notînd această lungime cu t, ea va fi egală cu $t = \pi a / \sin \beta_0$. Cu cît torsiunea firului simplu este mai mare cu atît lungimea t este mai mică și posibilitatea de egalizare a eforturilor mai mare. Cu cît torsiunile, atît cea a firului simplu cît și cea de răsucire, sînt mai mari, cu atît presiunile laterale sînt mai mari și este îngreunată alunecarea fibrei.

În afara alungirii născute în operația de răsucire, fibra mai posedă și o alungire inițială. Valoarea acestei alungiri este dată de raportul dintre lungimea fibrei, așa cum se găsește în firul simplu, și lungimea din care a provenit și care era egală cu lungimea benzii de fibre, adică

$$e_0 = \Delta f / \Delta l_0 - 1 = C_s / \cos \beta_0 - 1 , \tag{4.16}$$

unde C_s — coeficientul de scurtare, prin torsionare, a firului simplu.

Înlocuind în (4.16) pe $\cos \beta_0$ cu expresia (4.6) rezultă

$$e_0 = C_s \sqrt{1 + a^2 T_0^2} - 1 . \tag{4.17}$$

Alungirea totală a fibrei, în urma torsiunii și răsucirii, va fi dată de raportul dintre lungimea $\Delta f'_s$, așa cum se găsește fibra în firul răsucit, și lungimea sa inițială Δl_0, adică

$$e_T = \Delta f'_s / \Delta l_0 - 1 . \tag{4.18}$$

Înmulțind și împărțind în (4.18) cu Δf, și ținînd seama că $\Delta f'_s / \Delta f = e_r + 1$ și $\Delta f / \Delta l_0 = e_0 + 1$ rezultă, după înlocuirea lui e_r cu expresia (4.7) și a lui e_0 cu expresia (4.17),

$$e_T = C_s \sqrt{C'^2_s F^2(\Phi) + a^2 T_0^2} - 1 . \tag{4.19}$$

Alungirea totală medie, corespunzătoare unui unghi $\Phi = \pi/2$, va fi

$$e_{T\text{med}} = C_s \sqrt{C'^2_s + a^2 T_0^2} - 1 . \tag{4.20}$$

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologie mecanică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Корицкий К. И., Грилихес Е. А., Косцов А. А., *Крутильное и ниточное производство*, Гизлегпром, М., 1957.
2. Shwartz E. R., Text. Res. J., 1950, *3*.

ИСКАЖЕНИЯ СОСТАВЛЯЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ КРУЧЕННЫХ НИТЕЙ

(Резюме)

Настоящаяа работ содержит три части: а) кривизна и дополнительная крутка пряжи; б) положение волокон в пряже и в) удлинение волокон.

В первой части излагается упрощенное доказательство формулы кривизны и дополнительной крутки при его определении на круткомере, и дополнительная крутка полученная при аксиальном сматывании от початка.

Во второй части дается упрощенное доказательство формулы угла наклона волокон на ось пряжи.

В третьей части устанавливается удлинение волокон внутри крученной нити при сохранении предварительной длины пряжи и при изменении этой длины кручением. Устанавливаются также среднее и общее удлинения волокон.

DEFORMATIONS OF THE COMPONENT ELEMENTS OF PLIED YARNS

(Summary)

The present paper has three parts: a) the curvature and suplimentary twist of single yarns; b) the fibres'position in the single yarn and c) the fibres'elongation.

In the first part is given a simple demonstration of the formula of the single yarn's curvature and suplimentary twist. There are analysed the modification of the suplimentary twist by its determination at the twist tester and the suplimentary twist, obtained by axial upwinding from the cops.

In the second part is given a simple demonstration of the formula of the inclination's angle between fibre and the single yarn's axis.

In the third part is established the fibres'elongation within a plied yarn, firstly when the single maintains its previous length and secondly when this length is modified by plying. The mean elongation and the total elongation are established too.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 621.316.717 ; 621 3.018 44

CALCULUL UNOR CARACTERISTICI DE STRUCTURĂ ALE AMESTECURILOR DE FIBRE TEXTILE

DE
MIŞU ZEIDMAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Caracteristicile de structură despre care se tratează în prezentul articol, sînt: lungimea, volumul şi greutatea, considerate drept caracteristici primitive, şi: numărul de fineţe (în numerotarea inversă), titlul (numărul de fineţe în numerotarea directă), greutatea specifică şi aria secţiunii transversale, considerate drept caracteristici derivate. Astfel, numărul apare ca raportul dintre lungime şi greutate, titlul — ca raport între greutate şi lungime, greutatea specifică — ca raport între greutate şi volum, iar aria secţiunii transversale — ca raport între volum şi lungime.

Fie k grupe de fibre, fiecare grupă posedînd n_i, $(i = 1, 2, \ldots, k)$, fibre de lungime l_i, greutate g_i, volum v_i, număr N_i, titlu T_i, greutate specifică γ_i şi arie a secţiunii transversale A_i. Atunci cînd este vorba de un singur component de fibre format din k grupe se consideră că valorile caracteristicilor nu variază în interiorul grupelor ci numai între grupe. Mai trebuie amintit faptul că gruparea susmenţionată este unică, deoarece ea se face numai pe baza lungimii de fibră. În prezent nu există metode pentru clasarea fibrelor după greutate, volum sau altă caracteristică.

2. Caracteristicile de lungime, greutate şi volum

a) *Determinarea funcţiei de frecvenţă.* Toate cele trei caracteristici menţionate apar drept primitive. Ele se măsoară în unităţi de lungime, respectiv greutate sau volum pe fibră. De aceea, pentru toate aceste trei caracteristici, funcţia de frecvenţă este raportul dintre numărul de fibre n_i aparţinînd clasei i şi numărul total de fibre n

$$a_i = n_i / \sum_{i=1}^{k} n_i = n_i / n . \tag{2.1}$$

Dat fiind că determinarea frecvenţelor a_i este uneori dificilă, acestea se calculează în funcţie de frecvenţele după greutate a_i, cu formula

$$a_i = a_i (N_i / l_i) \left[1 / \sum_{i=1}^{k} (a_i N_i / l_i) \right] . \tag{2.2}$$

Frecvenţele a_i se determină cu uşurinţă prin cîntărirea grupelor de fibre şi apoi prin raportarea acestor greutăţi la suma lor, anume

$$a_i = G_i / \sum_{i=1}^{k} G_i = G_i / G .$$

Exprimarea frecvenţelor α_i prin funcţii de a_i este indispensabilă în cazul amestecurilor.

b) *Calculul valorilor medii.* Valorile medii ale lungimii, respectiv greutăţii şi volumului vor fi date de relaţiile:

$$(2.3)\qquad \bar{l} = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i l_i, \qquad (2.4)\qquad \bar{g} = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i g_i, \qquad (2.5)\qquad \bar{v} = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i v_i.$$

Folosirea formulei (2.2) pentru înlocuirea frecvenţelor α_i conduce la următoarele relaţii:

$$(2.6)\qquad \bar{l} = \left(\sum_{i=1}^{k} a_i N_i\right) \Big/ \sum_{i=1}^{k} (a_i N_i / l_i), \qquad (2.7)\qquad \bar{g} = 1 \Big/ \sum_{i=1}^{k} (a_i N_i / l_i) = 1 \Big/ \sum_{i=1}^{k} (a_i / g_i),$$

$$(2.8)\qquad \bar{v} = \sum_{i=1}^{k} (a_i v_i N_i / l_i) \Big/ \sum_{i=1}^{k} (a_i N_i / l_i) = \sum_{i=1}^{k} (a_i / \gamma_i) \Big/ \sum_{i=1}^{k} (a_i N_i / l_i).$$

c) *Calculul dispersiilor.* Dispersia lungimilor va fi dată de relaţia

$$(2.9)\qquad \sigma^2(l) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i (l_i - \bar{l})^2 = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i l_i^2 - (\bar{l})^2,$$

sau, înlocuind α_i cu expresia dată de (2.2)

$$(2.10)\qquad \sigma^2(l) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i N_i l_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} (a_i N_i / l_i) - (\bar{l})^2.$$

Dispersia greutăţilor este

$$(2.11)\qquad \sigma^2(g) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i (g_i - \bar{g})^2 = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i g_i^2 - (\bar{g})^2,$$

sau înlocuind pe α_i,

$$(2.12)\qquad \sigma^2(g) = \sum_{i=1}^{k} (a_i l_i / N_i) \Big/ \sum_{i=1}^{k} (a_i N_i / l_i) - (\bar{g})^2.$$

Dispersia volumelor este

$$(2.13)\qquad \sigma^2(v) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i (v_i - \bar{v})^2 = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i v_i^2 - (\bar{v})^2,$$

sau, după înlocuirea lui α_i,

$$(2.14)\qquad \sigma^2(v) = \sum_{i=1}^{k} [a_i l_i / (N_i \gamma_i^2)] \Big/ \sum_{i=1}^{k} (a_i N_i / l_i) - (v)^2.$$

d) *Cazul amestecului.* În cazul unui amestec format din k componenţi notaţiile caracteristicilor reprezintă *valori medii pe componenţi* iar mediile acestora reprezintă *media generală pe amestec.* Cu această observaţie toate formulele (2.3)...(2.8) rămîn valabile şi pentru amestec, α_i şi a_i reprezentînd cotele de participare ale componenţilor în amestec, după număr de fibre, respectiv după greutate.

În ceea ce priveşte dispersiile, formulele (2.9)...(2.14) sînt valabile numai pentru *dispersiile exterioare,* adică cele luate între valorile medii ale componenţilor. În cazul cînd fiecare component posedă o dispersie proprie a caracteristicii respective, atunci trebuie adunată dispersia interioară — media dispersiilor componenţilor.

Dispersiile generale ale celor trei caracteristici sînt date de relaţiile:

$$(2.15)\qquad \sigma^2_{gen}(l) = \sigma^2_{int}(l) + \sigma^2_{ext}(l) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \sigma_i^2(l) + \sigma^2_{ext}(l),$$

$$\sigma^2_{gen}(g) = \sigma^2_{int}(g) + \sigma^2_{ext}(g) = \sum_{i=1}^{k} a_i \sigma_i^2(g) + \sigma^2_{ext}(g), \tag{2.16}$$

$$\sigma^2_{gen}(v) = \sigma^2_{int}(v) + \sigma^2_{ext}(v) = \sum_{i=1}^{k} a_i \sigma_i^2(v) + \sigma^2_{ext}(v), \tag{2.17}$$

unde $\sigma_i^2(l), \sigma_i^2(g), \sigma_i^2(v)$ reprezintă dispersia componentului i (respectiv la lungime, greutate sau volum). Atît σ_i^2 cît şi σ^2_{ext} se calculează după formule de acelaşi tip: (2.9)...(2.14).

3. Numărul de finețe (în numerotarea inversă)

a) *Determinarea funcției de frecvență.* În oricare din sistemele de numerotare inversă (sistem metric, englez etc.), numărul de finețe reprezintă raportul între lungime şi greutate, cu alte cuvinte numărul de unităţi de lungime cuprinse într-o unitate de greutate. Deci unitatea statistică pentru număr este unitatea de greutate a fibrelor. Funcţia de frecvenţă reprezintă raportul dintre numărul unităţilor de greutate ale grupei şi suma acestor greutăţi, adică

$$a_i = G_i / G = G_i / \sum_{i=1}^{k} G_i. \tag{3.1}$$

Înlocuind aici greutatea unei grupe de fibre prin $G_i = n_i g_i$ şi simplificînd prin n (care este o constantă generală), rezultă:

$$a_i = \alpha_i g_i / \sum_{i=1}^{k} \alpha_i g_i = \alpha_i g_i / \bar{g}, \tag{3.2}$$

b) *Calculul valorii medii.* Valoarea medie a numărului de finețe se va calcula deci cu relaţia:

$$\bar{N} = \sum_{i=1}^{k} a_i N_i. \tag{3.3}$$

c) *Calculul dispersiei.* Dispersia se determină cu ajutorul relaţiei

$$\sigma^2(N) = \sum_{i=1}^{k} a_i (N_i - \bar{N})^2 = \sum_{i=1}^{k} a_i N_i^2 - (\bar{N})^2. \tag{3.4}$$

d) *Cazul amestecului.* În cazul amestecului formula numărului mediu (3.3) rămîne valabilă, iar formula dispersiei se transformă în:

$$\sigma^2_{gen}(N) = \sum_{i=1}^{k} a_i \sigma_i^2(N) + \sum_{i=1}^{k} a_i N_i^2 - (\bar{N})^2, \tag{3.5}$$

unde primul termen din membrul drept reprezintă media dispersiilor componenţilor (dispersia interioară), iar următorii doi termeni — dispersia între componenţi (dispersia exterioară).

În cazul amestecului, a_i reprezintă cotele de participare, după greutate, ale componenţilor în amestec, iar N_i şi $\sigma_i^2(N)$ reprezintă numerele medii, respectiv dispersiile, pe componenţi.

4. Titlul (numărul de finețe în numerotarea directă)

a) *Determinarea funcției de frecvență.* În oricare din sistemele de numerotare directă (titlul internaţional, numărul TEX etc.), numărul reprezintă raportul dintre greutate şi lungime, cu alte cuvinte, numărul unităţilor de greutate conţinute într-o unitate de lungime de fibră. Deci, unitatea statistică pentru titlu este unitatea de lungime. Funcţia de frecvenţă reprezintă aşadar raportul dintre numărul unităţilor de lungime de fibră ale grupei şi suma tuturor acestor lungimi, adică:

$$\lambda_i = L_i/L = L_i / \sum_{i=1}^{k} L_i . \tag{4.1}$$

Înlocuind aci lungimea însumată a fibrelor dintr-o grupă prin $L_i = n_i l_i$ şi simplificînd cu n, rezultă:

$$\lambda_i = a_i l_i / \overline{l} = a_i l_i / \sum_{i=1}^{k} a_i l_i . \tag{4.2}$$

Se obţine o formulă mai practică pentru calculul frecvenţelor prin înlocuirea în (4.2) a lui a_i cu valoarea sa dată de relaţia (2.2); se obţine:

$$\lambda_i = a_i N_i / \sum_{i=1}^{k} a_i N_i . \tag{4.3}$$

b) *Calculul valorii medii.* Cu frecvenţele λ_i titlul mediu va fi

$$\overline{T} = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i T_i . \tag{4.4}$$

Înlocuind aci pe λ_i cu expresia dată de (4.3) şi ţinînd seama de faptul că produsul dintre număr şi titlu este o constantă ($N_i T_i = K$), rezultă:

$$\overline{T} = 1 / \sum_{i=1}^{k} (a_i / T_i) . \tag{4.5}$$

c) *Calculul dispersiei.* Dispersia se calculează cu ajutorul relaţiei:

$$\sigma^2(T) = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i (T_i - \overline{T})^2 = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i T_i^2 - (\overline{T})^2, \tag{4.6}$$

sau, înlocuind pe λ_i cu expresia (4.3), se obţine

$$\sigma^2(T) = \sum_{i=1}^{k} a_i T_i / \sum_{i=1}^{k} (a_i / T_i) - (\overline{T})^2. \tag{4.7}$$

d) *Cazul amestecului.* În cazul unui amestec rămîne valabilă formula mediei (4.5), iar dispersia devine:

$$\sigma^2_{gen}(T) = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i \sigma_i^2(T) + \sum_{i=1}^{k} \lambda_i T_i^2 - (\overline{T})^2 , \tag{4.8}$$

unde primul termen din membrul drept reprezintă media dispersiilor componenţilor (dispersia interioară), iar următorii termeni — dispersia exterioară.

În cazul amestecului λ_i reprezintă cotele de participare, după lungimea fibrelor, a componenţilor în amestec, iar T_i şi $\sigma_i^2(T)$ — titlurile medii, respectiv dispersiile titlului, pe componenţi.

5. Greutatea specifică a fibrelor

a) *Determinarea funcţiei de frecvenţă.* Exprimînd greutatea specifică a fibrelor prin raportul dintre greutatea şi volumul lor, rezultă că această caracteristică reprezintă numărul unităţilor de greutate cuprinse într-o unitate de volum de fibră. Deci, unitatea statistică pentru greutate specifică este unitatea de volum. Funcţia de frecvenţă reprezintă astfel raportul dintre volumul însumat al fibrelor unei grupe şi volumul total al grupelor, adică:

$$b_i = V_i / V = V_i / \sum_{i=1}^{k} V_i . \tag{5.1}$$

Înlocuind $V_i = n_i v_i$ şi simplificînd cu n, rezultă:

(5.2) $$b_i = a_i v_i / \overline{v} = a_i v_i / \sum_{i=1}^{k} a_i v_i .$$

Se obţine o formulă mai practică prin înlocuirea lui a_i cu expresia (2.2) şi a lui v_i prin raportul $v_i = g_i / \gamma_i$; rezultă

(5.3) $$b_i = (a_i / \gamma_i) / \sum_{i=1}^{k} (a_i / \gamma_i).$$

b) *Calculul valorii medii.* Cu frecvenţele b_i greutatea specifică medie va fi:

(5.4) $$\overline{\gamma} = \sum_{i=1}^{k} b_i \gamma_i ,$$

sau, prin înlocuirea lui b_i cu expresia (5.3):

(5.5) $$\overline{\gamma} = 1 / \sum_{i=1}^{k} (a_i / \gamma_i) .$$

c) *Calculul dispersiei.* Dispersia este dată în acest caz, de relaţia:

(5.6) $$\sigma^2(\gamma) = \sum_{i=1}^{k} b_i (\gamma_i - \overline{\gamma})^2 = \sum_{i=1}^{k} b_i \gamma_i^2 - (\overline{\gamma})^2 ,$$

sau, înlocuind pe b_i cu expresia (5.3), se obţine

(5.7) $$\sigma^2(\gamma) = \sum_{i=1}^{k} a_i \gamma_i / \sum_{i=1}^{k} (a_i / \gamma_i) - (\overline{\gamma})^2 .$$

d) *Cazul amestecului.* În cazul unui amestec rămîne valabilă formula mediei (5.4) sau (5.5), iar dispersia devine:

(5.8) $$\sigma^2_{\text{gen}}(\gamma) = \sum_{i=1}^{k} b_i \sigma_i^2(\gamma) + \sum_{i=1}^{k} b_i \gamma_i^2 - (\overline{\gamma})^2 ,$$

unde primul termen din membrul drept reprezintă dispersia interioară, iar următorii termeni — dispersia exterioară a amestecului, după greutatea specifică a fibrelor. În cazul amestecului b_i reprezintă cotele de participare, după volumul fibrelor, a componenţilor în amestec, iar γ_i şi $\sigma_i^2(\gamma)$ — greutăţile specifice medii, respectiv dispersiile greutăţii specifice, pe componenţi.

6. Aria secţiunii transversale a fibrelor

a) *Determinarea funcţiei de frecvenţă.* Exprimînd aria secţiunii transversale a fibrelor prin raportul dintre volumul şi lungimea fibrei, rezultă că această caracteristică reprezintă numărul unităţilor de volum cuprinse într-o unitate de lungime de fibră. Deci unitatea statistică pentru aria secţiunii transversale este unitatea de lungime. Funcţia de frecvenţă este dată, aşadar, ca şi în cazul titlului, de relaţia (4.2) sau (4.3), sau, dacă înlocuim $N_i = K/T_i$, rezultă

(6.1) $$\lambda_i = (a_i / T_i) / \sum_{i=1}^{k} (a_i / T_i) .$$

b) *Calculul valorii medii.* Cu frecvenţele λ_i aria medie a secţiunii transversale a fibrelor (dacă nu se ţine seama de variaţia grosimii fibrelor în lungul lor) va fi:

(6.2) $$\overline{A} = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i A_i ,$$

sau, înlocuind pe λ_i cu relaţia (4.3) şi avînd în vedere că $A_i = 1/(N_i \gamma_i)$ rezultă:

$$\bar{A} = \sum_{i=1}^{k} a_i N_i A_i / \sum_{i=1}^{k} a_i N_i = \sum_{i=1}^{k} (a_i / \gamma_i) / \sum_{i=1}^{k} [a_i / (A_i \gamma_i)] . \tag{6.3}$$

c) *Calculul dispersiei.* Dispersia se calculează cu relaţia:

$$\sigma^2(A) = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i (A_i - \bar{A})^2 = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i A_i^2 - (\bar{A})^2 . \tag{6.4}$$

Înlocuind aici pe λ_i cu expresia (4.3), se obţine:

$$\sigma^2(A) = \sum_{i=1}^{k} a_i N_i A_i^2 / \sum_{i=1}^{k} a_i N_i - (\bar{A})^2 = \sum_{i=1}^{k} (a_i A_i / \gamma_i) / \sum_{i=1}^{k} [a_i / (A_i \gamma_i)] - (\bar{A})^2 . \tag{6.5}$$

d) *Cazul amestecului.* În cazul amestecului rămîne valabilă formula mediei (6.2) sau (6.3) iar dispersia devine:

$$\sigma^2_{gen}(A) = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i \sigma_i^2(A) + \sum_{i=1}^{k} \lambda_i A_i^2 - (\bar{A})^2 , \tag{6.6}$$

unde primul termen din membrul drept reprezintă dispersia interioară iar următorii termeni — dispersia exterioară a ariilor secţiunii transversale ale fibrelor. În cazul amestecului λ_i reprezintă cota de participare, după lungimea fibrelor, a componenţilor în amestec, iar A_i şi $\sigma_i^2(A)$ — ariile medii ale secţiunii transversale, respectiv dispersiile acestor arii, pe componenţi.

7. Concluzii

Relaţiile stabilite mai sus, privind caracteristicile de structură ale fibrelor, oferă posibilitatea unui calcul corect şi au o importanţă deosebită în cazul amestecurilor eterogene de fibre textile. Pornind de aci se pot calcula caracteristicile corespunzătoare ale firelor.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologie mecanică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Sevostianov A. G., *Alcătuirea amestecurilor şi amestecarea în filatura de bumbac*, I.D.T., Buc., 1954, (trad. din l. rusă).

ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ СТРУКТУРНЫХ СВОЙСТВ СМЕСЕЙ ТЕКСТИЛЬНЫХ ВОЛОКОН

(Резюме)

Определяются формулы вычисления некоторых структурных свойств текстильных волокон: длина, вес, объем, номер, титр, удельный вес, площадь поперечного сечения. Для каждой характеристики вычисляются: функция распределения, средняя величина, дисперсия и дисперсия смеси.

ON THE CALCULATION OF SOME STRUCTURAL PROPERTIES OF TEXTILE FIBRES BLENDS

(Summary)

Formulae are derived for the calculation of some structural properties of textile fibres: length, weight, volume, count, denier, specific weight, cross-section area. It is further given frequency function, mean value, variance and blend's variance.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C Z. 677.41 ; 638.2

PROBLEMA MĂTASEI ÎN R. P. R.

DE

IOSIF IONESCU-MUSCEL, D. RUSU, I. VLAD şi GH. TOMA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

Plenara C. C. al P. M. R. din luna noiembrie 1958 a stabilit pentru anul 1959 o creştere cu 53% a investiţiilor în ramura industriei bunurilor de consum. Plenara a trasat concomitent şi sarcina îmbunătăţirii corelaţiei dintre baza de materii prime şi producţia industrială a unor bunuri principale de consum.

În legătură cu producţia şi calitatea lînei s-a prevăzut creşterea rapidă a producţiei interne de lînă fină şi semifină în aşa fel încît importul acestei materii prime să fie considerabil redus în anii următori, iar fondurile eliberate să poată fi întrebuinţate pentru înzestrarea tehnică a industriei [1]).

Lucrările Plenarei C. C. al P. M. R. din 3–5 decembrie 1959 au scos în relief faptul că în 1960 producţia mijloacelor de producţie (grupa *A*) va creşte cu 14,6% faţă de anul 1959, iar producţia bunurilor de consum (grupa *B*), dispunînd de o bază sporită de materii prime interne, va creşte cu 13%.

Dezvoltarea bazei proprii de materii prime, prin folosirea raţională a resurselor de care dispune ţara noastră, constituie o condiţie esenţială pentru lărgirea ramurilor industriei uşoare, care contribuie nemijlocit la satisfacerea cerinţelor materiale a celor ce muncesc. Industria uşoară utilizează în cea mai mare parte materii prime agricole. Se desprinde concluzia că agricultura trebuie să furnizeze cantităţile de materii prime care să acopere nevoile principale ale industriei textile, de pielărie şi încălţăminte.

Una din ramurile solicitate pentru acest scop este sericicultura. Consumul de gogoşi de mătase a sporit în 1957 cu 26% faţă de anul 1953. Producţia internă crescîndă a gogoşilor de mătase a fost în măsură să asigure integral necesarul pentru consumul industrial în ţesătoriile de mătase. O bună parte a cererii de ţesături fine este satisfăcută însă prin producţia de fire obţinute prin procedee fizico-chimice, pe bază de polimeri naturali, iar în ultimul timp şi prin producţia de fibre pe bază de polimeri sintetici.

Energia cu care s-a păşit în ţara noastră la fabricarea firelor din polimeri sintetici (relon, rolan şi teran) nu slăbeşte cu nimic poziţia mătasei pe scara materiilor prime textile. În realitate, sericicultura în R. P. R. străbate şi ea o perioadă de înflorire, situîndu-se pe culmi neatinse în trecut. Ea se dezvoltă atît pe latura creşterii larvelor producătoare de mătase cît şi pe latura culturii dudului.

În cele ce urmează se arată pe scurt realizările în aceste două direcţii, în anii puterii populare.

---

[1]). Ionescu-Muscel, Rusu D., *Cercetări asupra calităţii lînii în R. P. R.*, comunicare prezentată la filiala Iaşi a Acad. R. P. R., 17 mai 1958.

2. Cultura dudului

Dudul se cultivă pentru frunza lui, care serveşte ca hrană larvelor producătoare de mătase, pentru fructele din care se fac: dulceaţă, marmeladă, rachiu şi hrană pentru păsări, pentru protecţia lanurilor împotriva curenţilor de aer (perdele) şi pentru gardurile vii care servesc ca împrejmuire.

Din punct de vedere al mărimii şi formei, se deosebesc următoarele tipuri de duzi: cu trunchi înalt (1,5...2 m), cu trunchi mijlociu (0,80...1,20 m), cu trunchi pitic (0,30...0,60 m), în formă de tufă (prezintă avantajul că dau frunză recoltabilă în primii ani după plantare şi dezavantajul că frunza se murdăreşte şi se îmbolnăveşte mai uşor) şi în formă de gard viu.

Dispunînd de duzi cultivaţi în toate aceste forme, sericicultorii au posibilitatea să recolteze frunză fragedă în serii succesive, pe durata aprilie–septembrie (4...5 serii).

Cultura duzilor se face în curţile şi grădinile gospodăriilor particulare, pe liziera căilor rutiere şi în masiv. Duzii se îngrijesc mai bine în masiv. Duzii de lizieră, trebuind să li se taie coroana din necesitatea degajării liniilor telefonice, scapă deseori de sub observaţia sericicultorilor, care sînt interesaţi pentru o tăiere raţională, în care frunza să fie valorificată.

Regiunile mai bogate în duzi sînt: Craiova, Bucureşti, Piteşti şi Timişoara.

Pînă în anul 1944, marea majoritate a duzilor se plantau haotic, într-o răspîndire foarte variată în diferite regiuni ale ţării. Numai duzii de pe marginea drumurilor se plantau dirijat.

Prin legea sericicolă nr. 113/1947 şi printr-o serie de hotărîri ale Consiliului de Miniştri din anii care au urmat, s-a dat o orientare nouă în ce priveşte extinderea plantaţiilor de duzi şi s-a reglementat folosirea de către sericicultori a frunzei din duzii proprietatea statului.

Ca urmare, în anii 1951...1958 au fost plantaţi circa 2 000 000 duzi, inclusiv duzii în masiv de pe 1 700 ha. Ministerul Transporturilor şi Telecomunicaţiilor (conf. H. C. M. 122/1955) a plantat 225 000 duzi pe liziera căilor rutiere şi sub formă de perdele de-a lungul căilor ferate, iar Ministerul Agriculturii şi Silviculturii a plantat 900 000 duzi pitici (tufe) şi a organizat reţeaua de pepiniere care să asigure programul de dezvoltare a plantaţiilor de dud.

Cele mai mari pepiniere pentru duzi se găsesc în regiunea Timişoara, la Valul lui Traian regiunea Constanţa, la Calomfireşti, Lehliu, Bălănoaia în regiunea Bucureşti, la Sadova, Maglavit, Văleni şi Vlădila în regiunea Craiova, la Dărîmaţi şi Saringa în regiunea Ploeşti, la Bucecea în regiunea Suceava, la Mătăsari, Crînguri şi Căzăneşti în regiunea Piteşti etc.

Ministerul Agriculturii şi Silviculturii a prevăzut şi îngrăşămintele agricole necesare şi a intensificat opera de valorificare a unor terenuri degradate şi a unor terenuri nisipoase pentru a fi cultivate cu duzi.

Acestui scop i-au fost destinate 20 000 ha în regiunea Craiova, 4 000 ha în regiunea Baia Mare, 4 500 ha în regiunea Constanţa etc. Aici plantaţia duzilor s-a făcut şi în forme combinate cu trunchi înalt, pitici, garduri vii.

Greutăţile de ordin organizatoric au permis îndeplinirea planului de extindere a plantaţiilor de dud în proporţie de numai 60%. Totuşi, s-a înlocuit, pe scară largă, dudul comun cu dudul altoit, care produce o mai mare cantitate de frunză şi s-a întocmit un program al tăierilor de regenerare a duzilor de pe marginea drumurilor. Această tăiere se face pentru corectarea defectelor de creştere şi pentru mărirea cantităţii de frunză.

Tăierea duzilor se face într-un anumit fel pentru formarea coroanei şi în alt fel pentru înlăturarea lăstarilor inutili şi a ramurilor lacome.

S-au luat măsuri mai eficace pentru respectarea următoarelor reguli la culegerea frunzei: a) ca măsură de protecţie a duzilor, în primii ani de recoltare se culeg numai circa 20% din frunzele plantei, restul fiind necesar proceselor de sinteză şi asimilare (după 10 ani de la plantare se recoltează circa 60% din frunză); b) pentru ruperea frunzei se trece lăstarul prin mîna strînsă numai pînă cînd mîna ajunge în apropierea vîrfului lăstarului; vîrful se protejează, pentru a feri lăstarul de a se usca; c) pentru prospeţimea frunzei, culesul se face dimineaţa, după ce se ridică roua şi seara, după potolirea arşiţei.

S-a trecut la sădirea cu duzi a perdelelor de protecţie în izlazuri şi la plantarea cu duzi a curţilor gospodăriilor din unele regiuni; regiunea Craiova este fruntaşă în ce priveşte împrejmuirea caselor cu pomi fructiferi, inclusiv cu duzi.

Plantaţiile de duzi se vor continua chiar acolo unde deocamdată nu se practică încă sericicultura. În acest mod întreaga populaţie de la sate va fi antrenată în creşterea larvelor de mătase.

Se duce o vie acţiune pentru lichidarea omizii păroase a dudului.

Distribuţia raţională a seminţei este condiţionată de o evidenţă îngrijită a duzilor din diferite regiuni. În prezent se întocmeşte din nou o asemenea evidenţă.

3. Creşterea larvelor producătoare de mătase

Pînă în anul 1944, sămînţa (ouăle) care se distribuia crescătorilor de către organele de stat (contra cost) era de import şi de rase nepotrivite condiţiilor din ţara noastră. Ca urmare, recoltele de gogoşi de mătase erau slabe şi de calitate inferioară.

Statul dispunînd de o filatură de mătase la Lugoj, prelua gogoşile numai de la crescătoriile din fostele judeţe Caraş, Arad, Timiş şi Mehedinţi. Se achiziţionau numai 40...90 t gogoşi.

Neexistînd un comerţ al gogoşilor de mătase, crescătorii din restul ţării erau siliţi să le devideze cu mijloace rudimentare şi prin procedee care atingeau pierderi de circa 50% din fibra nobilă (grej).

Legea sericicolă nr. 13/1947 şi unele hotărîri ale Consiliului de Miniştri au reglementat asigurarea seminţei în cantitate suficientă, care să fie produsă în ţară, de fluturi din rase corespunzătoare condiţiilor de la noi. Printre problemele vii care au fost rezolvate sînt: introducerea tehnicii noi în sericicultură, ridicarea nivelului profesional al crescătorilor de viermi de mătase, rentabilizarea acestei ramuri economice, introducerea şi dezvoltarea sericiculturii în regiunile din Moldova, nordul şi centrul Ardealului (regiuni caracteristice printr-o stare înapoiată din punct de vedere al creşterii viermilor de mătase) şi organizarea unei pieţe dirijate, unde producătorii să-şi valorifice recoltele de gogoşi de mătase.

Datorită măsurilor complexe care au decurs din aceste hotărîri s-a ajuns la situaţia că în anul 1958 să se producă în ţară cantitatea record de 839 kg sămînţă de mătase faţă de 93 kg, cît s-a produs în anul 1946.

În anul 1940 au fost importate 500 kg sămînţă de mătase pe cînd în anul 1958 au fost importate numai 5 kg şi aceasta pentru scopuri de cercetări ştiinţifice, în vederea obţinerii şi statornicirii în sericicultura noastră a hibrizilor mai productivi.

La noi se cultivă mai mult rase cu gogoşi galbene. S-au luat măsuri să se dezvolte şi creşterea viermilor cu gogoşi albe, borangicul alb fiind cerut pentru confecţionarea maramelor.

Crescătorii au fost îndrumaţi să renunţe la creşterea viermilor pe podele şi să construiască paturi, să dezinfecteze şi să aerisească încăperile de creştere, să-şi asigure crengile de stejar, paiele de rapiţă, muştar sălbatic, pir, umbra iepurelui etc., pentru perioada de îngogoşare, prevenindu-se astfel formarea gogoşilor duble care constituie un material de calitatea II-a.

Au fost popularizate metodele de combatere a bolilor care atacă frunza de dud. Asemenea boli nu numai că nimicesc treptat duzii dar frunza lor influenţează negativ creşterile de viermi.

În staţia sericicolă Orşova (reorganizată), în staţiile Cislău şi Băneasa (înfiinţate de curînd), au fost cercetate şi rezolvate parţial sau total problemele referitoare la crearea de hibrizi, prin selecţie şi încrucişări, reducerea ciclului de creştere, stabilirea numărului optim de hrăniri, obţinerea regimului de creşteri repetate în acelaşi an, altoirea duzilor cu soiuri aduse din U. R. S. S., R. P. Chineză şi Italia, (soiuri producătoare de frunză fragedă în etape diferite pentru creşterile repetate), înlocuirea frunzei de dud în vîrsta I-a (în primele 5...6 zile) cu lăptucă, salată şi frunză de păpădie, prevenirea bolilor la duzi şi la larve etc.

Îmbunătăţirea calităţii gogoşilor a dat posibilitate filaturii Lugoj să reducă indicele de consum de la 4,5 kg la 3,5 kg gogoşi pentru un kg fir de mătase.

Printre metodele tehnice noi care au ridicat nivelul sericiculturii noastre se menţionează: a) scurtarea ciclului de evoluţie larvară prin administrarea în timpul nopţii a încă 2...3 prînzuri (digestia durează circa 3 ore, după care se poate da o nouă porţie de frunză; b) creşterea repetată bazată pe folosirea seminţei de rasă corespunzătoare, exploatarea raţională a duzilor în întreaga perioadă aprilie-septembrie, condiţionarea atmosferei în camerele de creştere la maximum 25°C şi 60...65% umiditate relativă prin ţinerea ferestrelor şi uşilor astupate cu perdele în zilele de vară, aerisirea făcîndu-se în

timpul nopţii, în timpul ploilor şi în primele ore ale dimineţii, prin stropirea podelei sau întinderea cearceafurilor umede în jurul paturilor de creştere în zilele de vară, prin stropirea frunzei în vîrstele III...V (cu excepţia orelor din apropierea somnului, imediat după deşteptare şi din timpul îngogoşării),

În regiunile de şes, în lunile iulie şi august, creşterea se întrerupe şi se reia în lunile septembrie şi octombrie.

Creşterile repetate nu se fac într-un mod rigid, trebuind adaptate la specificul regiunilor, avîndu-se în vedere data sosirii brumelor de toamnă care distrug frunza.

În regiunile de şes se pot face 4...5 creşteri, iar în regiunile de deal 3 creşteri (se renunţă la creşterile din lunile septembrie şi octombrie).

Trecîndu-se la creşteri repetate, producţia anuală globală de gogoşi poate să crească cu 40%.

Scurtarea cu 14 zile a ciclului de viaţă larvară în vîrstele I...IV se mai realizează folosind temperatura de 28°C ... 30°C în camerele de creştere.

În timpul vîrstei a V-a, care se caracterizează prin dezvoltarea glandei sericigene a larvei şi care, prin urmare, trebuie să fie cît mai lungă, temperatura trebuie scăzută la 23°C. Prin acest procedeu se obţine o creştere cu circa 10% în producţia de gogoşi şi o economie de 7 zile muncă (se socoteşte 0,5 zile muncă pentru fiecare zi de viaţă larvară într-o creştere de 10 g sămînţă), adică o creştere globală cu 30% a venitului crescătorului. De asemenea, se raţionalizează timpul pentru creşterile repetate.

Combătîndu-se vechile practici de incubare, care constau în purtarea seminţei în sîn, dispunerea ei sub cloşcă sau suspendată de frînghie, la soare, în săculeţe sau aşezarea ei lîngă sobă, în prezent se distribuie crescătorilor larve mici, obţinute pe baza unei incubări îngrijite, condusă de specialişti.

În anul 1958, circa 84% din sericicultura noastră s-a bazat pe distribuirea larvelor, în loc de sămînţă. Pentru 1959 s-a realizat incubarea în proporţie de 95% de către unităţile D.C.A. tinzîndu-se spre realizarea devizei „o larvă, o gogoaşă". De asemenea s-a popularizat un anumit model de pat de creştere a larvelor în condiţiuni mai bune.

S-au luat măsuri pentru construirea, cu posibilităţi locale, de noi localuri sericicole în apropierea plantaţiilor de duzi. S-au construit şi amenajat cuptoare fixe „Simplex" pentru etufarea şi uscarea raţională a gogoşilor şi au fost organizate cuptoare mobile. Prin răspîndirea acestor cuptoare s-a eliminat necesitatea transportării la distanţe mari a gogoşilor verzi şi prin aceasta s-a evitat degradarea lor.

În prezent filatura de la Lugoj lucrează cu toată capacitatea, tot anul, în trei schimburi. Pînă în anul 1949 ea lucra numai 3 luni pe an, datorită lipsei de gogoşi de mătase.

Au fost începute lucrările necesare pentru dublarea pînă în 1961, a capacităţii ei de producţie.

Cantitatea de ţesături de mătase a crescut în 1959 de circa 16 ori faţă de 1948.

4. Perspectivele dezvoltării producţiei de mătase

Din 1949, valorificarea producţiei de gogoşi de mătase fiind organizată de stat, au fost stabilite preţuri stimulatorii şi s-a intensificat încheierea de contracte economice, în special începînd din anul 1956. În 1958, peste 100 000 crescători au contractat cu unităţile Direcţiei Colectărilor şi Achiziţiilor (D. C. A.) din Ministerul Industriei Bunurilor de Consum.

Sămînţa, materialele dezinfectante şi de întreţinere a larvelor se dau gratuit contractanţilor.

În 1958 au fost recoltate 900 t gogoşi, depăşindu-se pentru prima oară sarcinile de plan, iar în 1959 au fost recoltate circa 1 200 t gogoşi. Regiunea Craiova a produs 30% din producţia întregii ţări, regiunea Bucureşti 25%, iar regiunea Piteşti 11%. Aceasta arată cît de mari sînt rezervele pe care le reprezintă celelalte regiuni, pentru dezvoltarea sericiculturii noastre.

Cu toate imensele progrese de ordin sericicol, realizate în anii puterii populare, posibilităţile unei şi mai mari creşteri sînt departe de epuizare.

Proporţia gogoşilor cu pereţii tari (cele mai bune pentru grej) este în descreştere (90%), iar a celor cu înveliş alb şi cu defecte, este în creştere. Aceasta este o dovadă a neglijenţei crescătorilor, cu urmări negative sub formă de creşterea consumului specific şi înrăutăţirea calităţii firelor. Consumul specific al gogoşilor este încă prea mare.

Analizînd consumul specific realizat din gogoşile produse în anul 1958, pe fiecare regiune în parte (tabelul 1), se constată că regiunile Galaţi, Timişoara, Craiova şi Piteşti sînt singurele care produc gogoşi de mătase mai bune, cu consum specific mai redus decît consumul specific mediu, care este de 3,850 kg gogoşi.

Dacă celelalte regiuni ar fi fost la nivelul regiunii Galaţi, s-ar fi realizat o creştere de 77 000 m ţesături de mătase.

În 1958 au fost instruiţi 450 agenţi sericicoli iar în 1959 au fost instruiţi 500. Numărul lor fiind prea mic într-o perioadă cînd trecem de la o sericicultură sezonieră la alta continuă, pregătirea cadrelor corespunzătoare rămîne o sarcină de prim ordin.

S-a făcut o fericită delimitare a sarcinilor care revin instituţiilor de cercetare, organelor Ministerului Agriculturii şi Silviculturii, ale Sfaturilor Populare şi ale Ministerului Industriei Bunurilor de Consum în problemele de dezvoltare a bazei furajere, de incubare, de contractare, achiziţionare şi de pregătire a crescătorilor pentru o sericicultură mai înaintată.

Astăzi sînt create condiţiile unei mai strînse colaborări între aceşti factori, de o parte, şi producătorii, de altă parte.

În prezent, unităţile G.A.S. şi G.A.C. dispun de posibilităţi lărgite.

Tabelul 1

Regiunea	Consumul specific kg
Galaţi	3,52
Timişoara	3,52
Piteşti	3,63
Craiova	3,73
Bucureşti	3,77
Ploeşti	3,94
Bacău	3,96
Constanţa	3,96
Cluj	3,88
Aut. Maghiară	4,03
Deva	4,03
Baia Mare	4,04
Iaşi	4,07
Oradea	4,11
Stalin	4,12
Suceava	4,12

Prin coordonarea eforturilor din partea factorilor meniţi să sprijine acest sector, este necesar ca distribuţia seminţei să se facă în cantităţi care să concorde cu întinderile, numărul duzilor şi condiţiile de lucru de care dispune fiecare unitate agricolă.

Filialele ASIT contribuie şi ele ţinînd o legătură strînsă cu organele agricole în vederea organizării de consfătuiri regionale şi conferinţe menite să introducă tehnica sericicolă nouă.

Din iniţiativa Consiliului Central ASIT, în martie 1959, s-au întrunit la Bucureşti, în consfătuire pe ţară, pentru analiza posibilităţilor de dezvoltare a sericiculturii în ţara noastră, fruntaşii crescători de viermi de mătase din G.A.C. şi din întovărăşirile agricole, inginerii şi tehnicienii din agricultură şi din industria uşoară şi au constatat următoarele:

a) în 1958, cantitatea de gogoşi intrată în producţie a fost de 10 ori mai mare decît în 1938 şi de 8 ori mai mare decît în 1948;

b) calitatea gogoşilor s-a îmbunătăţit; în loc de 4,670 kg gogoşi pentru 1 kg fir mătase, consumul specific s-a redus la 3,850 kg gogoşi;

c) în anul 1959 recolta de gogoşi a crescut la 1 200 tone. Aceasta a fost posibilă datorită dezvoltării plantaţiilor de dud şi ridicării nivelului tehnico-profesional al producătorilor şi aplicării în producţie a metodelor sericicole noi, experimentate în staţiile sericicole.

Este îmbucurător faptul că populaţia de la sate a început să se familiarizeze cu ideea că sericicultura este o ramură anexă care permite valorificarea la maximum a braţelor de muncă disponibile şi a timpului de care dispun chiar bătrînii şi copiii.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de economie de ramură
şi
Catedra de materii prime textile

BIBLIOGRAFIE

1. Gheorghiu-Dej Gh., *Cuvîntare rostită la Congresul fruntaşilor din G.A.C.*, ESPLP, Buc., 1953.
2. Bardadimov P. A. şi Bakkun N. K., *Merceologia produselor textile*, Ed. Tineretului, Buc., 1954, (trad. din l. rusă).

3. Haşeganu M., *Geografia economică a R.P.R.*, Ed. Ştiinţ., Buc., 1956.
4. Iausmann R., *Neues grosses Handbuch der Textilkunde*, Giessen, 1956.
5. Kukin G. A. şi colab., *Studiu teoretic al fibrelor textile*, IDT, Buc., 1957, (trad. din l. rusă).
6. Soloviev A. H. şi colab., *Analiza materialelor textile*, IDT, Buc., 1957, (trad. din l. rusă).
7. * * * *Documente referitoare la consfătuirea ASIT din 1959 a tehnicienilor din industria mătasei şi a delegaţilor din sectorul sericicol din R.P.R.*

ЗАДАЧИ ШЕЛКОВОДСТВА В РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКЕ

(Резюме)

Авторы, пользуя библиографический материал последнего времени, исследуют некоторые задачи шелководства в Румынской Народной Республике.

LE PROBLÈME DE LA SOIE DANS LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

(Résume)

Les Auteurs, en utilisant un matériel documentaire tout-à-fait récent, étudient nombre de problèmes quant à la production de soie naturelle dans la République Populaire Roumaine.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
SERIE NOUĂ
DIN IAŞI
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 338 T 85

ASPECTE ALE POLITICII DE PREŢURI ÎN PERIOADA DE TRECERE DE LA CAPITALISM LA SOCIALISM

DE

P. MÎLCOMETE, MIRCEA BOŢA, C. NICOLICIOIU, MARIA POPA şi C. ZLOTEA

Extras din comunicarea prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

Spre deosebire de economia capitalistă care se dezvoltă în mod anarhic şi spontan, economia socialistă se dezvoltă pe baza activităţii conştiente a oamenilor muncii, prin acţiunea coordonatoare a statului asupra mersului vieţii economice. Acest rol economic al statului socialist derivă din funcţia sa economico-organizatorică şi se realizează în conformitate cu cerinţele legilor economice obiective, pe baza unui ansamblu de măsuri. Din acest ansamblu de măsuri pe linie economică face parte şi politica de preţuri.

Preţul este o categorie economică legată de acţiunea legii valorii. Aceasta înseamnă că măsurile referitoare la regimul de preţuri, atît în economia socialistă, cît şi în economia perioadei de trecere de la capitalism la socialism, reflectă trăsăturile acţiunii legii valorii, în cadrul general al condiţiilor economice, în care rolul determinant, chiar şi în perioada de trecere de la capitalism la socialism, îl au legile economice specifice acestei orînduiri, şi în primul rînd legea economică fundamentală a socialismului şi legea dezvoltării planice, proporţionale, a economiei naţionale. Deci regimul de preţuri trebuie să fie astfel conceput şi aplicat, încît să facă din această categorie o pîrghie activă în politica economică, bineînţeles în strînsă legătură cu folosirea legii valorii şi avîndu-se în vedere condiţiile specifice ale existenţei şi acţiunii ei, fie în economia socialistă, fie în aceea a perioadei de trecere de la capitalism la socialism.

Colectivul nu şi-a propus să analizeze problemele privind metodologia de planificare a preţurilor, care desigur are o foarte mare însemnătate pentru asigurarea eficacităţii acestei pîrghii economice în construirea socialismului în ţara noastră. Nu putem să avem însă pretenţia că epuizăm analiza acestei probleme nici sub aspectul folosirii preţului ca pîrghie în conţinutul măsurilor economice, în strînsă legătură cu obiectivele urmărite în economie. Ne vom opri numai asupra sferei circulaţiei de mărfuri şi vom încerca să subliniem formele prin care statul nostru foloseşte preţul stabilit de stat, ca pîrghie economică regulatoare asupra pieţii neorganizate, determinînd creşterea satisfacerii nevoilor oamenilor muncii cu produse de larg consum. Şi în legătură cu aceasta vom prezenta cîteva date semnificative în legătură cu piaţa oraşului Iaşi.

La început ne vom opri asupra cîtorva probleme în legătură cu acţiunea legii valorii în sfera circulaţiei, în perioada de trecere de la capitalism la socialism, pentru a preciza pe această bază unele principii ale politicii de preţuri în etapa actuală.

Circulaţia de mărfuri este un domeniu foarte important al acţiunii legii valorii în economia ţării noastre. Datorită existenţei micii producţii de mărfuri, alături de sectorul socialist, legea valorii acţionează cu unele particularităţi faţă de economia socialistă. În sectorul micii producţii de mărfuri ea are şi unele consecinţe negative.

Circulaţia de mărfuri în economia perioadei de trecere, din etapa actuală în ţara noastră, se desfăşoară prin comerţul de stat, cel cooperatist, comerţul gospodăriilor agricole colective şi al întovărăşirilor agricole, prin comerţul colectiviştilor şi al ţăranilor întovărăşiţi, precum şi prin comerţul exercitat de micii producători de mărfuri.

În diferitele verigi ale comerţului preţurile mărfurilor se stabilesc diferit. Din acest punct de vedere avem: a) o piaţă organizată, care cuprinde comerţul de stat şi cel cooperatist; b) o piaţă neorganizată, care cuprinde celelalte verigi ale circulaţiei mărfurilor.

Pe piaţa organizată preţurile mărfurile se stabilesc în mod planificat de către stat, prin organele sale centrale şi locale. Bineînţeles aceasta se face avîndu-se în vedere cerinţele legii valorii, adică timpul de muncă socialmente necesar pentru producerea mărfurilor. Stabilirea planificată a preţurilor în funcţie de valoarea mărfurilor are loc datorită faptului că legea valorii nu mai acţionează pe această piaţă concomitent cu legea concurenţei şi anarhiei, ci alături de legea dezvoltării planice a economiei socialiste De aceea există posibilitatea ca cerinţele legii valorii să fie stabilite direct, nu prin oscilaţiile de piaţă, în funcţie de cerere şi ofertă.

Acţiunea legii valorii, prin oscilaţiile spontane ale preţurilor în funcţie de cerere şi ofertă, este o situaţie specifică pentru economia capitalistă, datorită existenţei proprietăţii privat-capitaliste asupra mijloacelor de producţie. De aici rezultă că ceea ce caracterizează piaţa noastră organizată nu este încălcarea cerinţelor legii valorii. Preţul se fixează tot pe baza valorii, dar prin intermediul acţiunii de planificare a statului. A dispărut mecanismul spontan al pieţii, caracteristic pentru capitalism. Economia socialistă este condusă nu de mecanismul anarhic al pieţii, ci de către statul socialist, pe bază de plan, avînd la bază cunoaşterea legilor economice obiective.

O altă problemă larg dezbătută în literatura de specialitate, şi care are o mare însemnătate în analiza politicii de preţuri, este aceea a egalităţii sau inegalităţii, în economia socialistă, între suma preţurilor şi suma valorilor mărfurilor. Ne situăm în această problemă pe poziţia celor care socotesc că există egalitate între suma preţurilor şi suma valorilor mărfurilor şi că această egalitate nu poate fi privită şi stabilită pentru fiecare moment, ci doar ca un proces, întrucît în economia socialistă preţurile fiind planificate de către stat se modifică periodic, pe cînd valoarea fiind timp de muncă socialmente necesar se modifică continuu.

Din cele arătate rezultă o concluzie foarte importantă, şi anume, aceea că şi în cazul stabilirii preţurilor de către stat îşi păstrează valabilitatea teza lui Marx în legătură cu posibilitatea unui dezacord între valoare şi preţ, privind posibilitatea abaterii preţului de la valoarea mărfurilor. Important este faptul că posibilitatea dezacordului dintre valoare şi preţ este folosită în mod conştient de către stat. Această folosire se face însă fără încălcarea cerinţelor legii valorii, ci respectînd aceste cerinţe pe ansamblul sistemului de preţuri, iar aceasta se manifestă ca un proces permanent coordonat de către stat. Este necesar, în legătură cu această problemă, să subliniem faptul că activitatea pe bază de plan a statului trebuie să aibă în vedere că abaterile preţurilor de la valoarea mărfurilor să fie folosite în interesul satisfacerii cerinţelor legii economice fundamentale a socialismului şi a legii dezvoltării planice, proporţionale, a economiei naţionale.

Vedem deci că politica de preţuri constituie o parte importantă în cadrul ansamblului de măsuri ce se iau de către statul nostru democrat-popular pentru a prilejui acţiunea legii economice fundamentale a socialismului pe întreaga economie naţională.

Sistemul de preţuri îndeplineşte o funcţie dublă şi anume: una de mijlocire a cunoaşterii proceselor şi fenomenelor economice şi alta de pîrghie activă în însăşi conţinutul măsurilor economice, în strînsă legătură cu obiectivele urmărite în economie. Latura cea mai importantă este aceasta din urmă, care face din sistemul preţurilor o pîrghie economică activă, un instrument al construirii socialismului.

Între altele, prin sistemul preţurilor, şi anume acela al preţurilor cu amănuntul, se asigură o anumită repartizare şi redistribuire a venitului naţional, ceea ce înseamnă că schimbările acestora antrenează în cele din urmă modificări în repartizarea şi redistribuirea venitului naţional, influenţînd asupra nivelului de trai al populaţiei.

Tocmai de aceea sistemul preţurilor cu amănuntul trebuie orientat în funcţie de nivelul salariilor şi al veniturilor populaţiei, el fiind rezultatul unor relaţii între veniturile populaţiei şi cheltuielile acesteia. Aceasta înseamnă că la stabilirea preţurilor cu amănuntul, pe lîngă respectarea cerinţelor legii valorii, intervin criterii foarte importante de politică social-economică, care fac din aceste preţuri pîrghii importante în ridicarea nivelului de trai al oamenilor muncii.

Pentru a putea realiza acest lucru, în fixarea preţurilor, respectînd cerinţele legii valorii, organele puterii de stat, centrale sau locale, folosesc posibilitatea abaterii preţurilor de la valoarea mărfurilor, avînd în vedere, între altele, şi raportul dintre cerere şi ofertă. Aceasta face ca prin sistemul preţurilor statul să poată asigura un anumit echilibru între cererea şi oferta de mărfuri. Statul foloseşte cu succes sistemul preţurilor cu amănuntul în acest sens, cu ajutorul fondului central de produse format în afara producţiei sectorului socialist de stat şi prin contractări şi achiziţii. De aceea fondul central de produse joacă un rol foarte important în realizarea politicii economice, în asigurarea

rolului de regulator al statului în sistemul circulației mărfurilor. Această influență regulatoare a statului limitează jocul liber al prețurilor pe piața neorganizată și face din sistemul prețurilor o pîrghie economică importantă pentru ridicarea continuă a nivelului de trai al oamenilor muncii.

Ne propunem să reflectăm aspecte ale acestui fenomen pe baza prețurilor stabilite de organele locale ale puterii de stat la cîteva produse agro-alimentare pe piața orașului Iași. Pe baza datelor culese din evidența biroului de prețuri din cadrul Sfatului popular regional Iași, am alcătuit tabele care cuprind dinamica prețurilor cu amănuntul la unele produse agro-alimentare pe trimestrul II al anului 1959, în sectorul de stat și pe piața neorganizată a orașului Iași; prețurile medii de vînzare cu amănuntul pe trimestrul I și II, 1959, pe piața de stat a orașului Iași față de aceeași perioadă a anului 1958, la unele produse agro-alimentare; frecvența produselor agro-alimentare în sectorul de stat și pe piața neorganizată a orașului Iași în unele perioade ale anului 1958 și prețurile de vînzare cu amănuntul la produsele și pe perioadele respective, precum și prețurile medii de vînzare cu amănuntul în luna septembrie 1959 pe piața neorganizată a orașului Iași, față de aceeași perioadă a anului 1958, la unele produse agro-alimentare.

Din analiza tabelelor și a altor date cu privire la prețurile de vînzare cu amănuntu și la frecvența unor produse agro-alimentare pe piața orașului Iași, am desprins cîteva aspecte, care demonstrează modul cum statul nostru democrat-popular își realizează rolul său de regulator pe piață.

În primul rînd, prin prețurile fixate de stat au fost influențate prețurile pe piața neorganizată. Astfel, în decada I-a a lunii aprilie 1958, datorită vînzării de către stat a unor produse agro-alimentare pe piața organizată, în cantități însemnate, prețurile la produsele respective pe piața neorganizată au fost sau același, (ca de exemplu la ouă), sau au avut mici abateri în plus (de exemplu la cartofi, prețul de vînzare cu amănuntul a fost mai mare pe piața neorganizată cu 6,25 %).

Aceeași situație o remarcăm și în cursul anului 1959. Exemplificăm aceasta numai pe baza datelor din trimestrul II al anului 1959. În această perioadă abaterile în plus ale prețurilor de vînzare cu amănuntul pe piața neorganizată au fost următoarele: la roșii cu 0,32 lei/kg; la cartofi cu 0,22 lei/kg; la varză toamnă cu 0,19 lei/kg.

Această tendință pozitivă în dinamica prețurilor de vînzare cu amănuntul pe piața neorganizată este o consecință a faptului că au sporit mereu cantitățile de produse vîndute populației la prețuri stabilite de stat pe piața organizată.

Tot ca urmare a îmbunătățirii aprovizionării populației în anul 1959 remarcăm faptul că în anul respectiv prețurile medii de vînzare cu amănuntul sînt mai mici decît în perioadele respective ale anului 1958, atît în sectorul de stat cît și pe piața neorganizată. De exemplu: a) în sectorul de stat, pe trimestrul I, 1959, față de trimestrul I, 1958, prețurile medii cu amănuntul au scăzut la legume diverse cu 31 %, la cireșe cu 11 %; b) pe piața neorganizată, în luna iulie 1959, față de luna iulie 1958, prețurile medii cu amănuntul au scăzut la roșii cu 26,66%, la ceapă cu 6,83% la cartofi cu 14,2%. Aceasta a dus la creșterea continuă a salariului real al oamenilor muncii, prin faptul că reducerea prețurilor înseamnă o creștere a puterii de cumpărare a populației, fenomen subliniat și în documentele plenarei C.C. al P.M.R. din 13—14 iulie 1959.

La realizarea tendințelor pozitive în dinamica prețurilor și la creșterea veniturilor reale ale oamenilor muncii, un rol important l-au jucat succesele obținute de stat în folosirea achizițiilor și contractărilor. De exemplu, în anul 1958, O.C.L. Aprozar Iași, a depășit planul de achiziții cu 31,2 t la ceapă uscată, cu 602 t la cartofi, cu 386,1 t la mere-gutui etc.

Succese însemnate s-au obținut și la contractări în anul 1959, față de 1958, privind unele produse agro-alimentare.

Cu ajutorul achizițiilor și contractărilor, alături de producția sectorului de stat, piața organizată a orașului Iași a aprovizionat din ce în ce mai bine populația cu produse agro-alimentare. Acest lucru se constată din situațiile statistice cu privire la vînzările către populație ale O. C. L. Alimentara și O. C. L. Aprozar Iași, pe trimestrele III și IV, 1959.

Din analiza celor cîteva aspecte privind politica de prețuri în perioada actuală în țara noastră, cu unele date de pe piața orașului Iași, se desprind următoarele concluzii:

1. În politica de stabilire a prețurilor cu amănuntul, statul, respectînd cerințele legii valorii, ține seama în același timp de criteriile de politică social-economică, și face din sistemul de prețuri o pîrghie importantă în ridicarea nivelului de trai a oamenilor muncii.

2. Această politică a partidului nostru, de ridicare continuă a nivelului de trai al oamenilor muncii, realizată şi prin reducerea continuă a preţurilor de vînzare cu amănuntul, se reflectă şi în sectorul produselor agro-alimentare, de circulaţie locală, pe piaţa oraşului Iaşi. Subliniem faptul că rezultatele din ce în ce mai bune obţinute pe piaţa oraşului Iaşi sînt o consecinţă a succeselor obţinute în dezvoltarea şi întărirea sectorului socialist al agriculturii în regiunea noastră. Acest lucru se reflectă în cantităţile mai mari de produse agro-alimentare livrate pe piaţa de stat în anul 1959, cînd sectorul socialist al agriculturii a devenit precumpănitor în agricultura regiunii noastre.

3. Statul nostru îşi exercită rolul de regulator pe piaţa neorganizată prin cantităţile de produse pe care le pune în vînzare prin sectorul de stat, influenţînd prin aceasta apropierea preţurilor de pe piaţa neorganizată de nivelul preţurilor fixate de stat. De aici importanţa contractărilor şi achiziţiilor în formarea fondului central al statului, care constituie o pîrghie economică însemnată în acest sens.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de economie politică
şi
Sfatul popular regional, Iaşi

АСПЕКТЫ ПОЛИТИКИ ЦЕН В ПЕРЕХОДНОМ ПЕРИОДЕ ОТ КАПИТАЛИЗМА К СОЦИАЛИЗМУ

(Резюме)

На основе данных, относящихся к динамике цен некоторых продовольственных продуктов, существующих в периоде 1958...1959 годов в государственном социалистическом секторе и на неорганизованном рынке города Ясс и проанализированных с марксистско-ленинистской точки зрения о действии закона стоимости в переходном периоде от капитализма к социализму и в социализме, работа подчёркивает некоторые аспекты политики цен, проведённой нашим народно-демократическим государством. Среди них отмечаем:

а) научный характер политики цен, проводимой нашим народно-демократическим государством для успешной победы социализма;

б) роль системы цен, как главный рычаг в повышении жизненого уровня трудящихся.

Подчёркивается необходимость развития пригородного сельского хозяйства и её профилирование в зависимости от спроса потребления населения города Ясс.

QUELQUES ASPECTS DE LA POLITIQUE DES PRIX PENDANT LA PÉRIODE DE TRANSITION DU CAPITALISME AU SOCIALISME

(Résumé)

En se basant sur les dates concernant la dynamique des prix de certains produits agro-alimentaires pendant la période 1958...1959, dans le cadre du secteur socialiste d'état et du marché non organisé de la ville de Jassy, dates qu'on analyse dans la lumière des thèses marxistes-léninistes concernant l'action de la loi de la valeur au cours de la période de transition du capitalisme au socialisme, ainsi que dans le socialisme, les Auteurs soulignent quelques aspects de la politique des prix de notre état démocratique-populaire. Tels sont:

a) le caractère scientifique de la politique des prix de notre état démocratique-populaire, ayant comme but d'assurer la victoire du socialisme;

b) le rôle du système des prix, comme moyen important de relever le niveau de vie des travailleurs.

On souligne de même la nécessité de développer l'agriculture des terrains situés aux environs de la ville et d'établir le profil de celle-ci selon la structure de la demande de consommation de la population de Jassy.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

C. Z. 33 (R)

TRADIŢII PROGRESISTE ÎN GÎNDIREA ECONOMICĂ DIN MOLDOVA ÎN SECOLUL XIX [1])

DE

D. RUSU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi, din 28—30 octombrie 1960

1. Literatura ştiinţifică din ultimele două veacuri mărturiseşte că în Moldova, cărturari de seamă au avut în preocupările lor grija pentru problemele economice, pentru teoriile care se elaborau în domeniul ştiinţelor economice şi pentru propagarea acestora de la catedră.

Economia Moldovei a fost multă vreme o economie feudală. Iobăgia sau boierescul a durat în această provincie pînă în a doua jumătate a secolului trecut, desfiinţîndu-se abia în 1864, sub Cuza Vodă.

Jalba deputaţilor săteni, clăcaşi în Divanul Moldovenesc în anul 1857, este un document zguduitor al relaţiilor de producţie din Ţările romîne. Ei cereau înlocuirea tuturor impozitelor în muncă, precum şi a impozitului pe cap de locuitor, printr-un impozit proporţional cu averea fiecăruia; propuneau alegerea dregătorilor de către săteni, cereau 2/3 din pămînturile moşiereşti şi mai ales cereau insistent desfiinţarea boierescului [1]. Şi iată cum se arată prin acest act dorinţa cea mai mare a poporului: „Apoi suspinul, durerea noastră de toate zilele, dorinţa cea mai mare pentru care ne rugăm zi şi noapte lui Dumnezeu ca să se îndure, este căderea boierescului, de aceea vrem să răscumpărăm boierescul şi toate acelea cu care sîntem împovăraţi de către boierii de moşii".

În monumentala sa operă *Capitalul*, Marx înfăţişează stările de lucruri din Ţările romîne, pentru a demonstra şi cu ele goana boierilor după sup amuncă [2].

Relaţiile acestea înapoiate nu puteau crea un climat prielnic pentru dezvoltarea unei gîndiri economice.

---

[1]) La colaborarea materialului documentar a participat şi conf. univ. M. Teodosia de la Universitatea „Al. I. Cuza", Iaşi.

Se ştie de altă parte că situaţia geografică deosebit de favorabilă a Moldovei i-a asigurat de timpuriu o puternică dezvoltare a comerţului.

Comerţul internaţional de tranzit a influenţat dezvoltarea producţiei de mărfuri în economia feudală a Moldovei.

Sînt cunoscute relaţiile comerciale ale Moldovei cu Ardealul şi Polonia încă din secolul al XIV-lea. Poate că pe această cale sau pe alta au pătruns în Moldova şi ideile gîndirii economice din sudul şi vestul Europei.

Dacă avem în vedere lupta dusă la Iaşi la începutul secolului al XIX-lea pentru promovarea învăţămîntului în limba romînă, este greu să întîlnim în trecutul îndepărtat scrieri şi preocupări pentru problemele economice. Totuşi, la începutul secolului al XVIII-lea (1716) marele cărturar şi domn al Moldovei Dimitrie Cantemir scrie în latineşte una din cele mai însemnate opere ale sale *Descriptio Moldaviae*. Lucrarea lui Dimitrie Cantemir oferă o analiză profundă a relaţiilor şi forţelor de producţie ale Moldovei la sfîrşitul secolului al XVII-lea şi începutul secolului al XVIII-lea. Fireşte, Dimitrie Cantemir nu a fost economist. Lucrarea lui însă era destinată Academiei de ştiinţe din Berlin, al cărui membru era. D. Cantemir a făcut aici o prezentare a Moldovei sub aspect social-economic. Nu lipsesc din această operă aprecieri şi afirmaţii economice inspirate din economia Ţării Moldovei, în concordanţă cu curentele de gîndire ale epocii. Se remarcă uşor influenţa gîndirii mercantiliste. Mercantiliştii îşi concentrau atenţia asupra comerţului şi circulaţiei băneşti. De fapt îşi făcuseră apariţia lucrările lui Antonio Serra, Tomas Mun, Iosif Child, William Petty. Colbert, în Franţa, instaurase un sistem de măsuri economice mercantiliste. Reprezentanţii gîndirii economice ruse au dezvoltat unele idei ale mercantilismului occidental, acordînd o mare însemnătate nu numai comerţului ci şi dezvoltării industriei şi agriculturii. Lucrările şi măsurile lui A. L. Ordin Nasciokin, politica economică a împăratului Petru I, erau desigur cunoscute marelui învăţat moldovean.

Cantemir descrie economia Moldovei cu bogăţiile ei: pomicultura, mineritul, pădurile şi sarea. Se remarcă preocuparea de a analiza importanţa pentru comerţ a fiecărei ramuri. El critică concepţia feudală care consideră comerţul o ocupaţie nedemnă de oameni aleşi şi arată că moldovenii sînt săraci pentru că nu fac comerţ. Ca şi mercantiliştii din Europa occidentală, Cantemir observă că statul este bogat cînd are bani de prisos; dacă nu are este sărac.

Explicaţia deficitului balanţei comerciale a Moldovei este pusă în legătură cu faptul că preţul la care se vindeau produsele de export era extrem de scăzut, pe cînd mărfurile importate aveau preţuri foarte ridicate. Se formulează concluzia că în loc să fie o sursă de venituri, comerţul exterior al Moldovei se transformă într-un mijloc de scurgere a bogăţiilor ţării. Această concepţie va fi exprimată către sfîrşitul secolului al XIX-lea şi de alţi gînditori economişti moldoveni.

Referitor la începutul studiilor de economie politică în ţara noastră, economistul Petre Sebeşeanu Aurelian face următoarea apreciere: „S-ar părea chiar că cei de peste Milcov au o mai mare înclinare către studiile de asemenea natură. În adevăr, atunci cînd nici nu

se vorbea de o știință a economiei politice, învățatul domn al Moldovei, Cantemir, publică cartea sa *Descrierea Moldovei*. Această lucrare, prețioasă din toate punctele de privire, cuprinde capitole întregi privitoare la economia națională a Moldovei" [3].

Sprijinindu-se pe ajutorul lui Petru cel Mare, Cantemir a încercat să pună în practică concepțiile sale și să elimine principalele opreliști feudale ale dezvoltării economiei Moldovei, adică să elibereze țara de sub jugul otoman și să creeze o monarhie ereditară puternică.

2. Victoria obținută un secol și ceva mai tîrziu, de Rusia împotriva imperiului otoman, a adus o eră nouă în viața economică a Moldovei. Prin tratatul de la Adrianopole, Rusia a impus Turciei, între altele, desființarea monopolului asupra comerțului Moldovei și Țării romînești și totodată deplina lor autonomie administrativă.

Regulamentul organic, introdus din inițiativa Rusiei, deși păstrează privilegiile boierești, aduce totuși și o serie de contribuții pozitive la progresul celor două principate. Limitează puterea domnului, creind bazele adunărilor parlamentare, separă puterile în stat, desființează vămile în interior, reorganizează administrația, învățămîntul și armata.

Declararea slobozaniei comerțului și libera navigație pe Dunăre dau un nou impuls dezvoltării economiei de schimb a comerțului de produse agricole cu țările străine și se înregistrează schimbări însemnate în toate domeniile.

Creșterea rapidă a populației, dezvoltarea tîrgurilor și orașelor, care are drept urmare extinderea pieții interne, ca și creșterea cererilor de produse agricole pentru export, au dus la o continuă mărire a suprafețelor însămînțate. Producția agricolă se intensifică, circulația mărfurilor crește. În 10 ani suprafața cultivată a țării, exportul de cereale și prețul acestora s-au dublat. Stăpînii de moșii au introdus alături de metodele feudale și metode de exploatare capitalistă făcînd tocmeli libere cu proprii lor clăcași, angajînd salariați în sezonul recoltării și altele [4].

Structura feudală a economiei sufere și ea prefaceri. Din pătura răzeșilor se ridică noi boieri răzeși cu titlu de cumpărat. Noii boieri fac împrumuturi la cămătari. Comerțul cu bani cîștigă teren. Numărul cămătarilor se înmulțește. Moșiile ajung pe mîna lor. Proprietatea mică se restrînge făcînd loc proprietății centralizate al cărei obiectiv este cîștigul și producția pentru piață sub auspiciile capitalismului instaurat.

Între aceste împrejurări și scrisul economic, care începe să se afirme, există o legătură ce nu poate fi nesocotită.

Într-adevăr, întîlnim cîteva titluri de cărți romînești privind chestiunile economice și gospodărești apărute la începutul secolului al XIX-lea[2]. Aceste scrieri îmbracă un caracter de sfaturi practice și povățuiri, fără să imprime pecetea unei gîndiri economice autohtone.

Eliberate de monopolul turcesc asupra comerțului, cîștigînd dreptul de a-și putea vinde grînele, Țărilor romîne li se deschide drumul în circuitul comerțului european.

---

[2]) I. Molnar, Gr. Obravovici, Miterphaer etc.

Dezvoltarea economică a Moldovei şi Munteniei se desfăşoară mai departe în condiţiile conjuncturale nu totdeauna favorabile ale economiei moderne [5].

Viaţa economică a ţărilor capitaliste începe să fie tot mai puternic zguduită de crize economice periodice, ce prilejuiau mari suferinţe, mai ales maselor populare din ţările mai înapoiate, cum erau şi Ţările romîne.

3. Statornicirile Regulamentului Organic aduceau rînduieli noi, iar rînduielile noi nu se puteau permanentiza decît printr-o mai bună şi mai adîncă luminare a poporului. Şi astfel asistăm la organizarea vechii academii Vasiliene, întemeiată în Mănăstirea Trei Erarhi, de domnul Vasile Lupu.

La Academia Mihăileană, care se inaugurează la 1 ianuarie 1835, ia naştere şi se concretizează marea idee a veacului pentru cele două Ţări romîne, Unirea. Unirea cea morală a naţiei moldo-romîne despre care vorbea Asachi la 1840, Unirea şi efectuarea reformelor sociale, puteau contribui efectiv la progresul politic al ţării, la lărgirea şi unificarea pieţii interne, ceea ce ar fi putut stimula dezvoltarea producţiei şi înviorarea întregii vieţi economice. Pe aceste coordonate apar scrieri economice din care se desprind fie preocupări în legătură cu chestiunea ţărănească, fie problema statului agrar şi a statului industrial, pentru care s-a militat cu doctrina liberului schimb şi aceea a protecţionismului.

Nicolaie Suţu, la Iaşi, a studiat un grup de probleme destul de vaste. El şi-a sistematizat gîndirea în vederea recomandării unor soluţii cu caracter practic. Intîia sa lucrare economică se intitulează *Privire asupra stării industriale a Moldovei*, Iaşi, 1838. El pledează pentru ideile liberului schimb, împotriva barierelor economice.

La 1848, Suţu, publică tot la Iaşi, *Notiţe statistice asupra Moldovei (Notions statistiques sur la Moldavie)*. Lucrarea s-a bucurat de multă atenţie în cercetările economice ulterioare. Pe drept cuvînt lucrarea furnizează, pentru prima oară, date şi informaţii destul de precise, privitoare la viaţa economică a Moldovei. Mai tîrziu Ion Ionescu de la Brad o foloseşte şi o citează în studiile sale asupra agriculturii. La 3 X 1850 cancelarul imperial rus din Petersburg felicită pe Suţu şi relevă meritele lucrării sale.

La Suţu, ca şi la scriitorii de mai tîrziu, se resimte influenţa scrisului economic din acea vreme. Cu toată influenţa nefastă a economiei politice vulgare din apus, Suţu face recomandaţii în scrierile sale, pentru dezvoltarea industrială a ţării, pentru înflorirea ei economică generală, pentru întemeierea instituţiilor de credit, îmbunătăţirea căilor de comunicaţii, pentru unificarea monetară.

Patru ani mai tîrziu după apariţia primei lucrări a lui Şuţu se introduce la Academia Mihăileană din Iaşi învăţămîntul economic. Sînt opinii care văd introducerea acestui învăţămînt la Academie sub influenţa lui Suţu. De fapt, Suţu era singurul personaj al epocii preocupat de chestiuni economice, îndeplinind totodată şi un rol în conducerea şi organizarea şcolilor din Moldova [5].

În primăvara anului 1842, la Academia Mihăileană, Ion Ghica ține lecții de Economie politică. În bugetul Academiei găsim și o catedră de Economie politică cu alocația de 6 000 lei [6].

Ghica este sub influența economiei vulgare din Franța. În prelegerea de deschidere de la 23 noiembrie 1843, publicată de el însuși sub titlul *Despre importanța economiei politice*, se inspiră din lecția de deschidere a profesorului francez Chevallier ținută de acesta la 23 IV 1841 la Collège de France. I. Ghica are însă meritul de a fi cel dintîi popularizator al economiei politice în Țările romîne.

Pe tărîm politic, la Iași, este alături și solidar cu intelectualii moldoveni, care propagau idei înaintate. Colaborator al lui Kogălniceanu, el preia redacția economică a revistei *Propășirea* din Iași.

În anul 1848 Kogălniceanu deschide entuziastul său curs de Istorie națională și atacă bazele societății vremii spunînd: „O aristocrație ignorantă, sprijinită de Poartă și cler, pe de-o parte ține în lanțuri un popor de mai mult de două milioane de oameni", și mai departe „izvoarele de învățire publică se întrebuințează numai în folosul unor familii privilegiate". Ghica, alături de Kogălniceanu, aduce în lupta pentru crearea statului romîn, argumente de ordin economic. Concepția sa economică îl așează între adepții liberului schimb.

Primul articol, în primul număr al revistei *Propășirea*, îl semnează Ion Ghica, despre *Unirea Vămilor între Moldova și Valahia.* Cenzura a oprit acest articol și conținutul său poate fi cunoscut din exemplarul necenzurat, păstrat în biblioteca Academiei R. P. R.

Propășirea (foaie științifică și literară) a publicat apoi lucrări ale lui Ghica, care au trezit interes deosebit: *Despre măsuri și greutăți, Despre învățătura publică, Ochire asupra științelor.*

Profesorul ieșean nu se limita la o expunere pur teoretică ci lega definirea noțiunilor de năzuințele politice la ordinea zilei.

Vorbind despre importanța industriei ca factor de progres economic, el considera industria ca „înainte alergătorul neatîrnării și al slobozeniei". Alteori în pledoaria sa pentru Unire se exprima astfel: „...nu pot să nu vă împărtășesc noutatea că în zilele noastre se tratează aici despre o unitate vămească între Principatele noastre; folosurile ce ar ieși dintr-o asemenea alcătuire nu pot fi măsurate".

În legătură cu poziția sa militantă pentru Unire este grăitoare aprecierea lui Ion Ionescu de la Brad, făcută mai tîrziu în gazeta *Țăranul romîn:* „D-l Ghica căuta o unire a intereselor materiale ale separatelor două staturi Moldova și Valahia și era cu deosebire ocupat de unirea vămilor".

Ion Ghica publică numeroase studii și articole cu caracter economic, scrise într-un stil ușor, sub formă de convorbiri plăcute și atrăgătoare. În publicațiile sale sincronizează problemele legate de viața economică concretă a Țărilor romîne cu concepțiile din economia politică dominantă a timpului. Ca economist și om de stat el rămîne definitiv adept convins al economiei burgheze liberale. Ca prim-ministru al lui Cuza, Ghica a influențat direct politica tînărului stat romîn, pe drumul liberului schimb [7].

Conținutul întîielor sale scrieri are un caracter progresist. „Popoarele nu se mai întorc înapoi și trecutul nu mai revine,—spune Ghica în introducerea la convorbirile sale economice, — nici sîntem dintre aceia care ar dori să-l mai vază chiar dacă ar fi cu putință. Credem în progres căci el este o condiție a naturii fizice și morale, căci numai el ne poate duce la înălțimea la care ne e permis să sperăm ca societate și ca națiune" [8].

Lui Ghica i se cuvine meritul necontestat de a fi fost cel dintîi care a scris despre problemele economice în limba romînă. În scrierile economice dovedește o informare largă: cunoaște pe Smith, J. B. Say, Hume, cunoaște și citează pe fiziocratul Quesnay, pe Ricardo, P. Rossi, Blanqui, John Stuart Mill și alții.

S-a străduit să creeze termeni noi (materie întîietoare, slobozenia comerțului, amortizare etc.) și a susținut idei noi în slujba marelui act al Unirii.

Este primul și singurul din acea epocă care a popularizat chestiunile economice sub formă de convorbiri.

Prin activitatea sa literară și ca unul dintre cei mai bine informați în domeniul economic, Ghica participase la pregătirea mișcării de la 1848 și s-a alăturat forțele progresiste.

Există la Ghica abateri de la această linie în sens negativ. Fiind mare proprietar de moșii, căsătorit cu fiica unui general rus, și în relații strînse cu cercurile turcești, el s-a arătat tot mai rezervat față de progres și față de tendințele democratice. Se depărtează de Bălcescu, este împotriva reformelor burghezo-democratice, plănuite de Cuza și Kogălniceanu, și manifestă o atitudine de ploconire față de Turci. În domeniul concepțiilor economice, încă din 1843 Ghica susține pe lîngă ideia „slobozeniei comerțului" și aceea a inaptitudinii noastre industriale, afirmînd că „industria noastră este pentru multe veacuri încă o industrie agricolă". Și mai departe, el atestă convingerea că „greutatea noastră în cumpăna Europei se va mări cu numărul kilelor de grîu, ce vom putea scoate peste hotare". Fraza aceasta scrisă de Ghica în 1844, dă expresie spiritului economic al acestei epoci istorice.

Plecarea lui Ghica din Iași, prin demisia de la 7 iulie 1844, a lăsat un gol, dar nu a slăbit preocupările pentru promovarea învățămîntului economic. Este chemat apoi la catedră Ion Ionescu de la Brad. Trebuie relevat faptul că Ion Ionescu de la Brad terminase studiile Academiei ieșene, iar la Paris audiase pe lîngă cursurile de specialitate agricolă, și lecții de economie. În 1842 a primit însărcinarea să țină cursuri la Academia Mihăileană din Iași, unde preda și Ghica. Firul călăuzitor al activității lui este binele țării, care e legat de soarta țăranilor, „armata mare a celor ce muncesc fără folos propriu". Prin scrisorile lui încearcă metodic să-i lumineze. *Calendarul bunului cultivator*, apărut în trei ediții, este recomandat de Kogălniceanu „ca o carte folositoare și bine scrisă" care trebuie să ajungă în toate satele.

Colaborînd la *Propășirea* reușește să introducă în literatura noastră economică teorii din economia clasică engleză. Este cel dintîi care susține în publicistica romînească teoria valorii-muncă, popularizînd ideea că prețul lucrărilor rezidă în munca oamenească [9], [10]. Glorificînd teza

potrivit căreia numai munca crează valoare, el contestă în fond dreptul boierimii la stăpînirea pămîntului. Atitudinea lui de gîndire îl apropie de mișcarea revoluționară, în pregătire. În primăvara anului 1846 se întîlnește cu N. Bălcescu la Mînjina, moșia lui Costache Negri, iar la 1848 conduce, ca specialist în problemele agricole și economice, comisiunea proprietății.

La inimă îi stăteau emanciparea țăranilor din iobăgia seculară. Luptînd pentru drepturile țăranilor, în comisie a atras împotriva lui adversitatea boierilor.

După nereușita revoluției ajunge în surghiun la Constantinopole. Aici scrie un studiu asupra Thesaliei și se impune ca om de mare autoritate științifică.

După Unire este numit conducătorul statisticii din Moldova, iar din septembrie 1859 primește încredințarea să țină un curs de Economie politică, finanțe și contabilitate la facultatea de legi, de pe lîngă Academia Mihăileană. Prelegerile sale nu au fost pe placul ministrului de finanțe de atunci. A fost îndepărtat de la catedră, iar pentru activitatea sa democratică a fost judecat și condamnat în 1860 la 15 zile, iar în 1861, la 3 luni închisoare, pedeapsă care a și ispășit-o la Mănăstirea Neamțului. Este cel dintîi autor al unei lucrări de analiză economică și primul profesor de statistică, finanțe și contabilitate, în învățămîntul superior.

Socotim necesar să evidențiem încă un factor care pune în lumină grija contemporanilor pentru științele economice și pentru propagarea învățămîntului. Factorul acesta rezidă în înzestrarea Academiei Mihăilene cu opere economice. Biblioteca Academiei s-a deschis oficial la 1841. Printre colecțiile sale se află la acea dată o singură lucrare economică. Exista, anume, lucrarea lui Adam Smith în traducere franceză, *Recherches sur la nature et la richesse des nations*, în trei volume, apărută la Paris în 1880. Doi ani mai tîrziu, la 1843, biblioteca Academiei ieșene era deja înzestrată cu numeroase opere economice: tratate ale autorilor francezi, ale clasicilor englezi (Smith, Ricardo), lucrări de finanțe și alte lucrări cu caracter economic. Inițiativa înzestrării bibliotecii ieșene cu opere economice aparține lui Ghica și probabil lui Ion Ionescu. Biblioteca mai era abonată la *Journal des économistes*, la care îl aflăm mai tîrziu colaborator pe Ion Ionescu de la Brad.

Catalogul general al bibliotecii centrale din Iași, în care se încorporase și biblioteca veche a Academiei Mihăilene, ne atestă faptul că la 1868 exista aici un număr de cîteva sute de cărți cu conținut economic.

Aceasta este o dovadă în plus că la Iași a existat în secolul trecut o preocupare pentru problemele economice.

Ideile economice semănate la școala romînească de la Iași au mers în întîmpinarea rezolvării unor aspecte ale cauzei comune — Unirea.

În scrisul economic, ca și în alte manifestări ale unioniștilor, se observă străduința de a atrage asupra Țărilor romîne atenția Europei. La 1847 se încheie convenția de comerț între cele două principate prin care se desființează granița dintre ele. Întărind convenția de la 1835 aceasta se desăvîrșește prin unificarea administrativă a regimului vamal, în 1860.

Firul ideilor progresiste în domeniul economic este menţinut la Iaşi prin contribuţia lui August Treboniu Laurian, Simion Bărnuţiu etc. [11]. Mai ales se afirmă cu originalitate şi vigoare, în acest domeniu, M. Kogălniceanu, care a desfăşurat o prodigioasă activitate publicistică în epoca Unirii, şi care a ajuns pînă la înţelegerea clară a faptului că „nu este omenesc ca omul să exploateze pe om, cei mulţi să fie instrumentele de muncă ale celor puţini" [1].

Profesoratul lui Gh. Apostoleanu înnoadă firul învăţămîntului economic la Academia Mihăileană. Preocupările sale se extind asupra unor noţiuni teoretice din economia politică, valoare, capital, problema schimbului etc., fiind puternic influenţat de economia politică vulgară.

Lucrarea *Fabrica de postav a D. Colonel Kogălniceanu*, publicată în *Romînia literară* din 15 şi 22 X 1855, îi oferă prilejul să analizeze starea de înapoiere economică a Moldovei şi să propună pentru remedierea situaţiei, dezvoltarea industriei. În concepţia lui independenţa economică a ţării depinde de nivelul de dezvoltare a industriei.

Studiind în Germania într-o perioadă în care curentul protecţionist era în atenţia economiştilor el nu a rămas indiferent faţă de această politică economică. Ca şi predecesorii săi Apostoleanu rămîne adept al liberului schimb şi admite protecţionismul într-o anumită măsură sub formă de premii, dar numai pentru acele industrii care aveau o bază de materii prime în ţară. Protecţionismul în asemenea situaţii este „doica însărcinată cu îngrijirea industriei pînă va ajunge la vrăjnicie" [12].

Sîntem în pragul anului 1860. În mesajul către Cameră al domnitorului Alexandru Ion Cuza, adresat la 6 XII 1859, se spune între altele: „În opinia Guvernului meu serviciul cel mai însemnat de făcut acestor trei ramuri ale activităţii omeneşti—industria, comerţul şi agricultura, care pentru acum se confundă toate în una, este a le pune sub regimul libertăţii celei mai absolute".

Prim ministru era Ion Ghica, a cărui concepţie se reflecta complet în mesajul adresat ţării de domnitor. Liberul schimb devenise astfel doctrina oficială a tînărului stat romîn creat prin Unire.

Peste puţin timp D. P. Marţian, pionier al protecţionismului, va combate liberul schimb susţinînd protecţionismul.

Dacă pînă la constituirea statului romîn liberschimbismul a putut avea un caracter progresist, mai tîrziu, cînd se impuneau măsuri care să apere şi să sprijine crearea şi progresul întreprinderilor industriale romîneşti, această orientare nu numai că îşi pierde actualitatea, dar era direct o frînă în calea dezvoltării economiei întrucît, în condiţiile liberului schimb, dezvoltarea economiei naţionale era împiedecată de capitalul străin.

Alături de Ion Ionescu de la Brad, Ion Strat şi Vericeanu au fundamentat această doctrină de import în Ţările romîne. În scrierile economice ale vremii se remarcă o mare neîncredere în posibilităţile noastre de industrializare. Cu prilejul Congresului internaţional de statistică, ţinut la Haga în 1869, Ion Ionescu de la Brad încă mai demonstrează congresiştilor că Romînia nu cugetă să devină manufacturieră şi că va fi un tîrg deschis la toate producţiile manufacturilor ţărilor civilizate. Mai mult chiar, peste 6 ani, la 1875, se încheie convenţia cu Austro-Ungaria, cu caracter liberschimbist, al cărui raportor a fost profesorul

Ion Strat de la Universitatea din Iași. Profesorul Strat prezintă tratatul cu Austro-Ungaria ca un mijloc „infailibil de a încerca eficacitatea sistemului protecționist". Manifestă chiar bucurie și satisfacție pentru libera intrare a cerealelor în Austro-Ungaria, cereale care aveau să se întoarcă măcinate sau sub formă de paste făinoase, în Țara romînească.

Față de această stare de lucruri, care dura de la începutul veacului al XIX-lea, și mai ales după tratatul de la Adrianopole, în teoria și practica economică apar momente noi. Liberalismul economic, susținut în teorie și permanentizat în politica oficială de stat, devine o primejdie evidentă, gata să condamne Romînia la o stare de înapoiere și de dependență economică față de celelalte țări capitaliste.

Dionisie Pop Marțian, referindu-se la mesajul domnitorului Cuza, încă în 1861 se întreabă: „Dar oare noi nu avem nimic a proteja? Este libertatea comerțului a se trece în mod absolut în legile ce regularizează viața noastră economică?" Această chestiune îl va preocupa foarte mult în viitor.

4. Romînia dobîndește independență națională în anul 1877, în luptă, alături de armata rusă, împotriva imperiului otoman. Paralel cu aceste momente excepționale în viața statului se nasc idei și curente economice în slujba consolidării statului național romîn.

Curentul de opinii potrivnic teoriilor școlii liberale este protecționismul. Se naște în deceniul al șaselea din veacul trecut, crește continuu și se întărește cu vădită amenințare a temeliilor liberschimbiste. Inițiat și susținut de Dionisie Pop Marțian și apoi de Petre Sebeșeanu Aurelian, protecționismul află aderenți și militanți hotărîți. Xenopol și Hașdeu, ambii mari erudiți și mari cercetători în domeniul istoriei și filozofiei, își exprimă în scris opinia în legătură cu problemele economice care frămîntau țara.

Cu patima arzătoare a dragostei de țară, cu bogată informație social-economică și înzestrat cu o uriașă capacitate de pătrundere a esențialului din politica economică a vremii, apare M. Eminescu între cei situați pe altă poziție decît cea oficială. Concepția sa social-economică va fi exprimată cu toată tăria și clarviziunea geniului său în scrisul lui cotidian, în articolele publicate în ziarul *Curierul* din Iași, în *Convorbiri Literare* și apoi la ziarul *Timpul*. Într-o conferință ținută la Junimea, publicată și în *Convorbiri literare* (1 IX 1876), Eminescu face o examinare a situației din țară sub raport istoric, politic și social. Conferința lui Eminescu se ține la un an după semnarea convenției cu Austro-Ungaria, pe care agentul diplomatic Costaforu o anunță în 22 VI 1875, la Viena, ca fiind cel mai mare act al guvernului de atunci. Discuțiile în jurul convenției au fost caustice și împotriva ei s-au ridicat mulți. Chiar M. Kogălniceanu a combătut încheierea convenției, arătînd că este nefolositoare și că taxele vamale impuse la granițele Romîniei nu îndeplinesc o funcție protectoare, ceea ce s-a și dovedit în războiul vamal dintre Austro-Ungaria și Romînia [15].

Eminescu pătrunsese esența lucrurilor și atacă în fond, de pe poziția protecționismului vamal, convenția care intrase în vigoare la 1 iulie 1876. „Vecinătatea cu Austria este omorîtoare pentru noi, spunea Eminescu,

dacă nu ne vom trezi de cu vreme". El este împotriva subjugării economice străine şi propagă prin scris şi prin viu grai convingerea că ţara trebuie industrializată.

În articolul *Paralele economice* demonstrează pe înţelesul tuturor deosebirea dintre un stat agrar şi unul industrial, astfel: „... Franţuzul ia o bucată de metal în preţ de 50 de parale şi-ţi face un ceasornic pe care ţi-l vinde cu 2 napoleoni. Dumneata îi vinzi ocaua de lînă cu un franc şi el ţi-o trimite înapoi sub formă de postav şi-ţi ia pe aceeaşi oca 20 franci; franţuzul ia paie de orez pe care nu-l ţine nimica şi-ţi împleteşte din ele o pălărie pe care nevasta dumitale dă 3 sau 4 napoleoni".

Geniul lui Eminescu pătrunde şi în fenomenul schimbului despre care spune: „Pe cînd naţia agricolă plăteşte atît transportul cît şi vama şi cîştigul comerciantului la cumpărătura unui articol industrial, tot în aceeaşi vreme transportul şi cîştigul comerciantului se scad din preţul cu care naţia agricolă îşi vinde productele. Va să zică ea păgubeşte dublu în toate tranzacţiile ei, la vînzarea productelor şi la cumpărarea celor străine. Apoi e cumplit de mare diferenţa între valori. Încărcînd 500 vagoane cu grîu, capeţi în schimb o jumătate vagon de obiecte de lux", (v. seria de 5 articole *Icoane vechi şi icoane noi*, Abecedarul economic etc.).

Ideile protecţionismului vor fi împărtăşite şi de A. D. Xenopol, cunoscut istoric, dar totodată distins sociolog şi economist. Xenopol s-a ridicat împotriva curentului liberschimbist şi a combătut vehement teoria după care Romînia trebuie să rămînă un stat agricol. „O ţară curat agricolă va vinde totdeauna ieftin şi va cumpăra obiectele trebuitoare traiului", spune Xenopol. În studiile sale economice Xenopol formulează părerea că susţinerea în continuare a teoriilor liberschimbiste este un act de trădare naţională. Formulînd ideea că mijlocul de a înfăptui neatîrnarea economică este unul singur, stabilit şi verificat — protecţionismul—Xenopol se înscrie definitiv în rîndul celor ce au militat pentru întărirea şi dezvoltarea statului prin măsuri protecţioniste.

Victoria protecţionismului s-a concretizat în prevederile legii din 1887 privitoare la măsurile generale pentru a veni în ajutorul dezvoltării industriei. Protecţionismul, ca principiu de politică economică, învinge după aproape 3 decenii de dezbateri, cu epuizarea tuturor argumentelor ce i-au fost favorabile. Victoria protecţionismului va duce mai departe la o oarecare dezvoltare a industriei. Burghezia crease o serie de întreprinderi industriale şi bancare, deci se dezvoltase şi un proletariat autohton. O dată cu aceasta se naşte şi o mişcare socialistă. Revista *Contemporanul* o oglindeşte ideologic.

Scrierile lui Cernîşevski, Bielinski, Dobroliubov, vin în sprijinul iniţiativelor în vederea propagării ideilor socialiste. Apar orientări noi sub influenţa ideilor socialismului ştiinţific. Trebuie amintită în această direcţie contribuţia lui Garabet Ibrăileanu, care a fost profesor multă vreme la Universitatea ieşeană. Fiind un bun cunoscător al socialismului ştiinţific el a jucat un mare rol în răspîndirea teoriei economice marxiste în ţara noastră, mai ales în prima etapă a activităţii sale (1889—1900). Ibrăileanu a publicat o serie de articole în

revistele *Școala nouă, Evenimentul literar, Lumea nouă, Munca, Contemporanul.* În studiile și articolele sale Garabet Ibrăileanu a prezentat într-o formă clară concepția marxistă despre stat, despre problema națională, mecanismul producerii plusvalorii, antagonismul dintre exploatați și exploatatori, a arătat viața grea a muncitorilor, necesitatea reducerii zilei de muncă la 8 ore etc. Ca gînditor și militant el apare ca un intelectual progresist influențat de concepția marxistă și se situează printre cei dintîi popularizatori ai marxismului în țara noastră.

5. Gîndirea economică romînească a avut în Moldova reprezentanți străluciți. Puținele însemnări pe care le-am prezentat nu pot acoperi nici pe departe bogăția scrisului economic moldovean. De la scris s-a trecut la faptă. Învățămîntul economic se dezvoltă. La Universitatea ieșeană, după 1860, continuă predarea disciplinelor economice (Economie politică, Finanțe, Statistică, Contabilitate). Mai mult, prin străduința filozofului V. Conta, ia ființă la Iași prima „Școală publică de comerciu și finanțe". Școala s-a înființat la 1 septembrie 1880 și era organizată pe cinci ani, cu examen general la finele anului al cincilea. Inaugurarea deschiderii cursurilor acestei școli s-a făcut o lună mai tîrziu, la 1 octombrie 1880, cu mare solemnitate [14]. În 1894 școala primește o nouă organizare; astfel iau ființă „Școala publică de comerciu și finanțe de gradul I" și „Școala publică de comerciu și finanțe de gradul II", cu cîte 3 ani de studii. În 1896 școala este înzestrată cu local propriu, fosta clădire a Școlii de arte și meserii.

Între profesorii școlii aflăm și pe M. Eminescu, pentru disciplina geografie, în perioada 1 IX 1885...1 IX 1886.

Pe lîngă rezolvarea problemelor tehnice-economice de mare însemnătate pentru dezvoltarea economiei naționale, deosebit de efectuarea cercetărilor teoretice și experimentale cu caracter științific general, ne revine sarcina de onoare și de mare răspundere și în direcția valorificării patrimoniului istoric al oamenilor de știință din țara noastră. Marxism-leninismul ne învață să dăm o înaltă prețuire moștenirii culturale din trecut. Valorificarea critică a moștenirii culturale este o parte integrantă a noii culturi socialiste și marchează pe de altă parte contribuția oamenilor de știință romîni la tezaurul științei mondiale. Grăbirea valorificării critice a scrisului economic din secolul al XIX-lea, într-o lucrare unitară, ar fi de folos.

Academia R.P.R., Filiala Iași,
Colectivul de cercetări economice

BIBLIOGRAFIE

1. Malinschi V. T., Probl. econ., 1959, *1*, pp. 16–24.
2. Marx K., *Capitalul*, vol. I, ed. P. M. R., Buc., 1948, pp. 231 — 234.
3. Aurelian P. S., Prefață la introducerea lucrării *Sistem național de economie politică de Fr. List traducere de Papiniu.*, Buc., 1887.
4. Maciu V., Vasilescu C., Studii, 1954, *6*, pp. 145–160.
5. Suțu N., *Considérations générales sur l'instruction publique en Moldavie*, (citat după Veverca I., *N. Suțu*, p. 116).

6. Andriescu C., *Istoricul liceului Național din Iași*, Iași, 1936, p. 102.
7. * * * An. econ., 1860, trim. I, prefață.
8. Ghica I., *Scrisori*, Ed. de stat, Buc.; * * * *Enciclopedia Romîniei*, III, pp. 261—287.
9. Zane G., *Economia politică la Academia Mihăileană, la centenarul învățămîntului, economic în Romînia*, 1934.
10. Rusu D., Bul. Inst. polit. Iași, 1960, t. VI (X), *1—2*, pp. 463—472.
11. Bogdan, *Viața și ideile lui Simion Bărnuțiu*, 1924.
12. Apostoleanu Gh., Romînia literară, 1855, 15 și 22 X.
13. * * * *Anuarul Școlii Comerciale Iași, pe anul 1921/22.* Institut de arte grafice N. Ștefăniu, Iași 1923.
14. * * * *Anuarul Școlii Comerciale Iași, pe anul 1922/23.* Institut de arte grafice N. Ștefăniu, Iași, 1924.
15. Moga I., *Războiul vamal dintre Austro-Ungaria și Romînia*, Impr. naț. M. O., Buc., 1936.

ПРОГРЕССИВНЫЕ ТРАДИЦИИ В ЭКОНОМИЧЕСКОМ МЫШЛЕНИИ МОЛДОВЫ В XIX ВЕКЕ

(Резюме)

Подчеркивается наличие большого количества экономических исследований в Молдове XIX-го века. Отмечается присутствие видных экономистов среди кадров Академии „Михэйляна", а затем и Ясского университета.

Сделав выбор во множестве публикаций того времени, излагаются некоторые идеи и экономические течения пролагающие путь к Объединению и к укреплению румынского национального государства.

TRADITIONS PROGRESSISTES DANS LA PENSÉE ÉCONOMIQUE DE MOLDAVIE DANS LE XIX-e SIÈCLE

(Résumé)

On relève nombre assez élevé de recherches dans le domaine des sciences économiques en Moldavie du XIX-e siècle. On y remarque la présence des économistes de valeur parmi le personnel enseignant de l'Académie „Mihaileana" et ensuite de l'Université de Jassy.

Tout en choisissant dans l'ensemble de publications de ce temps dans le domaine, on expose quelques idées et courants économiques promoteurs de l'Union et de consolidation de l'État national roumain.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VI (X), Fasc. 3–4, 1960

RECENZII РЕЦЕНЗИИ
BOOK REVIEWS COMPTES RENDUS
BUCHBESPRECHUNGEN RECENSIONI
ANALISIS DE OBRAS

1. РЫБНИКОВ К. А., *История математики.* I. Изд. Московского университета, 1960, 190 стр.

Apariţia vol. I de *Istoria Matematicii,* elaborat de prof. dr. K. A. Rîbnikov, şef al catedrei de istoria matematicii de la Universitatea de stat „M. V. Lomonosov" din Moscova, constituie un eveniment ştiinţific de însemnătate deosebită. Consacrat istoriei dezvoltării matematicii din timpurile cele mai vechi pînă în sec. XVII inclusiv, conţinutul volumului, subdivizat în 15 lecţii, ce corespund planului de învăţămînt al disciplinei Istoria matematicii, din primul semestru al anului IV al facultăţii de mecanică-matematică a Universităţii din Moscova, oferă tuturor celor care se dedică studiului ştiinţelor matematice, şi în particular viitorilor pedagogi şi profesori, posibilitatea de a căpăta — pentru prima oară în literatura universală în domeniu — o vedere de ansamblu, de pe poziţiile concepţiilor marxist-leniniste despre lume, asupra pietrelor milenare de dezvoltare istorică a ştiinţelor matematice şi asupra căilor ce au condus la edificiul măreţ al matematicii contemporane.

Meritul deosebit al autorului constă în scoaterea sistematică în evidenţă, redată într-o expunere clară şi succintă, a celor mai de seamă direcţii de cercetare şi domenii de investigaţie, preluate dintr-o mulţime imensă de material faptic referitor la lunga perioadă de timp îmbrăţişată în acest volum, menite să înfăţişeze cu strălucită pregnanţă *istoria matematicii ca ştiinţă despre legile obiective de dezvoltare a matematicii.*

Expunînd în cele ce urmează titlurile subdiviziunilor cărţii ce corespund subiectelor lecţiilor respective: I. Obiectul istoriei matematicii; II. Geneza celor dintîi noţiuni şi metode matematice. Matematica Egiptului şi Babilonului antic; III. Cele dintîi teorii matematice în Grecia antică; IV. Construirea axiomatică a matematicii în epoca elenismului. *Elementele* lui Euclid; V. Metodele infinitezimale în Grecia antică. Creaţia matematică a lui Arhimede; VI. Teoria secţiunilor conice şi alte teorii şi metode matematice din perioada antichităţii tîrzii; VII. Particularităţile dezvoltării matematicii în China şi India; VIII. Matematica popoarelor Asiei medii şi a Orientului apropiat în secolele IX...XV · IX. Matematica evului mediu european şi a epocii Renaşterii; X. Transformarea matematicii în sec. XVII. Naşterea Geometriei analitice: XI. Perfecţionarea metodelor şi a mijloacelor de calcul în sec. XVII; XII şi XIII. Metodele diferenţiale şi integrale în matematica sec. XVII; XIV şi XV. Apariţia analizei infinitezimale, şi subliniind contribuţia autorului ce constă în punerea sistematică în evidenţă, în cadrul istoriei dezvoltării ştiinţelor matematice, a cunoscutei teze marxiste din care rezultă faptul determinării genezei şi formării elementelor constitutive similare ale unei ştiinţe de îndată ce condiţiile dezvoltării economice ale societăţilor respective sînt şi ele similare (a se vedea îndeosebi XII), ref. îşi exprimă convingerea că acest volum nu va întîrzia să fie tradus în alte limbi şi socoate în orice caz necesară traducerea neîntîrziată a cărţii recenzate în limba romînă.

*

On présente ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant ce volume *d'Histoire des Sciences Mathématiques,* où l'on trouve, pour la première fois dans la littérature universelle de spécialité, une exposition d'ensemble, élaborée sur le fondement

inébranlable de la conception matérialiste-dialectique du monde, des jalons du développement historique des sciences mathématiques et des voies qui ont conduit à l'édifice grandiose des mathématiques contemporaines. *D. Mangeron*

2. MESCHKOWSKI H., *Wandlungen des mathematischen Denkens. Eine Einführung in die Grundlagenprobleme der Mathematik.* Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 122 S.

Acest volum, primit favorabil de revistele de bibliografie matematică cu caracter internațional[1]), are de scop să stimuleze cercetarea matematică printre nespecialiști, subliniind, de exemplu, în cap. XII, necesitatea adîncirii fundamentelor matematicii și a istoriei dezvoltării sale pentru filozofi. Menționînd că, în stadiul actual al programelor de învățămînt, volumul rămîne accesibil numai persoanelor ce posedă o cultură matematică, subliniem totuși dorința autorului de a trezi înțelegerea în lumea nematematicienilor pentru „ansamblul procedeelor de gîndire matematică".

Cartea cuprinde următoarele capitole : I. Introducere, ce are ca scop să pună în evidență legăturile între matematică și filozofie și să facă ca problemele legate de fundamentele matematicii să fie cunoscute cercurilor cît mai largi ; II. Bazele geometriei Greciei antice ; III. Calea spre geometria neeuclidiană ; IV. Problematica infinitului ; V. Teoria lui Cantor despre mulțimi infinite ; VI. Antinomii și paradoxe ; VII. Intuiționism ; VIII. Geometria și experiența ; IX. Probleme de logică matematică ; X. Formalism ; XI. Problema rezolubilității, și XII. Rolul cercetărilor asupra fundamentelor matematicii în filozofie.

Cartea este scrisă într-un stil științific și nu filozofic. Este meritul autorului de a fi inclus numeroase citate extrase din originalele timpului. Trăsătura caracteristică, legată de studii moderne asupra fundamentelor matematicii care caută să elimine complet elementele metafizice din întregul eșafodaj al matematicii este subliniat just de autor. Dată fiind însă vastitatea argumentelor tratate, este limpede că volumul este departe de a fi complet.

*

On expose ci-dessus quelques détails concernant ce volume, dont l'A. s'est proposé de faire connaître à un large cercle de lecteurs la longue suite de problèmes relatifs aux fondements des mathématiques. Nombre de comptes rendus favorables concernant ce volume, incomplet par la force des choses, été insérés[1]) dans les revues de bibliographie mathématique à caractère international. *F. Marcus*

3. DURAND E., *Solutions numériques des équations algébriques.* **I.** *Équations du type* F(x)=0. *Racines d'un polynome.* Masson, Paris, 1960, VII+327 pp.

Acest volum, consacrat expunerii sistematice a metodelor de rezolvare numerică a ecuațiilor algebrice de forma $F(x)=0$, este deosebit de util prin faptul că pune în evidență defectele și calitățile fiecărei metode, avîndu-se în vedere aplicațiile moderne în care se folosesc mașinile matematice de calcul. Trecerea în revistă a conținutului fiecărui capitol poate constitui o informare inițială asupra operei : I. Soluție sub formă de dezvoltări nelimitate (29 pp.) ; II. Introducere în problema metodelor iterative (48 pp.) ; III. Ecuații conținînd funcții transcendente (13 pp.) ; IV. Operații asupra polinoamelor (20 pp.) ; V. Transformări ale ecuației polinomiale $P_p(x)=0$ (35 pp.) ; VI. Localizarea rădăcinilor unei ecuații polinomiale în planul complex (25 pp.) ; VII. Calculul zerurilor unui polinom prin puterile de ordin k (34 pp.) ; VIII. Calculul succesiv al zerurilor unui polinom prin metodele iterative (45 pp.) ; IX. Calculul simultan al tuturor zerurilor unui polinom prin metodele iterative (14 pp.). Volumul se încheie prin două note consacrate studiului operațiilor cu numere avînd mai mult de zece cifre și a operațiilor relative la virgula flotantă în cazul mașinilor cu program. Meritul autorului constă în faptul că, în calitatea sa de director al Institutului de calcul de la Universitatea din Toulouse, a reușit, împreună cu colectivele sale, să experimenteze totalitatea metodelor descrise scoțînd în evidență procedeele cele mai directe și cele mai simple cunoscute în momentul redactării lucrării.

*

On indique ci-dessus, tout en attendant la parution du tome **II** consacré aux systèmes de plusieures équations et aux valeurs propres des matrices, quelques détails con-

[1]) Дорофеева А. В., РЖМ, 1958, *6*, стр. 2—3 ; Germansky B., Math. Rev., 1959, **20**, *1*, p. 1; Gericke H., Zb. f. Math., 1957, **71**, 1, S. 1—240.

cernant ce volume où l'on trouve une exposition assez large des méthodes de détermination des solutions numériques des équations algébriques, expérimentés par l'A. et ses collaborateurs auprès du Centre de Mathématiques appliquées de l'Université de Toulouse. Ref. souligne surtout la valeur pratique de cet ouvrage, dont toutes les formules sont démontrées de la manière la plus directe et la plus simple à l'heure actuelle et recommande aux initiés le contenu des deux notes, à savoir : Opérations sur les nombres de plus de 10 chiffres et Les opérations en virgule flottante avec les machines à programmes (pp. 298 et suivantes). *L. Constantinescu*

4. *** *Cambinatorial Analysis. Proceedings of Symposia in Applied Mathematics.* Vol. **X**, American Mathematical Society, Providence, R. I., 1960, VI+311 pp.

Analiza combinatorie şi-a extins domeniul de aplicare de la geometriile finite, algebră şi teoria numerelor, la teoria comunicaţiilor şi a reţelelor de transport. Varietatea domeniilor a implicat şi deosebiri esenţiale în problemele analizei combinatorii, atît în ce priveşte fondul intrinsec cît şi forma exterioară.

Volumul recenzat conţine 24 lucrări de analiză combinatorie, prezentate la al X-lea simpozion de matematici aplicate, organizat de Societatea matematică americană la Universitatea din Columbia, în aprilie 1958. Lucrările se împart în patru grupe şi anume : Existenţa şi construcţia schemelor combinatorice ; Analiza combinatorie a problemelor extremale cu caracter discret ; Probleme de comunicaţii, transporturi şi logistică ; Analiza numerică a problemelor cu caracter discret.

În imposibilitatea de a ne opri asupra fiecărei lucrări în parte, menţionăm cîteva teme, legate de folosirea maşinilor de calcul : *Un procedeu enumerativ pentru o clasă de probleme de analiză combinatorie* (R. J. Walker, pp. 91 — 94) ; *Rezolvarea problemelor de programare liniară în numere întregi* (R. E. Gomory pp. 211 — 216) ; *Soluţie a unei vaste game de probleme de transporturi* (Murray Gerstenhaber, pp. 251 — 260).

Îmbinînd deopotrivă părţi abstracte şi necantitative ale matematicii, cu aspecte numerice, aritmetice, făcînd apel la diferite ramuri ale matematicii — algebră, geometrie, consideraţii analitice şi numerice — lucrările din acest volum pledează pentru teza nedespărţirii artificiale a matematicii în pură şi aplicată, în nesepararea ei rigidă pe ramuri.

Volumul se încheie cu un index de termeni, deosebit de util. Unele lucrări se încheie cu o bibliografie amplă, în deosebi din literatura de specialitate americană şi engleză, dar din care nu lipsesc nici trimiteri şi la autori din alte ţări ca : L. V. Kantorovici şi M. K. Gavurin (U. R. S. S.), G. Hajos (R. P. Ungară), (p. 126), W. Sierpinski (R. P. Polonă), (p 208) etc.

*

Le ref. expose quelques détails concernant ce volume contenant les travaux d'analyse combinatoire présentés au X-ième symposion de mathématiques appliquées, organisé par la Société Mathématique Américaine, à l'Université de Columbia (Avril 1958). *Ş. Rimer*

5. SZEGÖ G., *Orthogonal Polynomials.* American Mathematical Society, Colloquium Publications, Vol. **XXIII**, 1959, N. Y., IX+421 pp.

Variate probleme ce folosesc în schematizarea lor matematică puternicul aparat de investigaţie ştiinţifică constituit din teoria polinoamelor ortogonale (a se vedea, de ex., recenzia apărută în acest *Buletin* asupra cărţii tradusă acum şi în limba engleză : Я. Л. Геронимус, *Ортогональные многочлены на отрезке и на окружности* precum şi articolul din BIPI, 1956, **2 (6)**, *1—2*, pp. 21—27, au făcut să se dezvolte nebănuit în ultimii ani întregul domeniu legat de astfel de polinoame, constituit din teoria funcţiilor speciale (trigonometrice, hipergeometrice, Bessel, eliptice ş. a.), teoria fracţiilor continue, teoria ecuaţiilor diferenţiale şi integrale, teoria interpolării şi aceea a cvadraturilor mecanice. Teoria polinoamelor ortogonale s-a dovedit apoi a fi deosebit de utilă şi în teoria sistemelor ortogonale, mecanica cvantică şi statistica matematică.

Prima ediţie a acestei cărţi apare la patru ani de la publicarea în colecţia Mémorial des Sciences Mathématiques de către J. Shohat (1934) a cunoscutei monografii consacrată teoriei generale a polinoamelor ortogonale ale lui Cebîşev, introduse de genialul matematician şi mecanician rus. Aprecierea deosebită acordată cărţii prof. G. Szegö de lumea ştiinţifică, confirmată prin rapida epuizare a lucrării şi prin recenzii deosebit de elogioase înserate în revistele de bibliografie matematică cu caracter inter-

național, a făcut ca ediția a doua să fie pregătită de către autor încă în 1948. Deosebirile între binecunoscutul volum *Polinoame ortogonale*, publicat în 1939, și această a doua ediție, constă dintr-un număr de adăugiri ca, de exemplu, teoria importantelor polinoame ale lui Pollaczek, dezvoltată de acest autor și elevii săi de la 1949 încoace, sau o vastă serie de probleme și exemple, ce reflectă din plin progresele realizate între timp în această ordine de idei. Trebuie subliniat că autorul a avut deosebita grijă, atît în prima cît și în această a doua ediție, să cuprindă și să reflecte totalitatea contribuțiilor de seamă în domeniu ale cercetătorilor de pe glob, menționînd, în particular, cu prisosință — spre deosebire de unele cărți din occident care păcătuiesc prin a avea o bibliografie incompletă — lucrările savanților ruși și sovietici. Este plăcut a se menționa în încheiere, în ceea ce ne privește nemijlocit, reflectarea în această operă de seamă a autorului, a lucrărilor românești în domeniu, datorite lui Vera Myller-Lebedev și T. Popoviciu.

★

On souligne ci-dessus, en langue roumaine, les grandes mérites de ce livre devenu rapidement classique, tout en indiquant quelques particularités de cette seconde édition revue et augmentée. *D. Mangeron*

6. ФАВАР Ж., *Курс локальной дифференциальной геометрии*, И. Л., М., 1960 559 стр.

Cartea prof. J. Favard, oaspetele țării noastre la cel de al IV-lea Congres al matematicienilor români din 1956, se deosebește — după cum subliniază în prefața la ediția în limba rusă marele geometru sovietic S. P. Finikov — de cea mai mare parte a tratatelor de geometrie diferențială prin faptul că autorul a inclus geometria diferențială clasică locală în cercul de idei care au jucat un rol de seamă în dezvoltarea matematicii în ultima jumătate de secol. Este vorba aici, în primul rînd, de ansamblul de idei legate de teoria mulțimilor și de teoria grupurilor, care și-au făcut apariția în domeniul geometriei diferențiale prin teoria spațiilor riemanniene și teoria relativității și, pe de altă parte, prin teoria grupurilor continue și metoda lui Cartan. Volumul, deosebit de interesant atît din punct de vedere al concepției cît și din acel al execuției (a se citi de pildă capitolul consacrat expunerii cu totul originale a teoriei înfășurătoarelor), permite cititorului să învețe să stăpînească metoda lui Cartan și alte numeroase metode de geometrie diferențială, îndemnîndu-l să reflecteze cu profit asupra bazelor acestei științe, atît de mult și fructuos cultivată în centrul universitar Iași.

★

Le réf. souligne ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant cet excellent volume consacré à la géométrie différentielle locale, tout en faisant les siennes les paroles de la préface à l'édition russe rédigée par l'illustre géomètre S. P. Finikoff. Très intéressant par sa conception et par son exposition, le livre conduit le lecteur à l'assimilation complète de la méthode de Cartan et aussi bien d'autres méthodes de la géométrie différentielle moderne tout en l'ammenant vers les fondements profonds de cette science. *Șt. Ruscior*

7. BAULE B., *Die Matematik des Naturforschers und Ingenieurs. Bd.* **I.** *Differential- und Integralrechnung.* 11. Auflage, 1959, VIII+187 S.; Bd. **IV.** *Gewöhnliche Differentialgleichungen.* 6, neubearbeitete Auflage, 1959, 160 S.; Bd. **V.** *Variationsrechnung.* 5. Auflage, 1958, 52 S., S. Hirzel Verlag, Leipzig.

Aceste volume constituie conținutul parțial al cursului multilateral al matematicilor superioare predate la Institutul politehnic din Graz. Ele sînt dedicate, respectiv, calculului diferențial și integral, calculului variațional și teoriei ecuațiilor diferențiale ordinare. Recenziile elogioase de care s-au bucurat primele ediții ale acestei opere didactice, apărute în diferite reprize la Viena, Berlin-Dahlen și Leipzig în elaborarea prof. dr. B. Baule, înserate în diferite reviste de metodologie și didactică a matematicilor superioare (de pildă, Ztschr. f. math. Unterricht), și mai ales practica numeroaselor cadre de învățămînt, a făcut ca aceste volume să fie apreciate și căutate de acei care caută să se inițieze în matematică din prima etapă a învățămîntului tehnic superior. Din conținutul volumului I ref. subliniază paragrafele consacrate integralelor eliptice și coordonatelor toroidale; din vol. IV — numeroasele aplicații la mecanică (statica și dinamica particulelor electrice în diferite cîmpuri electrice și magnetice; potențiale etc.), iar din vol V. — problemele variaționale de ordin superior (suprafețe minimale), care și-au găsit atîtea aplicații, o dată cu cunoscuta experiență a lui Plateau. Așteptăm să primim și noile ediții

ale vol. II, III, VI şi VII, consacrate, respectiv, calculului cu aproximaţie, geometriei analitice, ecuaţiilor cu derivate parţiale şi geometriei diferenţiale.

*

Ces volumes font partie de la collection *Les Mathématiques des naturalistes et des ingénieurs* paru en sept volumes (la première édition a été publiée en 1942), ayant à la base le cours de mathématiques professé par le prof. B. Baule pendant les premiers semestres auprès de l'École Polytechnique de Graz. Le réf. donne ci-dessus quelques détails concernant les volumes consacrés au Calcul différentiel et intégral (**I**), aux Équations différentielles ordinaires (**IV**) et au Calcul des variations (**V**), tout en soulignant le succès de cette oeuvre dont les qualités didactiques incontestables ont fait si que les volumes mentionnés se trouvent aujourd'hui respectivement à la 11-ième, 6-ième et 5-ième éditions. On attend bien justement la parution de nouvelles éditions des autres volumes de la série, à savoir, ceux consacrés au Calcul numérique (**II**), à la Géométrie analytique (**III**), aux Équations aux dérivées partielles (**VI**) et à la Géométrie différentielle (**VII**).

M. Bercovici

8. * * * *Tables numériques des fonctions associées de Legendre. Fonction associée de première espèce* $P_n^m(\cos\theta)$. Deuxième fascicule : [n : $-0{,}5\,(0{,}1)\,10$] [m : $0\,(1)2$] [$\theta : 0°(1)180°$] Calculées pour le Centre d'études des télécommunications sous le contrôle du Laboratoire de calcul de l'Université de Grenoble. Editions de la Revue d'Optique, Paris, 1959, IX+639 pp.

Acest volum, constituind prin conţinutul său prelungirea practică, naturală, a volumelor relative la teoria funcţiilor sferice ale lui Legendre şi la teoria funcţiilor sferoidale, elaborate de L. Robin într-o succesiune de volume, publicate în editura Gauthier-Villars (a se vedea acest *Buletin*, 1959, **5** (**9**), *3—4*, p. 434), este al doilea din serie (primul a fost publicat în 1952). Execuţia calculelor, condusă de prof. J. Kuntzmann, este bazată pe folosirea, în intervale convenabile, a seriilor hipergeometrice speciale ce reprezintă $P_n(\cos\theta)$, pe un număr de formule de recurenţă care leagă funcţiile $P_{n+1}(\cos\theta)$, $P_{n-1}(\cos\theta)$, $P_n(\cos\theta)$ ş. a., indicaţiile necesare pentru folosirea tabelelor fiind date la pp. III—VII de L. Robin În comparaţie cu tabelele precedente acest volum conţine mai multe zecimale precum şi diferenţele centrale a doua şi a patra, fapt care permite aplicarea formulei de interpolare a lui Everett-Laplace.

*

On expose ci-dessus quelques détails concernant ce volume, d'importance incontestable dans les vastes domaines modernes de la physique et de la science de l'ingénieur. Ce fascicule constitue le prolongement naturel de la théorie exposée dans la série des volumes élaborés par M. L. Robin (v. ce *Bulletin*, 1959, **5**(**9**), *3—4*, p. 434). L'exécution des calculs a été faite grâce aux soins de M. le prof. J. Kuntzmann, spécialiste bien connu et collaborateur de ce *Bulletin*. Les éditions de la *Revue d'Optique* se sont chargés, avec leur grand soin habituel, de ce volume.

A. Triandaf

9. COLLATZ L., *The numerical Treatment of differential Equations*. Third Edition, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1960, Translated from a supplemented Version of the 2nd German edition by P G Williams, XV+568 pp.

Puternicele metode matematice de investigaţie ştiinţifică, aflate în plină elaborare, şi cristalizate astăzi într-o ramură aparte denumită *Calcul numeric*, ce se impune să fie introdus ca un curs obligator ta totalitatea facultăţilor tehnice de învăţămînt superior şi la toate facultăţile de matematică, fizică şi chimie ale universităţilor, sînt expuse în acest volum, în cadrul fundamentalului domeniu relativ la rezolvarea ecuaţiilor diferenţiale ordinare şi cu derivate parţiale. Subliniind faptul că pînă la apariţia acestei a 3-a ediţii în limba engleză, volumul a fost tradus în limba rusă îndată după apariţia primei ediţii în limba germană, menţionăm că primele două ediţii au fost primite favorabil de lumea ştiinţifică. Aceasta rezultă atît din consultarea revistelor de specialitate (a se vedea, de ex., recenzia lui Milne W. E, Bull. Amer. Math. Soc., 1953, **59**, *1*, pp. 94—96), cît şi a revistelor de bibliografie matematică cu caracter internaţional (a se vedea, de ex., Саульев К. В., РЖМ, 1956, *2*, 1685 **К.**).

Cap. 1 şi 2 sînt consacrate, după expunerea unor consideraţii generale, prezentării metodelor numerice de rezolvare a problemelor cu condiţii iniţiale pentru ecuaţii diferenţiale ordinare. Aici îşi găsesc aplicaţie, în particular metodele lui Euler, Runge-Kutta, Adams ş. a. Cap. 3 expune aplicarea metodelor numerice la rezolvarea problemelor de contur pentru ecuaţii diferenţiale ordinare. Aici îşi găsesc loc importantele metode ca

aceea a diferenţelor finite, metode variaţionale (Ritz şi a celor mai mici pătrate), metodele lui Galerkin, metoda de reducere a problemei de contur la problema Cauchy, metoda colocării, metoda seriilor, metodele aproximaţiilor succesive şi a perturbaţiilor. Cap.4 discută probleme de rezolvare numerică a problemelor Cauchy şi a celor mixte relative la ecuaţii cu derivate parţiale, pe cînd cap. 5 se ocupă de probleme de contur, mult mai importante în aplicaţii fizice şi tehnice, relative la astfel de ecuaţii. O deosebită atenţie se acordă metodei diferenţelor finite, valorificată în practica ultimelor două decenii, aceasta fără a micşora din valoarea cunoscutelor metode ale lui Galerkin, Ritz, Trefftz, metodei de dezvoltare în serii de funcţii proprii etc. Ultimul capitol (al 6-lea) este consacrat expunerii metodelor generale de integrare a ecuaţiilor integrale şi funcţionale precum şi abordării numeroaselor probleme concrete în domeniu, dată fiind vastitatea acestui din urmă subiect.

Trebuie subliniat în mod cu totul deosebit marea importanţă, în tratarea numerică a schemelor matematice ale fenomenelor naturii, cristalizate prin diferite ecuaţii diferenţiale, cu derivate parţiale, integrale, integro-diferenţiale şi funcţionale, ce o acordă, pe drept cuvînt, autorul, studiului cît mai adîncit al problemei de evaluare a ordinului de mărime a erorilor comise. Se poate afirma că după apariţia primei ediţii în limbile germană şi rusă, s-a elaborat, ca rezultat al imboldului nemijlocit al acestor volume, un şir întreg şi deosebit de valoros de lucrări relative la astfel de probleme de evaluare a erorilor, datorit atît autorului cît şi numeroşilor cercetători. Noile rezultate în domeniu sînt incluse în această nouă ediţie, tradusă din cea de a 2-a ediţie în limba germană, la locurile corespunzătoare. Ele îndeamnă la o temeinică adîncire ulterioară.

Volumul, fără a conţine metode mecanice şi grafice, se încheie cu 10 tabele-anexe conţinînd diferite formule, în particular a aproximaţiilor interesînd metoda diferenţelor finite. Tradiţionalul indice de autori şi materii, uşurînd consultarea cărţii, ridică şi mai mult valoarea volumului.

Ref. observă la pag. 555 o eroare de transcriere: lipseşte prima iniţială a lui Cebîşev (P.), fiind indicată corect numai cea de a doua (L).

*

Реф. излагает выше, на румынском языке, некоторые подробности касающиеся третьего издания этой хорошо известной книги *Численные методы решения дифференциальных уравнений* Л. Коллаца, подчёркивая, в частности, важные добавления в области уточненных методов вывода общих оценок погрешности, помещенных автором в соответствующих главах второго издания, следуя новопроведенным исследованиям как самого автора так и других исследователей, появившимся в эти последние годы в научных журналах по специальности. *A. Oprea*

10. BLAQUIÈRE A., *Mécanique non linéaire. Les oscillateurs à régimes quasi sinusoïdaux.* Mémorial des Sciences mathématiques, fasc. **CXLI,** Gauthier-Villars, Paris, 1960, 137 pp.

Cele două idei directoare ale lui H. Poincaré, continuate şi amplificate substanţial îndeosebi de marea şcoală sovietică a lui N. M. Krîlov şi N. N. Bogoliubov în cadrul Mecanicii neliniare a vibraţiilor, se referă la metodele topologice calitative şi la metodele de aproximaţie legate de dezvoltări în serie. Prezentul volum, abordînd cel de-al doilea punct de vedere şi avînd la bază un şir de lucrări recente ale autorului, început în 1951 printr-o extensiune a teoriei lui Nyquist la cazul caracteristicilor neliniare, este consacrat studiului sistemelor cvasiliniare. Astfel de sisteme, ce-şi vor găsi fără îndoială aplicaţie în studiul servomecanismelor, prezintă avantajul de a putea fi studiate prin asocierea unei funcţionale, regruparea numeroaselor clase de fenomene făcîndu-se în cazul studiului sistemelor menţionate în regimul liber, în regim sinusoidal forţat şi în regim forţat, sub acţiunea unei funcţii aleatoare (perturbări produse de zgomote).

*

Les méthodes d'analyse des systèmes non linéaires, rattachées aux deux idées directrices introduites par H. Poincaré, continuées et amplifiées d'une manière des plus heureuses par la célèbre école soviétique de N. M. Kryloff et N. N. Bogoliuboff, se sont développées ayant à la base les méthodes topologiques qualitatives et les méthodes d'approximation par des développements en série. C'est à partir de ce deuxième point de vue que l'auteur a introduit une mèthode operationnelle en faisant associer à

des systèmes fonctionnant de façon quasi linéaire une fonctionnelle généralisant la fonction de Nyquist des systèmes linéaires. Cette théorie, qui se réfère au comportement des systèmes considérés en régime libre, à leur évolution en régime forcé sinusoïdal et à leur évolution en régime forcé sous l'effet d'une fonction de bruit, trouvera de nombreuses applications surtout dans l'étude des servomécanismes. *N. Irimiciuc*

11. SZABÓ I., *Höhere technische Mechanik.* Nach Vorlesungen. 3. verbesserte und erweiterte Auflage, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, XII+504 S.

Volumul recenzat constituie a 3-a ediţie revăzută şi adăugită a ediţiei precedente, primită favorabil de lumea ştiinţifică de specialitate[1]). Îmbunătăţirile introduse se referă îndeosebi la hidrodinamică şi la dinamica gazelor. Se menţionează în particular faptul că anexa s-a lărgit prin adăugirea a două exemple relative la teoria elasticităţii (determinarea sarcinilor de flexiune şi de încovoiere cu ajutorul calculului cu diferenţe finite), ţinîndu-se seama de o analogie hidrodinamică a teoriei torsionării, elaborată cu totul recent de H. Sander (Bauingenieur, 1959, S. 172), precum şi de determinarea pierderii de energie în scurgeri vîscoase. Un indice de nume şi de materii, precum şi o vastă bibliografie, indicată în text la subsolul paginilor respective, ridică valoarea cărţii.

*

Ce volume constitue la troisième édition revue et augmentée de l'édition précédente, reçue très favorablement par le monde scientifique[1]). D'ailleurs l'un des comptes rendus concernant la première édition de ce livre, inséré dans Новые книги за рубежом, 1958, **A**, 2, стр. 30-31, et élaboré par le prof. J. G. Dzanelidzé, ne laissait aucun doute sur le succès dont il se rejouit depuis lors. Quelques améliorements ont été introduits ici surtout dans les chapitres relatifs à l'hydrodynamique et à la dynamique des gas. L'A. a ajouté en outre—dans l'appendice—deux nouveaux problèmes relatifs à la théorie de l'élasticité, tout en tenant compte de quelques résultats tout-à-fait recents dus à H. Sander (Bauingenieur, 1959, S. 172). La présentation du livre est traditionnellement bonne. On n'a qu'a attendre la parution prochaine du deuxième volume. *D. Mangeron*

12. SZABÓ I., *Repertorium und Übungsbuch der Technischen Mechanik.* Berlin-Göttingen-Heidelberg, Springer-Verlag, VII+273 S.

Acest volum este o deosebit de utilă completare la volumele apărute anterior: *Introducere în Mecanica teoretică* şi *Mecanica tehnică superioară*. Conţinutul său răspunde scopurilor ce şi le-a propus autorul şi anume: materialul introductiv la fiecare capitol permite o repetare a formulelor şi a datelor teoretice de bază, iar totalitatea exerciţiilor răspunde pe de-o parte necesităţilor de a prezenta studenţilor cît mai multe probleme legate nemijlocit de practica inginerească şi, pe de alta, la nevoia de a-i deprinde cu tehnica calculului, specifică problemelor de mecanică. Fiecare exerciţiu şi problemă este prevăzut, în afară de răspuns, şi de un număr de indicaţii mai mult sau mai puţin complete asupra căii de rezolvare. Figurile deosebit de îngrijite şi datele numerice bine alese fac să crească şi mai mult valoarea volumului, subdivizat în: statică, rezistenţa materialelor, dinamică (cinematică şi cinetică), oscilaţii mecanice, şocuri, hidromecanică, dinamica gazelor perfecte, mecanica similitudinii, principiile mecanicii. Ref. sub iniază îndeosebi şirul de probleme consacrate teoriei modelelor şi similitudinii, în care s-au expus mai multe aplicaţii interesante la teoria lui Newton, Froude, Reynolds ş. a. Este de dorit ca în noua ediţie acest capitol să fie lărgit şi mai mult, folosindu-se în acest scop fundamentalele lucrări recente ale acad. L. I. Sedov, Konakov ş. a.

*

Das *Repertorium und Übungsbuch der Technischen Mechanik* soll dem Studierenden die Möglichkeit geben, durch eine grössere Anzahl von Übungsbeispielen seine Kenntnisse zu festigen und zu vertiefen. Grundsätzlich wird jedem Aufgabengebiet eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Sätze und Formeln des zugehörigen Lehrstoffes vorangestellt. Neben der „Beispielen aus der Praxis" auch mehrere Probleme zwecks „Sich-Einüben" sind dorthin harmonisch eingereiht. Eine Menge sehr guten Probleme sind der folgenden Kapiteln gewidmet: I. Kräfte, Spannungen und Gleichgewichtsbedingungen; II. Elementare Spannungs- und Deformationstheorie elastischer Tragweite; III. Ausge-

[1]) Gläser, Technik, 1959, **14**, *4*, S. 318; Schaefer H., VDI-Ztschr., 1959, **101**, *9*, S. 373; Bul. Inst. polit. Iaşi, 1959, **5(9)**, *1-2*, pp. 466-467.

wählte Probleme der höheren Elastizitätstheorie: IV. Kinematik; V. Kinetik der starren und deformierbaren Systeme: VI. Ideale und zähe Flüssigkeiten; VII. Dynamik idealer Gase; VIII. Grundgesetze der Ähnlichkeitsmechanik. Ref. unterstreicht speziellerweise die Reihe der Übungen die der Theorie der mechanischen Ähnlichkeit und Modelle gewidmet ist. Es ist wünschenswert in nächsten Ausgaben neben der klassischen Resultate (Newton, Froude, Reynolds u.a.) auch neueste und wichtige Aufgaben die die Forschungen Sedov's, Konakov's u.a. betreffen, einzuführen. *Gh. Ciobanu*

13. WEISZMANN E., *Utazás a négy dimenzióban, (Călătorie în patru dimensiuni).* Ed. Tiner., Buc., 1958, 214 pp.

14. WEISZMANN E, *A rejtélyes Ψ (pszi), (Misteriosul Ψ (psi)).* Ed. Ştiinţ., Buc., 1960, 280 pp.

Preocuparea continuă a oamenilor noştri de ştiinţă de a populariza ştiinţele, de a le scrie pe înţelesul maselor largi de oameni ai muncii, se reflectă şi în literatura de popularizare a fizicii, în limba maghiară, din ţara noastră. Cărţile amintite mai sus constituie o mărturie vie a afirmaţiei noastre.

Cartea *Călătorie în patru dimensiuni*, familiarizează cititorii cu ideile şi succesele teoriei relativităţii restrînse şi generale, iar *Misteriosul Ψ* îl introduce pe cititor în teoria cuantică şi ondulatorie a materiei, fără a apela la formalismul matematic al teoriilor.

Cele două cărţi, fără a se referi una la alta, constituie împreună o descriere aproape completă a problemelor fizicii din secolul nostru.

Cu toată unitatea ce o formează aceste cărţi, stilul lor, modul de prezentare, este diferit. Prima carte se adresează în special tinerilor cititori, fiind scrisă sub formă de dialoguri purtate de autor cu un grup de tineri, de specialităţi diferite, dornici de a cunoaşte tainele naturii. *Misteriosul Ψ* este prezentat la un nivel ceva mai ridicat, descriind antecedentele teoriei cuantelor, precum şi dezvoltarea ei pînă-n zilele noastre. În ambele cărţi autorul este preocupat de problemele şi luptele ideologice ce s-au purtat în jurul teoriilor expuse, dînd lămuriri partinice de pe poziţiile materialismului dialectic, fapt ce constituie un mare merit al autorului.

*

La préoccupation permanente de nos hommes de science de populariser les sciences dans les masses est évidente, entre autres, en ce qui concerne la popularisation de la physique par les livres en langue hongroise. Les deux oeuvres mentionnées en constituent un exemple. Le livre *Voyage en quatre dimensions* familiarise les lecteurs avec les idées et les succès de la théorie de la relativité restreinte et générale et *Le Mistérieux Ψ* introduit le lecteur dans la théorie quantique et ondulatoire de la matière, sans faire appel au formalisme mathématique des théories. *I. Gottlieb*

15. SCHLICHTING H., TRUCKENBRODT E., *Aerodynamik des Flugzeuges.* Bd. **I.** *Grundlagen aus der Strömungstechnik. Aerodynamik des Tragflügels* (Teil **I**). 1959, XV+ +455 S. Bd. **II.** *Aerodynamik des Tragflügels* (Teil **II**), *des Rumpfes, der Flügel-Rumpf-Anordnungen und der Leitwerke.* 1960, XVI+485 S., Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg.

Faptul că primul volum din această lucrare de sinteză, consacrată aerodinamicii avionului şi elaborată pe baza vastei literaturi de specialitate înserată în anii din urmă în diferite reviste, a fost întîmpinat foarte favorabil de lumea ştiinţifică [1]), precum şi faptul că ambii autori sînt bine cunoscuţi prin numeroase cercetări în domeniu, iar primul şi-a văzut apărînd de curînd, paralel cu cea de a 3-a ediţie a apreciatului volum relativ la teoria stratului limită, şi o traducere în limba rusă, este o chezăşie pentru indiscutabila valoare a întregii opere.

Cuprinsul celor două volume se subdivide în trei părţi mari şi 12 capitole. În prima parte se expun, folosind puternicele aparate matematice de investigaţie ştiinţifică,

---

[1]) Hausenblas H., Konstruktion, 1959, **11**, *11*, S. 464; Küchemann D., J. Roy. Aeronaut. Soc., 1959, **63**, *580*, pp. 270—271; Wille R., Bauingenieur, 1959, **34**, *11*, S. 451; Kirste L., Österr. Ingr. Z., 1960, **3**, *2*, S. 83.

desfăşurate într-o strînsă legătură cu fenomenul fizic care le stă la bază, paralel cu cele mai noi date experimentale interesînd tehnica înaltă a avioanelor, fundamentele teoriei scurgerii: hidrodinamica (pp. 18—136); dinamica gazelor şi teoriei stratului limită (scurgere cu frecare) (pp. 219—321). În partea a doua este tratată — după o introducere în aerodinamica aripii portante — teoria profilelor aripilor de avion de anvergură infinită în cadrul scurgerii incompresibile şi apoi, în acelaşi cadru, în continuare în vol. **II**, teoria aripii portante de anvergură finită (pp. 1—125). Problema se reia apoi, adîncindu-se, pentru aripi portante de cele două anverguri finite în cadrul scurgerii compresibile. Partea a treia a celui de-al doilea volum este consacrată studiului aerodinamicii fuzelajului, a asamblărilor aripi-fuzelaj şi a dispozitivelor de direcţie şi a cîrmei. Ambele volume cuprind foarte numeroase exemple în care totalitatea calculelor este dusă pînă la capăt, precum şi numeroase tabele şi diagrame. Ref. îşi face o plăcută datorie de a sublinia faptul că ambele volume folosesc, între altele, valoroasele rezultate şi materiale expuse în fundamentalele volume, traduse în limbile germană, rusă, engleză ş. a., elaborate de acad. E. Carafoli, consacrate aerodinamicii vitezelor mari, şi teoriei aripii portante.

*

Реф. подчеркивает выше, на румынском языке, некоторые характерные достоинства этого фундаментального труда авторов, посвященного аеродинамике самолёта и основанного на непрестанном сопоставлении результатов строгих математических выкладок соответствующих теорий с новейшими экспериментальными данными техники самолётов, освещенными в журналах по специальности за последние годы.

Факт того, что недавно вышедшее третье издание книги первого из авторов, посвященное теории пограничного слоя, переведено на русский язык, как и факт быстрого появления многочисленных положительных отзывов о первом томе реферируемого труда [2]), позволяет заключить о скором переводе и этих двух книг.

D. Mangeron

16. COLOMBANI A., *Propriétés magnétiques des lames métalliques minces.* Mémorial des Sciences Physiques, Fasc. **LVIII**, 1959, Gauthier-Villars, Paris, 78 pp.

Proprietăţile feromagnetice ale păturilor metalice subţiri au fost studiate într-o mare diversitate de condiţii, ceea ce a făcut să apară o tot atît de mare diversitate de fapte experimentale, mai mult sau mai puţin concordante între ele. Această stare de lucruri a făcut necesară apariţia lucrării lui A. Colombani, care a completat o lipsă mult resimţită.

Lucrarea constituie o expunere sistematică a principalelor rezultate experimentale şi teoretice, obţinute în ultimii aproape o sută de ani, prin cercetările ce s-au efectuat asupra proprietăţilor magnetice ale păturilor metalice subţiri. Aceste rezultate, obţinute în lucrările considerate de autor ca cele mai esenţiale şi mai originale, sînt grupate în cinci mari capitole, după modul de obţinere a păturilor subţiri şi după teoriile care explică rezultatele experimentale. În primul capitol sînt expuse rezultatele lui Maurain (1901) cu privire la proprietăţile magnetice ale păturilor depuse electrolitic. Lucrările lui Tyndall (1927) şi Procopiu (1934) le este acordată o atenţie deosebită deoarece contrazic în parte unele rezultate obţinute de Maurain şi aduc date experimentale noi. Ambii cercetători au dovedit cu metode diferite creşterea cîmpului coercitiv o dată cu scăderea grosimii păturii, dînd şi relaţii empirice pentru aceste variaţii. De asemenea sînt expuse rezultatele lui Procopiu cu privire la permeabilitatea păturilor superficiale de fier.

Lucrările care au folosit pături depuse prin evaporare termică sînt socotite mai concludente, cu toate că măsurătorile au fost făcute în prezenţa aerului. În capitolul al doilea sînt citate lucrările lui: Sorensen (1924), Edwards (1927), Miller (1928), Howey (1929), Otis (1933) şi Félici (1944), dar şi aceste rezultate sînt în parte contradictorii. Becker a folosit aceste date pentru dezvoltarea teoriei asupra feromagnetismului.

În capitolul al treilea sînt expuse lucrările lui Colombani (1944) şi rezultatele căpătate de alţi cercetători care au folosit pături obţinute prin pulverizare catodică: Ingersoll (1925), Vinney (1925), Hanawalt (1927), Aron (1941).

Teoria lui Klein şi Smith este expusă în capitolul al patrulea. Ea precizează dependenţa magnetizării spontane de grosimea păturii, folosind metoda undelor de spin.

În ultimul capitol sînt expuse rezultatele lucrărilor lui Dorfman şi Frenkel (1930), Landau şi Lifşiţ (1935), Néel (1944) şi teoria domeniilor a lui Kittel.

[2]) см. стр. 472, сноска [1]).

Prin cele 88 de trimiteri bibliografice se dă posibilitatea unei documentări complete în problemele tratate.

*

L'A. expose dans cet ouvrage, d'une manière systématique, les plus importants résultats expérimentaux et théoriques quant aux propriétés magnétiques des lames métalliques minces. Il s'occupe des propriétés magnétiques des lames métalliques minces obtenues par l'électrolyse (d'après les travaux de Maurain, Tyndall et Procopiu), par évaporation thermique (d'après les travaux de Sorensen, Otis, Félici), et par la pulvérisation cathodique (d'après les travaux de Ingersoll, Aron, Colombani, Crittenden). Un mérite remarquable de ce travail est la présentation unitaire des résultats expérimentaux et théoriques. *M. Sorohan*

17. ESPE W., KUHN A., *Elementare Grundlagen der Kernphysik.* Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig, Leipzig, 1958, 263 S.

Cartea este consacrată expunerii elementelor de bază a fizicii nucleare. Elaborarea este sistematică şi didactică. Autorii insistă asupra noţiunilor celor mai importante şi explică pe larg legităţile fundamentale.

Editată în condiţii grafice îngrijite, cartea se adresează cercurilor largi de tehnicieni ce doresc a fi introduşi în acest domeniu.

*

Les A. ont réussi à présenter d'une façon simple et didactique nombre de problèmes concernant l'utilisation de l'énergie atomique aux buts pacifiques. Le niveau du livre le fait bien accessible aux cercles larges de techniciens qui s'intéressent de ces problèmes. On remarque en outre la présentation bien réussie de l'ouvrage. *E. Luca*

18. ELLIOTT A., DICKSON H., *Laboratory Instruments. Their design and application.* Second ed., Rev., Chapman & Hall, London, 1959, XVI+514 pp.

Acest volum conţine expunerea aproape exclusivă a aspectelor mecanice şi optice ale instrumentelor şi materialelor de laborator. Prin schemele de instalaţie ce le conţine şi diferite tabele, nomograme şi date numerice caracteristice diverselor materiale, volumul este un ghid pentru toţi acei care se îndeletnicesc cu problema montării echipamentului special. Spre deosebire de ediţia întîia, în această a doua ediţie se dau mai multe detalii relative la diverse materiale plastice, la metale necorozive, la cristale optice folosite în spectrofotometrie, la măsuri de protecţie împotriva radiaţiilor periculoase. Unele adăugiri s-au făcut şi în paragrafele relative la problema culorilor, la lentilele fotografice şi la încercările puterii de separaţie. Bibliografia este indicată la finele fiecărui capitol. Se subliniază mai jos temele capitolelor principale: Proprietăţile materialelor folosite în construcţia dispozitivelor şi a aparatajului (3); Problema măsurătorilor în cazul micilor deplasări (7); Problema izolării aparatajului de diferite perturbaţii posibile (9); Sticlă şi aparatajul de sticlă (12 şi 14); Radiaţie şi fotometrie (17); Fotografierea în munca de cercetare (18).

*

Ce volume traite presque exclusivement des aspects mécaniques et optiques des instruments et matériaux de laboratoire. Ce livre, dont la parution rapide de la seconde édition prouve son incontestable utilité, est augmenté par une série de données nouvelles concernant les matériaux plastiques, les métaux non corrosifs, les cristaux optiques employés en spectrophotométrie, la protection par le verre contre les radiations dangereuses et d'autres encore. On indique ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant ce guide apprécié de tout ceux qui utilisent des équipements spéciaux. *N. Calinicenco*

19. BATEMAN H., *The mathematical Analysis of electrical and optical wave-motion, on the basis of Maxwell's equations.* Dover Publications, Inc. New York, VII+159 pp. (Unabridged and unalterated republication of the first Dover edition, published in 1955).

Volumul, ce constituie a doua ediţie neprescurtată şi nemodificată a celei apărute în editura Dover în 1955, este consacrat aplicării puternicului aparat de investigaţie ma-

tematică la domeniul fenomenelor electromagnetice constînd din transformări în diferite sisteme de coordonate, funcţii Bessel, serii Fourier, probleme de contur etc. Dezvoltînd teoria fenomenelor respective pe baza ecuaţiilor lui Maxwell, autorul analizează ecuaţiile şi cîmpurile fundamentale electromagnetice şi procedează apoi la expunerea metodelor de rezolvare a ecuaţiilor de propagare a undelor. Se menţionează, în deosebi, în afară de expunerea succintă însă deosebit de clară, tradiţională cunoscutului savant ale cărui numeroase cărţi au fost traduse în limba rusă, teoriile lui Green şi Kirchhoff, precum şi metodele lui Green şi Stieltjes, folosite la determinarea soluţiilor omogene ale ecuaţiei undelor.

*

On expose ci-dessus quelques détails concernant ce volume dédié à l'étude du mouvement ondulatoire relatif aux domaines de l'électricité et de l'optique, tout en prenant à la base les équations de Maxwell. Rédigé dans un style concise et très claire, devenu tradition chez l'auteur, bien connu au monde scientifique par ces nombreux travaux traduits aussi en russe et dans d'autres langues d'usage international courant, cette seconde édition dont la première à été publiée en 1955 aussi chez Dover, donne l'analyse profonde des équations et des champs fondamentaux électriques. On y doit mentionner surtout les théories de Green et Kirchhoff tant que les méthodes de Green et Stieltjes utilisées à la détermination des solutions homogènes des équations des ondes.

N. Calinicenco

20. HERZBERG G., *Molecular Spectra and Molecular Structure.* **I.** *Spectra of Diatomic Molecules.* Second Edition, Sixth Printing, XV+658 pp., **II.** *Infrared and Raman Spectra of Polyatomic Molecules.* Eighth Printing, XIII+632 pp. D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, New Jersey-Toronto-London-New York, 1959.

Noua ediţie a operei autorului, tradusă în limba rusă curînd după apariţia primei ediţii (Г. Герцберг, *Колебательные и вращательные спектры многоатомых молекулы*, М. И. Л., 1949), conservîndu-şi structura iniţială, cu un temeinic fundament elaborat sistematic şi riguros, este total revăzută şi completată cu o vastă gamă de date ştiinţifice la zi, reflectată şi într-o extrem de bogată bibliografie (1574 titluri citate în volumul **I** şi 978 în volumul **II**, cuprinzînd numele a peste 1000 autori în primul volum şi peste 690 în cel de al doilea), ce are meritul—spre deosebire de unele cărţi din occident—de a ţine seamă de marea contribuţie în domeniu a ştiinţei şi tehnicii sovietice, reprezentată aici din plin prin lucrările şcolilor acad. B. Stepanov şi M. V. Volkenştein. Ţinînd seamă de faptul că expunerea problemelor relative la spectre moleculare şi la structura moleculară reclamă astăzi aparate de investigaţie matematice şi de mecanică teoretică, clasică, cuantică şi ondulatorie, autorul îşi clădeşte expunerea, în afară de această largă bază teoretică, şi pe un mare număr de diagrame, reprezentări grafice de funcţii proprii şi curbe potenţiale, diagrame de nivele de energie etc. În imposibilitate de a da aici detalii asupra conţinutului bogat al celor două volume, a căror cunoaştere este indispensabilă înţelegerii fenomenelor fizice şi chimice (Vol. **I**, cap. I : Rezumat asupra elementelor cu structură atomică ; cap. II. Spectre moleculare observate şi reprezentarea lor prin formule empirice ; cap. III. Rotaţia şi vibraţia moleculelor diatomice. Interpretarea spectrelor infraroşii şi Raman ; cap. IV. Discuţie elementară asupra stărilor electronice şi a tranziţiilor electronice ; cap. V. Adîncirea problemei relative la stările electronice şi tranziţiile electronice ; cap. VI. Principiile configuraţiei, configuraţia electronului şi valenţă ; cap. VII. Spectre moleculare continui şi difuze : disocierea şi predisocierea ; cap. VIII. Exemple, rezultate şi aplicaţii. Vol. **II**. Cap. I. Rotaţie şi spectre de rotaţie ; cap. II. Vibraţii, nivele de energie de oscilaţie şi funcţii proprii de oscilaţie ; cap. III. Spectre de oscilaţii infraroşii şi Raman ; cap. IV. Interacţiunea între rotaţie şi vibraţie, spectre de rotaţie şi vibraţie ; cap. V. Aplicaţii, ref. subliniază şi cu acest prilej ideea relevată şi de alte cadre didactice din Institutul nostru politehnic la recenta consfătuire a Societăţii de ştiinţe matematice şi fizice din R. P. R. (15—17 octombrie 1960, Bucureşti). Ea constă din necesitatea unei adînciri şi mai mari a învăţămîntului de matematici speciale şi de mecanică teoretică superioară la facultăţile de chimie industrială, avînd menirea să permită înţelegerea justă a profundelor fenomene chimice şi prin aceasta să conducă la succese şi mai remarcabile a industriei chimice, în plină înflorire, în patria noastră socialistă. Încheind, ne este plăcut să menţionăm şi faptul că în vol. **II** sînt citate şi folosite numeroase lucrări ale cercetătorilor romîni, ca de pildă D. Bîrcă-Gălăţeanu, G. Costeanu, D. Ştefănescu M. Teodorescu, R. Ţiţeica, Şt. Vencov.

*

Le réf indique ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails quant à cette seconde édition d'une oeuvre très remarquable concernant les spectres moléculaires et la structure moléculaire, tout en indiquant le fait que son contenu initial a été analysé à l'occasion de la parution de la première édition traduite en langue russe (1949).

I. Matei

21. MEUNIER J, *Gazéification et oxydation des combustibles.* Masson & Cie, Paris, 1958, 550 pp

Volumul expune sistematic ansamblul problemelor relative la valorificarea combustibililor prin oxidare menajată. Din acest domeniu face parte gazeificarea cărbunilor, oxidarea hidrocarburilor prin vapori de apă sau oxigen precum şi diferite procedee de fabricarea gazelor de sinteză. Aplicaţia practică a gazelor produse în acest mod este deosebit de vastă ; de pildă, încălzirea industrială, industria gazelor, sintezele chimice şi îndeosebi industria amoniacului şi a îngrăşămintelor azotoase. Subdivizat în 26 capitole şi un apendice cu diferite tabele de constante fizico-chimice utile, prevăzut cu o vastă bibliografie (351 titluri) care conţine şi diferite lucrări de seamă sovietice şi din ţările de democraţie populară, volumul se adresează în egală măsură inginerilor, cercetătorilor din cadrul diferitelor institute sau industrii şi poate fi folosit pentru studiul individual al studenţilor. În imposibilitatea de a ne opri aici asupra conţinutului bogat al volumului, ref. expune mai jos liniile generale ale tematicii capitolelor cărţii : Noţiuni fundamentale ; Diferite aspecte ale conversiunii oxidante ; Date asupra combustibililor; Combustibili petroliferi; Seria de combustibili lemnoşi şi huilă; Problema structurii cărbunilor ; Gaze naturale, metan ; Relaţii stochiometrice ; Termochimie ; Putere calorică ; Variaţia entalpiei chimice în conversiunea oxidantă ; Bilanţ termic ; Bazele termodinamicii ; Echilibrul termodinamic în conversiunea oxidantă ; Datele actuale ale cineticii ; Studiul cazurilor particulare de echilibru omogen în cazul gazelor şi al apei ; Studiul cazului general în aceeaşi problemă ; Fabricarea clasică a gazu'ui din aer ; Procedeele autotermice diverse ; Fabricarea ciclică a gazului şi a apei ; Procedee alotermice : Gazeificarea în pat fluidizat ; Gazeificarea în curent fluid ; Procedee alotermice în cazul conversiunii oxidante a hidrocarburilor ; Procedee ciclice în cazul de mai sus ; Procedee autotermice în acelaşi caz. Volumul se încheie cu un indice alfabetic de materii şi un indice de nume proprii, deosebit de utile.

*

This book — *Gasification and Oxydation of Fuels* — offers a comprehensive study of the methods of upgrading fuels by means of oxydation : gasification of coals, steam reforming and partial combustion of hydrocarbons. This valuable and very preatty printed book will be useful to research workers as well as to practical men, in any branch of oil and coal techniques.

I. Matei

22. * * * *Кинетика и катализ.* Изд. Акад. Наук СССР, М., 1960, 270 стр.

Volumul recenzat conţine o serie de articole consacrate problemelor de cinetica reacţiilor omogene şi eterogene, studiului proceselor de metabolism izotop, de polimerizare şi oxidare, problemelor de calcul a energiei de valenţă a atomilor cu catalizatori, problemelor de cataliză a silicatului de aluminiu etc.

Ref., subliniind folosirea sistematică, în totalitatea articolelor înserate în volum, a puternicului aparat de investigaţie ştiinţifică, matematic şi de mecanică teoretică, ce culminează prin folosirea metodelor moderne de calcul numeric care permit traducerea cît mai adecvată în scheme matematice a rezultatelor experienţelor, menţionează îndeosebi, în imposibilitate de a se opri asupra totalităţii articolelor înserate în volum, o serie de lucrări al căror conţinut se referă la problematica tehnologiei producţiei de acizi şi baze.

Astfel, în acest volum se expune problema de studiu cu ajutorul atomilor marcaţi Hg^{203} a cineticii metabolismului izotop al esterilor acidului α-brommercurfenilacetic (O. A. Reutov, I. P. Beleţkaia, U. Yan-Tsi, pp. 43—47); se continuă seria de studii cinetice a reacţiei de simetrizare a sărurilor organice de mercur, punîndu-se în evidenţă importanţa influenţei factorilor spaţiali şi a factorilor polari asupra vitezei reacţiei de simetrizare a esterilor substituiţi ai acidului α-brommercurfenilacetic (O. A.

Reutov, I. P. Beleţkaia, pp. 48—51 şi 55—60); se expun rezultatele cercetărilor asupra comportării acizilor graşi în reacţia de oxidare a fazei lichide a octadecanului (F. M. Berezin, A. M. Raghinova, pp. 68—74); se obţin date noi relativ la compuşii peroxizi în sistemul $Na_2MoO_4 - CoSO_4 - H_2O_2 - H_2O$ (F. M. Perelman, A. K. Verhovskaia, pp. 75—80) ş. a.

Încheind succintele indicaţii relative la acest nou volum ce se adaugă la importanta serie de volume, apărute sub titlul generic de *Probleme de cinetică şi cataliză*, editate de secţia de ştiinţe chimice a Academiei de ştiinţe a U. R. S. S şi consacrate studiilor adînci de cinetică chimică, cataliză şi capacitate de reacţie, menţionăm cu plăcere accentuarea neîncetată a interdependenţei cercetărilor şi a colaborării ştiinţifice, cristalizată, de pildă, în ceea ce priveşte folosirea lucrărilor romîneşti în domeniu, prin citarea, în lucrarea *Cinetica reacţiei de dehidratare a izopropilbenzenului în vederea obţinerii α-metilstirolului* (I. M. Kolesnikov, G. M. Pancenkov, pp. 124—128), a chimiştilor din ţara noastră Nicolescu şi Modestinu.

*

Le réf. indique ci-dessus quelques détails concernant le contenu de ce nouveau volume important, édité par l'Académie des Sciences de l'U. R. S. S. et consacré à nombre de problèmes de cinétique et catalyse. *C. Calistru*

23. GIBELLO H., *Le chlorure de vinyle et ses polymères*. Dunod, Paris, 1959, 389 pp.

Lucrarea face parte dintr-o serie de monografii publicate sub direcţia lui Pierre Piganiol. Aceste monografii îşi propun să prezinte tehnologilor din industria chimică, principalele produse de sinteză şi în special produsele macromoleculare.

Încercarea de a prezenta reţete, procedee, metode de lucru extrase din materiale'e foarte abundente şi dispersate în numeroase publicaţii, dovedeşte din partea autorului orientarea perfectă într-un domeniu actual al chimiei macromoleculare şi are meritul de a oferi o lucrare în care sînt sistematizate cunoştinţele privind clorura de vinil şi polimerii săi.

După ce se face un scurt istoric al etapelor de dezvoltare a chimiei clorurii de vinil, autorul expune în primul capitol problemele legate de obţinerea monomerului clorurii de vinil, în laborator şi pe cale industrială.

Urmărind procesele de transformare şi modificare a clorurii de vinil, se prezintă, în capitolul II, reacţiile de polimerizare şi copolimerizare, trecîndu-se succint în revistă şi metodele de polimerizare. Se discută apoi procedeele industriale de obţinere a clorurii de polivinil, atrăgîndu-se aici atenţia, în special, asupra polimerizării continui şi discontinui în emulsie, polimerizării în suspensie şi copolimerizării.

În capitolul III autorul pune accentul pe utilizarea polimerilor fără solvenţi, în prezenţa solvenţilor şi în emulsie, cu indicarea reţetelor de plastifiere, preparare a solvenţilor, coloranţilor, pigmenţilor, stabilizatorilor etc.

Este remarcabilă încercarea autorului, în ultimul capitol, de a desfăşura în faţa cititorului, chiar şi mai puţin iniţiat, cîmpul vast al aplicaţiilor practice a polimerilor pe bază de clorură de vinil cum sînt: plăcile, materialele electroizolante, filmele, conductele, adezivii, pulberile, materialele de protecţie, fibrele, produsele rigide pentru diferite scopuri industriale etc.

În acelaşi timp, cu toată utilitatea unei astfel de monografii, se face resimţită lipsa, în cuprinsul lucrării, a schemelor tehnologice, care ar fi uşurat înţelegerea proceselor, şi a unei baze cinetice de explicare a mecanismelor de reacţie care ar fi întregit valoarea materialului prezentat.

Cu toate aceste observaţii minore, cercetătorii, studenţii facultăţilor de chimie şi practicienii—inginerii şi tehnicienii din sectorul maselor plastice, găsesc în această lucrare un material bogat, variat şi ordonat, prezentat la un nivel tehnic corespunzător. Metodele cele mai noi de lucru, reţetele de prelucrare şi finisare, bibliografia bogată care însoţeşte fiecare capitol, ridică şi mai mult valoarea lucrării.

*

Le réf. expose ci-dessus, en langue roumaine, nombre de détails concernant ce volume dont l'utilité incontestable pour tous ceux qui s'occupent de la chimie des produits macromoléculaires en résulte bien évidente. *N. Asandei*

24. HUGGINS M. L., *Physical Chemistry of High Polymers*. John Wiley et Sons, New York.

Volumul cuprinde notele de curs predat de autor în anii 1955—1956 la Universităţile din Osaka şi Kyoto (Japonia); el se subdivide în următoarele 16 capitole: 1. Nomenclatură şi clasificare; 2. Sinteze; 3. Variaţii în compoziţie şi structură; 4. Configuraţia lanţurilor moleculare; 5—7. Termodinamica soluţiilor polimerilor; 8. Viscozitatea soluţiilor diluate ale polimerilor liniari; 9. Curgere plastică; 10 Domeniul de elasticitate; 11. Cîţiva polimeri tipici de adiţie; 12. Cîţiva polimeri tipici de condensare; 13. Structura celulozei, amidonului şi a derivaţilor lor; 14. Structura polipeptidelor sintetice, a cheratinei şi mătăsii; 15. Structura colagenului; 16. Structura proteinelor corpusculare.

Primele capitole (1 şi 2) trec pe scurt în revistă problema clasificării produselor macromoleculare (naturali, derivaţi şi sintetici, după formă, hidrofili, cristalini, semicristalini şi amorfi etc.), proprietăţile ce le deosebesc de cele micromoleculare, nomenclatura precum şi procedeele de sinteză (policondensare şi polimerizare).

În capitolul următor se expune corelaţia dintre structura copolimerilor şi natura monomerilor, se definesc copolimerii grefaţi, bloc-copolimerii, polimerii stereospecifici, izomeria în cazul polidienelor, iar în cel de al 4-lea se stabileşte probabilitatea poziţiei diferitelor segmente ale unei catene liniare, se fac consideraţii privind unghiul valenţelor şi influenţa unor factori externi ca: temperatură, solvent, concentraţie, interacţiunea grupelor ionice.

Mai complet tratate sînt problemele de termodinamică a soluţiilor macromoleculelor cuprinse în capitolele 5, 6 şi 7; de altfel autorul este cunoscut pentru lucrări ştiinţifice valoroase în acest domeniu ca şi prin metode de calcul şi teorii referitoare la astfel de soluţii.

Capitolul 8 conţine probleme de: viscozitate a soluţiilor diluate ale macromoleculelor (filiforme, sferice, elipsoidale), determinare a greutăţii moleculare din date viscozimetrice, corelaţii dintre concentraţii şi viscozitate, iar capitolul 9 tratează curgerea plastică a diferitelor tipuri de macromolecule, flexibilitatea lor, puncte de tranziţie de ordinul 2 şi legătura dintre proprietăţile plastice şi cristalinitate.

În cel de-al 10-lea capitol se dau principii generale referitoare la domeniul în care produsele macromoleculare manifestă proprietăţi elastice.

Capitolele 11 şi 12 sînt consacrate unor date privind produsele macromoleculare obţinute prin polimerizare şi altele prin policondensare, încheindu-se cu cîteva consideraţiuni privind siliconii şi macromoleculele anorganice.

Ultimele capitole (13...16) conţin unele date ce privesc structura şi proprietăţile a o serie de macromolecule naturale ca: celuloza, derivaţii celulozici, amidonul, proteinele, α-polipeptidele, α-cheratina (ca şi structura unor polipeptide sintetice), colagenul şi proteinele corpusculare (insulina, ribonucleaza, hemoglobina, virusul mozaicului tabacic, acizii nucleinici).

În concluzie lucrarea recenzată tratează în mod succint probleme ale fizico-chimiei produselor macromoleculare şi a soluţiilor acestora, cu aplicarea calculului matematic modern, folosirea modelelor spaţiale şi a numeroase grafice şi tabele; este de remarcat faptul că fiecare capitol este însoţit de o bibliografie bogată, constituită în special din lucrările autorului.

*

Le réf. expose ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant cet ouvrage consacré à la chimie-physique des hauts polymères où l'application des méthodes mathématiques modernes est devenu aujourd'hui tout-à-fait obligatoire. *D. Feldman*

25. KADEN H., *Wirbelströme und Schirmung in der Nachrichtentechnik*. 2. Auflage von *Die elektromagnetische Schirmung in der Fernmelde und Hochfrequenztechnik*. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1959, XV+354 S.

Acest volum, consacrat studiul curenţilor turbionari şi ecranării în tehnica comunicaţiilor, constituie ediţia a doua, radical prelucrată, a volumului elaborat de autor în 1950 cu titlul *Ecranarea electromagnetică în radiotehnică şi tehnica frecvenţelor înalte*. Volumul, utilizînd sistematic aparatul matematic modern de investigaţie ştiinţifică, este subdivizat în douăsprezece părţi, dintre care ultima este consacrată expunerii proprietăţilor matematice ale funcţiilor cilindrice şi sferice. După o introducere consacrată baze-

lor teoretice necesare fundamentării problemelor relative la curenţi turbionari şi la ecranare, ce constă în ecuaţiile lui Maxwell şi o serie de probleme de contur corespunzătoare, se trece, succesiv, la studiul curenţilor turbionari (partea **B**), la expunerea acţiunii de ecranare a învelişurilor metalice asupra cîmpurilor magnetice externe alternative (partea **C**) sau a acţiunii de ecranare şi a reacţiei respective în cazul undelor electromagnetice (partea **D**). Urmează apoi problema legată de învelişuri metalice cu excitaţia de cîmp interioară (partea **E**); studiul ecranelor cu mai multe straturi de metale diferite (partea **F**); trecerea cîmpurilor magnetice sau electrice prin fisuri sau orificii (partea **G**); studiul cîmpurilor electrice şi magnetice în vecinătatea bordurii ecranelor deschise (partea **I**); acţiunea ecranelor confecţionate din reţele de sîrmă (partea **K**) şi ecranarea împotriva curenţilor perturbatori (partea **L**). Din subdiviziunile de mai sus, partea **B** este cu totul nouă. Aici, plecînd de la interacţiunea ce intercede între un cîmp alternativ şi curenţii turbionari induşi în plăci masive, cilindri sau sfere, se expune o serie largă de aplicaţii deosebit de interesante, legate de practică, ca, de pildă, pierderile datorită curenţilor turbionari în bobine cu miez de fier, efectul de proximitate în conductoare duble ş. a. În partea **D** studiul ecranării împotriva undelor electromagnetice de lungimi de undă oricît de mici permite rezolvarea numeroaselor probleme interesînd tehnica radarului. Din cercetarea volumului rezultă doar că numai partea **F** relativă la ecrane cu mai multe straturi şi-a păstrat redactarea iniţială, toate celelalte părţi fiind revăzute atît din punct de vedere al noilor achiziţii în domeniu, apărute între timp în literatura de specialitate universală, cît şi din punct de vedere al prezentării didactice. Date bibliografice sînt introduse după fiecare capitol în parte. Indicele de materii şi de nume de la finele volumului, întocmit cu multă grije, contribuie la facilitarea cercetării volumului.

*

Il Rif. sottolinea qui sopra, in lingua romena, alcuni particolari concernenti i meriti di questa seconda edizione del volume indicato nel titolo, completamente rielaborato, dal volume consacrato alla protezione elettromagnetica nella tecnica delle radiocommunicazioni ed i quella di alta frequenza, indicandovi soprattutto l'alto tenore scientifico felicemente combinato con vari applicazioni di indubbia importanza pratica.

C. Onu

26. NÜRNBERG W., *Die Prüfung elektrischer Maschinen und die Untersuchung ihrer magnetischen Felder*. Vierte neubearbeitete und erweiterte Auflage, 1959, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 467 S.

Cartea este adresată studenţilor şi inginerilor ce se ocupă de încercările de tip şi de control precum şi de exploatarea maşinilor electrice.

Cele cinci capitole ale cărţii se intitulează: încercările generale ale maşinilor, încercările speciale ale maşinilor, maşini cu cîmp transversal de tip metadynă şi amplidynă măsurători cu fluxmetrul şi cu sonda Hall, aparate şi metode de măsură.

După ce s-au prezentat pe scurt particularităţile constructive şi principiul de funcţionare al maşinilor electrice normale şi speciale se studiază amănunţit încercarea lor.

*

Der Inhalt des Buches ist in den folgenden Abschnitten geteilt: I. Die allgemeine Maschinenprüfung; II. Die besondere Maschinenprüfung; III. Querfeldmaschinen Bauart Metadyne und Amplidyne; IV. Prüffeld- und Betriebsmessungen mit Flussmesser und Hall-Sonde; V. Die Messgeräte und Verfahren.

Im ersten Abschnitt werden: die Widerstandsmessung, Isolationsfestigkeit, Wickelsin und Wickelachse, der Leerlauf-, Belastungs-, Kurzschluss-, Hochlauf- und Auslaufversuch, das Belastungs-Verfahren, die Pendelmaschine und die Drehmoment Drehzahlkennlinien studiert. Damit wird ein allgemeiner Überblick über der Maschinenprüfung gewonnen.

Im zweiten Abschnitt werden die Versuche bei der besonderen Prüfung von Transformatoren, Asynchron-, Synchron -, Gleichstrom- und Ein- und Mehrphasenstromwendermaschinen gesamt Einankerumformer behandelt.

Ausser den gewöhnlichen Anwendungen dieser Maschinen werden auch Besonderausführungen dersellben wie z. B. bei der Asynchronmaschine; die polumschaltbaren Asynchronmaschinen, die Einphasenasynchronmotoren, der Asynchrongenerator, der Periodenwandler, die synchronisierte Asynchronmaschine, die elektrische Welle, die Drehregler und die Asynchronmaschinen mit Drehzahl- und Phasenreglung studiert.

Im vierten Abschnitt dieses Buches werden die Prüffeld- und Betriebsmessungen mit Flussmesser und Hall-Sonde studiert. Es ist bemerkenswert das dieses für Forschern sehr wichtiges Problem hier sehr gut dargestellt ist und mit vielen praktischen Beispielen, besonders vom Gebiet der Gleichstrom- und Sychronmaschinen ergänzt.

Im Abschnitt V sind die Messgeräte und die Messverfahren in knapper Form angegeben.

Die allerwichtigsten Formeln für den täglichen Gebrauch im Prüffeld sind am Schlusse zur bequemeren Benutzung zusammengestellt. *I. Bergman*

27. NIEMANN G., *Maschinenelemente. Entwerfen, Berechnen und Gestalten im Maschinenbau. Ein Lehr- und Arbeitsbuch.* Bd. **II**, 1960, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 310 S.

Acest al doilea volum tratează două mari şi importante părţi din organele de maşini şi anume : V. Transmisii şi VI. Cuplaje-frîne. În partea V-a (Transmisii) se tratează despre transmisii cu roţi dinţate cilindrice, conice, transmisii melcate, cu roţi elicoidale, transmisii cu lanţ, transmisii prin curele şi transmisii cu roţi de fricţiune. În primul capitol al acestei părţi se prezintă date comparative asupra proprietăţilor, costului, mărimilor constructive şi domeniului de utilizare a diverselor tipuri de transmisii. Aceste date reprezintă o sinteză în concordanţă cu ultimile realizări tehnice în acest domeniu şi sînt de un real folos pentru alegerea soluţiei optime în caz de proiectare; tot aici se dau relaţiile de bază din mecanică privitoare la procesul de mişcare şi de acţiune a maselor, valabile pentru toate transmisiile.

La transmisiile cu roţi dinţate se tratează mai întîi, cu caracter general, geometria danturilor, erorile danturilor, deplasarea profilului, deteriorările dinţilor, zgomotul transmisiilor, randamentul şi pierderile de putere, ungerea şi răcirea, principiile de bază pentru fabricarea roţilor dinţate.

Restul capitolelor referitoare la transmisiile cu roţi dinţate sînt tratate ţinîndu-se seama de următoarele puncte de vedere: configuraţia, alegerea împerechierilor de materiale, influenţa tratamentelor termice, principiile de calcul cu considerarea preciziei de prelucrare, ungerii, formei danturilor, deplasării profilului etc.

La transmisii cu lanţuri articulate se insistă cu precădere asupra forţei de întindere iniţială, forţei poligonale, forţelor dinamice, frecărilor, randamentului, durabilităţii şi oscilaţiilor.

În mod analog sînt tratate şi transmisiile prin curele late şi trapezoidale, dîndu-se date şi asupra curelelor din mase plastice.

La roţile cu fricţiune se insistă, printre altele, asupra uzurii, durabilităţii şi calculului contactului.

Partea VI-a (Cuplaje — frîne) cuprinde : cuplaje şi frîne cu fricţiune şi cuplaje de direcţie. Se remarcă tratarea celor mai moderne tipuri.

În general toate capitolele sînt însoţite de tabele, diagrame şi exemple numeri de calcul din cele mai reprezentative.

Ca şi vol. I, acest al doilea volum este tratat la înalt nivel ştiinţific şi tehnic pus de acord cu ultimele cercetări ştiinţifice şi cu realizările tehnice cele mai recente. Se remarcă de asemenea importanţa contribuţie a cercetărilor făcute de însăşi autorul la rezolvarea unor probleme de bază privitoare la transmisii cu roţi dinţate. Printre altele se citează cercetările în domeniul capacităţii portante a flancului dinţilor şi influenţa ungerii asupra contactului dintre dinţi. Modul de expunere şi de aranjare a conţinutului dovedeşte înalta concepţie şi deosebita competenţă a autorului, cartea putînd fi folosită atît pentru studiu cît şi pentru proiectare.

Trebuie remarcat de asemenea meritul editurii Springer la editarea cărţii în condiţii optime.

*

Реф. излагает выше, на румынском языке, некоторые подробности касающиеся содержания второго тома капитального труда *Детали машин* Г. Ниманна, переведенного и на русский язык, посвященного изучению „Передач" (ч. V) и „Соединений и Тормозов" (ч. VI). *N. Popinceanu*

Sz 148

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul VI (X)

FASC. 3 – 4

1960